

〈논 문〉

## 웨이퍼 가공기에서 회전 원판의 동특성에 미치는 불균일 장력의 영향 분석

Analysis of Non-uniform Tension Effect on Dynamic Characteristics of Spinning Circular Plates in the Wafer Cutting Machine

임 경 화\*

Kyung-Hwa Rim

(1997년 12월 16일 접수 ; 1998년 2월 20일 심사완료)

**Key Words :** Forced Response(강제 진동), Non-uniform Tension(불균일 장력), In-plane Force(평면력), Wafer Cutting Machine (웨이퍼 가공기), Critical Speed(임계속도)

### ABSTRACT

The forced vibration analysis of the outer-clamped spinning annular disk with arbitrary in-plane is formulated to investigate the influence of non-uniform tension on the cutting accuracy of wafer cutting machine. The arbitrary in-plane force along the outer edge of an annular plate is expressed as a Fourier series. Galerkin method and modal superposition method are employed to obtain the forced responses under the static force and the impulse force in a stationary coordinate. Through qualitative and quantitative analyses, it can be found that forced and impulse responses are sensitive to the non-uniformity of in-plane force, which can bring a bad effect to the accuracy of wafer cutting process. Also, in case of a spinning disk with non-uniform in-plane force, critical speed is required to define in a different way, compared with conventional definition in axi-symmetrical spinning disk.

### 1. 서 론

정보화 시대에 접어들에 따라 반도체 산업이 급격하게 증가하고 있다. 이에 따라 반도체 장비 개발과 사용 기술에 많은 투자를 하고 있는 상황이다. 반도체 장비 중에 하나인 웨이퍼 가공기는 회전통을 이용하여 웨이퍼 재료인 규소 인고트(silicon ingot)를 Fig. 1처럼 절단하는 기계이다. 여기에서 사용되는 기계의 절단 원판형태는 다른 일반 회전통과 달리 외주고정 환형판(outer-clamped annular

plate)의 특수한 형태를 가지고 있다. 이것은 웨이퍼 재료의 절감을 위하여 약 0.1mm 정도의 박판(thin plate)을 사용하기 때문에 작은 굽힘 강성을 보강하기 위하여, 막 강성(membrane stiffness) 부가를 할 수 있는 구조가 필요하기 때문이다. Fig. 1의 원판 외주를 고정하는 구조물에서 쪘기원리를 이용하여, 가능한 균일한 장력을 원판에 평면적(in-plane)으로 걸리게 한다. 그러나 실제현장에서는 균일한 장력을 완전히 구현하기가 어렵기 때문에 여러 번의 장력 부가 공정을 통하여 맞추고 있는 상황이다. 생산성을 위하여 앞으로는 웨이퍼 크기가 커짐에 따라 관련 공정의 어려움은 더욱 클 것으로 예상된다. 이에 따라 불균일 장력이 가공면에

\* 정희원, 한국기술교육대학교 제어기계공학과

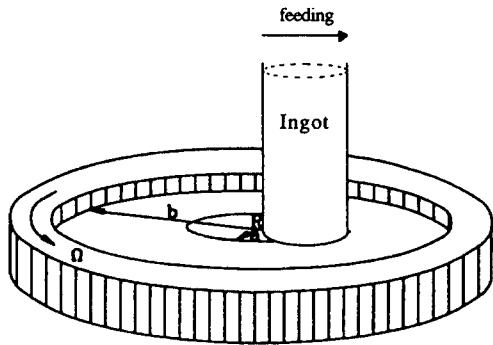


Fig. 1 Wafer cutting machine

미치는 영향 분석의 연구는 매우 중요하다.

중심고정 원판에서의 초기장력 효과에 대해서는 많은 연구<sup>(1)</sup>들이 진행되었으나, 외주고정 원판에 대한 연구는 상대적으로 적은 편이다. 정밀 가공기의 원판을 해석하기 위하여 Forman<sup>(2)</sup>이 외주고정 원판의 자유진동에 미치는 부가장력 효과를 조사하였다. 그 이후 외주고정 경계조건을 실제 시스템의 조건에 근사하도록 수정하여, 부가된 장력과 함께 회전의 효과를 연구하였다<sup>(3~5)</sup>. 그러나 이러한 연구들은 균일한 장력에 국한한 것에 비해, 정확한 절삭 특성을 살펴보기 위해서는 불균일 장력을 고려해야 한다. 그래서 최근에는 불균일 장력이 정지 원판의 자유진동에 미치는 효과에 대한 연구<sup>(6~8)</sup>가 진행되었다. 그러나 이 논문들은 정지 원판의 자유진동 범위 내에서만 연구되었다.

본 논문은 웨이퍼 가공기에서 절삭면의 가공성에 미치는 불균일 장력의 효과를 예측하기 위하여, 임의 평면력을 가진 회전 환형판(annular plate)에 대해서 강제진동 해석 모델을 수립한다. 그리고 정성적 분석과 정량적 분석으로 불균일 장력을 변화시키면서 동적 응답을 구한다. 고려된 해석모델은 내주자유 조건과 외주고정 조건을 가진 회전 환형판이고, 해석방법으로는 Galerkin 방법과 모드중첩법을 이용한다.

## 2. 운동방정식

웨이퍼의 가공기 환형판의 수학적 모델은 Fig. 2와 같이 내반경  $a$ 에서는 자유 경계조건이고 외반경  $b$ 에서는 고정 경계조건이며, 회전속도  $\Omega$ 로 회전하는 환형판이다. 회전하기 전에 원판 외주에 부가되는 평면력(in-plane force)  $P(\theta)$ 는 시간에 따라 일정하다고 간주한다. 반경에 비해 두께가 매우 작

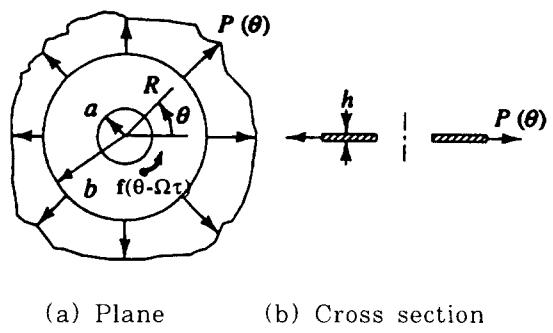


Fig. 2 Schematic of inner-free and outer-clamped spinning disk under in-plane in rotating coordinate

고 스테인레스강 재료이므로 전단변형, 회전관성 및 감쇠를 무시한다. 횡방향 진동이 작다고 가정하면, 디스크에 고정되어 있는 회전좌표계 ( $r, \theta$ )에서 등방성 환형판의 무차원 운동방정식은 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다<sup>(7)</sup>. 내주에 있는 웨이퍼 가공기의 다이아몬드 절삭날의 두께는 원판의 두께보다 2배정도 크므로, Fig. 1에서 보이는 것과 다르게 절삭부위 ( $r = a$ )만 인고트와 접촉한다. 그래서 원판과 인고트간의 절삭력을 정지좌표계(stationary coordinate)에서 가진 되는 횡방향의 정적 집중하중으로 가정하면, 회전좌표계(rotating coordinate)에서는 원주 방향으로 움직이는 힘(moving force)으로 표현할 수 있다<sup>(9)</sup>.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nabla^4 w - N_r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \\ - N_\theta \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \\ - 2N_{r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right) + \Omega^2 r \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \\ = \frac{f_0}{r} \delta(r - r_0) \delta(\theta - \Omega t) \end{aligned} \quad (1)$$

무차원 변수는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} w = W/b, \quad r = R/b, \quad r_0 = R_0/b, \quad N_r \gamma = N_r \\ b^2/D (\gamma = r, \theta, r\theta), \quad \tau = (D/b^4 \rho h)^{0.5} t \\ \Omega' = (b^4 \rho h/D)^{0.5} \Omega, \quad f_0 = F_0 b/D \end{aligned}$$

여기서

$$D = Eh^3/12(1-\nu^2),$$

$$\begin{aligned} \nabla^4 = (\nabla^2)^2 = (\partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r) \\ + (1/r^2)\partial^2/\partial \theta^2 \end{aligned}$$

외력에 사용된 2차원 공간 Dirac's delta 함수는 다

음과 같이 정의된다.

$$\delta(r - r_0)\delta(\theta - \theta_0) = 0, \quad r \neq r_0 \text{ 또는 } \theta \neq \theta_0$$

$$\int_0^{2\pi} \int_a^1 \delta(r - r_0)\delta(\theta - \theta_0) dr d\theta = 1$$

식 (1)에서  $W$ 는 횡방향 변위,  $R_0$ 은 반경방향의 가진 위치,  $h$ 는 두께,  $D$ 는 휨강성(flexural rigidity),  $\rho$ 는 밀도,  $E$ 는 탄성계수,  $\nu$ 는 프와송비,  $F_0$ 는 정적 외력의 크기,  $t$ 는 시간, 그리고  $N_r(r, \theta)$  ( $r=r, \theta, r\theta$ ) ( $r, \theta$ ) ( $r=r, \theta, r\theta$ )는 두께에 부가된  $\gamma$  방향의 응력합(stress resultant)을 나타낸다.

고정된 외반경( $r=1$ )에서의 경계조건은

$$w=0,$$

$$\frac{\partial w}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

이고 자유조건인 내반경( $r=a=a/b$ )에서의 경계조건은

$$V_r = -[\frac{\partial}{\partial r}(\nabla^2 w) + \frac{1-\nu}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}(\frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r})] = 0$$

$$M_r = -[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2})] = 0 \quad (3)$$

으로 표시할 수 있다.

원판에 부가된 응력합  $N_r(r, \theta)$ 은 식 (4)처럼 임의 평면력  $P'(\theta)$ 에 의한 응력합  $N_{r(p)}(r, \theta)$ 과 회전  $\Omega'$ 에 의한 응력합  $N_{r(\Omega)}(r, \theta)$ 의 합으로 표시할 수 있다.

$$N_r(r, \theta) = N_{r(p)}(r, \theta) + N_{r(\Omega)}(r, \theta)$$

$$N_\theta(r, \theta) = N_{\theta(p)}(r, \theta) + N_{\theta(\Omega)}(r, \theta)$$

$$N_{r\theta}(r, \theta) = N_{r\theta(p)}(r, \theta) \quad (4)$$

원판 외주에 실제 부가되는 평면력은 원주방향에 따라 완만하게 변하므로, 식 (5)와 같이 후리어 급수(Fourier series)로 표현할 수 있다.

$$P'(\theta) = A_0 + \sum_{q=1}^{\infty} (A_q \cos q\theta + B_q \sin q\theta) \quad (5)$$

여기서  $A_0$ ,  $A_q$ ,  $B_q$ 는 후리어 상수이고, 평면력의 정적 평형조건에 의해  $A_1=B_1=0$ 가 된다. 식 (5)의 평면력에 의한 응력합의 분포는 Airy 응력합 함수를 이용하여 구할 수 있다<sup>(7)</sup>. 한편 회전 원심력에 의한 원판 응력합의 무차원 지배방정식은 식 (6)과 같다.

$$\frac{\partial N_{r(\Omega)}}{\partial r} + \frac{1}{r} (N_{r(\Omega)} - N_{\theta(\Omega)}) + r\Omega'^2 = 0 \quad (6)$$

응력합의 분포에 관련된 경계조건은 식 (7)과 같다.

$$\text{내주} (r=a) : N_{r(\Omega)}(r, \theta) = 0$$

$$\text{외주} (r=1) : u(r, \theta) = 0 \quad (7)$$

여기서  $u(r, \theta)$ 는 원심력에 의해서 발생되는 원판 반경방향의 변위이다. 식 (6)과 식 (7)을 이용하면, 회전으로 인한 응력합을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$N_{r(\Omega)}(r, \theta) = -\frac{(3+\nu)}{8} \Omega'^2 r^2 + c_1 - \frac{c_2}{r^2}$$

$$N_{\theta(\Omega)}(r, \theta) = -\frac{(1+3\nu)}{8} \Omega'^2 r^2 + c_1 + \frac{c_2}{r^2} \quad (8)$$

여기서

$$c_1 = \frac{1}{8} \Omega'^2 (1+\nu) \frac{[1-\nu + \alpha^4(\nu+3)]}{[1-\nu + \alpha^2(\nu+1)]}$$

$$c_2 = \frac{1}{8} (\alpha \Omega')^2 (1-\nu) \frac{[1+\nu - \alpha^2(\nu+3)]}{[1-\nu + \alpha^2(\nu+1)]}$$

### 3. 강제진동 해석

운동방정식 식 (1)에서는 복잡한 응력합으로 인해 염밀해를 구하기가 어렵다. 따라서 근사적이면서 수렴성이 보장되는 Galerkin 방법을 이용하여 모드 매개변수를 구한 뒤에, 모드중첩법(modal superposition method)을 이용하여 강제진동 변위를 구한다.

Galerkin 방법에서 필요한 가정함수(comparison function)는 식 (9)와 같이 평면력이 없고, 회전하지 않는 원판의 모드형상을 이용한다.

$$\psi(r, \theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{n'} [a_{mn} \cos m\theta + b_{mn} \sin m\theta] R_{mn}(r) \quad (9)$$

여기서

$$R_{mn}(r) = A_{mn} J_m(\beta_{mn} r) + B_{mn} Y_m(\beta_{mn} r) + C_{mn} I_m(\beta_{mn} r) + D_{mn} K_m(\beta_{mn} r)$$

식 (9)에서  $a_{mn}$ 과  $b_{mn}$ 은 가정함수의 상수이고,  $m(m')$ 과  $n(n')$ 는 각각 절직경과 절원의 수(최대 수)이다. 또한  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $C_{mn}$ ,  $D_{mn}$ 는 상수이고  $J_m$ ,  $Y_m$ 과  $I_m$ ,  $K_m$ 은 각각 차수가  $m$ 인 첫 번째, 두 번째의 베셀함수와 수정된 베셀함수이다.  $\beta_{mn}$  (=  $\omega_{mn}^2 b^4 \rho / h/D$ )는 고유진동수와 관련된 무차원 변수이고,  $\omega_{mn}$ 는 평면력이 없는 정지 원판의 ( $m, n$ ) 모드의 고유진동수이다. 식 (9)의 가정된 모드형상을 외력이 없는 운동방정식 (1)에 대입한 뒤에, Galerkin 적분을 구하면 다음과 같다.

$$\int_0^{2\pi} \int_a^1 \left( \begin{array}{c} R_{gh}(r) \cos g\theta \\ R_{gh}(r) \sin g\theta \end{array} \right) d\theta dr = \left( \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right) \quad (10)$$

$[L(\psi(r, \theta)) - \lambda^2 M(\psi(r, \theta))] = \left( \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right)$

$g=0, 1, \dots, m' \quad h=0, 1, \dots, n'$

여기서

$$L[\psi] = \nabla^4 \psi - N_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - N_\theta \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} \right) - 2N_{r\theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \Omega'^2 r \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

$$M[\psi] = \psi$$

식 (10)을 수치적으로 적분하면 식 (11)과 같이 행렬로 표시된 고유치 문제를 유도할 수 있다<sup>(7)</sup>.

$$Kx_i = \lambda_i^2 Mx_i, \quad (11)$$

$$i = 1, 2, \dots, N$$

여기서  $N = (m'+1)(n'+1)$ 이고  $K, M$ 은 각각 강성행렬과 질량행렬에 해당한다. 또한  $\lambda_i^2 (= \omega_i^2 b^4 \rho h/D)$ 는 고유치이고  $x_i (= \{a_{00}^{(i)}, a_{01}^{(i)}, \dots, a_{m'n'}^{(i)}, b_{00}^{(i)}, b_{01}^{(i)}, \dots, b_{m'n'}^{(i)}\}^T)$ 는 고유벡터이다.  $\omega_i$ 는  $i$ 번째 모드의 고유진동수이다. 그러므로 무차원 고유진동수  $\lambda_i$ 에 해당하는 모드형상은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\psi_i(r, \theta) = \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} [a_{mn}^{(i)} \cos m\theta + b_{mn}^{(i)} \sin m\theta] R_{mn}(r) \quad (12)$$

강제진동 변위를 구하기 위하여 자유진동 해석에서 구한 고유진동수와 모드형상을 이용한다. 동적 변위를 일반좌표계 (generalized coordinate)  $\eta(\tau)$ 를 이용하면, 다음과 같이 구할 수 있다.

$$w(\tau, r, \theta) = \sum_{i=1}^N \eta_i(\tau) \psi_i(r, \theta) = \sum_{i=1}^N \eta_i(\tau) \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} (a_{mn}^{(i)} \cos m\theta + b_{mn}^{(i)} \sin m\theta) R_{mn}(r) \right] \quad (13)$$

식 (13)의 동적 변위를 운동방정식 (1)에 대입한 뒤에 각 모드별로 분리하면, 일반좌표계에서  $i$ 번째 모드의 운동방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \eta_i(\tau)}{\partial \tau^2} + \lambda_i^2 \eta_i(\tau) \\ &= \int_0^{2\pi} \int_a^1 \psi_i(r, \theta) \frac{f_0}{r} \delta(r - r_0) \\ & \quad \delta(\theta - \Omega'\tau) r dr d\theta \\ &= f_0 \psi_i(r_0, \Omega'\tau) \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)를 풀어서 식 (13)에 대입하면 임의 점  $(r, \theta)$ 에서 동적 변위를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w(\tau, r, \theta) = & f_0 \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} \left( a_{mn}^{(i)} \frac{\cos m\Omega'\tau}{\lambda_i^2 - (m\Omega')^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + b_{mn}^{(i)} \frac{\sin m\Omega'\tau}{\lambda_i^2 - (m\Omega')^2} \right) R_{mn}(r_0) \right] \\ & \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} \left( a_{mn}^{(i)} \cos m\theta + b_{mn}^{(i)} \sin m\theta \right) R_{mn}(r) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

회전좌표계  $(r, \theta)$ 에서 구한 변위를 정지좌표계  $(r, \phi)$ 로 변환하기 위해 식 (16)의 좌표 관계식을 이용한다.

$$\phi = \theta - \Omega'\tau \quad (16)$$

관계식 (16)을 식 (15)에 대입하면, 정지좌표계에서의 동적 변위를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w(\tau, r, \phi) = & f_0 \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} \left( a_{mn}^{(i)} \frac{\cos m\Omega'\tau}{\lambda_i^2 - (m\Omega')^2} \right. \right. \\ & \left. \left. + b_{mn}^{(i)} \frac{\sin m\Omega'\tau}{\lambda_i^2 - (m\Omega')^2} \right) R_{mn}(r_0) \right] \\ & \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} \left( a_{mn}^{(i)} \cos m(\phi + \Omega'\tau) + b_{mn}^{(i)} \sin m(\phi + \Omega'\tau) \right) R_{mn}(r) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

한편 충격력에 의한 과도변위도 유사한 과정으로 구한다. 식 (14)에서 외력으로 정적하중  $f_0$  대신에 충격하중  $I_0 \delta(\tau)$ 을 대입하면, 정지좌표계에서 과도변위를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} w(\tau, r, \phi) = & I_0 \sum_{i=1}^N \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} a_{mn}^{(i)} \frac{\sin \lambda_i \tau}{\lambda_i} R_{mn}(r_0) \right] \\ & \left[ \sum_{m=0}^{m'} \sum_{n=0}^{n'} \left( a_{mn}^{(i)} \cos m(\phi + \Omega\tau) + b_{mn}^{(i)} \sin m(\phi + \Omega\tau) \right) R_{mn}(r) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

## 4. 결과 및 검토

가공 정밀성에 미치는 불균일한 장력의 효과를 조사하기 위해서, 불균일 장력을 변화시키면서 정지좌표계에서의 동적 변위를 정성적과 정량적으로 살펴보자 한다.

### 4.1 정성적 분석

평면력이 균일한 장력인 경우는 원판의 축대칭성이 계속 유지되므로, 절직경수와 절원수가 같은 2개 이중 모드(degenerated mode,  $i$ 번째와  $N/2+i$ 번째 모드)의 모드함수 상수 관계는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{mm}^{(i)} &= -b_{mm}^{(N/2+i)} \\ b_{mm}^{(i)} &= a_{mm}^{(N/2+i)} \\ i &= 1, 2, \dots, N/2 \end{aligned} \quad (19)$$

위 관계식을 식 (17)에 대입하면 다음과 같이 간단하게 된다. 가진 점은 내주이므로  $r_0$  은  $\alpha$  가 된다.

$$\begin{aligned} w(\tau, r, \phi) &= f_0 \sum_{i=1}^{N/2} \left[ \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos \phi}{\lambda_i^2 - (m\Omega')^2} \right. \\ &\quad \left. R_{mn}(\alpha) R_{mn}(r) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서 볼 수 있듯이 원주방향으로 최대변위는 가진 점 ( $\phi=0$ )에서 발생한다. 또한 원판의 축대칭성이 유지될 때는 정지좌표계에서의 정적하중에 대해서 변위는 시간에 따라 변하지 않는 것을 확인할 수 있다. 가공측면에서 보면 일정한 절삭력이 걸리면 초기변위만 있고 절삭 중에 변위의 변동은 발생되지 않으므로 정밀 가공면이 예상된다. 기존 연구<sup>(9)</sup>에서와 같이 식 (21)의 임계속도  $\Omega'_c$ 에서 공진이 일어남을 알 수 있다.

$$\Omega'_c = \min \left[ \frac{\lambda_i(\Omega')}{m_i}, m_i \geq 1 \right] \quad (21)$$

여기서  $m_i$  은  $i$  번째 모드형상의 절직경수이다. 한편 평면력이 불균일한 장력인 경우는 식 (17)에서 볼 수 있듯이 정적 성분뿐만 아니라  $m_i \Omega'$  ( $m \geq 1$ ) 배수 주파수 성분이 발생하는 것을 알 수 있다. 그러므로 가공 면의 정밀성이 나빠지는 결과를 예상할 수 있다. 또한 임계속도도 많이 작아질 수 있다. 기존 연구<sup>(7)</sup>에서 제기한 것처럼 불균일한 장력인 경우는 다른 절직경수를 가진 모드간에 연관(coupling)이 되므로, 각각 모드는 다른 절직경 성분도 포함을 한다. 예를 들어 임의의 장력  $P'(\theta)$ 에 불균일 장력성분  $A_q \cos q\theta$  이 있다면,  $(0,0)$  모드에  $(q, n)$  모드가 연관이 되어 절직경  $q$  성분도 포함하게 된다. 따라서 식 (17) 형태를 고려하면, 불균일 장력이 있는 회전 원판에서는 임계속도를 다음과 같이 정의해야 한다.

$$\Omega'_c = \min \left[ \frac{\lambda_i(\Omega')}{\max(m_i)}, m_i \geq 1 \right] \quad (22)$$

여기서  $\max(m_i)$  은  $i$  번째 모드형상의 절직경 성분 중에 최대수이다.

#### 4.2 정량적 분석

실제 사용되는 웨이퍼 가공기 원판의 제원(Table 1)을 고려하여, 수치해석시 무차원 변수의 기준을 정

하고자 한다. 그래서 앞으로 해석되는 환형판의 반경비  $\alpha$  는 0.35, 프와송비  $\nu$  는 0.3으로 하고, 회전속도가 언급되지 않는 경우는 회전 속도비  $\Omega'$  를 50으로 한다. Galerkin 방법을 적용한 수치계산에

Table 1 Dimension of spinning disk and ingot

	Diameter of ingot (mm)	200
	Inner diameter (mm)	240
	Outer diameter (mm)	690
Dimension	Thickness (mm)	0.18
	Elastic modules (N/m <sup>2</sup> )	2.1 E11
	Poisson ratio	0.3
	Rotation speed (rpm)	1250
Non-dimension	Radius ratio ( $\alpha$ )	0.35
	Rotation speed ( $\Omega'$ )	53
	Tension (P')	10000-20000

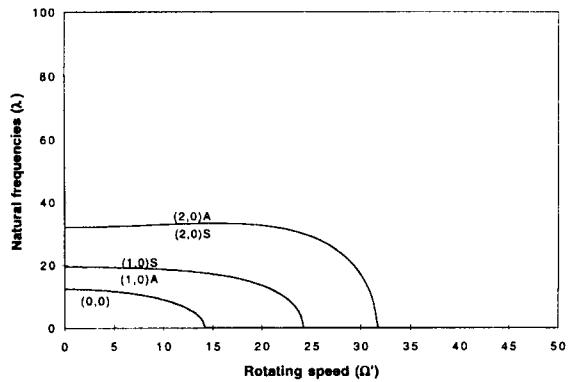


Fig. 3 Natural frequencies of an annular plate without tension

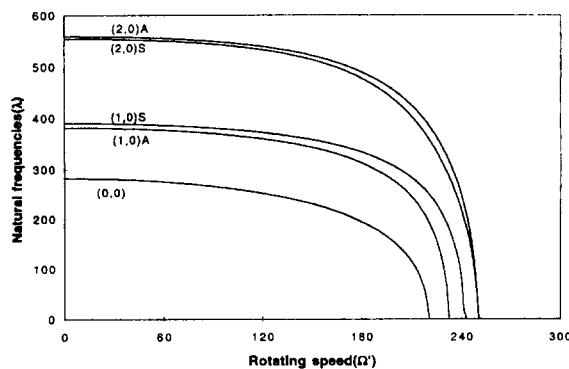


Fig. 4 Natural frequencies of an annular plate under non-uniform tension  
 $P'(\theta) = 10000(1 + 0.1 \cos 2\theta)$

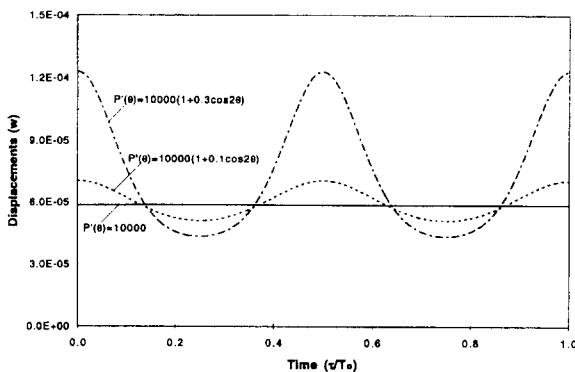


Fig. 5 Forced response of a spinning annular disk under uniform and non-uniform tension

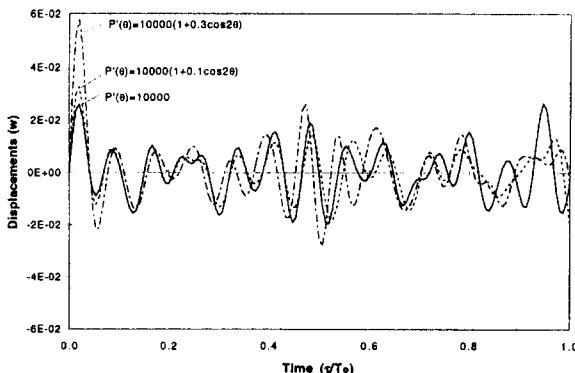


Fig. 6 Impulse response of a spinning annular disk under uniform and non-uniform tension

서 수렴성을 고려하여 가정함수(comparison function) 개수는 56개, 즉 모드의 최대 절직경수  $m'$ 는 6, 최대 절원경수  $n'$ 은 3이 되도록 정한다.

Fig. 3과 Fig. 4는 각각 무장력(no tension)과 불균일 장력인 경우, 회전속도 증가에 따른 회전좌표계에서의 고유진동수 변화를 살펴본 것이다.  $(m, n)S$ 과  $(m, n)A$ 는 회전좌표계 기준선( $\theta = 0$ )에 대해서 모드형상이 각각 대칭(symmetric)과 반대칭(anti-symmetric) 형태를 가진 모드를 표시한 것이다. 초기 장력인 없는 경우(Fig. 3), 기존연구<sup>(6)</sup>에서 언급된 것처럼 회전속도 증가에 따라 고유진동수가 감소하다가 모든 모드가 좌굴 현상이 일어난다. 이것은 회전으로 인한 원심력 때문에 반경방향의 응력합이 내주근처를 제외한 대부분 영역에서 압

축성분으로 되기 때문이다. 장력이 부가된 경우 (Fig. 4), 정지시( $\Omega' = 0$ )의 초기 고유진동수가 상당히 증가함에 따라 좌굴 속도가 상당히 증가함을 알 수 있다. 또한 장력의 불균일성으로 인해 이중 모드(degenerated mode)가 분리가 되지만, 두 개의 모드에 대해서 회전속도에 의한 영향은 좌굴 속도까지 비슷함을 알 수 있다. 사용 영역( $\Omega' = 50$ ) 근처에서는 원심력에 의한 고유진동수 감소 효과는 작음을 알 수 있다. 그러므로 현재 고려된 사용 영역에서는 원심력 효과는 절삭 정밀성에 미치는 효과가 작음을 간접적으로 예상할 수 있다. Fig. 5와 Fig. 6은 장력의 불균일성에 따라 정지좌표계에서 변위를 1주기  $T_0 (= 2\pi/\Omega')$  동안 시간영역에서 살펴본 것이다. 이 때 정하중과 충격력의 크기는 1로 한다. Fig. 5는 균일한 장력에서는 절삭부위의 변위는 시간에 따라 변하지 않지만, 불균일한 장력에서는 시간에 따라 변하고 있다. 이러한 결과는 정성적 해석 결과와 일치한다. 불균일 증가에 따라 1회전 당 동적 변위의 변동 폭은 선형비례 관계이상으로 민감하게 변함을 알 수 있다. 규소 인고트의 불균일 재료특성으로 인해 충격진동이 예상됨에 따라 Fig. 6에서 충격변위를 살펴본다. 장력의 불균일성 증가에 따라 충격변위의 최대치가 민감하게 증가됨을 알 수 있다. 이것은 장력의 불균일성이 커지며 대부분의 고유진동수가 작아지기 때문이다.

## 5. 결 론

외주고정 경계조건을 가진 웨이퍼 가공기의 원판에 대해서 강제진동 모델을 수립하고, 장력의 불균일성에 따라 충격 변위를 포함한 동적 변위를 살펴보았다.

정지좌표계에서의 정하중에 대해서 균일한 장력인 경우는 정지좌표계에서의 정적 변위만 발생하는 것을 정성적과 정량적 분석으로 검증하였다. 그러나 불균일한 장력이 있는 경우는 정지좌표계에서의 정하중에 대해서 동적 변위가 발생하는 것을 보였다. 또한 불균일 장력에 대해서 임계속도도 상당히 떨어질 수 있음을 보였다. 정지좌표계에서의 충격하중일 때, 장력의 불균일성에 따라 충격 변위의 최대치가 민감하게 증가됨을 알 수 있었다.

이러한 모델과 수치해석 결과는 웨이퍼 가공기에서의 원판 설치시 경험에 의존한 사양기준을 더욱 개선하는데 이용될 것으로 사료된다. 또한 일반 회전 톱에서도 열응력을 막기 위한 슬롯(slot) 제작으로 인해 축대칭성이 없어지면, 이러한 이론이 적용

될 수 있을 것이다.

## 후 기

이 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

## 참 고 문 현

- (1) Mote, Jr. C. D., 1965, "Free Vibration of Initially Stressed Circular Disks," Trans. ASME J. of Engineering for Industry, Vol. 87, pp. 258~264.
- (2) Forman, S. E. and Rhines, W. J., 1972, "Vibration Characteristics of Crystal Slicing ID Saw Blades," J. of Electrochem. Soc., Vol. 119, No. 6, pp. 686~690.
- (3) Chonan, S. and Sato, S., 1988, "Vibration and Stability of Rotating Free-Clamped Slicing Blades," J. of Sound and Vibration, Vol. 127, No. 2, pp. 245~252.
- (4) Lee, C. W., Park, S. U. and Rim, K. H., 1989, "Free Vibration of a Spinning Annular Disk Subject to Radial Tension," Asia Vibration Conference, pp. 439~444.
- (5) 김명업, 임경화, 이종원, 1992, "웨이퍼 가공기의 진동 해석 및 실험적 검증," 제 16 권, 제 1 호, pp. 22~30.
- (6) Narita, Y., 1985, "Vibration and Stability of Circular Plates under Partially Distributed or Concentrated In-Plane Loads," Vol. 53, pp. 549~552.
- (7) Rim, K. H. and Lee, C. W., 1993, "Free Vibration of Outer-Clamped Annular Plates Subject to Arbitrary In-Plane Force," J. of Sound and Vibration, Vol. 166, No. 2, pp. 237~253.
- (8) Rim, K. H. and Lee, C. W., 1992, "Identification of In-Plane Force in Outer-Clamped Annular Plates by Using Modal Parameters," Machine Vibration, Vol. 1, pp. 242~250.
- (9) Mote, C. D. Jr., 1970, "Stability of Circular Plates Subjected to Moving Loads," J. of The Franklin Institute, Vol. 290, NO. 4, pp. 329~344.