

백색광주사간섭무늬의 정점검출을 위한 이차다항식맞춤 알고리즘

박민철 · 김승우

한국과학기술원 기계공학과

(1998년 5월 5일 접수, 1998년 7월 21일 수정본 받음)

본 논문에서는 백색광주사간섭무늬의 정점검출을 위한 새로운 디지털처리 알고리즘을 제안한다. 본 알고리즘은 백색광주사간섭무늬의 가시도함수를 이차의 다항식으로 가정하고, 측정된 광강도 값들을 최소자승법을 이용하여 직접적으로 곡선맞춤하여 가시도함수의 정점의 위치를 검출한다. 기존의 정점검출 알고리즘들과 비교하여, 본 이차다항식맞춤 알고리즘은 가시도함수의 추출을 위한 별도의 연산이 요구되지 않아 $3N+29$ 의 작은 곱셈 계산량만으로 연산을 완료할 수 있다. 또한 최소자승법을 사용함으로써 간섭무늬가 갖는 외부 교란을 효과적으로 억제하여 안정된 해를 제공하는 장점을 갖는다.

1. 서 론

백색광주사간섭계(white light scanning interferometry)는 백색광의 넓은 주파수 영역으로 인한 짧은 가간섭거리(temporal coherence length)를 활용하여 미세표면의 삼차원 형상측정에 널리 응용되고 있다. 형상측정의 기본원리는 측정표면 또는 기준거울의 위치를 광축 방향으로 정밀 이송하면서, 이때 얻어진 간섭무늬의 정점을 검출함으로써 이루어진다. 단색의 레이저 광원과 비교하여 백색광의 가간섭거리는 수 μm 범위로 한정되며, 가시도의 최대정점의 위치가 분명하여 측정표면의 절대위상의 산출 시 2π -모호성(ambiguity)의 문제점으로부터 자유롭게 된다. 또한 중간 광학계로부터의 불필요한 회절에 의한 잡간섭(stray diffraction)이 제거된 측정표면과 기준거울만의 우수한 간섭무늬를 얻을 수 있다. 이러한 백색광주사간섭계는 최근의 마이크로컴퓨터의 연산능력의 급진적인 향상과 더불어 초정밀 표면의 검사를 요구하는 산업적 수요의 확대에 대응하여 널리 연구되고 있다.^[1]

백색광주사간섭계에 대한 다양한 연구 중 큰 중요성을 가진 분야가 간섭무늬의 최고 정점의 위치를 효과적으로 검출할 수 있는 알고리즘의 개발이다. 사용하고자 하는 정점검출 알고리즘의 특성은 백색광주사간섭계의 실제적 구성에 요구되는 정밀 이송메카니즘과 마이크로컴퓨터를 포함관 관련 전자회로의 하드웨어의 사양을 결정하며, 궁극적으로 형상측정의 정밀도와 측정시간에 직접적으로 연계된다. 이러한 이유로 지난 10여년간 효과적인 정점검출을 위한 방법에 대하여 많은 연구가 세계적으로 수행되고 있으며, 그 결과로 계산의 정확성, 계산량, 그리고 외부교란에 대한 강인성 면에서 우수한 여러 알고리즘들이 발표되고 있다. Kino와 Chim^[2,3]은 간섭무늬 신호를 푸리에 변환한 후 주파수 영역에서 가시도 성분만을 추출하여 이를 다시 역푸리에 변환하여 가시도함수를 획득하는 방법과 힐버트필터를 이용하여 공간 영역에서 가시도함수를 추출하는 방법을 제안하였다. Caber^[4]는 통신이론의 복조(demodulation)기술을 이용한 가시도함수 추출방법을, 그리고 Groot와 Deck^[5,7]은 푸리에 변환 후 주파수영역에서 신

호의 기울기가 위치정보를 포함하는 특성을 이용한 정점검출 알고리즘을 발표하였다. 또한, 기존의 위상천이간섭계에서 사용하고 있는 위상검출 알고리즘을 백색광 간섭무늬의 해석에 확장하려는 연구들도 수행되어 Larkin^[6]은 5-Bucket Algorithm을 그리고 Sandoz^[9]는 7-Bucket Algorithm을 제안하였다. 이와 더불어 Sandoz^[10]에 의해 웨이브렛 변환(wavelet transform)을 이용한 방법도 제시되었다.

본 논문에서는 기존의 알고리즘과 비교하여 새로운 방법으로 다항식맞춤을 이용한 정점검출 알고리즘을 제안한다. 본 알고리즘은 백색광주사간섭무늬의 가시도함수를 이차의 다항식으로 가정하고, 일정 간격의 주사를 통해 측정된 광강도 값들을 최소자승법(least squares technique)을 적용하여 가시도함수의 정점을 통해 간섭무늬의 정점을 검출한다. 기존의 대부분의 알고리즘들이 간섭무늬로부터 가시도함수를 먼저 추출하고, 다시 얻어진 가시도함수로부터 정점 산출을 위한 곡선맞춤을 시도하는 두 단계의 연산을 수행하는데 반하여, 본 알고리즘은 가시도함수의 세부적인 추출을 생략한 채 직접적으로 정점을 검출할 수 있는 특성을 갖는다. 아울러, 최소자승법을 적용함으로써 외부교란 신호에 대하여 안정된 해를 제공할 수 있는 장점이 있다.

2. 다항식맞춤 알고리즘

백색광주사간섭은 마이클슨(Michelson), 미라우(Mirau), 리닉(Linnik) 등 여러 형태의 간섭광학계를 통해 구현될 수 있다. 본 논문에서는 그림 1의 마이클슨 간섭계를 통해 제안하는 정점검출 이론을 설명한다. 형상측정에서 요구되는 간섭계의 주사이송은 측정물체를 광축의 z -방향으로 구동함으로써 구현한다. 측정물체 상의 특정 점의 높이를 $h(x, y)$ 라 하면, 주사거리 z 에 대한 간섭무늬의 광강도 변화는 다음과 같이 표현될 수 있다.^[11]

$$I(x, y, z) = I_B [1 + g(x, y, z) \cos\{2k(h(x, y) - z)\}]$$

여기서 $g(x, y, z)$ 는 간섭무늬의 가시도함수(coherence en-

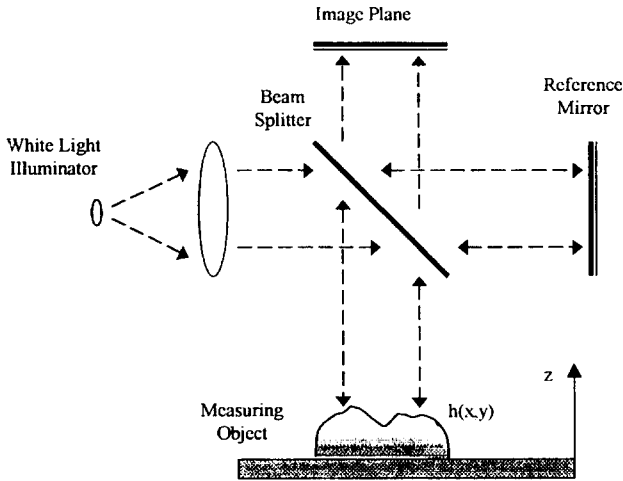


그림 1. 백색광 간섭계의 기본 원리.

velope function)를 의미한다. 또한, 위식에서 I_B 는 배경광의 강도, k 는 조명광의 중심 파장 λ_c 에 의해 결정되는 파동상수 (wavenumber, $k=2\pi/\lambda_c$)이다. 가시도함수의 해석적 해는 백색 광원이 포함하는 주파수 영역에서 각각 주파수의 간섭효과를 유한적분을 통해 다음과 같이 표현될 수 있다.^[1]

$$g(x, y, z) = \text{sinc} \{k(h(x, y) - z)\} = \frac{\sin k(h(x, y) - z)}{k(h(x, y) - z)} \quad (2)$$

그림 2는 텅스텐-할로젠 램프를 광원으로 사용할 경우의 대표적인 백색광주사간섭무늬를 보여준다. 가시도함수는 다파장의 백색광이 갖는 짧은 가간섭성에 의해 간섭의 범위를 제한 역할을 하며 이때의 가간섭거리 $\delta_s = \lambda_c^2 / \Delta\lambda$ 는 4 μm 정도이다.

식(1)을 살펴보면 백색광주사 간섭무늬의 최고 정점은 주사 거리 z 가 물체거리 h 와 일치할 때, 즉 $z=h(x,y)$ 인 경우 발생된다. 그러므로 측정표면의 각 점에서 발생된 각각의 간섭무늬에 대해 정점이 위치하는 z 값을 검출함으로써 값을 얻게 되고, 이를 측정표면의 모든 점에 대해 재구성하면 삼차원 형상 측정이 구현된다.

정점검출의 관점에서 전체 간섭무늬의 정점은 가시도함수의 정점과 일치함을 알 수 있다. 그리고 식(2)로부터 가시도함수는 $z=h(x, y)$ 인 점을 중심으로 대칭인 성질을 갖고 있음을

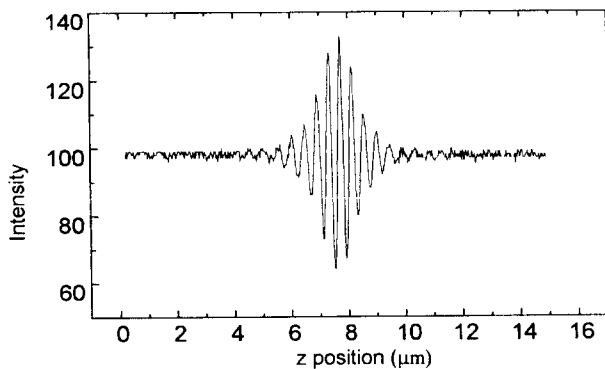


그림 2. 백색광 간섭 무늬.

알 수 있다. 이는 sinc 함수의 테일러 전개식을 통해서 쉽게 확인될 수 있다. 본 논문에서는 가시도함수의 정점을 적은 연산을 통해 효과적으로 검출하기 위한 의도에서 가시도함수를 이차의 다항식으로 근사한다. 그러면 식(1)의 광강도 함수는 좌표를 편의상 생략한 채로 다음과 같이 표현할 수 있다. 식(3)에서 a, b 는 가시도 함수를 이차 다항식으로 표현할 경우 계수항에 해당하고, 이 식을 전개하면 a_1, a_2, a_3 의 계수로 표현된다.

$$I(z) \approx I_B + I_B [a + b(h - z)^2] \cos(2k(h - z)) \\ = I_B + I_B [a_1 + a_2 z + a_3 z^2] \cos(2k(h - z)) \quad (3)$$

이차다항식의 가시도함수에서의 정점은 $z = -a_2/2a_3$ 에 존재하게 된다. 그러므로 측정된 광강도로부터 위식의 다항식 계수들의 구하면 정점의 위치를 검출하게 된다. 이를 위해 z 축상의 $z_i (i=1, 2, \dots, N)$ 위치에서의 광강도를 $I(z_i)$ 라하면, 이는 식(3)으로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$I(z_i) \approx I_B + I_B (a_1' + a_2' \delta_i + a_3' \delta_i^2) (\cos \delta_i \cos \theta + \sin \delta_i \sin \theta) \quad (4)$$

위 식에서 $\delta_i = 2kz_i, \theta = 2kh$ 이며, 미지수들은 세 개의 이차다항식 계수, 그리고 I_B 와 θ 를 포함하여 총 5개가 된다. 이들 미지수들을 최소자승법을 통해 산출하기 위해 모든 측정된 광강도에 대해 다음과 같이 오차함수를 정의한다. 아울러, 수식 전개 편의를 위해 계수 a_1', a_2', a_3' 는 a_1, a_2, a_3 로 치환하여 전개하였다.

$$E = \sum_{i=1}^N [I_i - I(z_i)]^2 \\ = \sum_{i=1}^N [I_i - I_B - I_B (a_1 + a_2 \delta_i + a_3 \delta_i^2) (\cos \delta_i \cos \theta + \sin \delta_i \sin \theta)]^2 \quad (5)$$

여기서 I_i 는 $I(z_i)$ 의 실제 측정값을 나타낸다. 그러면 모든 미지수들은 다음의 필요조건을 만족하도록 결정되어야 한다, 즉

$$\frac{\partial E}{\partial I_B} = \frac{\partial E}{\partial a_1} = \frac{\partial E}{\partial a_2} = \frac{\partial E}{\partial a_3} = \frac{\partial E}{\partial \theta} \quad (6)$$

그러나 상기 필요조건 만족하는 미지수들의 해를 구하는 데에는 많은 어려움이 따른다. 이는 식(5)에서 알 수 있듯이 오차함수 E 가 미지수들에 대해 높은 비선형을 갖고 있는 원인에 기인한다. 결과적으로 식(6)의 필요조건들이 비선형식으로 얻어지며, 이들을 동시에 만족하는 미지수들의 해를 구하기 위해서는 수치적 반복연산에 의존하여야 한다. 이러한 미지수 결정의 비선형 문제를 해결하기 위해 식(6)의 필요조건을 다음과 같이 재구성한다.

$$\frac{\partial E}{\partial I_B} = \frac{\partial E}{\partial (a_1 I_B \cos \theta)} = \frac{\partial E}{\partial (a_2 I_B \cos \theta)} = \frac{\partial E}{\partial (a_3 I_B \cos \theta)} \\ = \frac{\partial E}{\partial (-a_1 I_B \sin \theta)} = \frac{\partial E}{\partial (-a_2 I_B \sin \theta)} = \frac{\partial E}{\partial (-a_3 I_B \sin \theta)} = 0 \quad (7)$$

이는 회귀분석의 선형화 이론에 근거하여, 필요조건을 선형화할 수 있는 새로운 변수들을 원래의 미지수를 조합하여 정의한 결과이다. 측정된 광강도의 총 데이터 수 N 이 $N > 7$ 의

조건을 만족하면, 식(7)의 미분조건들은 식(5)를 직접 대입하여 다음의 행렬식으로 간략히 표현될 수 있다.

$$\begin{bmatrix} I_b \\ a_1 I_B \cos \theta \\ a_2 I_B \cos \theta \\ a_3 I_B \cos \theta \\ -a_1 I_B \sin \theta \\ -a_2 I_B \sin \theta \\ -a_3 I_B \sin \theta \end{bmatrix} = A^{-1}(\delta_i) B(I_i) \quad (8)$$

그리고 위식에서의 해를 구하기 위해 필요한 A와 B 행렬은 다음과 같이 정리된다.

$$A = \begin{bmatrix} N & \sum \cos \delta_i & \sum \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \cos \delta_i \\ \sum \cos \delta_i & \sum \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i^2 \cos^2 \delta_i \\ \sum \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i^2 \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i^3 \cos^2 \delta_i \\ \sum \delta_i^2 \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i^3 \cos^2 \delta_i & \sum \delta_i^4 \cos^2 \delta_i \\ \sum \sin \delta_i & \sum \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \delta_i \sin \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^4 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \delta_i^2 \sin \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^4 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \sin \delta_i & \sum \delta_i \sin \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \\ \sum \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \delta_i \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^4 \sin \delta_i \cos \delta_i \\ \sum \delta_i^2 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i \sin^2 \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin^2 \delta_i \\ \sum \delta_i^3 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^2 \sin^2 \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin^2 \delta_i \\ \sum \delta_i^4 \sin \delta_i \cos \delta_i & \sum \delta_i^3 \sin^2 \delta_i & \sum \delta_i^4 \sin^2 \delta_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

와

$$B = \begin{bmatrix} \sum I_i \\ \sum I_i \cos \delta_i \\ \sum I_i \delta_i \cos \delta_i \\ \sum I_i \delta_i^2 \cos \delta_i \\ \sum I_i \sin \delta_i \\ \sum I_i \delta_i \sin \delta_i \\ \sum I_i \delta_i^2 \sin \delta_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

위 식들에서 기호 \sum 는 $\sum_{i=1}^N$ 을 의미한다. 그리고 최종적으로 이차다항식의 성질을 이용하여, 식(8)의 해로부터 가시도함수의 정점 h_{peak} 를 다음과 같이 구할 수 있게 된다.

$$h_{peak} = \frac{1}{2k} \left(-\frac{a_2}{2a_3} \right) = \frac{1}{2k} \left(-\frac{a_2 I_B \cos \theta}{2a_3 I_B \cos \theta} \right) = \frac{1}{2k} \left(-\frac{a_2 I_B \sin \theta}{2a_3 I_B \sin \theta} \right) \quad (11)$$

다항식맞춤 알고리즘의 실제적인 구현에 있어서 중요한 변수의 하나가 간섭무늬의 주사간격 $\Delta z_i = z_i - z_{i-1}$ 이다. 앞에 설명된

최소 자승법에서는 주사간격이 임의로 결정되어도 가능함을 알 수 있다. 이는 주사간격이 특정 값을 갖는 등간격의 조건을 만족할 필요가 없음을 의미한다. 그러나 실제의 측정 수행 시에는 다음과 같은 등간격 조건을 만족하는 주사간격을 사용하는 것이 바람직하다.

$$\Delta \delta_i = \delta_i - \delta_{i-1} = \frac{2\pi}{M} \quad i = 1, \dots, N \quad (12)$$

여기서 M은 일반적으로 3 또는 4의 정수이며, 총 측정점의 수 N은 가간섭거리 범위 내에서 충분한 측정점이 확보되도록 결정한다. 특정 주사간격의 선택은 식(8)의 연산에 요구되는 A 행렬을 상수 행렬로 고정하는 장점을 제공한다. 다시 설명하면, 만일 M=4의 선택에 의해 $\Delta \delta_i$ 가 $\pi/2$ 이고 N이 4의 배수인 경우, 식(9),(10)의 A,B행렬은 다음과 같이 결정된다.

$$A = \begin{bmatrix} N & 0 & \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j-1} & \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j-1}^2 \\ 0 & N/2 & \sum \delta_{2j-1} & \sum \delta_{2j-1}^2 \\ \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j-1} & \sum \delta_{2j-1} & \sum \delta_{2j-1}^2 & \sum \delta_{2j-1}^3 \\ \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j-1}^2 & \sum \delta_{2j-1}^2 & \sum \delta_{2j-1}^3 & \sum \delta_{2j-1}^4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j} & 0 & 0 & 0 \\ \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j} & \sum (-1)^{j-1} \delta_{2j}^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ N/2 & \sum \delta_{2j} & \sum \delta_{2j}^2 \\ \sum \delta_{2j} & \sum \delta_{2j}^2 & \sum \delta_{2j}^3 \\ \sum \delta_{2j}^2 & \sum \delta_{2j}^3 & \sum \delta_{2j}^4 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$B = \begin{bmatrix} \sum I_i \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j-1} \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j-1} z_{2j-1} \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j-1} z_{2j-1}^2 \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j} \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j} z_{2j} \\ \sum (-1)^{j-1} I_{2j} z_{2j}^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

위 식들에서 \sum 는 $\sum_{i=1}^{N/2}$ 을 의미한다. 식(13)은 행렬 A가 일정 값을 갖게 하고, 식(8)의 A⁻¹ 역시 상수 값이 된다. 따라서, 삼차원 표면형상의 측정 시 A⁻¹은 (x, y) 좌표값에 무관하게 되고 매 측정점에 대하여 A⁻¹행렬의 계산을 반복할 필요가 없어진다. 따라서 다항식맞춤 알고리즘에 필요한 총 곱셈연산 수는 B행렬에 필요한 3N의 계산, 그리고 A⁻¹B, z_p, θ의 계산에 필요한 29의 연산을 합하여 총 3N+29가 된다. 결론적으로

로, 가시도함수를 이차다항식으로 가정하면 가시도함수의 정점추출을 비교적 적은 양의 행렬연산으로부터 직접적으로 얻을 수 있음을 알 수 있다. 기존의 정점검출 알고리즘에서는 Groot와 Deck^[5,7]의 방법을 제외한 나머지 알고리즘들은 가시도함수를 획득 한 후 다시 이로부터 가우시안 혹은 2차 곡선 맞춤을 통하여 정점을 계산한다.^[2,4,8,10] 이와 같은 방법들은 연산과정이 가시도함수의 추출과 정점검출의 두 단계로 분리되게 되어 계산량이 커지고, 계산 작업 자체가 복잡해지는 단점을 갖는다. 반면, 본 논문의 알고리즘은 한 단계의 행렬연산으로부터 가시도함수의 추출이 없이 직접적으로 정점을 추출할 수 있어 계산량을 줄일 수 있는 장점을 갖는다. 더욱이, 최소자승법의 도입은 측정 오차에 영향을 주는 기계의 진동(system vibration), 전기적 신호 오차(electrical error), 영상 획득시의 양자화 오차(quantization error), PZT구동 오차 등에 대해 강인성을 향상시키는 이득을 갖는다. 결국 본 알고리즘은 기존의 위상천이간섭계에서 사용되고 있는 최소자승법 알고리즘(least squares algorithm)^[11,12]의 확장된 형태로서 간주될 수 있다.

3. 알고리즘의 성능 평가

본 장에서는 앞에서 제안된 다항식맞춤 알고리즘의 정점검출에 대한 정확도, 외부 교란에 대한 강인성 등에 대한 검증을 위한 모의 실험(simulation)을 시도하였다. 이를 위해 먼저 측정되어야 하는 간섭무늬의 광강도는 다음 식을 이용하여 준비되었다.

$$I_i = RND \left\{ 100 + 100 \frac{\sin(2k(h - z_i))}{(2k(h - z_i))} \cos(2k(h - z_i) + \epsilon_{2i}) + \epsilon_{1i} \right\} \quad (15)$$

위 식에서 함수 $RND(x)$ 는 변수 x 에 가장 가까운 정수를 정의하며, 이는 아날로그 광강도 값을 컴퓨터로 입력할 디지털 변환하는 과정을 모사한다. 또한 ϵ_{1i} , ϵ_{2i} 는 광강도 획득 시 발생하는 외부 교란을 고려하기 위한 항들로써, 무작위 값(random value)을 자동 생성하여 대입된다. 신호의 디지털화는 8비트의 변환기를 사용하는 것으로 가정하여 최소 0에서

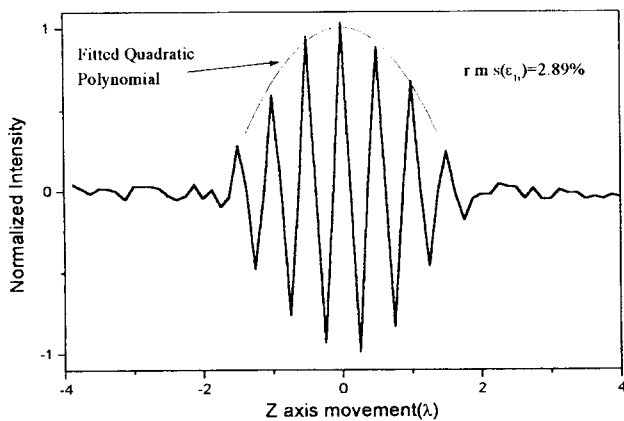


그림 3. 모의 실험에 의해 생성된 백색광 간섭 무늬.

255의 정수 값을 갖도록 하였다. 광강도의 평균 값은 100으로, 그리고 최대 가시도 진폭도 100으로 정하였다. 그림 3은 샘플링의 주사간격은 $\Delta\delta_i = \pi/2$ 로 하였을 때 모집되는 간섭무늬의 데이터를 보여 준다. 외부 교란은 ϵ_{1i} 로 고려되며 이때 교란의 정도는 교란의 rms(root-mean-square)의 값으로 조정된다. 모의 실험에서 재생한 간섭무늬의 이상적인 정점은 $z=0$ 인 점에 있고, 다항식 맞춤 알고리즘에 사용하는 샘플링 수 N 은 21로 하였다.

먼저, 다항식맞춤 알고리즘의 실제 정점검출에 대한 정확도에 대한 모의 실험의 결과를 설명한다. 먼저 그림 4(a)에서 보인 바와 같이 이상적으로 평활한 평면이 z 축 광축에 대해 특정 기울기의 높이분포를 갖는 이상적인 형상을 측정의 대상으로 가정하였다. 그리고 식(15)를 이용하여 이상적인 간섭무늬의 광강도 값을 $\Delta\delta_i = \pi/2$ 의 주사간격을 유지하면서 생성한 후 이를 측정값으로 대신하였다. 그리고 이 모사된 측정값들을 대상으로 본 논문에서 제시된 다항식맞춤 알고리즘을 적용하여 정점검출을 시도한 후 측정표면의 높이 분포 $h_m(x, y)$ 를 역으로 계산하였다. 그리고 최종적으로 실제값과 측정값의 편차인 측정오차를 $\Delta h(x, y) = h(x, y) - h_m(x, y)$ 와 같이 구한 후 그림 4(b)에 도시하였다. 본 검증에서는 외부 교란에 의한 측정오차 ϵ_{1i} , ϵ_{2i} 의 영향은 일단 모두 무시하였다.

그림 4(b)에서 선A는 가시도함수의 정점을 식(11)을 이용

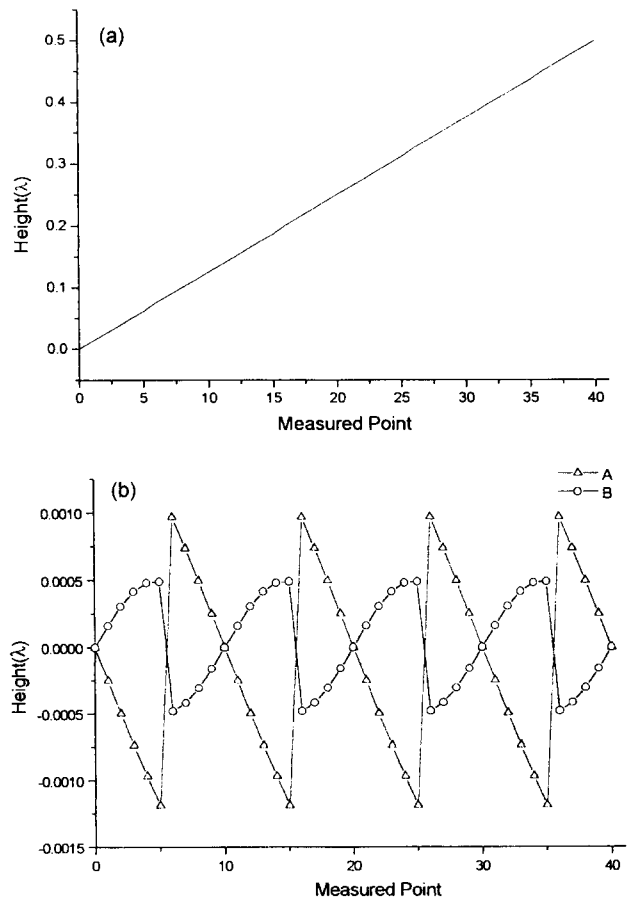


그림 4. (a) 높이 $\lambda/2$ 의 기울어진 면의 측정값, (b) 측정 오차 (A: $h_{peak} - h_{true}$, B: $h_{peak_phase} - h_{true}$).

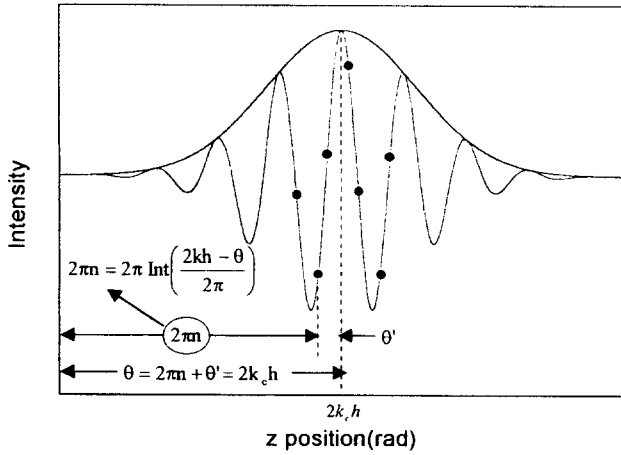


그림 5. 위상 값 θ 와 정점 h 의 관계.

하여 결정된 경우의 오차 값을 표시한다. 정점검출의 오차는 $\pm 0.0011\lambda$ 의 최대 값을 가지며 $\lambda/8$ 의 주기로 반복되고 있음을 알 수 있다. 오차의 주기는 주사간격 $\Delta\delta_i = \pi/2$ 와 일치되고 있으며, 이의 주요 원인은 가시도함수를 이차다항식으로 가정함에서 발생된다. 이러한 오차를 감소시킬 수 있는 하나의 대책으로는 위상값 θ 가 $\theta = 2k_c h$ 의 관계임을 이용하여 정점 h 를 산출하는 방법을 생각할 수 있다. 그림 5에서 보인 바와 같이 위상값 θ 는 정점 h 의 위치를 나타내지만, 위상 계산이 갖는 2π 모호성에 의하여 직접적으로 정점을 결정할 수 없게 된다. 즉 원점으로부터 떨어진 거리 중 $2\pi n$ 에 해당하는 거리는 바로 계산할 수 없게 된다. 하지만 n 이 정수인 특성을 이용하면 식(11)에 의해 계산된 정점 h_{peak} 로부터 n 을 역으로 계산할 수 있다. 그리고 위상값 θ 를 고려하여 다시 정점의 위치를 계산하면 다음의 식과 같게 된다.

$$h_{peak_phase} = \frac{\lambda}{2} \left(\frac{\theta}{2\pi} - RND \left\{ \frac{\theta - 2k h_{peak}}{2\pi} \right\} \right) \quad (16)$$

이때 위상값 θ 는 식(17)과 같이 계산된다.

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{a_1 I_B \sin \theta}{a_1 I_B \cos \theta} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{a_3 I_B \sin \theta}{a_3 I_B \cos \theta} \right) \quad (17)$$

그림 4(b)에서 선B는 위식의 h_{peak_phase} 를 이용한 정점 검출에서 발생한 측정 오차를 표시하고 있으며, 최대 오차값이 $\pm 0.0005\lambda$ 의 수준으로 감소하였음을 알 수 있다. 반면 오차의 $\lambda/8$ 주기성은 전과 동일하게 유지되고 있음을 알 수 있다.

그림 6은 외부 교란에 대한 정점검출 알고리즘의 강인성을 모의실험한 결과이다. 식(15)에서 ϵ_{1i} 는 기계의 진동, 전기적 신호 오차, 영상 획득시의 양자화 오차등을 고려하기 위한 변수이다. 그림 6(a)은 외부교란 ϵ_{1i} 의 rms의 수준을 가시도함수의 진폭(100)에 대하여 0~14.2%의 범위에서 변화 시키며 이때의 정점검출 오차를 도시하였다. 외부교란이 1.5% 수준보다 적을 때는 오차는 0.01 λ 의 범주에 있으며, 그 후 증가되어

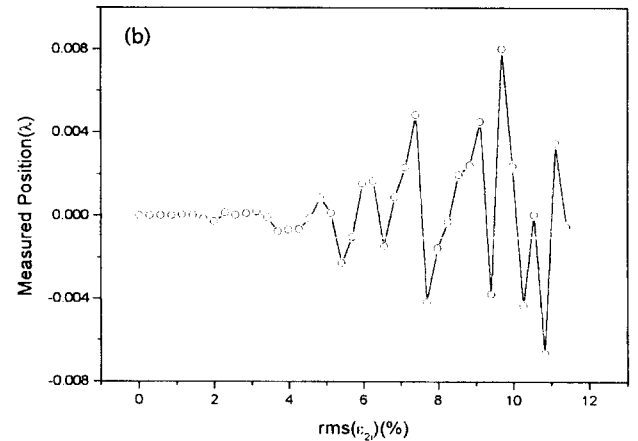
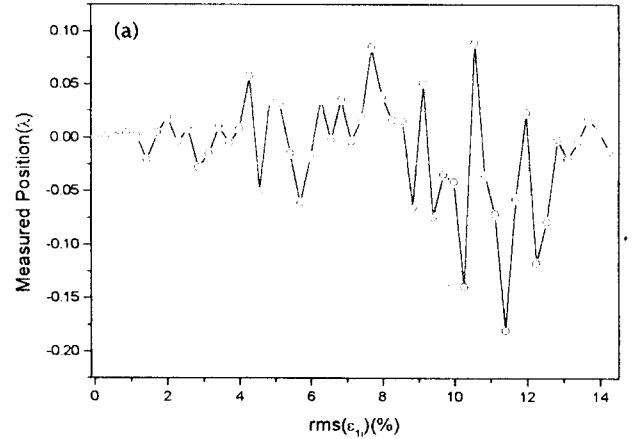


그림 6. 외부 교란의 변화에 따른 다항식 맞춤 알고리즘의 정점 검출 (a) ϵ_{1i} 의 영향, (b) ϵ_{2i} 의 영향.

전체적으로 오차는 0.09 λ ~ -0.18 λ 범위에 존재함을 보여주고 있다. 또한, 외부 교란 ϵ_{2i} 는 PZT구동 오차를 포함한 것으로서, 그림 6(b)는 이에 대한 모의 실험 결과가 수록되어 있다. 교란 값의 rms 크기는 구동간격($\lambda/8$)에 대하여 0~11.8%의 범위 내에서 변화를 주었다. 교란이 4%이내의 범주일 때는 거의 무시할 수 있는 범위의 오차를 발생시킨다. 전체적인 측정 오차의 범위는 0.008 λ ~ -0.006 λ 로써 무난한 수준에 머무르고 있음을 알 수 있다. 모의 실험 결과에서 본 알고리즘은 최소자승법을 적용하여 임의의 외부 교란에 강인한 특성을 갖고 있음을 확인할 수 있었고, 특히 PZT구동오차에 대하여 매우 안정적임을 알 수 있다.

표 1은 기존의 알고리즘들과 다항식맞춤 알고리즘의 계산 수를 비교한 것이다. 계산 효율은 고속 측정에 필수 요소이므로 측정 정확도, 외부 교란에 대한 강인성과 더불어 알고리즘

표 1. 알고리즘의 계산 수

	정점 계산에 필요한 계산 수
Adaptive Nonlinear Algorithm	2N+29
Frequency Domain Processing	N(log ₂ N+3)
Hilbert Transform	6N
Quadratic Polynomial Fitting	3N+29

N: 정점 검출시 획득한 데이터의 수

의 평가에 주요한 항목이 된다. 비교한 알고리즘들은 Kino^[3]의 힐버트 변환법(Hilbert Transform), Groot^[5]의 FDA(Frequency Domain Analysis), Larkin^[8]의 ANA(Adaptive Nonlinear Algorithm)이고, 이들의 연산 수는 각 참조문헌과 Larkin^[8]에 의해 정리된 것을 인용하였다. 힐버트 변환법^[3]은 필터크기를 19로 하였을 경우 가시도 함수 획득에 필요한 곱셈 계산 수는 6N이다. 이때, 산출된 계산 수는 정점 계산을 위한 곡선 맞춤과 위상 계산에 필요한 연산을 포함하지 않았다. FDA^[5]의 경우 백색광 간섭무늬의 푸리에 변환, 주파수 영역에서의 위상 값 연산, 기울기 맞춤에 $N(\log_2 N + 3)$ 의 연산이 필요하고,^[8] 더불어 언래핑(unwrapping), 0점 삽입(zero padding)등의 작업이 추가적으로 요구된다. ANA^[8]은 연산수가 $2N + 29$ 로서 효율적이고 간단한 연산 능력을 갖는다. 표 1에서 다항식맞춤 알고리즘은 $3N + 29$ 의 값으로 ANA 다음으로 적은 연산 수를 갖고 있다. 따라서, 계산 효율면에서 본 알고리즘은 비교적 우수한 성질을 갖고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 다항식맞춤을 이용하여 백색광주사간섭무늬의 정점검출 알고리즘을 제안하였다. 본 알고리즘은 백색광주사간섭무늬의 가시도함수를 2차곡선으로 가정하고, 최소자승법을 적용하여 간섭무늬의 정점의 위치와 정점에서의 위상값을 획득하는 방법이다. 이는 기존의 정점검출 알고리즘들이 가시도함수의 추출과 정점검출을 위한 곡선맞춤을 별도의 두 단계 연산에 의지하는 것과는 대조적으로 한 단계의 연

산으로 정점을 검출할 수 있는 장점을 갖는다. 아울러, 본 알고리즘은 기존의 위상천이간섭계에서 쓰이고 있는 최소자승법의 확장된 형태로서, 구동간격을 임의로 설정할 수 있고, 또한 외부교란에 매우 강한 장점을 갖는다. 이론적 모사방법에 의한 정확도 분석 결과에 의하면 외부교란이 없는 경우 최대 측정오차는 $\pm 0.0005\lambda$ 이며, 알고리즘의 계산량은 $3N + 29$ 의 곱셈을 요구하는 비교적 빠른 계산 속도를 갖고 있음을 확인하였다.

참고문헌

- [1] K. Creath, Proc. Fringe '97, Academic Verlag, 52-59 (1997).
- [2] G. Kino, S. Chim, Applied Optics, **29**(26), 3775 (1990).
- [3] S. Chim, G. Kino, Applied Optics, **31**(14), 2550 (1992).
- [4] P. Caber, Applied Optics, **32**(19), 3438 (1993).
- [5] P. Groot, L. Deck, Optics Letters, **18**(17), 1462 (1993).
- [6] L. Deck, P. Groot, Applied Optics, **33**(31), 7334 (1994).
- [7] P. D. Groot, L. Deck, J. of Modern Optics, **42**(2), 389 (1995)
- [8] K. Larkin, J. of Optical Society of America A, **13**(4), 832 (1996).
- [9] P. Sandoz, R. Devillers, A. Plata, J. of Modern Optics, **44**(3), 519 (1997).
- [10] P. Sandoz, Optics Letters, **22**(14), 1065 (1997).
- [11] D. Malacara, *Optical shop testing*, (John Willey and Sons, 1992) 501-598.
- [12] J. Greivenkamp, Optical Engineering, **23**(4), 350 (1984).

Quadratic polynomial fitting algorithm for peak point detection of white light scanning interferograms

Min-Cheol Park and Seung-Woo Kim

Korea Advanced Institute of Science and Technology

Department of Mechanical Engineering Yusong-gu, Taejon 305-701, Korea

(Received May 5, 1998, Revised manuscript received July 21, 1998)

A new computational algorithm is presented for the peak point detection of white light interferograms. Assuming the visibility function of white light interferograms as a quadratic polynomial, the peak point is searched so as to minimize the error sum between the measured intensity data and the analytical intensity. As compared with other existing algorithms, this new algorithm requires less computation since the peak point is simply determined with a single step matrix multiplication. In addition, a good robustness is obtained against external random disturbances on measured intensities since the algorithm is based upon least squares principles.