

<논 문>

전달 강성계수법에 의한 격자형 구조물의 자유 진동 해석

Free Vibration Analysis of Lattice Type Structure
by Transfer Stiffness Coefficient Method

문 덕 홍* · 최 명 수* · 강 화 중*

Deok-Hong Moon, Myung-Soo Choi and Hwa-Joong Kang

(1998년 1월 7일 접수 ; 1998년 2월 24일 심사완료)

Key Words : Transfer Stiffness Coefficient Method(전달 강성계수법), Nodal Dynamic Stiffness Coefficient(절점동 강성계수), Lattice Type Structure(격자형 구조물), Transfer Matrix Method(전달 행렬법), Finite Element Method(유한요소법), Vibration Analysis(진동 해석)

ABSTRACT

Complex and large lattice type structures are frequently used in design of bridge, tower, crane and aerospace structures. In general, in order to analyze these structures we have used the finite element method(FEM). This method is the most widely used and powerful tool for structural analysis. However, it is necessary to use a large amount of computer memory and computation time because the FEM requires many degrees of freedom for solving dynamic problems exactly for these complex and large structures. For overcoming this problem, the authors developed the transfer stiffness coefficient method(TSCM). This method is based on the concept of the transfer of the nodal dynamic stiffness coefficient which is related to force and displacement vector at each node. In this paper, the authors formulate vibration analysis algorithm for a complex and large lattice type structure using the transfer of the nodal dynamic stiffness coefficient. And we confirmed the validity of TSCM through numerical computational and experimental results for a lattice type structure.

1. 서 론

근래에 교량, 송전탑, 크레인, 항공우주 구조물 등과 같은 복잡하고 거대한 격자형 구조물이 급증하고 있다. 이러한 구조물의 설계 기술은 부가가치가

높으므로 대단히 중요하다. 현재 대부분의 산업체에서는 복잡하고 거대한 격자형 구조물의 설계를 위한 정적·동적 구조해석에 유한요소법을 근간으로 하는 NASTRAN, ANSYS 등과 같은 고가의 외국산 범용 구조해석 소프트웨어를 사용하고 있다. 이들은 현장 설계자가 이용하기는 쉽지만, 항상 결과의 검증에 많은 노력과 경험을 필요로 한다. 그리고 대부분의 구조해석 소프트웨어들은 대형계산기의 이용을

* 정회원, 부경대학교 공과대학 제어기계공학과

전제로 개발했기 때문에, 퍼스널 컴퓨터 상에서의 사용은 계산정도, 계산시간, 기억용량 등에서 문제점이 지적되고 있다⁽¹⁾.

많은 연구자들은 동적해석 문제에 대한 유한요소법의 단점을 해소하기 위하여 다양한 연구를 해오고 있고^(2~7), 저자들도 오랫동안 이 문제에 깊은 관심을 기울여왔다^(8~11). 그 결과, 절점동강성계수의 축차 전달에 그 기본 개념을 두고있는 전달강성계수법이라는 새로운 진동해석기법을 개발하여 직선형 보구조물의 굽힘 자유진동에 적용해 본 결과, 본 해석기법의 신뢰성 및 우수성을 확인할 수 있었다⁽¹²⁾.

본 연구에서는 복잡하고 거대한 평면 격자형 구조물의 자유진동을 해석하기 위한 알고리즘을 전달강성계수법으로 정식화한 후, 격자형 구조물의 자유진동을 해석할 수 있는 프로그램을 만들어 수치계산을 한다. 그리고 기존의 해석 기법인 유한요소법, 전달행렬법, 스펙트럴 유한요소법, 전달 스펙트럴 유한요소법⁽⁴⁾의 수치계산 결과와 실제 보조모델을 만들어 구한 자유진동 실험 결과를 본 해석기법의 수치계산 결과와 비교한 후, 본 해석기법인 전달강성계수법의 유효성을 제시한다.

2. 전달강성계수법에 의한 정식화

2.1 해석모델

연속 보요소(continuous beam element)와 기초지지 스프링요소로 구성되는 다양한 형태의 격자형 구조물을 단순화하여, Fig. 1과 같이 모델링한다.

본 연구에서 절점(node)이란 구조물의 좌단(시작단), 우단(끝단), 기초지지 스프링과 수평부재가 만나는 점, 그리고 수직부재와 수평부재가 만나는 점, 즉, 힘의 불연속점을 뜻한다. 그리고 좌단에서 우단으로 각 절점을 절점(0,*), 절점(1,*), ..., 절점(n,*)이라 한다. 여기서 기호 *는 전달방향(x 방향)과 수직인 모든 절점을 의미한다(Fig.1에서는 * = 1, 2).

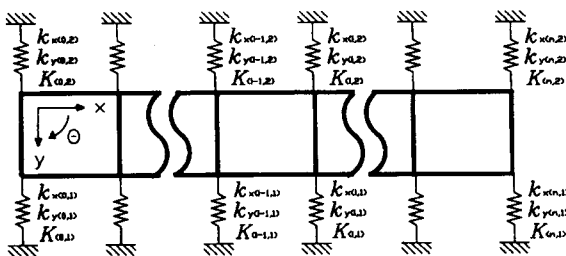


Fig. 1 Analytical model

구조물 좌우의 경계조건은 절점(0,*)와 절점(n,*)의 기초지지 스프링으로 모델링한다. 예를 들어, 경계조건이 자유인 경우에는 해당 스프링상수의 값이 0, 고정인 경우에는 ∞가 된다.

Fig.1 과 같은 해석모델은 Fig.2 와 같은 부분계(subsystem)의 연속으로 볼 수 있다. 따라서 i 번째 부분계는 2개의 i 번째 수평부재(horizontal member), 수직부재(vertical member), 그리고 기초지지 스프링요소(종방향 스프링 \$k_x(i,*)\$, 횡방향 스프링 \$k_y(i,*)\$ 및 회전 스프링 \$K(i,*)\$)로 구성된다.

2.2 진동수 방정식

중·굽힘 연성 진동, 즉, 면내 진동을 해석할 경우, 직선 부재(보) 좌우측의 상태량 벡터는 종변위(\$x^L, x^R\$), 횡변위(\$y^L, y^R\$), 각변위(\$\theta^L, \theta^R\$), 축력(\$F_x^L, F_x^R\$), 전단력(\$F_y^L, F_y^R\$) 및 모멘트(\$M^L, M^R\$)로 구성된다. 여기서 첨자 "L", "R"은 부재의 좌측과 우측을 뜻한다. 부재 좌우측의 변위 벡터 \$\mathbf{u}^{L,R} = \{x, y, \theta\}^{L,R}\$ 와 힘벡터 \$\mathbf{f}^{L,R} = \{F_x, F_y, M\}^{L,R}\$ 사이의 관계를 다음과 같은 동강성행렬(dynamic stiffness matrix)로 나타낼 수 있다^(2~3).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{f}^R \\ \mathbf{f}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^R \\ \mathbf{u}^L \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 \$3 \times 3\$ 크기의 부분행렬 \$\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}\$는 오일러 보로 모델링할 경우, 다음식과 같다.

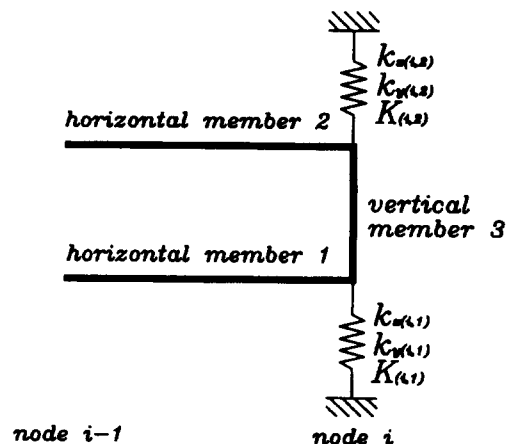


Fig. 2 i-th subsystem

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & b_{23} \\ 0 & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & c_{23} \\ 0 & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{d} = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & 0 \\ 0 & d_{22} & d_{23} \\ 0 & d_{32} & d_{33} \end{bmatrix}$$

여기서

$$a_{11} = \frac{EA\delta}{l\sin\delta} \cos\delta = -d_{11}$$

$$a_{22} = \frac{EI}{\beta^3}(\alpha) = -d_{22}$$

$$a_{23} = \frac{EI}{\beta^3}(-\bar{\gamma}l) = a_{32} = d_{23} = d_{32}$$

$$a_{33} = \frac{EI}{\beta^3}(\beta l^2) = -d_{33} \quad (3)$$

$$b_{11} = -\frac{EA\delta}{l\sin\delta} = -c_{11}$$

$$b_{22} = \frac{EI}{\beta^3}(-\bar{\alpha}) = -c_{22}$$

$$b_{23} = \frac{EI}{\beta^3}(-\gamma l) = -b_{32} = c_{23} = -c_{32}$$

$$b_{33} = \frac{EI}{\beta^3}(\bar{\beta}l^2) = -c_{33}$$

$$\delta = l\omega\sqrt{\frac{\mu}{EA}}$$

$$\alpha = (\cos\epsilon \sinh\epsilon + \sin\epsilon \cosh\epsilon)\epsilon^3/\nabla$$

$$\bar{\alpha} = (\sin\epsilon + \sinh\epsilon)\epsilon^3/\nabla$$

$$\beta = (-\cos\epsilon \sinh\epsilon + \sin\epsilon \cosh\epsilon)\epsilon/\nabla$$

$$\bar{\beta} = (-\sin\epsilon + \sinh\epsilon)\epsilon/\nabla$$

$$\gamma = (-\cos\epsilon + \cosh\epsilon)\epsilon^2/\nabla$$

$$\bar{\gamma} = (\sin\epsilon \sinh\epsilon)\epsilon^2/\nabla$$

$$\nabla = (1 - \cos\epsilon \cosh\epsilon)$$

$$\epsilon = l\omega\sqrt{\frac{\mu}{EI}}$$

이고, l 은 부재의 길이, μ 는 선 밀도, A 는 단면적, I 는 단면 2차 모멘트, E 는 종탄성계수, 그리고 ω 는 각진동수이다.

절점($i, *$) 좌측의 총 힘벡터 $\bar{\mathbf{F}}_i = \{ {}^t \bar{\mathbf{f}}_{(i,1)}, {}^t \bar{\mathbf{f}}_{(i,2)} \}$ 와 절점($i, *$) 우측의 총 힘벡터 $\mathbf{F}_i = \{ {}^t \mathbf{f}_{(i,1)}, {}^t \mathbf{f}_{(i,2)} \}$ 그리고 절점($i, *$)의 총 변위벡터 $\mathbf{U}_i = \bar{\mathbf{U}}_i$

$= \{ {}^t \mathbf{u}_{(i,1)}, {}^t \mathbf{u}_{(i,2)} \}$ 사이의 관계를 다음 식과 같이 정의한다.

$$\bar{\mathbf{F}}_i = \bar{\mathbf{S}}_i \mathbf{U}_i \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{S}_i \mathbf{U}_i \quad (5)$$

여기서 6×6 의 행렬 $\bar{\mathbf{S}}_i$ 와 \mathbf{S}_i 를 절점($i, *$) 좌측과 우측에서의 절점동강성계수행렬(nodal dynamic stiffness coefficient matrix)이라 부른다. 참고로, 하첨자 "i" 는 절점($i, *$) 또는 i 번째 부분계에 관한 물리량을 뜻하고, 총 힘벡터 (\mathbf{F}_i), 총 변위벡터 (\mathbf{U}_i), 절점동강성계수행렬 (\mathbf{S}_i) 을 나타내는 기호 위에 "-"를 붙인 것은 절점 좌측의 상태량, 붙이지 않은 것은 절점 우측의 상태량을 나타낸다.

본 연구에서 해석기법의 근간을 이루는 절점동강성계수행렬의 전달식을 유도하기 위하여, 우선 절점($i-1, *$)의 우측(i 번째 수평부재 1, 2의 좌측)과 절점($i, *$)의 좌측(i 번째 수평부재 1, 2의 우측)사이의 상태량 벡터 사이의 관계는 식 (1)을 확장하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{F}}_i \\ \mathbf{F}_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i & \mathbf{B}_i \\ \mathbf{C}_i & \mathbf{D}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_i \\ \mathbf{U}_{i-1} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서

$$\mathbf{A}_i = \text{diag}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2)_i, \quad \mathbf{B}_i = \text{diag}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)_i, \quad (7)$$

$$\mathbf{C}_i = \text{diag}(\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2)_i, \quad \mathbf{D}_i = \text{diag}(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2)_i$$

이다. 식 (7)에서 diag 는 블록 대각행렬을 뜻하고, ($\mathbf{a}_{1,2}, \mathbf{b}_{1,2}, \mathbf{c}_{1,2}, \mathbf{d}_{1,2}$) _{i} 는 수평부재 1, 2에 대한 동강성행렬의 부분행렬이다[식 (1) 참조].

절점($i, *$)에서 동적인 힘의 평형식은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_i = \bar{\mathbf{F}}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{U}_i \quad (8)$$

여기서 절점($i, *$)의 포인트 동강성행렬 \mathbf{P}_i 는 기초 지지 스프링으로 구성된 행렬 $\tilde{\mathbf{P}}_{(i,*)}$ 와 전체 좌표계로 나타낸 수직부재의 동강성행렬의 합이 된다.

$$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{(i,1)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{P}}_{(i,2)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{R}\mathbf{a}_3\mathbf{R}^T & \mathbf{R}\mathbf{b}_3\mathbf{R}^T \\ -\mathbf{R}\mathbf{c}_3\mathbf{R}^T & -\mathbf{R}\mathbf{d}_3\mathbf{R}^T \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{P}}_{(i,*)} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & K \end{bmatrix}_{(i,*)} \quad (9)$$

그리고 $\mathbf{a}_3, \mathbf{b}_3, \mathbf{c}_3, \mathbf{d}_3$ 는 수직부재 3에 대한 동강성행렬의 부분행렬이다(식 (1) 참조). 행렬 \mathbf{R} 은 수직부재의 국부좌표계를 해석대상 구조물의 전체좌표계로 바꾸는 좌표변환행렬이다.

절점(i-1,*) 우측의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_{i-1} 을 이미 알고 있다면, 절점(i,*) 우측의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_i 는 식 (4), (5), (6) 및 (8)로부터 다음 식과 같은 절점동강성계수의 전달식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_i = \mathbf{A}_i + \mathbf{B}_i \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{C}_i + \mathbf{P}_i \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

여기서

$$\mathbf{G}_i = \mathbf{S}_{i-1} - \mathbf{D}_i \quad (11)$$

이다.

좌단의 경계조건을 절점(0,*)의 기초지지 스프링으로 모델링하였으므로, 절점(0,*) 좌측의 총 힘벡터 $\bar{\mathbf{F}}_0$ 는 영벡터가 된다. 따라서 식 (5)와 (8)로부터 절점(0,*) 우측의 절점동강성계수행렬 \mathbf{S}_0 를 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{P}_0 \quad (12)$$

따라서 식 (12)를 시작으로, 절점(1,*)부터 절점(n,*) 즉, 우단까지 식 (10)을 이용하여 각 절점의 절점동강성계수행렬을 축차 전달해가며 계산할 수 있다. 우단에서도 경계조건을 절점(n,*)의 스프링상수로 모델링하였으므로, 절점(n,*)의 우측은 해석적으로 자유 ($\mathbf{F}_n = \mathbf{0}, \mathbf{U}_n \neq \mathbf{0}$)가 된다. 따라서 식 (5)에서

$$\mathbf{S}_n \mathbf{U}_n = \mathbf{0} \quad (13)$$

이므로, 진동수방정식은

$$\det \mathbf{S}_n(\omega) = 0 \quad (14)$$

이 된다.

식 (14)는 각진동수 ω 의 함수이므로 이분법(bi-section method)을 이용하여 근(고유진동수)을 찾을 수 있다. 그러나 실제 수치계산시에 식 (14)로 고유진동수를 찾을 경우, 가끔 반대칭 극(asymmetric poles)이 발생하여 이분법은 이 반대칭 극도 부호의 변화가 있으므로, 근으로 오인해 버리는 문제가 생긴다. 이러한 거짓근(false roots)은 수직부재의 동강성계수 중 분모항인 $\sin \delta$ 와 ∇

가 0이 되거나, 절점동강성계수를 전달하는 과정 중에 식 (11)의 행렬 \mathbf{G} 의 행렬식이 0이 되는 경우에 발생한다. 따라서 거짓근을 해소하기 위해서는 절점동강성계수를 전달하는 중에 행렬 \mathbf{G} 의 행렬식과 $\sin \delta, \nabla$ 의 부호함수를 곱해주면 된다. 즉, 거짓근의 해소가 가능한 다음식에 이분법을 적용하면, 참근(고유진동수)만을 구할 수 있다.

$$\mathbf{V} = \text{sign} \left(\left(\prod_{j=1}^n \sin \delta_j \cdot \nabla_j \cdot \det \mathbf{G}_j \right) \cdot \det \mathbf{S}_n \right) \quad (15)$$

2.3 고유모드의 계산

식 (5)의 i 대신에 i-1을 대입한 식과 식 (6)으로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{U}_{i-1} = \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{C}_i \mathbf{U}_i \quad (i=n, n-1, \dots, 1) \quad (16)$$

고유모드는 고유진동수를 먼저 구한 후, 우단에서 $\mathbf{F}_n = \mathbf{0}$ 이므로 절점(n,*)의 변위벡터 \mathbf{U}_n 중의 한 요소를 기준으로 나머지 우단의 변위벡터를 구한다. 그리고 식 (16)을 이용하여 좌단까지 모든 절점의 변위벡터를 구할 수 있다. 각 절점의 힘벡터는 변위벡터를 계산한 후, 식 (4), (5)로부터 구할 수 있다. 각 부재 내부의 변위벡터와 힘벡터는 이미 구한 절점의 변위벡터와 힘벡터로부터, 식 (1)에 대입하여 구할 수 있다.

3. 수치계산 및 실험

3.1 2격자형 구조물

Fig. 3의 모델 I은 길이가 500 mm인 사각단면(폭 50 mm, 두께 4.36 mm) 직선 보로 구성된 평면 격자형 구조물이다. 경계조건은 양단 자유이고, 물성치는 종탄성계수가 2.06×10^{11} N/m²인 鋼製 구조물이고, 밀도는 7.7523×10^3 kg/m³이다.

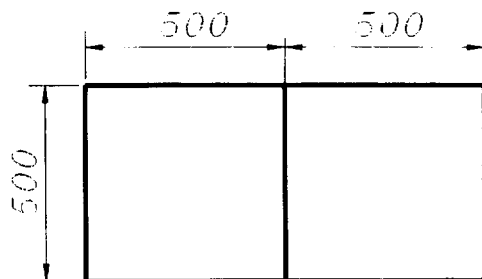


Fig. 3 Numerical model I

모델 I 에 대하여 유한요소법(FEM), 전달강성계수법(TSCM) 그리고 전달행렬법(TMM)으로 18차 고유진동수까지 계산한 결과를 Table 1 에 나타내었다. Table 1에서 FEM(18), FEM(39) 그리고 FEM(102) 는 모델 I 을 유한요소법으로 모델링할 때 사용된 자유도 수가 각각 18, 39 그리고 102 임을 뜻한다. TSCM 및 TMM 뒤의 (PC)와 (SC) 는 계산에 사용된 컴퓨터가 각각 퍼스널 컴퓨터와 슈퍼 컴퓨터를 나타낸다. 유한요소법은 범용 구조해석 소프트웨어인 NISAⅡ⁽¹³⁾를 이용하여 계산하였다. 전달강성계수법은 2장에서 정식화한 알고리즘을 토대로 FORTRAN 77 으로 프로그래밍하여 퍼스널 컴퓨터(486 컴퓨터)상에서 계산하였다. 그리고 전달행렬법은 참고문헌 (14)를 토대로 FORTRAN 77 으로 프로그래밍하여 퍼스널 컴퓨터(486 컴퓨터) 및 슈퍼 컴퓨터(Crayc90)상에서 계산하였다. 수치계산에 사용되는 변수는 모두 배정도(double precision) 변수로 선언하였다. 참고로 전달행렬법의 경우, 동일한 원시 프로그램(source program)

을 퍼스널 컴퓨터 및 슈퍼 컴퓨터에서 실행 프로그램을 만들어 실행하면, 퍼스널 컴퓨터에서는 배정도 변수의 유효자리 숫자가 약 15 자리가 되고, 슈퍼 컴퓨터에서는 약 29 자리가 된다. 그러므로 퍼스널 컴퓨터보다는 슈퍼 컴퓨터에서 계산할 때, 계산비용은 많이 들겠지만, 수치해의 오차를 훨씬 줄일 수 있다⁽¹⁵⁾.

Table 1 에서 유한요소법과 전달강성계수법의 계산 결과를 비교해보면, 유한요소법에서 사용된 자유도 수가 커질수록, 전달강성계수법(TSCM(PC))의 결과에 수렴해 가는 것을 알 수 있다. 참고로 전달강성계수법으로 직선 보형 구조물의 자유진동을 해석한 결과가 엄밀해와 일치했음을 보고한 바 있다⁽¹²⁾. 전달강성계수법의 계산 결과를 정해로 보면 18자유도로 계산한 FEM(18)은 7차 고유진동수부터 오차범위가 20% 를 넘고, 39자유도로 계산한 FEM(39)는 17차부터 오차범위가 20%를 넘는다는 것을 알 수 있다. 참고로 102자유도로 계산한 FEM(102)의 결과는 18차까지 TSCM(PC)의 결과

Table 1 Comparison of computation accuracy of natural frequencies for model I [Hz]

Method Order	FEM(18)	FEM(39)	FEM(102)	TSCM(PC)	TMM(PC)	TMM(SC)	Experiment
1, 2, 3	0.000	0.000	0.000	0.000	unstable	0.000	0.000
4	18.29	18.26	18.25	18.25	18.25	18.25	18.5
5	21.96	21.94	21.93	21.93	21.93	21.93	22.5
6	45.60	41.22	41.06	41.05	41.05	41.05	41.0
7	62.50	52.56	52.24	52.23	52.23	52.23	52.6
8	86.96	68.87	68.35	68.33	68.33	68.33	69.1
9	111.7	81.78	81.08	81.06	81.06	81.06	81.6
10	146.6	93.86	92.42	92.37	92.37	92.37	94.5
11	220.3	93.89	92.44	92.40	92.40	92.40	95.4
12	2030	100.4	99.33	99.30	99.30	99.30	101.6
13	2281	190.8	171.9	171.7	171.7	171.7	171.0
14	2699	218.9	193.6	193.2	193.2	193.2	192.5
15	3186	230.9	200.5	200.1	200.1	200.1	198.8
16	3873	253.0	215.0	214.4	214.4	214.4	215.9
17	4098	277.1	228.5	227.8	227.8	227.8	----
18	4437	356.0	272.1	271.1	254.7	271.1	----

와 거의 일치하고 있지만, 고차로 갈수록 그 오차가 커짐을 예상할 수 있다. 일반적으로 유한요소법은 요소 내부의 변위를 적절한 근사해로 가정하여 해석하기때문에, 해석대상 구조물을 모델링할 때 자유도의 수, 즉, 분할수를 늘리면 늘릴수록 해석대상 구조물의 동적 거동이 정확해지므로, 고유치해석의 결과인 고유진동수의 계산정도가 높아진다. 하지만 유한요소법으로 고유치해석을 할 때, 자유도가 높아질수록 계산 메모리 및 계산 시간과 같은 계산 비용이 급증하는 문제점을 갖고 있다⁽¹⁶⁾. 반면에 전달강성계수법은 절점동강성계수행렬을 전달하는 과정에서 우단의 6자유도를 제외한 자유도는 모두 제거할 수 있으므로 계산 메모리면에서 유한요소법보다 우수하고, 계산 정정도 뛰어나다. 이 해석 기법을 응용하는 사용자 측면에서도 전달강성계수법은 유한요소법과는 달리 부재 내부를 분할할 필요가 없으므로 편리하다.

Table 1 에서 전달행렬법과 전달강성계수법의 계산 결과를 비교해보면, 슈퍼컴퓨터(Crayc90)에서 배정도(16 Byte)의 변수를 가지고 계산한 전달행렬법(TMM(SC))의 결과와 퍼스널 컴퓨터에서 배정도(8 Byte)의 변수를 가지고 계산한 전달강성계수법(TSCM(PC))의 결과는 완전히 일치하고 있다. 그러나 배정도(8 Byte)의 변수를 가지고 퍼스널 컴퓨터로 계산한 전달행렬법(TMM(PC))의 결과는 0.5Hz 이하의 저차 진동수에서 수치계산시에 거짓근들을 고유진동수로 구해버리는 문제점이 노출되었다. 그리고 18차 진동수도 정해와는 전혀 다른 거짓근을 고유진동수로 찾는 오류를 보여주었다. 전달행렬법에서는 수직부재를 통과하는 전달과정에서 전달행렬 요소 내에 큰값과 작은값의 차가 급격히 커지므로, 계속적인 전달과정에서 행렬의 사칙연산으로 인한 오차가 점점 커지게 된다. 따라서 좌단과 우단의 상태벡터 사이의 관계를 나타내는 최종적인 전달행렬에서 좌우단의 상관성이 작게되므로, 수치계산시에 문제가 된다. 또한 전달행렬법은 구조적으로 보의 필드전달행렬(field transfer matrix) 요소 내에 진동수 ω 를 인자로 하는 삼각함수와 쌍곡선함수의 덧셈 및 뺄셈 부분이 있는데, 고차 진동수에서 이 부분의 오차가 급격히 커지게 되는 문제점도 가지고 있다. 이러한 문제점이 혼합되어 Table 1 에서 TMM(PC)의 해석결과가 나빠졌다고 생각한다. 예를들면, 모델 I 은 3개의 강제모드를 갖는 구조물이므로, 0 인 고유진동수가 3개 있는 구조물이다. 최종적인 전달행렬의 행렬식의 값이 진동수가 0 에서 3중근이 되므로, TMM(PC)에서 수치계산시

에 0 부근에서 해가 진동하는 문제점이 나타나고 있다. TMM(SC)에서는 유효자리가 훨씬 크므로 이러한 문제점이 발생하지 않았고, TSCM(PC)에서는 퍼스널 컴퓨터로 계산함에도 불구하고, 안정적인 계산결과를 보여주었다.

실험은 구조물의 양끝을 가는 줄로 매달고 격자형 구조물이 X-Y 방향으로만 움직이도록 충격 해머키토로 타격하여 자유진동 실험을 하였다. 그 결과, 계산 결과와 실제 실험 결과가 16차까지 비교적 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

모델 I 에 대하여 퍼스널 컴퓨터에서 많이 사용되는 전달행렬법과 계산 속도를 비교하기 위하여, 동일한 조건, 즉 1~100 Hz사이의 고유진동수 9개를 이분법(초기 간격 1 Hz)으로 찾아내는데 걸린 시간을 Table 2에 나타내었다. 계산시간은 전달강성계수법이 전달행렬법보다 훨씬 빨랐다. 그 주된 원인은 전체적인 계산량이 전달행렬법보다 훨씬 작아지기 때문이다. Fig. 4는 전달강성계수법을 이용한 모델 I 의 4차, 5차 고유모드이다(1, 2, 3차는 강제모드임).

3.2 거대 격자형 구조물

Fig.5의 모델 II는 참고문헌 (4)에서 전달스펙트럴 유한요소법, 스펙트럴 유한요소법, 유한요소법으로 이미 계산된 바 있는, 거대 격자형 구조물이다. 중앙의 1격자를 중심으로 동쪽으로 40개, 서쪽, 남

Table 2 Computation time [sec]

Order	TSCM	TMM
4~12	6.81 sec	16.59 sec

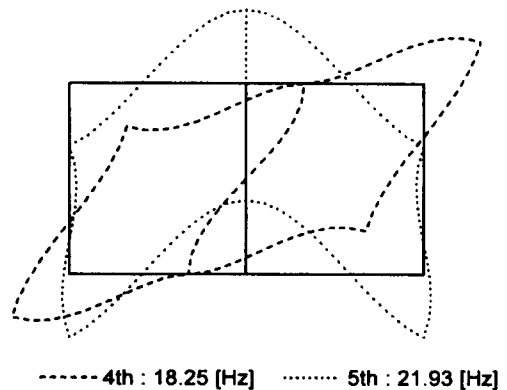


Fig. 4 Characteristic modes for model I

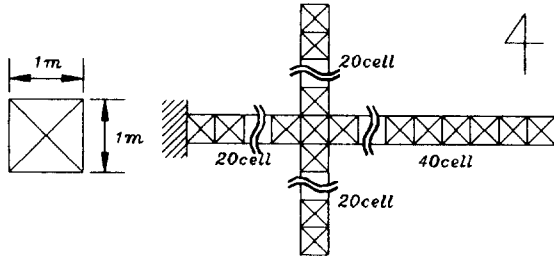


Fig. 5 Numerical model II

쪽, 북쪽으로 20개의 평면 격자로 구성된 구조물이다. 경계조건은 서쪽 끝단은 고정이고, 나머지는 자유이다. 물성치는 단면적이 $8 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 단면 2차 모멘트가 $7 \times 10^{-4} \text{ m}^4$, 밀도가 $7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$, 종탄성계수가 $2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 포와송 비가 0.3, 횡탄성계수가 $7.923 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 전단계수가 5/6이다.

Table 3은 모델 II에 대하여 오일러 보로 모델링한 참고문헌 (4)의 전달 스펙트럴 유한요소법 (TSFEM), 스펙트럴 유한요소법 (SFEM)의 계산결과와 본 해석기법인 전달강성계수법 (TSCM(Euler))으로 계산한 결과가 완전히 일치하고 있다. 그러나 모델 II에 대하여 정확한 계산 결과를 얻기 위해서는 전달 스펙트럴 유한요소법은 132 자유도 이상이 요구되고, 스펙트럴 유한요소법은 612 자유도가 요구되지만, 본 해석기법인 전달강성계수법은 식 (14)에서 알 수 있듯이 거대 격자형 구조물의 정확

한 고유진동수를 구하는데에 최종적인 진동수방정식에서 단지 6자유도만을 요구한다. 계산 메모리면에서 기존의 진동해석기법에 비해 획기적임을 알 수 있다. 그리고 적은 계산 메모리를 사용함에도 불구하고, 본 해석기법은 고차에서도 아주 정확한 계산 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 퍼스널 컴퓨터에 아주 강력한 해석기법임을 확인할 수 있다. Table 3의 TSCM(Timoshenko)은 모델 II의 보 요소를 티모셴코 보로 모델링하여 계산한 결과이다.

4. 결 론

새로운 진동해석 기법인 전달강성계수법으로 평면 격자형 구조물의 면내 자유진동을 해석할 수 있는 알고리즘을 개발하였다.

간단한 평면 2격자형 구조물에 대하여 전달강성계수법, 전달행렬법, 유한요소법의 수치계산 결과와 비교하여 본 해석기법의 신뢰성을 확인했고, 일반적으로 퍼스널 컴퓨터에서 많이 사용되고 있는 전달행렬법에 비해 계산정도 및 계산시간의 면에서 우수함을 확인하였다. 그리고 실제 실험을 통하여 본 해석결과의 신뢰성을 확인하였다.

거대 격자형 구조물에 대하여 본 해석기법인 전달강성계수법으로 계산한 결과가 유한요소법으로 계산한 결과보다 계산정도 및 기억 용량면에서 훨씬 우수함을 확인하였고, 작은 기억 용량을 사용함에도 불구하고, 전달스펙트럴 유한요소법이나 스펙트럴 유한요소법의 계산정도를 유지함을 확인하였다.

Table 3 Comparison of computation accuracy of natural frequencies for model II [Hz]

Method \ Order	TSCM (Euler)	TSFEM	SFEM	FEM	TSCM (Timoshenk)
1	1.6702E0	1.6702E0	1.6702E0	1.6702E0	1.6702E0
2	7.5766E0	7.5766E0	7.5766E0	7.5766E0	7.5762E0
3	1.2020E1	1.2020E1	1.2020E1	1.2020E1	1.2020E1
4	1.6183E1	1.6183E1	1.6183E1	1.6183E1	1.6186E1
5	2.6591E1	2.6591E1	2.6591E1	2.6591E1	2.6577E1
10	1.0912E2	1.0912E2	1.0912E2	1.0912E2	1.0896E2
20	4.6339E2	4.6339E2	4.6339E2	4.6354E2	4.5922E2
40	1.2639E3	1.2639E3	1.2639E3	1.2671E3	1.2522E3
80	3.3918E3	3.3918E3	3.3918E3	3.4514E3	3.2775E3
D.O.F. used	6	132	612	612	6

그러므로 전달강성계수법이 퍼스널 컴퓨터에 적합하면서, 고속·고정도의 진동해석기법임을 제안하며, 앞으로 본 해석대상 구조물에 대한 강제진동해석 알고리즘과 3차원 격자형 구조물의 진동해석 알고리즘에 대한 지속적인 연구가 필요하다고 생각된다.

후 기

본 연구는 1996년도 기계공학분야 학술연구조성비(ME96-D-11)의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) 田中基八郎, 三枝省三, 1984, 振動モデルとシミュレーション, 應用技術出版社, pp. 105~128.
- (2) J. F. Doyle, 1988, "A Spectrally Formulated Finite Element for Longitudinal Wave Propagation," Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 3, pp. 1~5.
- (3) J. F. Doyle, and T. N. Farris, 1990, "A Spectrally Formulated Finite Element for Flexural Wave Propagation in Beams," Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, Vol. 5, pp. 99~107.
- (4) 이우식, 강성훈, 1995, "전달 스펙트럴 유한요소법을 이용한 거대격자구조물의 진동해석," 대한기계학회논문집, 제 19 권, 제 12 호, pp. 3177~3189.
- (5) 양보석, 황형섭, 1997, "동적 유한요소에 의한 회전축 계의 진동 해석," 한국소음진동공학회지, 제 7 권, 제 3 호, pp. 467~475.
- (6) M. Ohga, T. Shigematsu, and T. Hara, 1983, "Structural Analysis by a Combined Finite Element-Transfer Matrix Method," Computers & Structures, Vol. 17, pp. 321~326.
- (7) M. Geradin, and S. L. Chen, 1995, "An Exact Model Reduction Technique for Beam Structures: Combination of Transfer and Dynamic Stiffness Matrices," Journal of Sound and Vibration, Vol. 185, pp. 431~440.
- (8) A. Sueoka, T. Kondou, D. H. Moon, and K. Yamashita, 1988, "A method of Vibrational Analysis Using a Personal Computer-A Suggested Transfer Influence Coefficient Method," The Memoirs of the Faculty of Engineering Kyushu University, Vol. 48, pp. 31~46.
- (9) T. Kondou, A. Sueoka, D. H. Moon, H. Tamura and T. Kawamura, 1989, "Free Vibration Analysis of a Distributed Flexural Vibrational System by the Transfer Influence Coefficient Method," Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 37, pp. 289~304.
- (10) 문덕홍, 여동준, 1994, "전달영향계수법에 의한 탄성지지를 갖는 원통형 셸구조물의 자유진동 해석," 한국소음진동공학회지, 제 4 권, 제 4 호, pp. 469~478.
- (11) 문덕홍, 여동준, 1996, "보강재를 갖는 원통 셸 구조물의 진동해석 알고리즘의 개발에 관한 연구," 한국소음진동공학회지, 제 6 권, 제 4 호, pp. 481~491.
- (12) 문덕홍, 최명수, 홍승수, 1996, "강성계수의 전달에 의한 보형 구조물의 진동해석기법," 한국소음진동공학회(춘계학술대회논문집), pp. 316~321.
- (13) Engineering Mechanics Research Corporation, 1993, User's Manual for NISA II.
- (14) Pestel, E. C. and Leckie, F. A., 1963, Matrix Methods in Elastomechanics, McGraw-Hill.
- (15) Cray Research, 1993, CF77 Fortran Language Reference Manual SR-3772 6.0, pp. 61~63.
- (16) N. S. Sehmi, 1989, Large Order Structural Eigenanalysis techniques Algorithm for Finite Element Systems, Ellis Horwood, Chap. 1.