

## 회전다중 홀로그래를 이용한 선 및 원 파라미터화를 위한 Hough 변환의 광학적 구현

신동학 · 장주석

부경대학교 정보통신공학과

(1998년 8월 4일 받음, 1998년 9월 22일 최종수정본 받음)

회전다중 홀로그래를 이용하여 일반화된 Hough 변환 필터를 광학적으로 제작할 수 있음을 설명하였다. 제안된 방법의 타당성을 실험적으로 보이기 위해 선소와 원을 동시에 검출하는 필터를 회전다중과 각다중을 사용하여 제작하였다. 몇몇 패턴에 대한 Hough 변환의 기초 실험 결과를 보고한다.

### I. 서 론

Hough 변환은 인식하고자 하는 패턴의 직선을 효율적으로 검출할 수 있는 알고리즘이다. 이를 보다 일반화시킨 알고리즘이 일반화된 Hough 변환이다.<sup>[1]</sup> 이 변환은 입력패턴에서 임의의 모양을 가지는 패턴들을 추출할 수 있는 방법이며, 영상 처리나 패턴인식 분야에서 사용되어지고 있다.<sup>[2,3]</sup> 디지털 컴퓨터를 이용하여 Hough 변환을 실시간적으로 구현하는 것은 많은 반복 계산이 필요하기 때문에 작은 패턴에 대해 제한된다. 하지만 Hough 변환의 광학적 구현은 광의 병렬성을 이용함으로써 큰 영상에 대한 실시간의 Hough 변환을 쉽게 얻을 수 있다.

Hough 변환의 광학적 구현을 위한 다양한 방법들이 연구되어 왔다. Dove 프리즘을 이용하거나 혹은 직접적으로 입력패턴을 회전시키는 방법 등이 있는데 이들 시스템은 회전을 위한 기계적인 동작이 필수적이며 빠른 처리가 힘들다.<sup>[4,5]</sup> 또한, CGH를 이용한 Hough 변환 방법이 많이 연구되었는데 이들의 경우에는 필터를 제작하는 과정이 복잡하다는 단점이 있다.<sup>[6,7]</sup>

최근, 두께가 얇은 홀로그래 기록매질의 작은 면적에 많은 수의 홀로그래를 기록할 수 있는 방법으로 회전다중방법이 제안된 바 있다.<sup>[8,9]</sup> 우리는 회전다중 방법을 이용하여 선을 검출할 수 있는 Hough 변환 필터를 제작하는 방법을 제안한 적이 있다.<sup>[10]</sup> 본 논문에서는 우리의 광학적 Hough 변환 방법을 보다 확장하여 임의의 종류의 패턴에 대한 일반화된 Hough 변환을 얻을 수 있음을 설명하고자 한다. 이를 실험적으로 입증하기 위해 선에 대한 Hough 변환과 원에 대한 Hough 변환이 동시에 구현이 가능한 필터를 회전다중과 각다중 방법을 사용하여 홀로그래피적으로 제작하였다. 그리고 실험을 통해 일반화된 Hough 변환의 광학적 구현의 가능성을 보였다.

### II. 일반화된 Hough 변환

일반화된 Hough 변환은 인식하고자 하는 입력패턴으로부터

선소만은 추출하는 고전적인 Hough 변환을 확장한 방법으로 입력영상에서 임의의 모양의 패턴을 검출할 수 있다. 임의의 모양에 대한 일반화된 Hough 변환은 입력면(x, y)에서의 입력패턴을 아래의 변수들을 가지는 벡터공간으로 대응시킨다.

$$A = \{P, S, \theta\} \quad (1)$$

여기서  $P=(u, v)$ 는 검출하고자 하는 패턴의 기준원점, 일반적으로 중심위치를 나타내는 변수이고,  $S=(S_x, S_y)$ 는 직교하는 x,y축으로의 스케일 혹은 배율을 나타내는 변수이며, 그리고  $\theta$ 는 그 패턴의 회전각 변수이다. 검출하고자 하는 패턴이 결정이 되면 이들에 대한 식 (1)의 변수가 결정된다. 몇몇 해석적 패턴에 관련된 변수들을 표 1에 나타내었다. 예를 들어, 타원의 Hough 변환은 5차원의 변수 벡터공간을 필요로 한다. 본 논문에서는 실험의 편의를 위해 단순한 선과 원에 대한 Hough 변환을 실험하였다. 물론 같은 방법을 마찬가지로 사용하여 다른 임의의 모양에 대한 Hough 변환으로도 확장될 수 있다.

#### 2.1. 선 파라미터화를 위한 Hough 변환

2차원 입력패턴  $f(x, y)$ 의 선 파라미터화를 위한 Hough 변환  $F(\rho, \theta)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$F(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) f(x, y) dx dy \quad (2)$$

여기서  $\rho$ 는 투사축이고,  $\theta$ 는 투사각도이며,  $\delta$ 는 Dirac의 델타 함수이다. 선소 검출 결과는 투사축과 투사각도에 의한 2차원이 된다. 만약 입력패턴  $f(x, y)$ 가 Hesse의 표준방정식으로 표현된 어떤 직선  $x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0 = \rho_0$ 를 따라 유한 크기의 값이 라면, 그림 1(a)와 같이  $F(\rho, \theta)$ 는  $\rho = \rho_0, \theta = \theta_0$ 인 극좌표의 한 지점에 무한히 큰 값의 펄스가 된다. 일반적으로  $f(x, y)$ 는 여러 가지 길이의 선분모양으로 나눌 수 있으므로  $F(\rho, \theta)$ 는 여러 유한 크기의 펄스의 합으로 나타난다. 실제적인 문제에 있어서 작은 간격을 가지는 이산적인 투사각  $\theta$ 에 대해 변환을 수행하며, Hough 변환의 대칭적 성질때문에  $\theta$ 의 범위는  $0^\circ$ 에

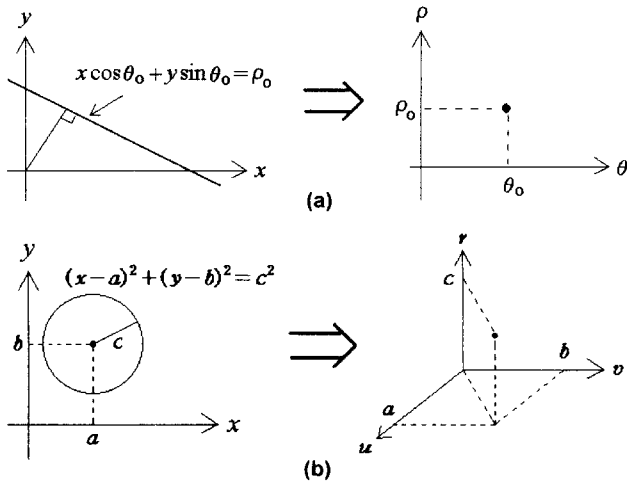


그림 1. 입력영상의 변수공간으로의 Hough 변환, (a) 선 파라미터화를 위한 Hough 변환, (b) 원파라미터화를 위한 Hough 변환.

서 360° 전 범위를 사용하지 않고 0°에서 180°범위내에서 수행하는 것이 일반적이다.

2.2. 원 파라미터화를 위한 Hough 변환

입력 (x, y) 평면에서 원의 중심을 나타내는 u와 v, 그리고 반경을 나타내는 r의 3가지의 파라미터로 정의 된다. 따라서 원 파라미터화를 위한 Hough 변환은 2차원 영상공간을 3차원의 벡터공간으로 변환한다. 이를 수식적으로 표현하면

$$F(u, v, r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \delta[(x-u)^2 + (y-v)^2 - r^2] f(x, y) dx dy \quad (3)$$

만약 f(x, y)가 원점(a, b)이고 반경이 c인 원을 포함하고 있다면, F(u, v, r)은 그림 1(b)와 같이 3차원 벡터공간에서(a, b, c)인 지점에서 첨두값을 가진다. 그리고 실질적으로 구현에 있어서 r은 이산적인 값을 사용한다.

III. 선 및 원 파라미터화에 대한 Hough 변환의 광학적 구현

회전다중 방법을 사용하여 N개의 패턴  $h_i(x, y)$  (여기서  $i=1, 2, \dots, N$ )들에 대한 다중 Vander Lugt 필터<sup>[11]</sup>를 그림 2(a)와 같이 제작한다고 하자(단순한 구조는 참고논문<sup>[10]</sup>에서 설명하였다). 즉,  $h_i(x, y)$ 의 Fourier 변환들은 원뿔모양의 방향으로  $\theta_i$ 의 각만큼 회전하는 기준빔 R과 기록된다. 여기서 기준빔과 z축사이의 각은  $\phi$ 이다. 이때 두께를 가지는 매질이라면 각  $\phi$ 를 변화시키면서 각다중을 사용할 수 있다. 렌즈  $L_1$ 은 공간광 변조기(SLM)에 표현되는 입력영상의 Fourier 변환을 수행하고,  $z=2f$ 에 위치한 기록매질에 Fourier 변환 홀로그램이 기록 되도록 한다. 여기서  $f$ 는  $L_1$ 의 초점거리이다. 그림 2(b)와 같이 다중 홀로그램으로 기록된 이 필터에 입력패턴  $f(x, y)$ 가 인가 되면 저장된 패턴들과의 상호상관(cross-correlation) 항을 병렬적으로 얻을 수 있으며, 다음과 같이 표현된다.

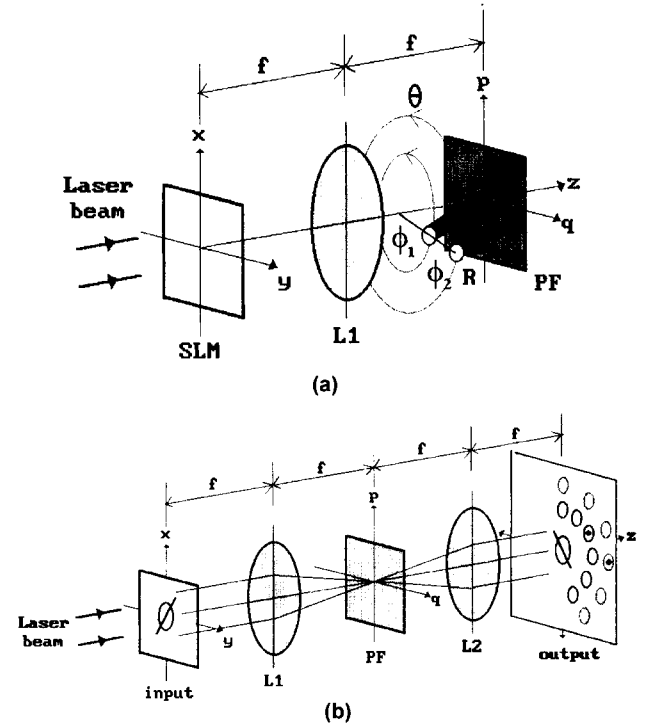


그림 2. (a) 각다중과 회전다중을 결합사용한 Hough 변환 필터를 제작을 위한 광학적 구성도, (b) Hough 변환 필터를 이용한 재생과정. PF, 광플러머; R, 기준빔.

$$c_i(u, v) = \iint h_i^*(x-u, y-v) f(x, y) dx dy \quad (4)$$

여기서 첨자  $i$ 는 1, 2, 3, ..., N을 나타내고, \*는 complex conjugate을 의미한다. 그러면  $f(x, y)$ 와  $h_i(x, y)$ 의 상호 상관  $c_i(x, y)$ 의 결과는 모든  $i$ 에 대해 병렬적으로 얻어지며, 회전다중으로 기록하였으므로 투과빔 주위로 등글게 나타난다.<sup>[10]</sup>

식 (4)에서 기록할 N개의 패턴들을, 원점 (x, y)=(0,0)을 통과하는 무한히 얇은 폭과 무한히 긴 길이를 가지고 반시계 방향으로  $\theta_i(i=1, 2, 3, \dots, N)$ 만큼씩 회전된 N개의 선소라 가정하여, 2차원 평면에 Dirac의 델타함수로 각각 표현하기로 하자. 이들이 y축으로부터 반시계 방향으로  $\theta_i$ 만큼 회전된 경우는  $\delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)$ 로 표현되어 진다. 그러면 식 (4)에서  $h_i(x, y)$ 을 선소  $\delta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)$ 로 대치하여 표현할 수 있다. 즉

$$c_i(u, v) = \iint \delta(u \cos \theta_i + v \sin \theta_i - x \cos \theta_i - y \sin \theta_i) f(x, y) dx dy \quad (5)$$

여기서  $\delta(x) = \delta(-x)$ 의 우함수 성질을 이용하였다. 그리고  $u \cos \theta_i + v \sin \theta_i$ 는 입력면에서 식 (5)의  $\delta$  함수와 원점 (x, y)=(0, 0) 사이의 거리이고, 이를  $\rho$ 로 표현할 수 있다. 그러면 극좌표에서 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$c_i(\rho, \theta_i) = \iint \delta(\rho - x \cos \theta_i - y \sin \theta_i) f(x, y) dx dy \quad (6)$$

이 식은 이산적 회전 간격을 가지는  $\theta_i$ 에 대한 Hough 변환의 식 (2)과 같다.

식 (4)에서  $h_i(x, y)$ 가 반경  $r_i$ 를 가지고 무한히 얇은 폭을 가지며 입력영상면의 중심 (x, y)=(0, 0)에 위치한 원이라면

$\delta(x^2+y^2-r_i^2)$ 으로 표현할 수 있다. 그러면 위와 같은 방법으로  $h_i(x, y)$  대신에 사용하면 다음과 같은 표현을 얻을 수 있다.

$$c_i(u, v, r_i) = \int \int_{-\infty}^{\infty} \delta[(x-u)^2+(y-v)^2-r_i^2] f(x, y) dx dy \quad (7)$$

식 (7)은 이산적 반경  $r_i (i=1, 2, \dots, N)$ 을 가지는 원에 대한 Hough 변환 식인 식 (3)과 같다. 같은 방법으로 입의의 모양에 대한 Hough 변환 필터를 얻기 위해서는 서로 다른 변수벡터  $A$ 를 고려하여 다중화 방법으로 기록해야 한다. 단, 여기서 공간 변수  $P=(u, v)$ 는 기록매질의 두께가 파장에 비해 매우 두껍지 않다면 Vander Lugt 필터의 공간불변적 성질 때문에 고려할 필요가 없다. 본 논문에서 회전다중화 방법을 사용하는 이유는 변위 불변적 성질을 갖는 얇은 매질에도 많은 수의 홀로그래를 다중 기록할 수 있기 때문이다.

본 논문에서 제안하는 방법은 서로 다른 두 종류의 Hough 변환을 수행할 수 있는 필터를 제작할 수 있다. 예를 들어 선과 원을 동시에 검출할 수 있는 필터를 제작하고자 할 경우, 다른 회전각  $\theta_i$ 에 선소패턴들을 각  $\phi_1$ 을 가지는 기준빔과 기록하고, 반면에 원들은 각  $\phi_2$ 의 기준빔과 기록하면 된다. 여기서  $\phi_1$ 과  $\phi_2$ 는 각다중 방법으로 얻어진다. 여기서  $\phi_1$ 과  $\phi_2$  사이의  $\Delta\phi$ 는 홀로그래피 기록매질의 각선택도보다는 커야 한다. 이와 같이 회전다중과 각다중을 결합하여 사용함으로써 다양한 패턴에 대한 Hough 변환을 동시에 구현할 수 있다. 만약 매질이 충분히 두꺼우면, 작은  $\Delta\phi$ 를 가진다. 그러나 이 경우 공간불변적 범위가 또한 줄어든다. 그러므로 기록매질의 두께와 공간불변적 성질사이의 trade-off가 있다.

식 (1)에서 변수의 차원은 2 이상이다. 그러나 식 (6)과 (7)의 상호상관 연산은 2차원 공간  $(u, v)$ 에서만 표현된다. 출력면  $(u, v)$ 의 범위는 기록매질의 두께에 의해 제한된다. 그리고  $u, v$  이외의 변수로의 차원 확장은 다중화 방법을 이용하여 얻어지는 것이다. 즉, 다른 변수에 대해 기록된 패턴과 입력영상과의 상호상관은 공간적으로 유한한 범위의 다른 출력 위치에서 얻어지기 때문이다. 만약 기준빔의 다중화 간격이 충분히 크다면, 다른 변수에 대한 상관영역은 서로 겹치지 않는 다. 이 개념은 영역분할에 의한 차원의 확장이며, 대략적인 형

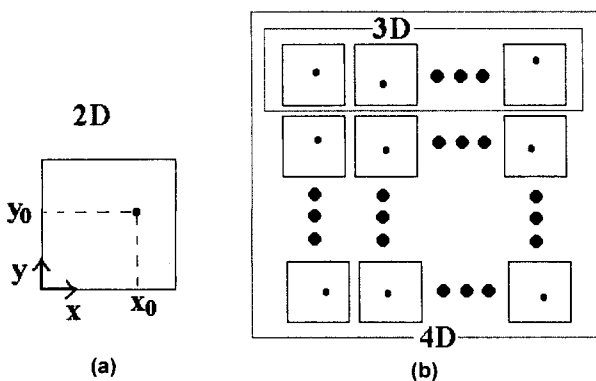


그림 3. (a) 이상적인 2차원 상관공간  $(u, v)$ , (b) 영역분할의 차원 확장. D, 차원.

태를 그림 3에 나타내었다. 단, 선 파라미터화를 위한 Hough 변환에 있어서, 변수공간의 차원은 단지 2이다. 그러나 필터 제작에 사용한 선소패턴이 무한한 길이를 가지므로 상호상관 값은 기록된 선소패턴에 수직인 방향만 나타나게 된다.<sup>[10]</sup> 따라서 입력영상과 선과의 상관면이 1차원이 되며, 이때에도 영역분할에 의한 차원의 확장이 회전각  $\theta$ 에 대해 필요해진다. 2차원 영상이 3차원 변수공간  $(u, v, r)$ 로 변환되는 원 파라미터화를 위한 Hough 변환에서는, 그림 3에서와 같이 원과 입력영상과의 상관면이 2차원이 되고, 반경  $r$  파라미터화의 차원이 하나더 필요하므로 마찬가지로 다중화를 통해 공간확장이 얻어진다.

#### IV. 실험결과

Hough 변환 필터를 제작하기 위한 기초 실험에서, 20  $\mu\text{m}$ 의 DuPont사의 HRF 투과형 광폴리머를 사용하였고, 광원으로는 514 nm의 아르곤이온 레이저를 사용하였다. SLM (Kopin Cyber- Display 320)에 표현되는 기록패턴들은 그림 4에 나타내었다. 선을 검출하기 위해 30°씩 회전된 6개의 방향선소와 원을 검출하기 위해 반경이 서로 다른 6개의 원으로 구성되었다. 선과 원을 동시에 검출할 수 있는 Hough 변환 필터는 6개의 회전다중과 2개의 각다중으로 12개의 홀로그래를 기록함으로써 얻었다. 이들 회전다중과 각다중을 동시에 구현하기 위한 기준빔의 제작은 참고 논문 [12]에서 구현한 두개의 썬기프리즘을 이용한 방법을 사용하였다. 각  $\phi_1=18^\circ$ 에서는 그림 4(a)의 방향선소들을 차례로 기준빔을 30°씩 회전하며 기록하였다. 그리고  $\phi_2=22^\circ$ 의 각으로 그림 4(b)의 원들을 차례로 30°씩 회전하며 다중기록하였다. 이렇게 함으로써 하나의 필터에 선소와 원을 동시에 검출할 수 있는 Hough 변환 필터를 완성하였다. 이때 광폴리머가 동일한 회절효율을 가지도록 홀로그래 반응의 선형영역을 사용하여 동일한 노출을 주었다.<sup>[13]</sup> 이들 각각의 회절효율은 약 0.03% 정도이었다. 이렇게 제작된 필터에 어떤 입력이 들어오면 그림 2(b)와 같이 원에 대한 결과는 선에 대한 결과 주위로 나타나게 된다.

제작된 필터에 기록할 때 사용한 패턴들이 차례로 입사한 경우의 자기상관(auto-correlation) 결과들을 그림 5에 나타내었다. 각각의 결과는 그림 4의 패턴들과 대응된다. 각각의 결과는 출력면  $(u, v)$ 에서 대응하는 위치에 CCD를 적절히 이동시키면서 얻어졌다. 다양한 패턴들에 대한 실험결과를 그림 6에 나타내었다. 여기서 선소로만 구성된 패턴과 원으로만

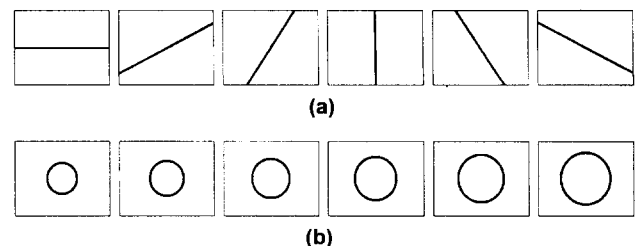


그림 4. (a) 선 파라미터화를 위한 Hough 변환의 입력패턴, (b) 원 파라미터화를 위한 Hough 변환의 입력패턴.

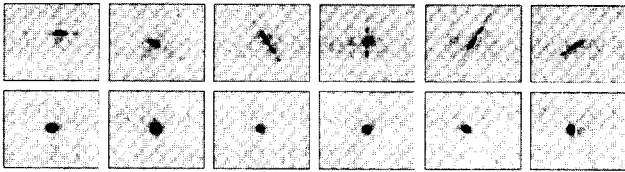


그림 5. 기록된 패턴들의 자기상관의 빔 분포 패턴. 그림 4의 패턴과 대응된다.

구성된 패턴 또 이들이 섞인 형태의 패턴에 대해 각각의 상관값을 잘 찾고 있음을 알 수 있다.

**V. 토의 및 결론**

Hough 변환의 정밀도를 높이기 위해서는 변수의 이산적 간격을 줄여 많은 패턴을 기록해야 한다. 그러나 홀로그래프를 많이 다중화하면 각 홀로그래프의 회절효율이 감소하므로 많은 수의 패턴을 한 지점의 필터에 구현하는 데에는 한계가 있다. 이러한 문제를 극복하기 위해서는 기록매질의 서로 다른 공간영역을 사용하는 공간다중화를 사용할 수 있다. 이 방법을

이용할 경우에는 기록된 필터를 공간적으로 이동시키며 변환 결과를 얻을 수 있다. 그러나 이때 기계적 움직임이 요구되므로, SLM에 나타난 패턴들을 빔분할기를 사용하거나 Dammann 격자 또는 홀로그래픽 렌즈를 사용하여 입력영상을 여러 개로 복사하여 공간다중화된 필터에 입력함으로써 병렬적으로 변환결과를 얻을 수 있을 것이다.

결론적으로, 본 논문에서는 회전다중 홀로그래프 기록 방법을 사용하여 일반화된 Hough 변환을 수행하는 필터를 제작할 수 있음을 설명하고 이에 대한 기초 실험을 하였다. 그 한 예로 선 파라미터화와 원 파라미터화를 동시에 얻을 수 있는 필터를 제작하였다. 이 방법을 이용하여 일반화된 Hough 변환도 마찬가지로 다중화를 통해 차원확장을 수행함으로써 구현될 수 있다. 예를 들어 타원 파라미터화를 위한 Hough 변환을 구현한다면 표 1에서와 같이 5차원의 변수가 필요하다. 타원과 입력영상의 상관면이 2차원이 되고, 다중화 방법을 이용한 공간분할방법을 이용하여  $S_x$ 와  $S_y$ 의 또 다른 2차원으로 확장될 수 있다. 그리고 타원의 회전변수  $\theta$ 는 입력영상 또는 필터를 회전함으로써 구현하거나 공간다중화 방법을 이용할 수 있을 것이다.

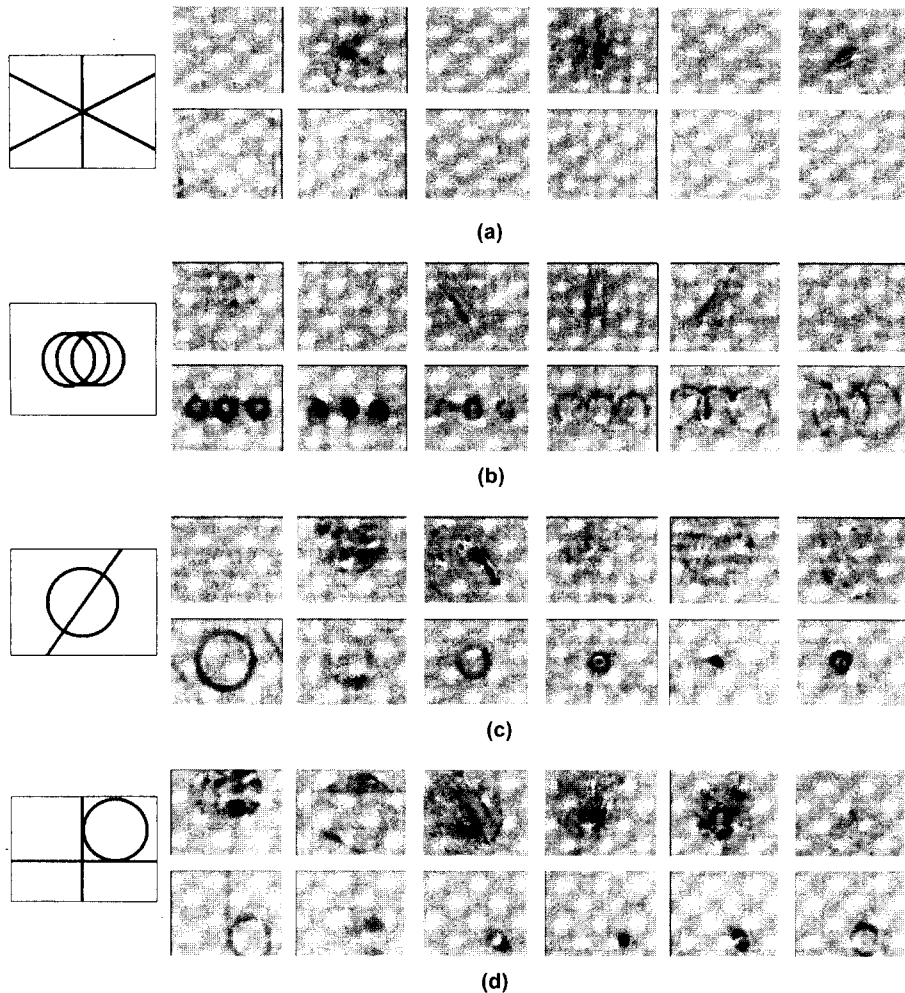


그림 6. 선과 원 검출을 위한 몇몇 패턴들에 대한 실험결과, (a) 선으로만 구성된 패턴, (b) 원으로만 구성된 패턴, (c)와 (d)선과 원이 혼합된 형태의 패턴, 각각의 결과는 그림 4의 패턴과 대응된다.

표 1. 입력패턴에 따른 변화가능한 파라미터

Input pattern	Parameters	Equation
Line	$ S  \equiv \rho$ (a scalar), $\theta$	$x \cos \theta + y \sin \theta = \rho$
Circle	$u, v,  S  \equiv r$ (a scalar)	$(x - u)^2 + (y - v)^2 = r^2$
Parabola	$u, v, S_x, \theta$	$(y - v)^2 = 4S_x(x - u)$ plus its rotation by $\theta$
Ellipse	$u, v, S_x, S_y, \theta$	$(x - u)^2/S_x^2 + (y - v)^2/S_y^2 = 1$ plus its rotation by $\theta$

본 논문에서 제안한 방법으로 제작된 필터를 사용하여 임의의 입력패턴에 대해 병렬적으로 빠른 Hough 변환을 수행할 수 있으며, 실시간적 처리가 가능하다. 이들 변환 결과를 이용하여 특징을 추출할 수 있고, 나아가 패턴인식에 사용되어질 수 있다.<sup>[14]</sup>

**감사의 글**

본 연구는 한국과학재단 핵심전문 연구비(961-0922-119-2) 지원으로 수행되었으며 지원에 감사를 드립니다.

**참고문헌**

[1] D. H. Ballard, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes", *Pattern Recognition*, **13**, pp. 111-122, 1981.  
 [2] R. M. Inigo, E. S. McVey, B. J. Berger and M. J. Wirtz, "Machine vision applied to vehicle guidance", *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* **PAMI-6**, p. 820, 1983.  
 [3] K. Y. Huanf, K. S. Fu, T. H. Sheen and S. W. Cheng, "Image processing of seismograms: (A) Hough transformation for the detection of seismic patterns; (B) Thinning processing in the seismogram", *Pattern Recognition* **18**, p. 429, 1985.

[4] W. H. Steier and R. K. Shori, *Optical Hough transform*, *Appl. Opt.*, **25**, pp. 2734-2738 1986.  
 [5] G. Eichmann and B. Z. Dong, "Coherent optical production of the Hough transform", *Appl. Opt.*, **22**, pp. 3641-3648, 1987.  
 [6] J. Richard, P. Vermeulen, E. Barnard and D. P. Casasent, "Parallel holographic generation of multiple Hough-transform slice", *Appl. Opt.*, **27**, pp. 4540-4545, 1988.  
 [7] P. Ambs, S. H. Lee, Q. Tian and Y. Fainman, "Optical implementation of the Hough transform by a matrix of holograms", *Appl. Opt.*, **25**, pp. 4039-4045, 1986.  
 [8] K. Curtis, A. Pu and D. Psaltis, "Method for holographic storage using peristrophic multiplexing", *Opt. Lett.*, **19**, pp. 993-994, 1994.  
 [9] J.-S. Jang and D.-H. Shin, "Parallel optical-feature extraction by use of rotationally multiplexed holograms", *Opt. Lett.*, **21**, pp. 1612-1614, 1996.  
 [10] D.-H. Shin and J.-S. Jang, "Optical implementation of the Hough transform by use of rotationally multiplexed holograms", *Appl. Opt.*, **37**, pp. 329-333, 1998.  
 [11] A. Vander Lugt, "Signal detection by complex spatial filtering", *IEEE Trans. Inform. Theory* **IT-10**, pp. 139-145, 1964.  
 [12] J.-S. Jang and D.-H. Shin, "Implementation of holographic storage system by combined use of rotational, angle, and shift multiplexing methods", presented Proc. SPIE (San Diego, July 1998).  
 [13] A. Pu, K. Curtis and D. Psaltis, "Exposure schedule for multiplexing holograms in photopolymer", *Opt. Eng.*, **35**, pp. 2824-2829, 1996.  
 [14] J.-S. Jang and D.-H. Shin, "Shift- and deformation-robust optical character recognition based on parallel extraction of simple features", *Proc. SPIE*, **3703**, pp. 265-276, 1997.

**Optical implementation of the Hough transform for both line and circle parameterization by use of rotationally multiplexed holograms**

Dong-Hak Shin, Ju-Seog Jang

*Department of Telematics Engineering, Pukyong National University, Pusan 608-737, Korea*

(Received August 4, 1998, Revised manuscript received September 22, 1998)

We explain that a holographic filter of the generalized Hough transform can be easily obtained by use of rotational multiplexing in hologram recording. To show the feasibility of our approach experimentally, we recorded the Hough transform filter of both line and circle parameterization by combined use of rotational and angle multiplexing. Experimental results on the Hough transform for a few input patterns are presented.