

待機體系의 整備戰略 決定方法

(A Decision Method of Optimal Maintenance Strategy for Standby System)

河碩太*, 崔永洙**

Abstract

This study develops a maintenance strategy for a reparable 2-unit standby system. The maintenance strategy implies the waiting time to call the repair facility when the unit-1 fails. Almeida and Souza set up the multi-attribute utility function consisting of system availability and repair cost for several maintenance strategies and decide the optimal maintenance strategy that maximize the expected value of the utility function.

We decide the optimal maintenance strategy satisfying the following two criteria about the utility function : maximum expected value and minimum variance using Almeida and Souza's utility function. If both criteria are not satisfied at the same time for every strategies, the strategy maximizing the lower confidence limit for expected utility function is regarded as an optimal one.

* 국방대학원

** 해군본부 기획참모부

1. 서 론

본 연구는 2-unit standby system의 unit 1이 고장일 때, 수리지연시간을 판단하는 여러 가지 정비전략 중에서 최적정비전략을 선택할 수 있는 의사결정모형을 수립한다.

지금까지 2-unit standby system에 관한 연구들은 의사결정문제보다 대부분 체계효과를 얻는데 관심을 두었으나, Almeida 등[1,2]은 수리지연시간에 대한 여러 가지 정비전략대안 중 최적정비전략을 결정할 수 있는 의사결정모형을 제시하였다.

Almeida와 Souza[1]는 2-unit standby system의 unit 1이 고장시 수리지연시간에 대한 여러 가지 정비전략 중에서 최적정비전략을 얻을 수 있는 의사결정모형을 제시하였다. 고장률과 수리율은 일정하며, 이것들은 전문가의 사전신념과 경험에 의해 얻어진다고 가정된다. 서로 상충되는 체계가용도와 비용의 요구량들은 다양한 속성의 효용함수로 조합되며, 효용함수의 기대값이 최대인 전략이 최적정비전략으로 고려된다. 여기에서 정비전략대안은 unit 1의 고장시 수리를 시작하기 위한 여러 종류의 대기시간계획들(schemes of waiting time)을 의미한다.

Almeida와 Bohoris[2]는 Almeida와 Souza의 의사결정모형에 형상모수(shape parameter)가 2인 감마 수리시간분포를 도입하였다. 이 연구에서 감마척도모수(scale parameter)의 불확실성은 전문가의 사전신념이나 경험에서 나온 베이즈 접근방법(Bayes approach)으로 처리되었으며 기타의 의사결정모형, 정비정책 구조 및 수치 등은 Almeida와 Souza의 연구와 동일하게 적용하여 효용함수의 기대값이 최대인 전략을 선택하는 의사결정모형을 제시하였다.

본 연구의 목적은 2-unit standby system에 Almeida와 Souza의 효용함수를 도입하여 각 정비전략에 대한 효용함수의 기대값, 분산 및 기대효용함수의 신뢰구간을 구하고, 각 결과들을 비교 및 분석하여 최적정비전략을 선택하는 의사결정방법을 제시하는 것이다.

본 연구의 대상은 2-unit standby system이며 이것을 구성하고 있는 각 unit은 동일하며 각각의 고장시간과 수리시간은 율(rate)이 일정한 지수분포를 따른다. 이 체계의 unit이 고장일 때 이것을 수리하기 위한 수리시설은 단지 한 개이다. 의사결정모형의 효용함수는 가용도결정변수인 체계불가동시간 TI와 비용결정변수인 C를 조합한 Almeida와 Souza의 효용함수를 이용한다.

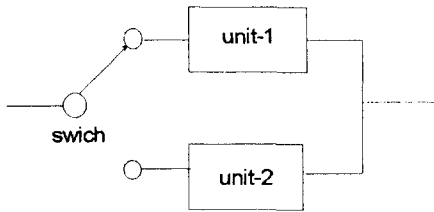
본 연구에서는 대상체계의 unit 1이 고장일 때 서로 다른 수리지연시간에 관한 여러 가지 정비전략들을 설정하고 이들에 대한 효용함수의 기대값과 분산을 구한다. 그리고, 전략별 결과값들을 비교 및 분석하여 효용함수의 기대값이 최대이고 분산이 최소인 정비전략을 최적정비전략으로 선택한다. 그러나 효용함수의 기대값이 최대이고 분산이 최소가 되지 않는 경우에는 효용함수의 기대값에 대한 신뢰구간의 하한값이 최대인 전략을 최적정비전략으로 선택한다.

2. 정비전략결정모형 설정

2.1 모형설정

본 연구의 대상체계는 <그림 1>과 같이 두 개의 unit으로 구성된 대기체계이다. 대기체계에서 unit 1

이 고장일 때 unit 2가 작동되므로 체계가 고장상태는 아니다. 여기에서는 unit 1이 고장일 때 다양한 수리지연시간에 대한 여러 가지 정비전략들의 효용함수의 기대값과 분산을 구하여 의사결정권자가 최적정비전략을 선택할 수 있는 의사결정모형을 유도한다.



<그림 1> 2-unit standby system

본 연구의 가정사항은 다음과 같다:

- (1) 두 개의 unit들은 동일하며, 각 unit의 상태는 가동과 불가동 두 가지 뿐이다.
- (2) 한 개의 수리시설만 존재한다.
- (3) 고장시간 및 수리시간은 지수분포를, 고장수는 포아송분포를 따른다.
- (4) 고장난 unit이 수리 중일 때 다른 unit이 고장나면, 후자의 unit은 수리 중인 unit이 수리완료될 때까지 수리대기된다.
- (5) 고장률과 수리율은 통계적으로 독립이다.
- (6) 체계의 불가동시간(TI)과 비용(C)은 통계적으로 독립이다.

본 연구에서 사용되는 변수 및 모수들은 다음을 의미한다:

λ : unit의 고장률,

μ : unit의 수리율,

a_i : i번째 정비전략,

A : 정비전략집합; $A = \{a_i, i = 1, 2, \dots, n\}$,

t_{ai} : i 번째 정비전략의 수리지연시간,

T_0, T_1 : 각각 첫 번째 및 두 번째 unit의 고장 발생시간,

T_2 : 첫 번째 고장난 unit의 재작동시간,

TTR : 수리소요시간(확률변수) ($=T_2 - t_{ai}$),

C_i : i 번째 정비전략 선택시의 비용(확률변수),

FC_i : i 번째 정비전략 선택시의 고정비용,

VC_i : i 번째 정비전략 선택시의 변동비용,

CR_i : i 번째 정비전략 선택시의 수리비용률,

MCR_i : i 번째 정비전략 선택시 평균수리비용,

TI : 체계의 불가동시간(확률변수),

$U(TI, C)$: TI와 C에 대한 효용함수,

$U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)$: (λ, μ) 와 전략 a_i 가 주어졌을 때의 효용함수.

본 연구에서 대상체계의 unit 1이 고장일 경우에 TI, T_1 , T_2 및 t_a 간의 관계는 <그림 2>와 같이 다음 세 가지 상황이 존재한다.

(1) $T_1 > t_a$ 이고, $T_1 \geq T_2$ 일 경우: $TI = 0$.

(2) $T_1 > t_a$ 이고, $T_1 < T_2$ 일 경우:

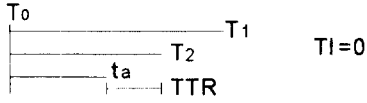
$$TI = T_2 - T_1 > 0.$$

(3) unit 1의 수리가 완료되기 전에 unit 2가 고장나는 긴급한 경우 : 즉시 수리설비를 요청하므로 $t_a = T_1$.

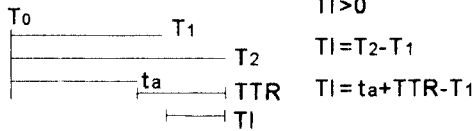
<그림 2>의 결과로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$TI = \max \{ 0, \min (t_a + TTR - T_1, TTR) \}. \quad (1)$$

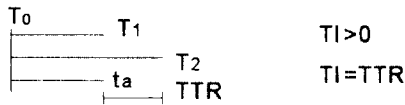
(1) $T_1 > t_a, T_1 \geq T_2$



(2) $T_1 > t_a, T_1 < T_2$



(3) $T_1 \leq t_a$



<그림 2> TI, T_1, T_2 및 t_a 간의 관계

C_i 는 정비전략 a_i 를 이용할 때 소요되는 비용이다.

Almeida와 Souza는 분석을 단순화하기 위하여 C_i 변수를 1로 두고 체계불가동시간(TI)변수 하나만 취급하였다. 그러나 본 연구는 C_i 를 확률변수 TTR의 함수형태로 표시한다.

C_i 는 고정비용(FC_i)과 변동비용(VC_i)의 합으로 식(2)와 같이 표시된다[1].

$$C_i = FC_i + VC_i, \quad (2)$$

여기에서 변동비용(VC_i)은 i 번째 대안의 평균수리비용(MCR_i)과 고장수(N)의 함수로 다음과 같다.

$$VC_i = \sum_{N=0}^{\infty} MCR_i \cdot N \cdot P\{N | \lambda\}.$$

고장수 N 은 포아송분포에 의해서,

$$VC_i = \lambda \cdot MCR_i. \quad (3)$$

i 번째 대안의 평균수리비용(MCR_i)은 수리비용률(CR_i)과 수리소요시간(TTR)의 함수로 식(4)와 같이 표시된다.

$$MCR_i = CR_i \cdot TTR. \quad (4)$$

식(4)를 식(3)에 대입하면 변동비용 VC_i 는

$$VC_i = \lambda \cdot CR_i \cdot TTR. \quad (5)$$

식(5)를 식(2)에 대입하면 C_i 는

$$C_i = FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR. \quad (6)$$

본 연구의 효용함수 $U\{TI, C_i\}$ 는 Almeida와 Souza의 연구결과에 의하여 식(7)과 같이 쓸 수 있다.

$$U\{TI, C_i\} = K_1 \cdot U\{TI\} + K_3 \cdot U\{C_i\}, \quad (7)$$

여기에서 K_1 과 K_3 는 양의 가중값이며, K_2 와 K_4 를 양의 상수라고 하면 $U\{TI\}$ 및 $U\{C_i\}$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$U\{TI\} = \exp(-K_2 \cdot TI),$$

$$U\{C_i\} = \exp(-K_4 \cdot C_i)$$

$$= \exp(-K_4 \cdot (FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR)).$$

체계불가동시간(TI)은 <그림 2>의 경우 (1), (2)에 의한 $TI = 0$ 과 경우 (3)에 의한 $TI > 0$ 의 두 가지 경우를 모두 포함하므로 효용함수는 식(8)과 같이 표시할 수 있다.

$$U(TI, C) = U(TI=0, C_i) + U(TI, C_i). \quad (8)$$

정비전략 a_i 와 (λ, μ) 가 주어졌을 때의 효용함수를 $U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)$ 라고 하면, 이것은 식(9)와 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i) &= U(TI=0, C_i) + U(TI, C_i) \\ &= K_1 \cdot U(TI=0) + K_3 \cdot U(C_i) \\ &\quad + K_1 \cdot \exp(-K_2 \cdot TI) + K_3 \\ &\quad \cdot \exp(-K_4 \cdot (FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR)). \end{aligned} \quad (9)$$

따라서, 식(9)의 기대값 즉, 효용함수의 기대값 $E[U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)]$ 는

$$\begin{aligned} E[U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)] &= E[K_1 \cdot U(TI=0) + K_3 \cdot U(C_i) \\ &\quad + K_1 \cdot \exp(-K_2 \cdot TI) \\ &\quad + K_3 \cdot \exp(-K_4(FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR))] \\ &= K_1(1 + E[\exp(-K_2 \cdot TI)]) + 2K_3 \\ &\quad \cdot E[\exp(-K_4(FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR))]. \end{aligned} \quad (10)$$

TI와 C는 통계적으로 독립이라는 가정에 따라, 효용함수의 분산은 식(11)과 같다.

$$\begin{aligned} Var[U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)] &= Var[K_1 \cdot U(TI=0) + K_3 \cdot U(C_i) \\ &\quad + K_1 \cdot \exp(-K_2 \cdot TI) + K_3 \\ &\quad \cdot \exp(-K_4(FC_i + \lambda \cdot CR_i \cdot TTR))] \\ &= K_1^2 \cdot Var[\exp(-K_2 \cdot TI)] \\ &\quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\ &\quad \cdot Var[\exp(-K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot TTR)]. \end{aligned} \quad (11)$$

<그림 2>와 식(1)에 따라 $F_{TTR}(t_i)$ 는

$$\begin{aligned} F_{TTR}(t_i) &= P(TI \leq t_i, T_1 > t_{a_i}) \\ &\quad + P(TI \leq t_i, T_1 \leq t_{a_i}). \end{aligned} \quad (12)$$

$P(TI \leq t_i, T_1 > t_{a_i})$ 는 <그림 2>의 경우 (1)과 (2)에 의해서,

$$\begin{aligned} P(TI \leq t_i, T_1 > t_{a_i}) &= P(t_{a_i} + TTR - T_1 \leq t_i, T_1 > t_{a_i}) \\ &= P(TTR \leq t_i + T_1 - t_{a_i}, T_1 > t_{a_i}), \end{aligned}$$

따라서, TTR의 적분구간은

$$TTR \leq t_i + T_1 - t_{a_i}.$$

가정사항에서, 고장시간과 수리시간은 지수분포를 따른다고 가정하였으므로, 확률변수 T_1 의 확률밀도 함수 $f_{T_1}(t_1)$ 을

$$f_{T_1}(t_1) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t_1),$$

확률변수 TTR의 확률밀도함수 $f_{TTR}(ttr)$ 을

$$f_{TTR}(ttr) = \mu \cdot \exp(-\mu \cdot ttr)$$

라고 하자. 이때 TTR과 T_1 의 결합확률밀도함수는 식(13)과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} &P\{TI \leq t_i, T_1 > t_{a_i}\} \\ &= \int_{T_1 > t_{a_i}} \int_{TI \leq t_i} f_{TI, T_1}(t_i, t_1) dt_i dt_1 \\ &= \int_{T_1 > t_{a_i}} \int_{TTR \leq t_i + t_1 - t_{a_i}} f_{TTR, T_1}(ttr, t_1) dttr dt_1 \\ &= \int_{t_{a_i}}^{\infty} \int_0^{t_i + t_1 - t_{a_i}} f_{TTR}(ttr) \cdot f_{T_1}(t_1) dttr dt_1 \\ &= \int_{t_{a_i}}^{\infty} \int_0^{t_i + t_1 - t_{a_i}} \mu \cdot \exp(-\mu \cdot ttr) \\ &\quad \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t_1) dttr dt_1 \\ &= \left[1 - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot \exp(-\mu \cdot t_i)\right] \exp(-\lambda \cdot t_{a_i}). \end{aligned} \tag{13}$$

$P\{TI \leq t_i, T_1 > t_{a_i}\}$ 는 <그림 2>에서 ($T_1 \geq T_2$, $TI = 0$) 과 ($T_1 < T_2$, $TI > 0$)의 두 조건을 모두 포함하고 있다.

식(13)에서

$$P\{TI = 0\} = \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{a_i}). \tag{14}$$

$P\{TI \leq t_i, T_1 \leq t_{a_i}\}$ 는 <그림 2>의 경우 (3)에 의해서 다음과 같이 표시될 수 있다.

$$P\{TI \leq t_i, T_1 \leq t_{a_i}\} = P\{TTR \leq t_i, T_1 \leq t_{a_i}\},$$

여기에서 TTR의 적분구간은 $[0, t_i]$ 이고, T_1 의 적분구간은 $[0, t_{a_i}]$ 이다. TTR과 T_1 의 결합확률밀도함수는 식(15)와 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned} &P\{TI \leq t_i, T_1 \leq t_{a_i}\} \\ &= \int_{TI \leq t_i} \int_{T_1 \leq t_{a_i}} f_{TI, T_1}(t_i, t_1) dt_i dt_1 \\ &= \int_{TTR \leq t_i} \int_{T_1 \leq t_{a_i}} f_{TTR, T_1}(ttr, t_1) dttr dt_1 \\ &= \int_0^{t_i} \int_0^{t_{a_i}} f_{TTR}(ttr) \cdot f_{T_1}(t_1) dttr dt_1 \\ &= \int_0^{t_i} \int_0^{t_{a_i}} \mu \cdot \exp(-\mu \cdot ttr) \\ &\quad \cdot \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot t_1) dttr dt_1 \\ &= [1 - \exp(-\mu \cdot t_i)][1 - \exp(-\lambda \cdot t_{a_i})]. \end{aligned} \tag{15}$$

식(12)에 식(13)과 식(15)를 대입하고 이것을 정리하면,

$$\begin{aligned}
F_{TI}(t_i) &= \left[1 - \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \cdot \exp(-\mu \cdot t_i) \right] \\
&\quad \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{ai}) + [1 - \exp(-\mu \cdot t_i)] \\
&\quad \cdot [1 - \exp(-\lambda \cdot t_{ai})] \\
&= 1 + \left[\left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{ai}) - 1 \right] \\
&\quad \cdot \exp(-\mu \cdot t_i).
\end{aligned}$$

(16)

$$\begin{aligned}
f_{TI}(t_i) &= \frac{d}{dt_i} \cdot F_{TI}(t_i) \\
&= \frac{d}{dt_i} \cdot P\{TI \leq t_i \mid (\lambda, \mu), a_i\} \\
&= \mu \cdot \exp(-\mu \cdot t_i) \\
&\quad \cdot \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai}) \right].
\end{aligned}$$

(19)

식(10)에서 효용함수의 기대값을 구하면,

TI의 CDF는 $P\{TI=0\}$ 과 $\int_0^{t_i} f_{TI}(t_i) dt_i$ 를 모두 포함하므로,

TI = 0 일 때,

$$\begin{aligned}
P\{TI=0 \mid (\lambda, \mu), a_i\} \\
= \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{ai}).
\end{aligned}$$

(17)

TI > 0 일 때,

$$\begin{aligned}
P\{TI \leq t_i \mid (\lambda, \mu), a_i\} \\
= 1 + \left[\left(\frac{\mu}{\lambda + \mu} \right) \cdot \exp(-\lambda \cdot t_{ai}) - 1 \right] \\
\quad \cdot \exp(-\mu \cdot t_i).
\end{aligned}$$

(18)

$f_{TI}(t_i)$ 는 TI의 CDF를 미분하여 식(19)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
E[U(TI, C_i \mid (\lambda, \mu), a_i)] \\
= K_1(1 + E[\exp(-K_2 \cdot TI)]) \\
+ 2K_3 \cdot E[\exp(-K_4(FC_i \\
+ \lambda \cdot CR_i \cdot TTR))] \\
= K_1(1 + \int_0^\infty \exp(-K_2 \cdot t_i) \\
\cdot f_{TI}(t_i) dt_i) + 2K_3 \int_0^\infty \exp(-K_4(FC_i \\
+ \lambda \cdot CR_i \cdot ttr)) \cdot f_{TTR}(ttr) dttr \\
= K_1 \left[1 + \int_0^\infty \exp(-K_2 \cdot t_i) \right. \\
\quad \cdot \mu \cdot \exp(-\mu \cdot t_i) \\
\quad \cdot \left. \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai}) \right] dt_i \right] \\
+ 2K_3 \int_0^\infty \exp(-K_4(FC_i \\
+ \lambda \cdot CR_i \cdot ttr)) \cdot \mu \\
\quad \cdot \exp(-\mu \cdot ttr) dttr.
\end{aligned}$$

(20)

식(20)을 정리하면 효용함수의 기대값은 식(21)과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & E\{U\{TI, C_i \mid (\lambda, \mu), a_i\}\} \\
 &= K_1 \left(1 + \frac{\mu}{K_2 + \mu}\right) \\
 & \quad \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai})\right] \\
 & \quad + \frac{2K_3 \cdot \mu}{K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i + \mu} \exp(-K_4 \cdot FC_i).
 \end{aligned} \tag{21}$$

식(11)에서 효용함수의 분산을 구하면,

$$\begin{aligned}
 & Var[U\{TI, C_i \mid (\lambda, \mu), a_i\}] \\
 &= K_1^2 \cdot Var[\exp(-K_2 \cdot TI)] \\
 & \quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\
 & \quad \cdot Var[\exp(-K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot TTR)] \\
 &= K_1^2 \left[\int_0^\infty \exp(-2K_2 \cdot t_i) \cdot f_{TI}(t_i) dt_i \right. \\
 & \quad \left. - \left[\int_0^\infty \exp(-K_2 \cdot t_i) \cdot f_{TI}(t_i) dt_i \right]^2 \right] \\
 & \quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\
 & \quad \cdot \left[\int_0^\infty \exp(-2K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot ttr) \right. \\
 & \quad \cdot f_{TTR}(ttr) dttr \\
 & \quad \left. - \left[\int_0^\infty \exp(-K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot ttr) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \cdot f_{TTR}(ttr) dttr \right]^2 \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= K_1^2 \left[\int_0^\infty \exp(-2K_2 \cdot t_i) \right. \\
 & \quad \cdot \mu \cdot \exp(-\mu \cdot t_i) \\
 & \quad \cdot \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai})\right] dt_i \\
 & \quad - \left[\int_0^\infty \exp(-K_2 \cdot t_i) \right. \\
 & \quad \cdot \mu \cdot \exp(-\mu \cdot t_i) \\
 & \quad \cdot \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai})\right] dt_i \left. \right]^2 \\
 & \quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\
 & \quad \cdot \left[\int_0^\infty \exp(-2K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot ttr) \right. \\
 & \quad \cdot \mu \cdot \exp(-\mu \cdot ttr) dttr \\
 & \quad \left. - \left[\int_0^\infty \exp(-K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i \cdot ttr) \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. \cdot \mu \cdot \exp(-\mu \cdot ttr) dttr \right]^2 \right].
 \end{aligned} \tag{22}$$

식(22)를 정리하면 효용함수의 분산은 식(23)과 같이 표시될 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & Var[U\{TI, C_i \mid (\lambda, \mu), a_i\}] \\
 &= K_1^2 \left[\frac{\mu}{2K_2 + \mu} \left(1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai})\right) \right. \\
 & \quad \left. - \left[\frac{\mu}{K_2 + \mu} \left(1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{ai})\right) \right]^2 \right] \\
 & \quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\
 & \quad \cdot \left[\left(\frac{\mu}{2K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i + \mu} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left(\frac{\mu}{K_4 \cdot \lambda \cdot CR_i + \mu} \right)^2 \right].
 \end{aligned} \tag{23}$$

최적정비전략으로써 효용함수의 기대값을 최대화 하고 효용함수의 분산을 최소화하는 a_i 를 선택한다 :

$$\begin{aligned}
 & \text{Max}_{a_i} (E[U\{TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i\}]) \\
 & = K_1 \left(1 + \frac{\mu}{K_2 + \mu} \right) \\
 & \quad \left[1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{a_i}) \right] \\
 & \quad + \frac{2K_3 \cdot \mu}{K_4 \cdot \lambda \cdot CR_{i+\mu}} \cdot \exp(-K_4 \cdot FC_i).
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{a_i} (Var[U\{TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i\}]) \\
 & = K_1^2 \left[\frac{\mu}{2K_2 + \mu} \left(1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{a_i}) \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left[\frac{\mu}{K_2 + \mu} \left(1 - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \exp(-\lambda \cdot t_{a_i}) \right) \right]^2 \right] \\
 & \quad + 4K_3^2 \cdot \exp(-2K_4 \cdot FC_i) \\
 & \quad \cdot \left[\left(\frac{\mu}{2K_4 \cdot \lambda \cdot CR_{i+\mu}} \right) \right. \\
 & \quad \left. - \left(\frac{\mu}{K_4 \cdot \lambda \cdot CR_{i+\mu}} \right)^2 \right].
 \end{aligned} \tag{25}$$

여러 가지 정비전략 중 최적정비전략은 식(24)와 식(25)를 동시에 만족시키는 즉, 효용함수의 기대값이 최대이고 분산은 최소가 되는 전략이다. 그러나 두 식을 동시에 만족시키지 못하는 경우에는 효용함수의 기대값에 대한 신뢰구간의 하한값이 최대인 전략을 최적정비전략으로 선택한다.

2. 2 수치 예제

2-unit standby system의 각 unit은 동일하며 각

각의 고장과 수리시간은율이 일정한 지수분포이다. 가용도와 비용의 상충된 요구량을 조합한 효용함수의 계수들은 Almeida와 Souza의 통신체계에 관한 수치자료인 <표 1>을 적용한다.

<표 1> 각 정비전략의 효용함수에 대한 자료

구분 정비전략	t_{a_i}	FC_i	CR_i	K_i
a_1	0	75	0.325	$K_1=60$
a_2	7	26.25	0.1625	$K_2=0.1$
a_3	31	0	0.1375	$K_3=40$
a_4	360	0	0.075	$K_4=3.82$

standby system을 구성하고 있는 unit 1이 고장일 때 수리지연시간에 대한 네 개의 정비전략 즉, $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ 를 고려하자. 여기에서 각각의 전략은 다음을 의미한다:

- a_1 : 수리지연이 없는 정비전략으로, 고장발생 즉시 모든 가용자원들과 절차를 동원하여 수리시설을 이용하는 정비전략이다. 이 경우 수송비와 수리인건비가 매우 비싸다.
- a_2 : 주간 일과시간(월요일-금요일)과 주말기간 (토요일 8:00시-일요일 18:00시)에는 수리지연이 없고, 주중야간 중에만 수리지연이 존재하는 정비전략이다. 따라서 주말기간에 별도의 수리 체계가 필요하다.
- a_3 : 저렴한 가격으로 수리하기 위하여 주간의 과업 시간에만 수리지연이 없고, 주중의 야간과 주말에는 초과근무를 피하기 위하여 수리를 지연시키는 정비전략이다.

a_4 : 자원들이 다른 수리에 사용될 수 있도록 하기 위하여 수리지연이 허용된다. 이 전략은 동시에 수리를 위한 수리시설을 요구할 때 수리지연도 고려한다. 이 정비전략은 수리비용은 가장 저렴하지만 가용도는 가장 낮다.

<표 1>의 자료가 주어진 상태에서 λ 및 μ 가 주어지면 식(24) 및 식(25)에 의하여 효용함수의 기대값과 분산을 각각 계산할 수 있다. 그러나 식(24)와 식(25)를 동시에 만족시킬 수 없는 경우도 존재할 수 있으며 이 경우에는 평균효용함수의 신뢰구간을 이용하여 최적정비전략을 결정한다.

효용함수의 평균추정량(확률변수) \bar{U} 가 평균 $E[U]$, 분산 $Var[\bar{U}]$ 인 정규분포를 따른다고 하면 i 번째 대안에 대한 $E[U]$ 의 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\left[\bar{U} - z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{U}_i}, \bar{U} + z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\bar{U}_i} \right]$$

여기에서,

$$\bar{U} = E[U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)],$$

$$\sigma_{\bar{U}_i} = (Var[U(TI, C_i | (\lambda, \mu), a_i)])^{1/2}.$$

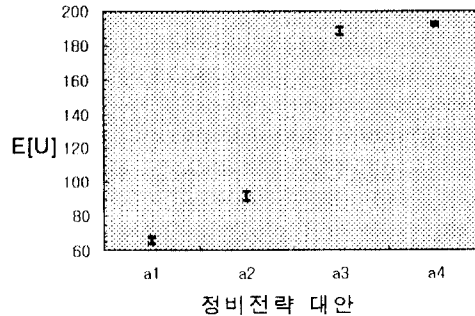
경우 1 : $\lambda = 0.11, \mu = 0.98$

각 전략에 대한 효용함수의 평균추정량에 대한 기대값, 분산 및 평균효용함수의 95% 신뢰구간은 <표 2>와 같고, 각 전략별 평균효용함수의 신뢰구간은 <그림 3>과 같다.

< 표 2> 경우 1의 결과

구분 전략	기대값	분산	평균효용함수의 신뢰구간
a_1	65.49439	27.15376	[63.63, 67.35]
a_2	91.77993	73.52390	[88.71, 94.83]
a_3	188.37310	28.77645	[186.46, 190.28]
a_4	191.95200	8.40054	[190.92, 192.98]

<표 2>에서 알 수 있듯이 네 가지 정비전략 중에서 정비전략 a_4 가 기대값이 최대이고 분산이 최소이다. <그림 3>에서도 정비전략 a_4 의 하한값이 다른 전략보다 높다. 그러므로 정비전략 a_4 를 최적정비전략으로 선택한다.



<그림 3> 경우 1의 신뢰구간

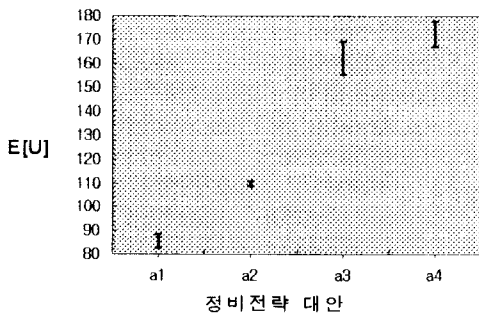
경우 2 : $\lambda = 0.52, \mu = 0.51$

각 전략에 대한 효용함수의 평균추정량에 대한 기대값, 분산 및 평균효용함수의 95% 신뢰구간은 <표 3>과 같고, 각 전략별 평균효용함수의 신뢰구간은 <그림 4>와 같다.

<표 3> 경우 2의 결과

구분 전략	기 대 값	분 산	평균효용함수의 신뢰구간
a ₁	85.32549	66.41307	[82.41, 88.23]
a ₂	109.51190	10.08768	[108.38, 110.64]
a ₃	162.26260	382.83050	[155.26, 169.26]
a ₄	172.07780	213.42690	[166.85, 177.29]

<표 3>에서 정비전략 a₄ 는 기대값이 최대이지만 분산은 최소가 아니므로 식(24)와 식(25)를 동시에 만족시킬 수 없다. 그러나 <그림 4>에서 정비전략 a₄ 는 신뢰구간의 하한값이 다른 전략보다 높다. 따라서 정비전략 a₄ 를 최적정비전략으로 선택한다.



<그림 4> 경우 2의 신뢰구간

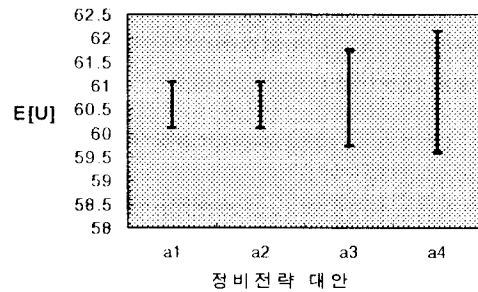
경우 3 : $\lambda = 0.999, \mu = 0.001$

각 전략에 대한 효용함수의 평균추정량에 대한 기대값, 분산 및 평균효용함수의 95% 신뢰구간은 <표 4>와 같고, 각 전략별 평균효용함수의 신뢰구간은 <그림 5>와 같다.

<표 4>에서 정비전략 a₄ 는 기대값이 최대이지만 분산은 최소가 아니므로 식(24)와 식(25)를 동시에 만족시킬 수 없다. 그러나 <그림 5>에서 정비전략

< 표 4> 경우 3의 결과

구분 전략	기 대 값	분 산	평균효용함수의 신뢰구간
a ₁	60.59346	1.75403	[60.1191, 61.0669]
a ₂	60.59406	1.75575	[60.1199, 61.0681]
a ₃	60.74623	7.82523	[59.7450, 61.7470]
a ₄	60.87260	12.83914	[59.5898, 62.1542]



<그림 5> 경우 3의 신뢰구간

a₁ 은 신뢰구간의 하한값이 다른 전략보다 높다. 따라서 정비전략 a₁ 을 최적정비전략으로 선택한다.

위의 세 가지 경우에서와 같이 네 가지 정비전략 중에서 식(24)와 식(25)를 동시에 만족시키는 경우는 효용함수의 기대값이 최대이고 분산이 최소가 되는 전략을 선택한다. 그러나 효용함수의 기대값이 최대이고 분산이 최소가 아닌 경우는 효용함수의 기대값에 대한 신뢰구간의 하한값이 최대인 전략을 최적정비전략으로 선택하므로써 의사결정의 불확실성을 감소시킬 수 있다.

3. 결 론

지금까지의 2-unit standby system에 관한 연구들은 최적정비전략 의사결정문제보다는 대부분 체계 효과를 얻는데 관심을 두었으나, Almeida 등은 수리 지연시간에 대한 여러 가지 정비전략대안 중에서 최적정비전략을 수학적 모형으로 선택할 수 있는 의사결정모형을 연구하였다.

Almeida와 Souza는 고장률과 수리율이 일정한 2-unit standby system의 체계가용도와 비용의 서로 상충되는 요구량들을 다양한 속성의 효용함수로 조합하여, 효용함수의 기대값이 최대인 전략을 선택하는 의사결정모형을 제시하였다.

본 연구는 2-unit standby system에 Almeida와 Souza의 효용함수를 도입하여, 대상체계의 unit 1이 고장일 때 이것의 서로 다른 수리지연시간에 대한 n개의 정비전략을 구성하고 각 전략에 대한 효용함수의 기대값과 분산을 구하였다. 그리고 두 결과를 비교 및 분석하여 최적정비전략을 선택하는 의사결정 방법을 제시하였다.

본 연구의 최적정비전략 의사결정모형은 2-unit standby system의 정비전략 선택시 효용함수의 기대값이 최대이고 분산은 최소가 되는 전략이다. 그러나 효용함수의 기대값이 최대이고, 분산이 최소가 아닌 경우는 효용함수의 기대값에 대한 신뢰구간의 하한값이 최대인 전략을 최적정비전략으로 선택한다. 본 연구에서 제시된 모형은 대기체계의 최적정비전략을 선택하는 판단기준으로 매우 유용하게 이용될 수 있을 것이다.

본 모형을 현실문제에 적용하기 위해서는 다음과 같은 과제들이 발전되어야 할 것이다.

첫째, 본 연구는 Almeida와 Souza의 효용함수를 도입하여 사용하였으나 주어진 현실문제에 적합한

효용함수를 구성하여 연구할 필요가 있다.

둘째, 본 연구에서는 고장시간과 수리시간은율이 일정한 지수분포로 가정하였으나 현실문제에 맞는 고장시간과 수리시간의 확률분포를 적용한 연구가 기대된다.

참 고 문 헌

1. Almeida, A. T. and F. M. C. de Souza, "Decision Theory in Maintenance Strategy for a 2-Unit Redundant Standby System," *IEEE Trans. Reliability*, vol. 42, 1993, Sep, pp. 401-407.
2. Almeida, A. T. and G. A. Bohoris, "Decision Theory in Maintenance Strategy of Standby System with Gamma Distribution Repair-Time," *IEEE Trans. Reliability*, vol. 45, 1996, Jun., pp. 216-219.
3. Keeney, R. L. and H. Raiffa, *Decision with Multiple Objectives : Preferences and Value Trade-Offs*, John Wiley & Sons, New York, 1976.