

Sand Drain 지반에 대한 변형해석법의 적용성

The Applicability of Numerical Analysis Technique to The Soft Clayey Foundation Improved by Sand Drain

이 진 수* · 이 문 수** · 장 철***
Lee, Jean Soo · Lee, Moon Soo · Jang, Chul

Summary

Soil properties, drain conditions and numerical analysis technique have great influence upon consolidation behavior. In relevant to the above described fact, this paper aims to examining the applicability of prediction model of consolidation as well as deformation characteristics for soft clayey foundation improved by sand drain.

A case study for actual foundation of Kwangyang steel works was performed. Single drain consolidation model proposed by Hansbo and Biot's consolidation theory coupled with modified Cam-clay model developed during the research were employed for the FEM numerical analysis of the foundation. Both smear effect and drain capacity were taken into account for the analysis. Finally the applicability of the newly developed technique to the behavior of foundation composed of soft clay proved satisfactory

I. 서 론

연약 점성토 지반의 안정화 공법 중 하나인 연직 drain(PDB : Plastic Drain Board, SD : Sand Drain, PD : Pack Drain 등) 지반은 drain재 타설에 따른 drain 주변토의 smear 및 drain의 배수능력에 따라 변형거동에 많은 차이가 있으며, drain재와 인접토층간의 강성 차이에서 오는 변형의 불연속성 등을 초래하

여 일종의 복합지반을 형성시키는 등 해석에 있어서도 난해성을 갖는다.

지금까지, 이러한 연직 drain 지반의 압밀 해석은 단일 drain에 대한 Barron²⁾의 이론을 효시로 하여 Yoshikuni^{11,12)} 및 Hansbo^{7,8)} 등에 의해 괄목할 만한 연구의 진전을 보고 있다. 그러나 수평흐름만을 고려한 단일 drain의 압밀해는 성토지반 중앙의 drain에서와 같이 측방변위가 없고 연직방향의 변위만 허용

* 동신대 학교 공과대학

** 전남대 학교 농과대학

*** 동신대 학교 대학원(석사과정)

키워드: 연직 drain, 단일 drain 해석, 유한요소 해석, 구성식, smear, well 저항

하는 경우로 적용에 있어 매우 제한적이다. 따라서 성토재 하에 따른 지반의 거동은 변형 뿐만 아니라 전단거동도 별개의 차원이 아닌 동일선상에서 취급해야 할 필요성을 갖는다. 이와 같은 관점에서 본 연구는 흙의 전단과 변형문제를 동시에 고려할 수 있는 변형해석법을 개발하여 단일 drain 암밀모델(Hansbo 암밀이론)에 의한 결과와 비교 연구하고 실제 지반에서의 적용성 및 연직 drain 지반의 암밀특성을 연구하고자 하는데 목적을 두었다.

이를 위해, 본문에서 이용한 변형해석법은 지반의 변형을 지배하는 방정식으로서 Biot 암밀론을 지배방정식으로 하고 여기에 흙의 응력-변형률 관계를 표현하는 구성식으로서는 수정 Cam-clay 모델^{1,9)}을 결합하였다.

본문의 변형해석기법은 저자 등¹³⁻¹⁵⁾에 의해 개발되었던 것으로서 본 연구에서는 여기에 drain의 배수능력 및 smear에 대한 조건 및 성토전에 포설하는 토목섬유에 대해 truss 요소 등을 결합하여 해석이 이루어 질 수 있도록 한 것이다. 본 사례연구에서의 단일 drain 암밀모델과 유한요소법을 적용한 해석 지반은 실제 SD를 실시하여 지반개량이 이루어진 광양제철소 조성부지 지반이다.

II. 암밀모델 및 유한요소해석 정식화

1. 단일 drain 암밀이론

수평흐름만을 고려하고 등방균질한 지반에서의 drain 주변의 smear와 drain의 well 저항을 고려한 단일 drain(Fig. 1)의 암밀 방정식은 Hansbo^{7,8)}에 의해서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\bar{U}_h(z, T_h) = 1 - \exp\left(-8 \frac{T_h}{\mu_{sw}}\right) \quad \dots\dots\dots (1)$$

여기서, $\mu_{sw} = \mu_s + \mu_w$

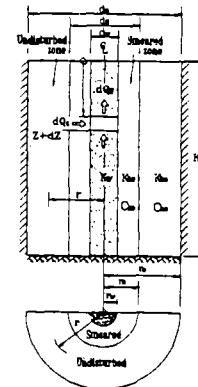


Fig. 1. Schematic picture of soil cylinder with vertical drain

$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{n^2}{n^2 - 1} \left(\ln \frac{n}{s} + \eta \ln s - \frac{3}{4} \right) \\ &+ \frac{s^2}{n^2 - 1} \left(1 - \frac{s^2}{4n^2} \right) + \eta \frac{s^2 - 1}{n^2 - 1} \left(\frac{s^2 + 1}{4n^2} - 1 \right) \end{aligned}$$

$$\mu_w = \pi z (2H - z) \frac{k_h}{q_w} \left(1 - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$T_h = \frac{C_h t}{d_e^2}, \quad n = \frac{d_e}{d_w}, \quad s = \frac{d_s}{d_w}$$

다음으로 암밀침하에 대한 해는 Yoshikuni¹²⁾의 일정비율 점증재하시의 방정식을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

-성토재하시 ($0 \leq t \leq t_1$)

$$S(t) = m_v H R \int_0^t U(t - \tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (2)$$

-암밀방치시 ($t \geq t_1$)

$$\begin{aligned} S(t) &= m_v H R \left\{ \int_0^{t_1} U(t - \tau) d\tau \right. \\ &\quad \left. - \int_{t_1}^t U(t - \tau) d\tau \right\} \quad \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

여기서, m_v 는 체적압축계수, H 는 암밀대

상층 두께, R 은 재하속도(m^2/day)이며 U ($t-\tau$)는 임의 압밀시간에서의 압밀도이다.

2. 유한요소해석 정식화

가. 탄·소성 구성 모델

Roscoe 등^{1,9)}에 의해 제안된 탄·소성 구성식에 대한 항복궤적식과 항복함수는 다음과 같이 나타낼 수 있으며 Fig. 2에서 보는 바와 같이 p_y 는 p , q 면에서 등방압밀곡선과 항복궤적의 교차점의 p 값이다.

$$p \left\{ \frac{(q/p)^2 + M^2}{M^2} \right\} - p_y = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$F = q^2 - M^2 p_o p + M^2 p^2 \quad \dots \dots \dots \quad (5)$$

$$\text{여기서 } q = \frac{3}{\sqrt{2}} \cdot \tau_{oct} = \sqrt{3} J_{2D}$$

$$p = \frac{J_1}{3} = \frac{(\sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33})}{3}, \quad M = \frac{q}{p},$$

$$J_{2D} = \frac{1}{2} S_{ij} \cdot S_{ij} \quad (S_{ij} = \text{축차응력 tensor})$$

다음으로 유한요소해석 정식화를 위해 평면 변형률(plane strain)조건에서 유도하면 유효응력 $[\sigma]$ 와 변형률 $[\epsilon]$ 은 다음과 같은 관계로 쓸 수 있다¹³⁻¹⁵⁾.

$$[\sigma_i] = \left[[D] - \frac{1}{\beta} [d] [d]^T \right] [\epsilon_i] \quad i=x,y,z,xy \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

여기서, $[d] = [D][a]$, $\beta = r + [a][d]$,

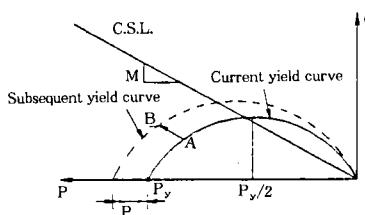


Fig. 2. Modified Cam-clay yield curves

$$[D] = \begin{bmatrix} L+2G & L & 0 \\ L & L+2G & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}$$

L, G = Lame 정수

$$a_i = - \left[\frac{(\lambda - \kappa)}{p} [(M^2 - \eta^2 - 9)p + 9\sigma_i] \right]_{i=x,y,z}$$

$$a_j = - \left[\frac{(\lambda - \kappa)}{p} \left[\frac{6\gamma_j}{p} (M^2 - \eta^2) \right] \right]_{i=xy,yz,zx}$$

$$r = -(1 + e_0) \left[\frac{(\lambda - \kappa)}{p} \frac{(M^2 - \eta^2)}{(M^2 + \eta^2)} \right]$$

$\eta = q/p$, λ 와 κ 는 각각 e-lnp 곡선상에서의 압축곡선 및 팽윤선의 기울기이다.

나. Biot 압밀론

본문의 유한요소해석에 사용한 지배방정식은 Biot³⁾에 의한 압밀방정식으로서 다음과 같다.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\gamma_w} \cdot \left[k_x \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 p_w}{\partial y^2} \right] = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

여기서, v 는 체적변형률, t 는 시간, k_x 및 k_y 는 각각 x, y 방향의 투수계수, p_w 는 간극수압이며 γ_w 는 물의 단위중량이다.

식 (7)의 유한요소식은 가상일의 원리로부터 변위를 절점에, 간극수압 및 응력을 요소에 대응시키는 Christian-Boehmer^{5,10)} 기법을 이용한다. 이 방법에서의 평면변형률조건 및 유한차분법에 의한 과잉간극수압 벡터 $[p_w]$ 와 변위증분 벡터 $[\Delta u]$ 관계, 그리고 유한요소해석 과정에서 Fig. 3에 보인 바와 같이 4개의 3각형 요소로 이루어진 사변형 요소는 static-condensation되어 요소의 체적변화에 대한 강성방정식은 다음과 같이 각각 나타낼 수 있다.

$$[K_v]^T [\Delta u]_j = - [k_v]^T [P_w]_{j-1} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

$$[\bar{K}] [q_p] = [\bar{Q}] \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

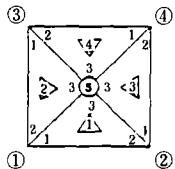


Fig. 3. Static condensation

다. Truss 요소

토목섬유는 축방향 인장력에 대해서 큰 저항력을 나타내지만 휨이나 비틀림에 대해서는 거의 저항하지 않기 때문에 부재의 접합부를 핀(pin)으로 연결시킨 truss요소의 이용이 가능하다.

truss 요소의 변위는 양 절점에서의 축방향
변위 u_i 와 u_j 만이 있는 것으로 가정한다. 따라서 처짐함수는 다음과 같이 쓸 수 있다⁶⁾.

$$u = [N] \{d\} \dots \dots \dots \quad (10)$$

여기서, $[N]$ 은 형상함수이며 $\{d\}$ 는 변위함수이다. 한편, truss요소의 변형에너지는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u = \frac{1}{2} \{d\}^T [K_b] \{d\} \quad \dots \dots \dots \quad (11)$$

여기서, $[K_h]$ 는 강성행렬로 다음과 같다.

$$[K_b] = \frac{AE}{l} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots \dots \dots \quad (12)$$

III. 연직 Drain 지반에의 변형해석 적용

1. 지반 개요

본문의 해석에 적용한 연직 drain 지반은 광양제철소 조성부지의 SD 지반(Hot Strip Mill)으로서 전체 조성 면적중 각 block마다 다소의 차이를 가지고 지층이 구성되어 있으나 크게 상부 모래층, 중부의 N치 4이하의 연

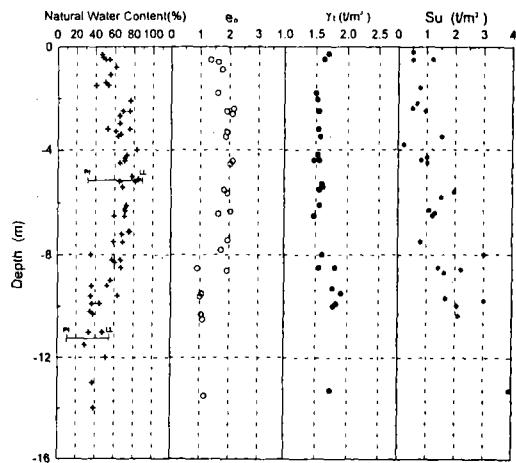


Fig. 4. Properties of soils

약한 실트질 점토층과 하부의 모래 자갈층 또는, stiff한 점토층으로 이루어져 있다. 그리고 개량과 암밀 대상이 되는 중부의 점토층은 대략 11~16m의 두께를 갖는다¹⁶⁾

본 지반은 sand drain의 중심간 간격이 2m인 정사각형 배치이며 drain의 직경은 40cm이다. Fig. 4는 해석에 적용한 SD 지반의 깊이별 토질 상태를 정리하여 나타낸 것이다.

2. 해석조건

(1) 본문해석에서는 연직 drain 지반의 일반적인 변형특성을 규명하고 실제지반에의 적용성을 알고자 모델지반과 실제지반을 갖고서 이루어졌다. 단일 drain 압밀모델 및 유한요

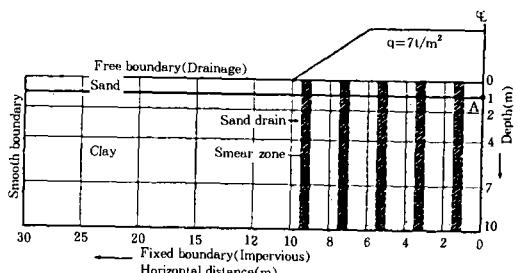


Fig. 5. FEM mesh of model foundation

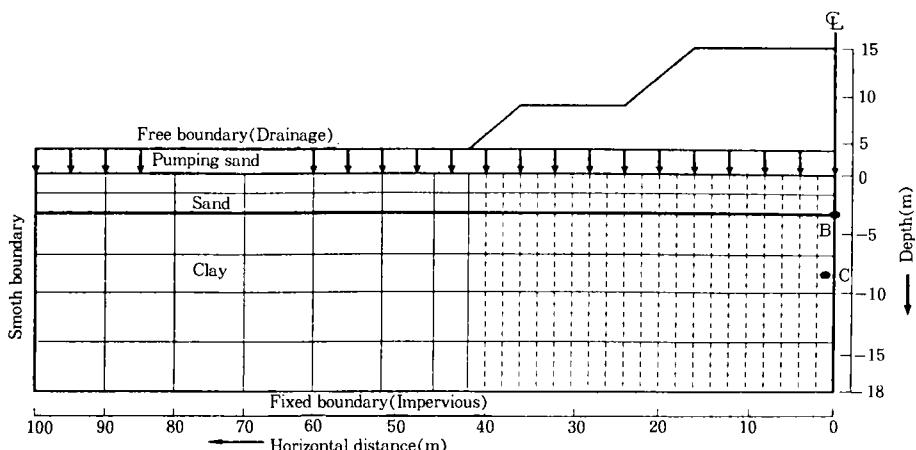


Fig. 6. FEM mesh of actual foundation

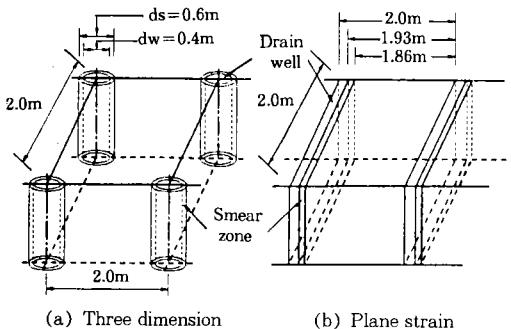


Fig. 7. Conditions of analysis

소해석 적용을 위해 이상화한 두 지반의 제원 및 경계조건을 Fig. 5, 6에 각각 나타낸다. drain 타설에 따른 drain 주변토의 smear 영향을 고려하는 경우 drain well의 직경(dw)과 smear 영역까지의 직경(ds)의 비($s = ds/dw$)는 1.5로 가정하였는데 이는 drain재 탑입방법 및 토질특성에 따라 변화가 심하여 통상 경험적인 값에 의존하는 경우가 많다. 따라서 본문에서 가정한 $s = 1.5$ 는 과거의 공사 실적 및 해석결과^{4,16)} 등을 고려하여 선택한 것이다. 또한, 단위 SD지반의 유한요소해석을 위해 평면변형조건으로 환산하면 Fig. 7에서와 같이 점토층의 분할폭 1.93m마다 0.07m의 SD가 설치되고 smear 영역은 drain well

하나에 대하여 0.07m의 크기가 된다.

(2) 성토재하는 모델 및 실제 지반의 경우 일정기간을 두고 각각 4.5m와 11.0m까지 단계별 재하되었다.

(3) 두 지반 모두 중부의 점성토 지반은 의사과압밀(quasi-over consolidation)지반 이지만 K_o 압밀지반으로 간주하여 해석하였다.

(4) 두 지반에 적용한 해석 모델은 단일 drain 모델로서 Hansbo 압밀론과 유한요소법에서는 Biot 압밀론에 구성식으로서 수정 Cam-clay 모델이, 상부모래층과 SD에 대해서는 탄성모델이, 토목섬유에 대해서는 truss 요소가 각각 적용되었다. Table 1은 해석목록을 나타낸 것이다.

(5) 해석에 사용한 drain 조건 및 점토층의 대표적인 토질상수는 Table 2, 3과 같다. 여기서 토질상수는 현장자료¹⁶⁾ 및 제반 삼축압축시험을 통해 얻었다. drain재 탑설전의 초기 연직 및 수평방향 투수계수와 압밀계수, $k_{v_o} = 1/2k_{h_o}$, $C_{v_o} = 1/2C_{h_o}$ 의 관계를 적용하고 smear 영역의 투수계수(k_{s_o})와 압밀계수(C_{s_o})는 토질 및 교란 정도에 따라서 적개는 1/2에서 많개는 1/1,000까지 감소한다고 보고^{4,11)} 되는 등 많은 차이가 있어 본 해석에서는 유

한요소해석에 적용한 1/4배를 기준으로 하고 단일 drain 모델에 대해서는 여러 가지로 변화($\eta = k_{h_0}/k_{h_s} = 2, 4, 10$)시켜 해석을 수행하여 서로 비교가 이루어질 수 있도록 하였다. 또한, drain의 well 저항 고려여부에서는 well 저항을 고려하지 않는 경우 well의 배수에 저항이 발생하지 않도록 매우 큰 값, q_w (배수능력) = 1.26×10^{12} (cm^3/day), k (투수계수) = 1.0×10^5 (cm/day)을 적용하고, well 저항을 고려하는 경우에는 $q_w = 1.09 \times 10^5$ (cm^3/day), $k = 1.0 \times 10^{-3}$ cm/s 를 적용하여 해석이 이루어졌다.

Table 3에서 수정 Cam-clay 모델에 사용되는 M , λ , κ 는 각각 삼축시험에 의한 한계상태선의 기울기, 압축곡선의 기울기와 팽윤선의 기울기로서 Fig. 8과 같다.

Table 1. Lists employed for analysis

Applied theory		Smear condition	Well resistance condition	Loading condition
Single drain analysis	FEM analysis			
Case 1	Case 5	No smear	Idela wells	
Case 2	Case 6	Smear	Ideal wells	
Case 3	Case 7	No smear	Well resistance	Step loading
Case 4	Case 8	Smear	Well resistance	

Table 2. Soil and drain parameters required for single drain analysis

C_{u_0} (m^2/day)	s (= ds/dw)	Drain spacing $d(\text{m})$	Drain diameter $dw(\text{m})$	Influence zone diameter $de(\text{m})$
6.91×10^{-3}	1.5	2.0	0.4	2.260

Table 3. Modified Cam-clay parameters required for FEM analysis

M	λ	κ	e_0	γ_{sat} (t/m^3)	k_{v_0} (m/day)
1.2	0.283	0.057	1.50	1.70	4.68×10^{-3}

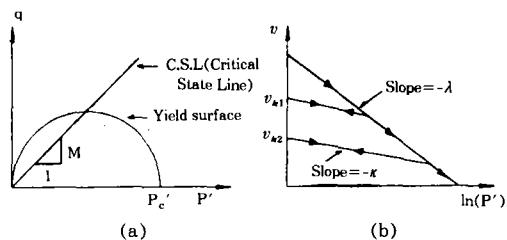


Fig. 8. Critical-state parameters based on modified Cam-clay model

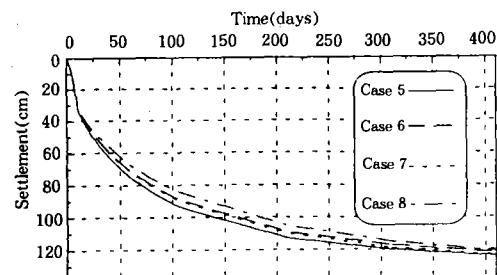
3. 해석결과에 대한 고찰

가. 모델지반에의 적용

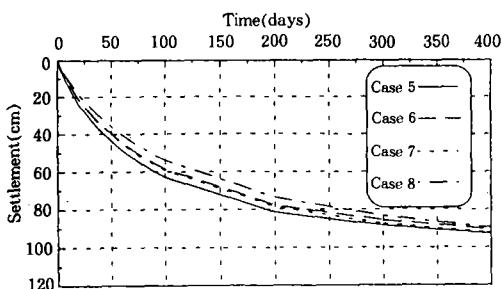
Fig. 9(a), (b)와 Fig. 10은 각각 모델지반의 각 경우에 따른 유한요소해석과 single drain 해석에 의한 시간-침하관계를 나타낸 것이다. 이중 Fig. 9(a)는 성토재하단계 동안의 전단변형에 따른 침하를 포함하여 나타낸 것이며, Fig. 9(b)는 성토재하동안의 침하는 제외하고 암밀방치 동안에 일어난 침하만을 보인 것이다. 여기서 비교가 이루어진 침하지점은 모델지반(Fig. 5) A점의 침하이다.

Fig. 9에서 보는 바와 같이 비배수 재하동안의 전단변형에 따른 침하는 전체침하량의 많은 부분을 차지하고 있음을 알 수 있다. 또한 각 경우(smear 및 well저항 조건)에 따른 해석결과는 smear가 well저항보다 암밀지연에 더 큰 영향을 주는 것으로 판단되며 본 모델지반의 해석에서는 최대 20cm 정도의 침하차이가 있다.

Fig. 10은 Hansbo 모델에 의한 원통형 단일 drain에 대한 해석결과로서 Fig. 9의 유한요소해석결과와 같이 well저항 보다 smear에 따른 영향이 매우 크다. 또한, Fig. 1의 유한요소해석결과와 비교할 때 단일 drain 해석은 smear나 well저항에 따라 매우 큰 영향을 미치고, 성토재하동안의 전단변형을 고려한 침하와 단일 drain의 smear에 따른 투수계수비, $\eta = 2$ 인 경우(Case 2)와 비슷한 경향이며 전



(a)



(b)

Fig. 9. Settlements by FEM analysis for model foundation

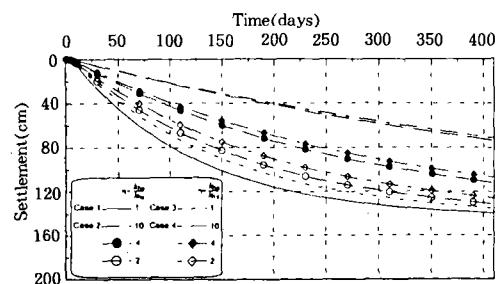


Fig. 10. Settlements by single drain analysis for model foundation

단변형을 무시한 침하의 경우에는 $\eta=4$ 인 경우(Case2)와 유사하다. 그러나 어느 경우나 성토재하단계와 암밀 초기 부분에서는 차이를 보이며 동일한 투수계수 감소비($\eta=4$)에서 유한요소해석결과와 단일 drain 해석결과 간의 차이는 유한요소해석의 경우 평면변형률 조건에 따른 영향과 단일 drain의 경우에는

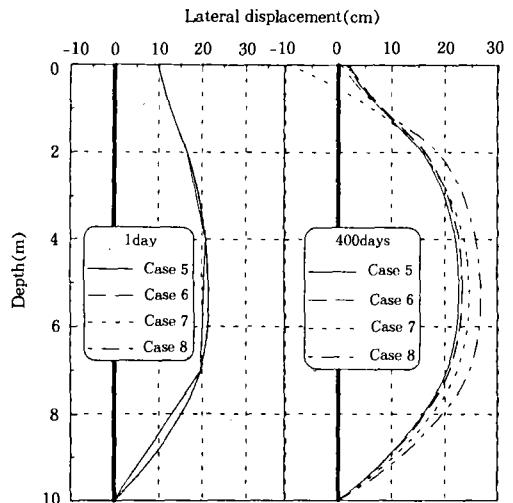


Fig. 11. Lateral displacements for model foundation

주변토의 전단변형관계를 고려하지 않은 경우로 생각할 수 있으나 후자의 영향이 더 큰 것으로 판단된다.

따라서 단일 drain에 의한 해석은 실제의 경우에 비해 과소 평가될 가능성이 있다고 본다.

Fig. 11은 모형지반의 유한요소해석에 의한 각각 성토재하 직후와 암밀방치기간 400일에서 성토재하 끝지점의 깊이에 따른 측방변위를 나타낸 것으로 비배수 재하 직후에는 전단변형만 발생하므로서 모든 경우가 같다. 그러나 암밀중에는 암밀속도 지역의 크기에 따라 Case 8, 7, 6, 5 순서로 측방변위도 커짐을 알 수 있다.

이러한 결과는 측방변위가 파괴인자로 중요한 영향을 미치는 성토지반의 장기안정 문제 시 주목해야 할 사항으로 판단된다.

나. 실제지반에의 적용

Fig. 12는 실제지반의 모래층과 점토층이 접하는 Fig. 6 B지점의 실측침하치와 여러 가지 경우에 대한 해석결과를 나타낸 것이다. 그림에 보인 바와 같이 본문을 통해 개발된 유한요소해석결과와 실측치와는 좋은 대응관

계를 갖고 있으며 모델 지반의 해석결과와 마찬가지로 well저항에 따른 차이는 크지 않다. 또한 단일 drain에 대한 해석결과는 smear의 대소에 따라 큰 차이를 보여주고 있으며 본 해석에서는 $\eta = k_{ho}/k_{hs} = 2$ 인 경우 압밀 후 반부에서는 차이를 나타내고 있지만 전반적으로 실측치와 잘 부합하고 있음을 알 수 있어 모델지반에 대한 해석결과와 마찬가지로 단일 drain에 의한 해석결과는 과소 평가될 가능성 있다.

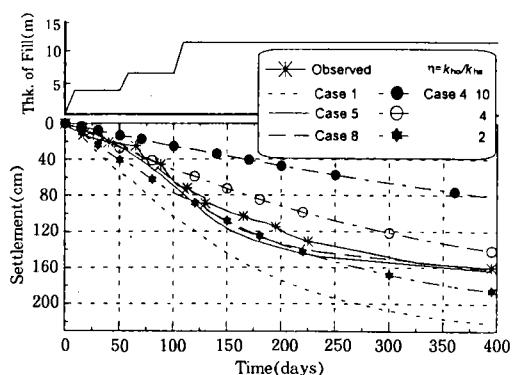


Fig. 12. Settlements for actual foundation

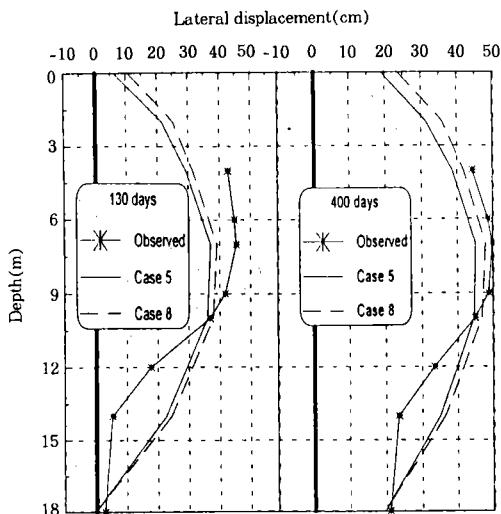


Fig. 13. Lateral displacements for actual foundation

Fig. 13은 Fig. 6의 성토끝 부분의 깊이에 따른 측방변위를 나타낸 것으로 각각 그 시기는 단계하 직후와 압밀방치 기간인 400일에서의 결과이다. 그럼에 나타난 바와 같이 전반적으로 비슷한 분포를 보여주어 해석의 적응성은 있다고 판단된다. 또한, 해석에 있어서의 smear와 well저항을 모두 고려한 경우 (Case 8)가 그렇지 않은 경우(Case 5)보다 더 잘 부합된다.

이와 같은 해석결과는 모델지반의 결과에서와 마찬가지로 smear 및 well저항에 따른 압밀속도의 자연으로 전단변형이 증가하여 측방변위가 더 크게 나타난 것임을 알 수 있다.

Fig. 14는 성토재하단계와 압밀동안의 간극수압분포를 나타낸 것으로 유한요소해석결과는 실측치와 다소 차이를 보이고 있지만 유사한 경향으로서 해석의 적응성은 좋다고 보여진다. 다만, 이러한 결과는 실제 drain 타설시 발생할 수 있는 과잉간극수압의 잔류에 따른 영향 등으로 판단된다.

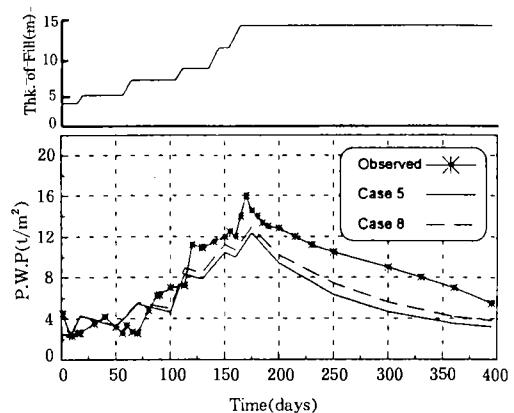


Fig. 14. Excess pore water pressure for actual foundation

IV. 결 론

지금까지 연직 drain 지반에 대한 단일 drain 해석법과 유한요소법을 이용한 변형해

석법을 모델 지반과 실제 지반에 적용하여 얻은 결과를 정리하면 다음과 같다.

1) 연직 drain 지반의 변형해석에 있어서 성토재하 동안의 기초지반의 변형은 전단 변형이 큰 영향을 미치므로 축방변형을 구속하는 단일 drain 해석보다는 본문에서와 같이 전단변형을 고려할 수 있는 변형해석법을 적용하는 것이 실제에 더 잘 일치함을 알 수 있었다.

2) 연직 drain 지반에 대해 평면변형률을 적용한 변형해석 결과는 smear 및 well저항의 고려여부에 따른 변화폭이 크지 않으면서도 실제 지반의 변형거동을 잘 표현하였지만 단일 drain 해석법을 적용한 경우에는 그 차이가 매우 크고 민감하여 해석에 있어서 smear 및 well저항의 정도를 주의 깊게 설정할 필요가 있음을 알 수 있었다. 또한, 본문 해석에서는 동일 drain 조건에서 단일 drain 해석결과가 유한요소법에 비해 과소평가되는 경향이 있었다.

3) 축방변위는 smear 및 well저항을 받는 경우가 그렇지 않은 경우에 비해 암밀지연에 따른 영향으로 더 크게 발생하는 것으로 보여지며, 실제의 경우가 이와 같을 때 smear 및 well저항을 고려하지 않는 연직 drain 성토지반의 안전평가는 과소평가 될 수 있음을 알 수 있었다.

4) 본 연구에서의 유한요소 변형해석법을 실제지반에 적용한 결과 좋은 적용성을 보였으나 축방변위와 간극수압의 분포에서는 약간의 차이를 보이고 있어 앞으로 3차원 변형해석법의 적용 또는 drain재 타설에 따른 초기 잔류간극수압 등을 고려한 해석법의 연구가 더 진행될 필요가 있다고 생각된다.

본 논문은 1995년도 한국과학재단 학
심전문연구과제(과제번호 : 951-1202-
035-2) 지원에 위해 수행된 것으로 본
재단에 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

- Atkinson, J. H. and Bransby, P. L., "The mechanics of soils. An introduction to critical state soil mechanics", McGraw Hill, 1978.
- Barron, R. A., "Consolidation of fine grained soils by drain wells", Trans. ASCE, Vol. 113, pp. 718-734, 1948.
- Biot, M. A., "General theory of three-dimensional consolidation", Journal of applied physis, Vol. 12, pp. 155-164, 1941.
- Casagrande. L. and Poulos, S., "On the effectiveness of sand drains", Canadian Geot. J, pp. 287, 1966.
- Christian, J. T. and Boehmer, J. W., "Plane strain consolidation by finite elements", Journal of the soil mechanics and foundation division, ASCE, No. 96, SM4, July, pp. 1435-1457, 1970.
- Desai, C. S., "Elementary Finite Element Method", Prentice Hall, pp. 172-200, 1979.
- Hansbo, S., Jamiolkowski, M. and Kok, L., "Consolidation by vertical drains", Geotechnique, Vol. 31, No. 2, 1981.
- Onoue, A., Ting, N., Germaine, N. J., Whitman, R. V. and Mori, N., "Smear zone around a drain pile and well resistance of drains", Proceedings of the international conference on geotechnical engineering for coastal development, Yokohama, pp. 245-250, 1991.
- Roscoe, K. H. and Burland, J. B., "On the generalized stress-strain behavior of 'wet' clay", Engineering plasticity, Cambrige Univ, Press, pp. 535-609, 1968.
- Sandhu, R. S. and Wilson, E. L., "Finite

- element analysis of seepage in elastic media”, J. Eng. Mech. Division, ASCE, Vol.95, No. EM3, pp. 641-652, 1969.
11. Yoshikuni, H. and H. Nakanodo, H., “Consolidation of soil by vertical drain wells with finite permeability”, Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, pp. 35-46, 1974.
12. 吉國 洋 ベーチカルドレーン工法の設計と施工管理, 技報堂, 1979.
13. 이진수, 이문수, 개량연약지반의 모형실험
과 변형해석법, 한국농공학회지, 제36권 제4호, pp. 73-86, 1994
14. 박병기, 이문수, 이진수, “유한요소법에 의한 지증응력의 해석”, 대한토질공학회지, 창간호, pp. 73-83, 1985.
15. 이문수, “유한요소법에 의한 다차원 압밀의 변형해석”, 고려대학원 박사학위논문 1984.
16. 포항종합제철 주식회사, “침하 안전관리 종합보고서,” 1986.