

평면형 병렬 메카니즘의 국소적 제어 특성에 관한 연구

A Study on the Control-in-the-Small Characteristics of a Planar Parallel Mechanism

김 희 국, 조 황, 김 재 섭

(Whee-Kuk Kim, Whang Cho and Jae-Seoub Kim)

Abstract : In this paper, output precision characteristics of a planar 6 degree-of-freedom parallel mechanisms are investigated, where the 6 degree-of-freedom mechanism is formed by adding an additional link along with an actuated joint in each serial subchain of the planar 3 degree-of-freedom parallel mechanism. Kinematic analysis for the parallel mechanism is performed, and its first-order kinematic characteristics are examined via kinematic isotropic index, maximum and minimum input-output velocity transmission ratios of the mechanisms. Based on this analysis, two types of planar 6 degrees-of-freedom parallel manipulators are selected. Then, dynamic characteristics of the two selected planar 6 degree-of-freedom parallel mechanisms, via Frobenius norms of inertia matrix and power modeling array, are investigated to compare the magnitudes of required control efforts of both three large actuators and three small actuators when the link lengths of three additional links are changed. It can be concluded from the analysis results that each of these two planar 6 degrees-of-freedom parallel mechanisms has an excellent control-in-the-small characteristics and therefore, it can be very effectively employed as a high-precision macro-micro manipulator when both its link lengths and locations of small and large actuators are properly chosen.

Keywords : isotropic index, micro-manipulator, control in the small, parallel mechanism, internal kinematics

I. 서론

일반 산업용 또는 상용 로봇의 대부분은 외팔보 형태의 직렬구조를 가지고 있으며 이러한 구조적 특성으로 인한 로봇말단에서의 처짐과 진동등을 최소화하기 위하여 로봇링크들의 관성중량은 매우 크게 설계된다. 따라서, 일반 직렬 로봇의 경우, 고중량의 구동액츄에이터들과 로봇링크들을 구동하게 됨으로써 많은 구동에너지가 요구될 뿐만 아니라 로봇의 고정밀도를 유지하기가 매우 어렵다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 대형 로봇(macro manipulator)의 말단에 소형 로봇(micro manipulator)을 부착하고 이를 활용하여 전체 로봇말단의 미세(微細)운동을 제어하는 방안이 연구되고 있다[1]-[5]. 이러한 소형 매니플레이터에 요구되는 주요특성은 작업공간의 크기는 대형 로봇매니플레이터에 비해 상대적으로 작을 지라도 대형 로봇 매니플레이터와 동일한 크기의 적재하중용량(load-capacity)을 제어할 수 있어야 하며 대형 로봇매니플레이터보다 빠르고 정밀한 운동을 수행할 수 있어야 한다. 따라서, 소형 로봇매니플레이터에는 소중량으로 충분한 토크를 발생시킬 수 있는 piezo-electric 액츄에이터가 주로 사용되고 있으나[1], 때때로, 작업공간을 크게 하기 위해서 magnetic field를 이용하기도 한다[2]. 한편, 최근에는 대형 로봇매니플레이터로부터 발생하는 진동오차를 수정하기 위해 추가적으로 대형 로봇매니플레이터의 말단에 소형 로봇매니플레이터를 활용하는 연구가 발표되었다[3]. 소형 매니플레이터들은 주

로 직렬구조 또는 병렬구조 대형로봇의 끝단에 부착되어 활용되고 있으며 이러한 대형-소형 로봇의 가장 간단한 구조인 두개의 링크로 이루어진 직렬 매니플레이터의 말단에서의 최대가속도를 내기 위한 소형로봇과 대형로봇의 링크길이비(l/L)의 선택에 관한 연구가 Salisbury와 Abramowitz에 의해 수행된 바 있다[4]. 그러나, 소형 로봇의 구조는 주로 병렬형 구조가 활용되고 있는데, 그 이유로는 병렬형 로봇의 경우 여러개의 구속체인으로 인하여 직렬형 로봇에 비하여 작업공간은 적지만 큰 적재하중용량과 높은 강성을 가지므로 고정밀도를 필요로 하는 작업에 더 적합하기 때문이다. 한 예로서, 최근에 비행 시뮬레이터로서 활용되고 있는 스투워드 플랫폼 구조를 활용하는 소형의 매니플레이터가 안과시술에 사용될 수 있도록 제작되었으며 성공적인 성능을 보이는 것으로 문헌에 보고되고 있다[5].

이러한 대형-소형 로봇의 경우, 대형로봇과 소형로봇은 각각 매크로 운동과 마이크로 운동을 담당하는 계층적인 제어구조를 취할 수 있으며, 특히, 대형 로봇에 의해 발생된 오차를 소형 로봇이 수정하는 형태의 제어방식을 국소적 제어(control in the small)[6]라 부르며 본 연구에서는 이러한 국소적 제어에 적합한 로봇의 구조와 그 기구학적/동적 성능에 관하여 조사한다. 국소적 제어에 적합한 구조로서 대형-소형 로봇은 두 가지 형태의 구조가 고려할 수 있는 데, 첫째는, 이미 앞에서 언급한 바와 같이 직렬 또는 병렬구조를 가지는 대형 로봇의 말단에 병렬구조를 가지는 소형 매니플레이터를 부착하는 직렬 또는 혼합구조의 형태이며, 둘째는, 병렬구조를 가지는 대형 로봇 매니플레이터의 각 직렬 부속체인에 또

접수일자 : 1997. 4. 7., 수정완료 : 1998. 5. 10.

김희국, 김재섭 : 고려대학교 제어계측공학과

조 황 : 광운대학교 제어계측공학과

하나의 소형 구동 관절과 링크를 부착하는 병렬구조의 형태이다[6]. 이러한 병렬구조의 형태에 관한 연구는 아직까지 미비한 상태이며 본 논문에서는 평면형 3 자유도 병렬구조 로봇매니플레이터의 각 부속관절에 다른 링크들에 비하여 짧은 크기의 링크와 소형의 구동관절을 추가로 부착함으로써 구성되는 평면형 6 자유도 병렬구조 매니플레이터의 기구학적 특성을 조사함으로써 이러한 매니플레이터가 기구학적 특성만을 고려할 때, 정밀도 측면에서 매우 향상된 성능을 가지며 국소적 제어에 매우 적합하다는 사실을 보인다. 또한, 이러한 매니플레이터의 동역학적 모델링을 수행하고 시뮬레이션을 통해서 관성행렬의 proper norm에 기초한 동적 특성을 조사하여 이러한 병렬 메카니즘이 기구학적 측면에서뿐만 아니라 동적 측면에서도 우수한 국소적 제어특성을 가지고 있다는 것을 보인다.

본 논문의 내용은 다음과 같이 요약된다. 먼저, 그림 1과 같은 직렬구조의 국소적 제어 특성을 가지는 로봇에 관한 기구학 특성을 조사한다. 두 번째 단계로서, 그림 2와 같은 평면형 3 자유도 병렬 메카니즘의 각 직렬부속체인에 소형의 잉여 구동관절과 링크를 부착하면 그림 3과 같은 평면형 6 자유도 병렬 메카니즘이 얻어지는 데 이 메카니즘의 기구학 해석과 기구학 특성에 관한 분석을 수행한다. 그리고 시뮬레이션을 통하여 국소적 제어 특성에 적합한 소형 구동 관절의 위치 및 추가된 링크의 길이변화에 따른 메카니즘의 일차 기구학적 특성에 관하여 조사한다. 세 번째 단계로서, 직렬부속체인으로 구성되는 병렬메카니즘의 내부 기구학 모델링과 동역학 모델링에 관하여 기술한다. 이러한 모델링 방법은 Thomas[7]에 의해 제시된 직렬형 매니플레이터의 모델링 방법과 Kang, et. al.[8]에 의해 제시된 여유자유도를 가지는 병렬형 매니플레이터에 적용될 수 있는 구속조건 내포방법으로서, 그림 1과 같은 각 직렬부속체인들이 각각 하나의 대용량 구동관절과 하나의 소용량 잉여구동관절을 갖고 있는 평면형 6 자유도 병렬구조 메카니즘에 바로 적용되며, 시뮬레이션을 통하여 국소적 제어특성에 적합한 구동관절의 위치 및 추가적으로 부착된 소형링크의 길이에 따른 메카니즘의 동역학적 특성에 관하여 조사한다. 마지막으로, 이상과 같은 기구학적/동적 특성에 관한 결론을 맺는다.

II. 직렬구조 메카니즘의 국소적 제어 특성

그림 1은 대형의 직렬구조 평면형 3 자유도 매니플레이터의 끝단에 소형의 직렬구조 평면형 3 자유도 매니플레이터가 부착된 국소적 제어특성을 가지는 평면형 6 자유도 로봇시스템을 나타낸다. 입력 관절 n (관절변수 ϕ_n)에 대한 로봇 끝단에서의 선형속도에 대한 일차영향계수(또는 자코비안)는[7]

$$[G'_{\phi}]_{:n} = \begin{matrix} (P_e - R_n) \times z_n & : & \text{회전관절 } n \\ z_n & : & \text{미끄럼관절 } n \end{matrix} \quad (1)$$

로 표현되며 회전속도에 대한 일차 영향계수는 다음과 같이 표현된다.

$$[G'_{\phi}]_{:n} = \begin{matrix} z_n & : & \text{회전관절 } n \\ 0 & : & \text{미끄럼관절 } n \end{matrix} \quad (2)$$

여기서 $[G'_{\phi}]_{:n}$ 와 $[G'_{\phi}]_{:n}$ 는 각각 선형운동방향과 회전운동방향의 일차영향계수의 n 번째 열의 모든 요소들을 나타낸다. z_n 은 n 번째 회전관절축 방향으로의 단위벡터를, P_e 와 R_n 은 각각 기준좌표계의 원점에서부터 로봇 말단위치까지의 위치벡터와 n 번째 링크에 고정된 n 번째 국부 좌표계 원점까지의 절대위치벡터를 나타낸다. 그러므로 $(P_e - R_n)$ 은 n 번째 국부좌표계의 원점으로부터 로봇 말단위치까지의 절대위치벡터를 나타낼 수 있다. 이 식들로부터 로봇 말단의 위치에서 회전속도에 대한 일차영향계수는 메카니즘의 링크길이의 함수가 아니므로 회전운동의 경우는 이러한 직렬형 구조로서는 효과적인 국소적 제어특성을 얻을 수 없다는 것을 알 수 있다. 반면에, 선형속도에 대한 일차영향계수는 입력관절이 회전관절인 경우에 $(P_e - R_n)$ 의 함수로 표현되므로, 링크길이를 조절함으로써 변화될 수 있다는 것을 알 수 있다. 특별히, 소형 3 자유도 매니플레이터의 링크길이가 대형 3 자유도 메카니즘의 링크길이에 비하여 대단히 작게 설정하고 대형 매니플레이터와 소형 매니플레이터의 모든 관절이 회전관절인 경우에, 로봇 말단위치에서의 미소변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta P_e = [G'_{\phi}]_l \Delta \phi_l + [G'_{\phi}]_s \Delta \phi_s \quad (3)$$

위 식에서 $\Delta \phi_l$ 과 $\Delta \phi_s$ 는 각각 대형 구동관절의 미소변위벡터와 소형 구동관절의 미소변위벡터를 나타내며 $[G'_{\phi}]_l$ 과 $[G'_{\phi}]_s$ 는 이들 각각의 변수의 선형운동에 관한 일차영향계수들을 나타낸다. 여기서, 대형 매니플레이터의 링크길이는 서로 비슷한 크기를 가지며 소형 매니플레이터의 링크길이는 서로 비슷한 크기를 가진다고 가정하자.

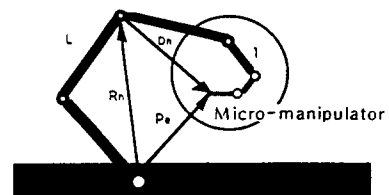


그림 1. 평면형 6 자유도 매니플레이터.
Fig. 1. A planar 6 degree-of-freedom manipulator.

그리고 이때 L 과 l 을 각각 대형 그리고 소형 매니플레이터의 링크길이를 나타낸다고 할 때, (3)에서의 일차영향계수들의 놈(norm) 사이의 관계는 대략 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\|[G'_{\phi}]_s\|}{\|[G'_{\phi}]_l\|} \approx \frac{l}{L} \quad (4)$$

III. 병렬구조 메카니즘의 기구학적 해석

그림 2는 병렬형 매니플레이터에 관한 연구에 많이 활용되는 전형적인 3 자유도 평면형 병렬 메카니즘을 나타낸다. 그리고 그림 3은 그림 2의 각 직렬 부속체인에 추가로 하나의 회전관절과 하나의 링크를 부착한 메카니즘을 나타내며 그림에서 알 수 있는 바와 같이 세개의 대형 구동관절과 세개의 소형 구동관절을 가지고 있다. 따라서, 그림 3의 메카니즘은 그림 2의 메카니즘과는 달리 3개의 여유자유도를 가지는 평면형 6 자유도 메카니즘이 된다. 본 절에서는 평면형 3 자유도 메카니즘의 일차 기구학적 해석과 평면형 6 자유도 메카니즘의 일차 및 이차 기구학적 해석을 수행한다.

1. 평면형 3 자유도 메카니즘의 기구학 모델링[9]

본 연구에서 조사하려는 메카니즘은 그림 2와 같이 지면과 플랫폼 사이에 세 개의 관절과 두 개의 링크로 구성되는 세 개의 직렬형 부속체인으로 이루어진다. r 번째 직렬형 부속체인의 경우 지면으로부터 n 번째 관절변수와 n 번째 링크의 길이를 각각 ϕ_n 과 l_n 라고 하자. 그리고 플랫폼 중앙의 위치를 나타내는 출력벡터와 r 번째 부속체인의 관절변수벡터를 각각 $u = (x \ y \ \phi)^T$ 과 $\phi = (\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3)^T$ 라고 하자. 이때, 이들 사이의 일차미분관계식은 다음과 같이 표현된다(부록 A참조).

$$\dot{u} = [{}_rG_\phi^u] \dot{\phi}, \quad r=1,2,3. \quad (5)$$

각 부속체인의 일차미분계수 $[{}_rG_\phi^u]$ 가 비특이 할 때 역관계식은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$${}_r\dot{\phi} = [{}_rG_\phi^u]^{-1} \dot{u}, \quad r=1,2,3. \quad (6)$$

이 식으로부터 각 체인의 첫번째 관절변수들로 이루어진 벡터 $\phi_b = ({}_1\phi_1 \ {}_2\phi_1 \ {}_3\phi_1)^T$ 를 입력관절 변수벡터라고 할 때 출력벡터와의 입출력 미분관계식은 다음과 같이 표현되며,

$$\dot{\phi}_b = [G_u^b] \dot{u}, \quad (7)$$

여기서

$$[G_u^b] = \begin{bmatrix} [{}_1G_\phi^u]^{-1} \\ [{}_2G_\phi^u]^{-1} \\ [{}_3G_\phi^u]^{-1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이고, $[{}_iG_\phi^u]^{-1}$ 는 $[{}_iG_\phi^u]$ 의 첫번째 행을 의미한다. 한편, (8)의 역관계식은 아래와 같이 구해지며

$$\dot{u} = [G_b^u] \dot{\phi}_b, \quad (9)$$

여기서

$$[G_b^u] = [G_u^b]^{-1}. \quad (10)$$

이와 동일한 방법으로 각 체인의 두번째 관절변수들로 이루어진 벡터 $\phi_m = ({}_1\phi_2 \ {}_2\phi_2 \ {}_3\phi_2)^T$ 와 각 체인의 세번째 관절변수들로 이루어진 벡터 $\phi_s = ({}_1\phi_3 \ {}_2\phi_3 \ {}_3\phi_3)^T$ 와 출력벡터와의 일차 기구학적 영향계수(자코비안)는 (8)에서와 같이 (6)에서의 해당 행들을 취합함으로써 구할 수 있다.

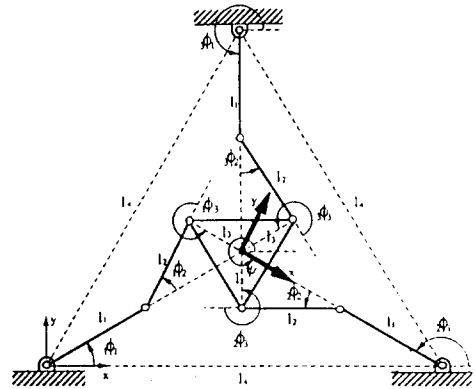


그림 2. 평면형 3 자유도 병렬 매니플레이터.

Fig. 2. A planar 3 degree-of-freedom parallel manipulator.

한편, 입력토크벡터와 출력힘벡터를 각각 $\tau_b = [\tau_{\phi_1} \ \tau_{\phi_2} \ \tau_{\phi_3}]^T$ 와 $f_u = [f_x \ f_y \ \tau_\phi]^T$ 라고 할 때 가상 일의 정리에 의하여 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\tau_b = [G_b^u]^T f_u \quad (11)$$

(9)와 (11)에 Rayleigh 정리를 이용하면 출력속도와 출력힘과는 역관계가 존재한다는 사실을 확인할 수 있다.[10]

2. 평면형 6 자유도 메카니즘의 기구학 모델링[8]

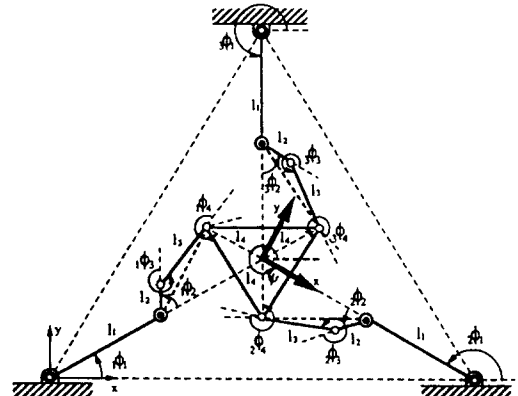


그림 3. 평면형 6 자유도 병렬 매니플레이터.

Fig. 3. A planar 6 degree-of-freedom parallel manipulator.

먼저 그림 3에 도시된 평면형 6 자유도 메카니즘에서 ϕ_l 와 ϕ_s 가 각각 다음과 같이 대형 구동관절벡터와 소형 구동관절벡터를 나타낸다고 하자.

$$\phi_l = [{}_1\phi_1 \ {}_2\phi_1 \ {}_3\phi_1]^T \quad (12)$$

$$\phi_s = [{}_1\phi_3 \ {}_2\phi_3 \ {}_3\phi_3]^T \quad (13)$$

이 때, 이 메카니즘의 전체 입력벡터는

$$\phi_a = [\phi_l^T \ \phi_s^T]^T \quad (14)$$

로 표현된다.

평면형 6 자유도 메카니즘의 출력속도벡터와 r 번째

직렬 부속체인의 관절속도벡터와의 관계식은 각각

$$\dot{u} = [{}_r G_\phi^u] {}_r \dot{\phi}, \quad r=1,2,3 \quad (15)$$

로 표현되며 이 식들은 다음과 같이 관절속도변수들에 대한 두 개의 구속관계식으로 나타내어진다.

$$[{}_1 G_\phi^u] {}_1 \dot{\phi} = [{}_2 G_\phi^u] {}_2 \dot{\phi} \quad (16)$$

$$[{}_1 G_\phi^u] {}_1 \dot{\phi} = [{}_3 G_\phi^u] {}_3 \dot{\phi} \quad (17)$$

r 번째 직렬부속체인의 관절속도벡터를 각각 독립속도벡터와 비독립속도벡터로 다음과 같이 나타낸다고 할 때,

$${}_r \dot{\phi} = \begin{bmatrix} {}_r \dot{\phi}_a \\ {}_r \dot{\phi}_p \end{bmatrix} \quad (18)$$

(16)과 (17)은 다음과 같이 표현된다.

$$[{}_1 G_a] {}_1 \dot{\phi}_a + [{}_1 G_p] {}_1 \dot{\phi}_p = [{}_2 G_a] {}_2 \dot{\phi}_a + [{}_2 G_p] {}_2 \dot{\phi}_p \quad (19)$$

$$[{}_1 G_a] {}_1 \dot{\phi}_a + [{}_1 G_p] {}_1 \dot{\phi}_p = [{}_3 G_a] {}_3 \dot{\phi}_a + [{}_3 G_p] {}_3 \dot{\phi}_p \quad (20)$$

위 식에서 ${}_r \dot{\phi}_a$, ${}_r \dot{\phi}_p$ 그리고 \dot{u} 의 크기가 각각 ${}_r N_a \times 1$, ${}_r N_p \times 1$, N_u 라고 할 때 $[{}_r G_a]$ 와 $[{}_r G_p]$ 는 $N_u \times {}_r N_a$ 과 $N_u \times {}_r N_p$ 의 크기를 갖는 행렬들로 표현된다. (19)와 (20)은 다음과 같은 하나의 행렬식으로 표현할 수 있으며,

$$[G_p] \dot{\phi}_p = [G_a] \dot{\phi}_a \quad (21)$$

여기서

$$\dot{\phi}_a = ({}_1 \dot{\phi}_a \quad {}_2 \dot{\phi}_a \quad {}_3 \dot{\phi}_a)^T, \quad (22)$$

$$\dot{\phi}_p = ({}_1 \dot{\phi}_p \quad {}_2 \dot{\phi}_p \quad {}_3 \dot{\phi}_p)^T \quad (23)$$

$$[G_a] = \begin{bmatrix} [{}_1 G_a] & -[{}_2 G_a] & 0 \\ [{}_1 G_a] & 0 & -[{}_3 G_a] \end{bmatrix}, \quad (24)$$

그리고

$$[G_p] = \begin{bmatrix} -[{}_1 G_p] & [{}_2 G_p] & 0 \\ -[{}_1 G_p] & 0 & [{}_3 G_p] \end{bmatrix} \quad (25)$$

이다. 그러므로 (21)로부터 비독립관절 속도벡터 $\dot{\phi}_p$ 와 독립관절 속도벡터 $\dot{\phi}_a$ 사이의 관계식은

$$\dot{\phi}_p = [G_a^p] \dot{\phi}_a \quad (26)$$

로 표현되며, 여기서

$$[G_a^p] = [G_p]^{-1} [G_a] \quad (27)$$

와 같이 구해진다.

한편, (26)에서 각 부속체인의 비독립관절 속도벡터는 각각

$${}_r \dot{\phi}_p = [{}_r G_a^p] \dot{\phi}_a, \quad r=1,2,3 \quad (28)$$

로 나타낼 수 있으므로 $[G_a^p]$ 는

$$[G_a^p] = \begin{bmatrix} [{}_1 G_a^p] \\ [{}_2 G_a^p] \\ [{}_3 G_a^p] \end{bmatrix} \quad (29)$$

로 표현될 수 있다. 그러므로 (18)과 (29)를 이용하면

$${}_r \dot{\phi} = [{}_r G_a^p] \dot{\phi}_a \quad (30)$$

와 같은 관계식을 얻을 수 있으며 여기서

$$[{}_r G_a^p] = \begin{bmatrix} \delta_{1r} [{}_1 G_a^p] & \delta_{2r} [{}_2 G_a^p] & \delta_{3r} [{}_3 G_a^p] \\ & & [{}_r G_a^p] \end{bmatrix} \quad (31)$$

으로 표현되며 δ_{ir} 은

$$\delta_{ir} = \begin{cases} 0 & \text{for } i \neq r \\ 1 & \text{for } i = r \end{cases} \quad (32)$$

로 정의되는 Dirac Delta 함수를 나타낸다. 최종적으로 입출력 속도 관계식은 (15)에 (30)을 대입함으로써 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{u} &= [{}_r G_\phi^u] {}_r \dot{\phi} \\ &= [{}_r G_\phi^u] [{}_r G_a^p] \dot{\phi}_a \\ &= [G_a^u] \dot{\phi}_a \end{aligned} \quad (33)$$

(33)을 대형 구동입력과 소형 구동입력으로 구분하여 표현하면

$$\dot{u} = [G_l^u] \dot{\phi}_l + [G_s^u] \dot{\phi}_s \quad (34)$$

로 정리되며 여기서 국소적 제어특성을 만족하기 위하여서는 다음의 조건을 만족시켜야 한다.

$$\sigma_{\max}([G_s^u]) \ll \sigma_{\min}([G_l^u]) \quad (35)$$

이 조건은 대형 구동입력과 소형 구동입력으로 인한 출력에서의 속도 전달 특성이 서로 다르며 소형 구동입력과 출력사이의 최대 속도 전달비가 대형 구동입력과 출력사이의 최소 속도 전달비보다 매우 적어야 함을 나타낸다. 이러한 조건이 성립될 때 대형 구동입력이 매크로 운동을 수행하고 소형 구동입력은 세밀한 운동을 수행할 때 매우 효과적인 성능을 발휘할 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한, 힘과 속도의 dual 관계로부터 이러한 경우 소요되는 소형 구동입력의 크기는 대형 구동입력에 비해 상대적으로 매우 적다는 것을 알 수 있으며 이로 인해 동적 성능에 커다란 저하를 가져오지 않을 것이라는 사실을 예측할 수 있다.

한편, 로봇의 출력 가속도벡터와 r 번째 직렬 부속체인의 관절 가속도벡터와의 관계식은

$$\ddot{u} = [{}_r G_\phi^u] {}_r \ddot{\phi} + {}_r \dot{\phi}^T [H_{\phi\phi}^u] {}_r \dot{\phi} \quad (36)$$

로 표현되며 이 식들도 (16)과 (17)에서와 마찬가지로 다음과 같은 두 셀의 구속관계식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} [{}_1 G_\phi^u] {}_1 \ddot{\phi} + {}_1 \dot{\phi}^T [{}_1 H_{\phi\phi}^u] {}_1 \dot{\phi} \\ = [{}_2 G_\phi^u] {}_2 \ddot{\phi} + {}_2 \dot{\phi}^T [{}_2 H_{\phi\phi}^u] {}_2 \dot{\phi} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} [{}_1 G_\phi^u] {}_1 \ddot{\phi} + {}_1 \dot{\phi}^T [{}_1 H_{\phi\phi}^u] {}_1 \dot{\phi} \\ = [{}_3 G_\phi^u] {}_3 \ddot{\phi} + {}_3 \dot{\phi}^T [{}_3 H_{\phi\phi}^u] {}_3 \dot{\phi} \end{aligned} \quad (38)$$

그리고, (36)의 오른쪽은 독립관절 변수벡터와 비독립관절 변수벡터를 구분하여 다음과 같이 정리될 수 있으며,

$$\begin{aligned} [{}_r G_\phi^u] {}_r \ddot{\phi} + {}_r \dot{\phi}^T [{}_r H_{\phi\phi}^u] {}_r \dot{\phi} \\ = [{}_r G_\phi] {}_r \ddot{\phi}_a + [{}_r G_\phi] {}_r \ddot{\phi}_p + \\ [{}_r \dot{\phi}_a^T \quad {}_r \dot{\phi}_p^T] \begin{bmatrix} [{}_r H_{aa}] & [{}_r H_{ap}] \\ [{}_r H_{pa}] & [{}_r H_{pp}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}_r \dot{\phi}_a \\ {}_r \dot{\phi}_p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (39)$$

여기서 $[{}_r H_{aa}]$, $[{}_r H_{ap}]$, $[{}_r H_{pa}]$, 그리고 $[{}_r H_{pp}]$ 는 각각 $N_u \times ({}_r N_a \times {}_r N_a)$, $N_u \times ({}_r N_a \times {}_r N_p)$, $N_u \times ({}_r N_p \times {}_r N_a)$, 그리고 $N_u \times ({}_r N_p \times {}_r N_p)$ 의 크기를 가진다. 또한, 여기서 N_u 는 출력변수의 수를, ${}_r N_a$ 와 ${}_r N_p$ 는 각각 r 번째 직렬 부속체인의 독립관절변수의 수와 비독립관절변수의 수를 나타낸다. 이 식을 (37)과 (38)에 대입한 후 하나의 행렬식으로 정리하면

$$[G_p] \ddot{\phi}_p = [G_a] \ddot{\phi}_a + [\dot{\phi}_a^T \dot{\phi}_p^T][H_{ap}] \begin{bmatrix} \dot{\phi}_a \\ \dot{\phi}_p \end{bmatrix} \quad (40)$$

로 표현되며 여기서 (40)은

$$[H_{ap}] = \begin{bmatrix} [{}_1 H_{aa}] & 0 & 0 & [{}_1 H_{ap}] & 0 & 0 \\ 0 & -[{}_2 H_{aa}] & 0 & 0 & -[{}_2 H_{ap}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ [{}_1 H_{pa}] & 0 & 0 & [{}_1 H_{pp}] & 0 & 0 \\ 0 & -[{}_2 H_{pa}] & 0 & 0 & -[{}_2 H_{pp}] & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} [{}_1 H_{aa}] & 0 & 0 & [{}_1 H_{ap}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -[{}_3 H_{aa}] & 0 & 0 & -[{}_3 H_{ap}] \\ [{}_1 H_{pa}] & 0 & 0 & [{}_1 H_{pp}] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -[{}_3 H_{pa}] & 0 & 0 & -[{}_3 H_{pp}] \end{bmatrix}$$

와 같이 구해진다. (41)은

$$\ddot{\phi}_p = [G_a^p] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^p] \dot{\phi}_a \quad (42)$$

와 같이 정리될 수 있으며, 여기서

$$[H_{aa}^p] = [G_p]^{-1} \cdot ([I][G_a^p]^T [H_{ap}] \begin{bmatrix} [I] \\ [G_a^p] \end{bmatrix}) \quad (43)$$

이다. 한편, (18)과 (26)으로부터

$$\phi = \begin{bmatrix} \dot{\phi}_a \\ \dot{\phi}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] \\ [G_a^p] \end{bmatrix} \phi_a = [G_a^\phi] \phi_a \quad (44)$$

$$\ddot{\phi} = [G_a^\phi] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^\phi] \dot{\phi}_a \quad (45)$$

와 같은 관계식이 얻어지며, 여기서

$$[H_{aa}^\phi] = \begin{bmatrix} [0] \\ [H_{aa}^d] \end{bmatrix} \quad (46)$$

와 같이 표현된다.

IV. 메카니즘의 동역학 모델링

1. 직렬부속체인의 동역학 모델링

r 번째 직렬부속체인의 관절변수에 대한 동역학식은

$${}_r \tau_\phi = [{}_r I_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [P_{\phi\phi\phi}^*] \dot{\phi} \quad (47)$$

로 표현되며, 여기서

$$[{}_r I_{\phi\phi}^*] = \sum_{j=1}^N \{m_{jk} [{}_r G_\phi^{c_j}]^T [{}_r G_\phi^{c_j}] + [{}_r G_\phi^{j_k}]^T [{}_r \Pi_{jk}] [{}_r G_\phi^{c_j}]\} \quad (48)$$

$$[{}_r P_{\phi\phi\phi}^*] = \sum_{j=1}^N \{m_{jk} ([{}_r G_\phi^{c_j}]^T \cdot [{}_r H_{\phi\phi}^{c_j}]) + ([{}_r G_\phi^{j_k}]^T [{}_r \Pi_{jk}]) \cdot [{}_r H_{\phi\phi}^{j_k}] + [{}_r G_\phi^{j_k}]^T ([{}_r G_\phi^{c_j}]^T \cdot [{}_r P_{jk}]) [{}_r G_\phi^{j_k}]\} \quad (49)$$

와 같이 얻어진다[7]. 동적에너지는 좌표계에 관하여 무관하다는 사실로부터 r 번째 직렬부속체인의 j 번째 링크의 질량중심에 대한 지구관성행렬 $[{}_r \Pi_{jk}]$ 는 링크의 국부관성행렬 $[{}_r \Pi_{jk}^{(j)}]$ 로부터

$$[{}_r \Pi_{jk}] = [{}_r R_b^j] [{}_r \Pi_{jk}^{(j)}] [{}_r R_b^j]^T, \text{ for } r=1, 2, \dots, N \quad (50)$$

와 같이 구해지며 $[{}_r P_{jk}]$ 는 $[{}_r \Pi_{jk}]$ 를

$$[{}_r P_{jk}] = [{}_r I_{jx} \quad {}_r I_{jy} \quad {}_r I_{jz}] \quad (51)$$

와 같이 표현한다고 할 때,

$${}_i \omega_{jk} \times [{}_i \Pi_{jk}] {}_i \omega_{jk} = {}_i \omega_{jk}^T [{}_i P_{jk}] {}_i \omega_{jk} \quad (52)$$

와 같은 관계식으로부터

$$[{}_i P_{jk}] = \begin{bmatrix} [\quad 0 \quad {}_r I_z \quad -{}_r I_y] \\ [\quad {}_r I_z \quad 0 \quad {}_r I_x] \\ [\quad {}_r I_y \quad -{}_r I_x \quad 0] \end{bmatrix} \quad (53)$$

와 같이 정의된다. 여기서 ${}_r \omega_{jk}$ 는 r 번째 직렬부속체인의 j 번째 링크의 절대각속도를 나타낸다.

2. 전체 평면형 병렬 메카니즘의 동역학 모델링[8]

전체 시스템의 관절변수 ϕ 에 관한 동역학식은

$$\tau_\phi = [I_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [P_{\phi\phi\phi}^*] \dot{\phi} \quad (54)$$

으로 표현되며 여기서

$$[I_{\phi\phi}^*] = \begin{bmatrix} [{}_1 I_{\phi\phi}^*] & 0 & 0 \\ 0 & [{}_2 I_{\phi\phi}^*] & 0 \\ 0 & 0 & [{}_3 I_{\phi\phi}^*] \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$[P_{\phi\phi\phi}^*] = \begin{bmatrix} [{}_1 P_{\phi\phi\phi}^*] & 0 & 0 \\ 0 & [{}_2 P_{\phi\phi\phi}^*] & 0 \\ 0 & 0 & [{}_3 P_{\phi\phi\phi}^*] \end{bmatrix} \quad (56)$$

이다. 가상일의 정리를 이용하면 전체 병렬시스템의 관절벡터와 구동관절벡터 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$\tau_\phi \cdot \delta\phi = \tau_a \cdot \delta\phi_a \quad (57)$$

그리고 관절입력에 대한 구동관절입력의 각속도관계식과 각가속도관계식은 아래와 같이 표현되므로

$$\dot{\phi} = [G_a^\phi] \dot{\phi}_a, \quad (58)$$

$$\ddot{\phi} = [G_a^\phi] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [H_{aa}^\phi] \dot{\phi}_a \quad (59)$$

(54), (57), (58)과 (59)로부터 병렬구조 메카니즘 전체 관절입력에 대한 동역학식을 구하면 다음과 같이 구해진다.

$$\tau_a = [G_a^\phi]^T \tau_\phi = [G_a^\phi]^T \{ [I_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [P_{\phi\phi\phi}^*] \dot{\phi} \} \quad (60)$$

다시 (60)을 구동입력관절에 대해서 정리하면 아래와 같이 표현할 수 있으며

$$\tau_a = [I_{aa}^*] \ddot{\phi}_a + \dot{\phi}_a^T [P_{\phi\phi\phi}^*] \dot{\phi}_a \quad (61)$$

여기서

$$[I_{aa}^*] = \sum_{r=1}^3 \{ [{}^rG_a]^T [{}^rI_{\phi\phi}^*] [{}^rG_a] \} \quad (62)$$

$$[P_{aaa}^*] = \sum_{r=3}^3 \{ [{}^rG_a]^T [{}^rI_{\phi\phi}^*] \cdot [{}^rH_{aa}] \} + \sum_{r=1}^3 \{ [{}^rG_a]^T ([{}^rG_a]^T \cdot [{}^rP_{\phi\phi\phi}^*]) [{}^rG_a] \} \quad (63)$$

와 같이 구해진다.

3. 평면형 6 자유도 메카니즘의 동역학적 모델링

국소적 제어 시스템이 갖는 기본적인 메카니즘 구조는 구동입력이 각각 대형 구동입력과 소형 구동입력으로 서로 다른 크기를 갖는 구동입력으로 구성되어 진다는 점이다. 그림 9와 같은 병렬구조 메카니즘에서 두 구동입력에 의한 동적 상호작용을 살펴보기 위해서 전체 메카니즘의 동역학식을 대형 구동입력과 소형 구동입력에 각기 대응하도록 두 개의 동역학식으로 나누어 고려해야만 한다. 따라서 전체 메카니즘의 동역학식을 관절입력벡터에 따라 출력관성토크벡터를 대형 출력관성토크 τ_l 와 소형 출력관성토크 τ_s 로 나누어보면 전체 메카니즘의 동역학식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \tau_l \\ \tau_s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [I_{\phi\phi}^*]_{ll} [I_{\phi\phi}^*]_{ls} \begin{pmatrix} \ddot{\phi}_l \\ \ddot{\phi}_s \end{pmatrix} + \\ \left[\begin{array}{c} \phi_l^T \phi_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_l \\ \phi_l^T \phi_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_s \end{array} \right] \begin{pmatrix} \dot{\phi}_l \\ \dot{\phi}_s \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (64)$$

여기서

$$[P_{\phi\phi\phi}^*]_l = \begin{bmatrix} [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lll} & [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lls} \\ [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lsl} & [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lss} \end{bmatrix} \quad (65)$$

$$[P_{\phi\phi\phi}^*]_s = \begin{bmatrix} [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sll} & [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sls} \\ [P_{\phi\phi\phi}^*]_{ssl} & [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sss} \end{bmatrix} \quad (66)$$

그리고 (64)에 (65)와 (66)을 대입하여 각각 대형 출력관성토크 τ_l 와 소형 출력관성토크 τ_s 에 대하여 정리하면

$$\tau_l = \tau_{ll} + \tau_{ls} \quad (67)$$

$$\tau_s = \tau_{ss} + \tau_{sl} \quad (68)$$

로 표현되며 여기서 τ_{ll} 과 τ_{ss} 은 각각 대형과 소형의 구동관절입력에 의한 관성토크를 나타낸다. 그리고 τ_{ls} 와 τ_{sl} 은 대형 구동관절입력과 소형 구동관절입력 사이의 동적 간섭(dynamic coupling)을 보여주는 관성토크이며 다음과 같다.

$$\tau_{ll} \equiv [I_{\phi\phi}^*]_{ll} \ddot{\phi}_l + \dot{\phi}_l^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lll} \dot{\phi}_l \quad (69)$$

$$\tau_{ls} \equiv [I_{\phi\phi}^*]_{ls} \ddot{\phi}_s + \dot{\phi}_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lsl} \dot{\phi}_l + \dot{\phi}_l^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lls} \dot{\phi}_s + \dot{\phi}_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{lss} \dot{\phi}_s \quad (70)$$

$$\tau_{ss} = [I_{\phi\phi}^*]_{ss} \ddot{\phi}_s + \dot{\phi}_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sss} \dot{\phi}_s \quad (71)$$

$$\tau_{sl} = [I_{\phi\phi}^*]_{sl} \ddot{\phi}_l + \dot{\phi}_l^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sls} \dot{\phi}_s + \dot{\phi}_s^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{ssl} \dot{\phi}_l + \dot{\phi}_l^T [P_{\phi\phi\phi}^*]_{sll} \dot{\phi}_l \quad (72)$$

한편, 이러한 병렬구조 메카니즘의 유효출력관성은 다음과 같이 표현된다.

$$[I_{uu}^*] = \left[\begin{bmatrix} [G_{\phi}^u]_l \\ [G_{\phi}^u]_s \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [I_{\phi\phi}^*]_{ll} & [I_{\phi\phi}^*]_{ls} \\ [I_{\phi\phi}^*]_{sl} & [I_{\phi\phi}^*]_{ss} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [G_{\phi}^u]_l \\ [G_{\phi}^u]_s \end{bmatrix} \right]^{-1} \quad (73)$$

입의의 출력위치에서 (73)의 유효출력관성이 크다면 상대적으로 로봇말단에서 정밀한 운동을 수행하기 어렵다는 것을 의미한다. 그러므로, 일반적으로 로봇은 가능한 적은 크기의 유효출력관성을 갖도록 설계된다. 특히, 주어진 크기의 유효출력관성을 갖는 메카니즘을 효율적으로 제어하기 위한 방법으로 본 논문에서는 국소적 제어 특성을 갖는 메카니즘의 구조에 관하여 조사를 수행하는 것이며, (71)의 소형 구동관절토크의 크기가 (69)의 대형 구동관절토크의 크기보다 매우 적게 설계되어 진다면 매우 적은 토크로서 주어진 로봇시스템을 효율적으로 제어할 수 있다는 것을 의미한다. 또한 (70)과 (72)는 대형 구동관절과 소형 구동관절과의 간섭토크를 의미하며 이들 값 또한, 대형 구동관절토크에 비해 적을수록 로봇시스템은 우수한 동적 특성을 가진다는 것을 의미한다.

V. 메카니즘의 기구학적/동적 성능지수

본 절에서는 메카니즘의 기구학적 특성을 분석하기 위하여 사용된 기하학적/기구학적 성능지수인 작업공간의 크기, 최대/최소 입출력 속도전달비, 그리고 기구학적 등방성지수와 동적특성의 분석을 위해서 사용된 Frobenius norm에 관하여 기술한다. 그러나, 본 논문에서와 같이 최대/최소 입출력 속도전달비, 그리고 기구학적 등방성지수, Frobenius norm등과 같은 성능지수를 사용하여 시스템의 비교 분석을 수행할 때는 병진운동과 회전운동의 단위가 다르므로 병진운동과 회전운동에 대하여 각각 일관된 단위가 반드시 사용되어야 하며 이와 관련된 시스템의 인자들에 대하여 일관된 단위가 사용되어야 한다. 이와 같이 일관된 단위가 사용되지 않는 경우 사용되는 다른 단위에 따라 위와 같은 성능지수의 물리적 의미가 달라 지므로 시스템간의 비교분석이 무의미하게 되기 때문이다. 그러므로, 본 논문에서의 모든 시뮬레이션에서는 병렬운동과 회전운동에 관하여 그리고 이와 관련된 시스템 인자들에 대하여 일관된 단위가 사용되었다.

1. 최대/최소 입출력 속도 전달비

로봇 매니플레이터의 입의의 위치에서의 최대/최소 입출력속도 전달비는 각각 아래와 같이 정의된다.

$$\sigma_{MXV} = \sigma_{\max} [G_a^u] \quad (74)$$

$$\sigma_{MNV} = \sigma_{\min} [G_a^u] \quad (75)$$

여기서 $[G_a^u]$ 는 입력변수벡터와 출력변수벡터사이의 일차 기구학적 영향계수를 나타내고 σ_{\max} 와 σ_{\min} 은 각각 $[G_a^u]$ 의 최대 그리고 최소 특이값을 나타낸다.

2. 기구학적 등방성지수

작업공간내에서 기구학적 등방성특성을 조사하기 위하여 다음과 같이 정의되는 기구학적 등방성지수를 사용한다.

$$\sigma_{KI} = \frac{\sigma_{\min}([G_a^u])}{\sigma_{\max}([G_a^u])} \quad (76)$$

이러한 정의로부터 σ_{KI} 의 값은 항상 단위값보다 적으며 단위값에 가까울 수록 모든 출력 방향으로 균일한 속도 전달특성을 나타낸다는 것을 알 수 있다. (74)-(76)에서 사용된 $[G_a^u]$ 에서 아래첨자 a 는 대형 구동관절벡터에 관련된 경우에는 l 그리고 소형 구동관절벡터에 관련된 경우에는 s 를 각각 나타낸다.

3. 벡터공간에서의 행렬의 크기

유한 차원을 갖는 벡터 공간에서 정의되는 연산자로서 행렬의 크기(size)를 계산하는 induced norm은 여러 가지가 있으며 이에 관하여 간략하게 기술하면 다음과 같다. 행렬 $[A]$ 가 벡터 $x \in R^n$ 을 $y \in R^m$ 으로 사상한다면(mapping) 행렬 $[A]$ 의 p-norm은 다음과 같이 정의된다.

$$\|[A]\|_{n,m}^p \equiv \sup_{x \neq 0} \frac{\|[Ax]\|_m^p}{\|x\|_n^p} \quad (77)$$

여기서 $\|\cdot\|_q^p$ 는 q차원 벡터공간에서의 p-norm을 뜻한다. 이러한 방법으로 정의되어지는 행렬의 induced norm은 두 공간사이에서 벡터의 사상(mapping)특성을 알아보기 위해 위해 정의된 수학적 연산으로써 norm은 주어진 메카니즘의 동역학적 성질과 구조적 특성을 나타내기엔 다소 부적절하다. 또한, $[P_{\phi\phi}]_{sll}$ 과 같은 3차원 행렬 배열인 파워 모델링 어레이에 대해서 등가로 확장시키기가 어려우므로 벡터공간에서 norm의 귀납적 접근(induction)없이 바로 행렬에 정의되는 natural norm을 정의하는 것이 필요하다.

한편, $n \times m$ 차원을 갖는 행렬 $[A]$ 의 p-norm은 아래와 같이 정의된다.

$$\|[A]\|^p \equiv \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (A_{ij})^p \right)^{1/p} \quad (78)$$

여기서 A_{ij} 는 행렬 $[A]$ 의 i 번째 행과 j 번째 열을 뜻한다. 특히, $p=2$ 일때, p-norm은 Frobenius norm이라 정의되는 더욱 간단한 형태의 norm으로 표현되며 다음과 같이 쉽게 구해진다.

$$\|[A]\|_F^2 \equiv \sqrt{\text{trace}([A]^T[A])} \quad (79)$$

이러한 norm의 정의는 n 차원 벡터공간으로 정의되는 norm의 확장으로써 associated 벡터들로 이루어진 3차원 행렬에 쉽게 적용될 수 있다. 그러므로, 평면, 행, 열이 각각 n, m, q 차원을 갖는 3차원 행렬 $[B]$ 의 norm은 아래와 같이 정의된다.

$$\|[B]\|^p \equiv \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^q (B_{ijk})^p \right)^{1/p} \quad (80)$$

여기서 B_{ijk} 는 3차원 행렬 $[B]$ 의 i 번째 평면, j 번째 행, k 번째 열의 요소(element)를 나타낸다. (79)와 마찬가지로 (80)에서 $p=2$ 일 때 정의된 행렬의 norm이 정

의될 수 있으며 본 연구에서는 3차원 행렬인 파워 모델링 어레이의 크기를 정의할 때 사용되었다.

VI. 메카니즘의 기구학적/동적 특성 분석

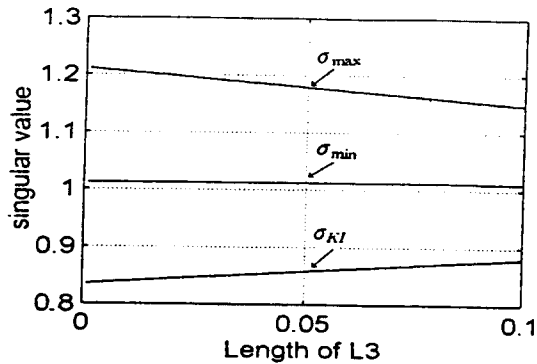
1. 기구학적 특성분석

그림 3에서 각 직렬체인의 링크길이 l_j 는 모두 같으며 (즉, $l_j = l_j$ for $r=1,2,3,4, j=1,2,3,4$), l_3 를 제외한 모든 링크길이의 크기가 각각 단위값을 갖는다고 가정한다. 그리고 각 직렬부속체인의 기저 관절축으로부터 유동 플랫폼의 중앙점까지의 거리를 2로 고정한다. 이 메카니즘은 여유자유도를 가지므로 본 연구에서는, 편의상, 출력위치벡터가 메카니즘의 중앙에 위치하며 ($x=y=0$) 출력방위각(ψ)이 0의 값을 갖는 형상으로 고정하고 이러한 형상에 관한 해석을 수행하였으며 이에 관한 결과를 기술한다.

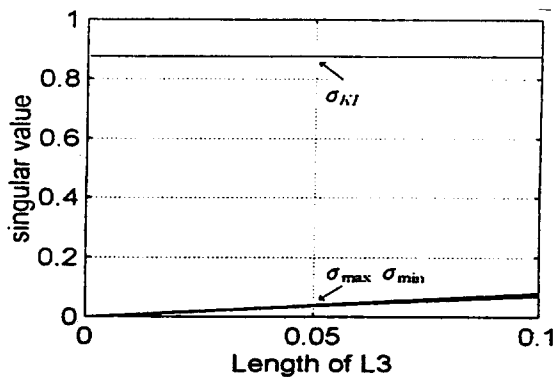
이상의 조건을 만족시키는 형상에서 그림 4(a)와 4(b)는 각각 링크길이 l_3 의 크기를 변화할 때 대형 구동입력과 소형 구동입력에 대한 최소 출력 속도 전달비와 등방성지수값을 나타내는 그림이다. 이 그림으로부터 l_3 의 크기가 감소할수록 낮은 입출력 속도 전달비를 나타내며 대형 구동입력에 비하여 소형 구동입력으로 인한 출력 속도전달비가 매우 적게 나타나는 것을 확인할 수 있다. 이러한 결과로부터 대형 구동입력에 비하여 소형 구동입력을 이용하여 출력위치에서의 높은 정밀도를 얻어낼 수 있다는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 구체적으로 포함되지는 않았지만 다른 형상에 있어서도 유사한 결과를 나타낸다는 것을 시뮬레이션을 통하여 확인할 수 있었다. 한편, 그림 3의 메카니즘에 있어서 각 직렬부속체인의 기저 관절축으로부터 유동플랫폼의 중앙점까지의 거리를 2로 고정하고 l_3 가 단위값을 갖는다고 가정한다. 그림 5는 l_3 의 변화에 따른 작업공간의 크기를 나타내는 등고선 그림이다. 편의상 회전변위 $\psi=0^\circ$ 에 대한 선형변위(x, y)의 작업공간을 나타내었다. 그림 6(a)와 6(b)는 링크길이비(l_2/l_1)가 0.01 일 때 그림 2와 같은 메카니즘의 작업공간의 크기를 나타낸다. 이 그림에서 x 축과 y 축은 각각 메카니즘의 출력위치(x, y)를, z 축은 출력회전각 ψ 를 나타내며 각 출력위치(x, y)에서의 최대 회전각과 최소 회전각을 각각 3차원 그림으로 나타내었다. 이 두 그림들을 함께 연결함으로써 메카니즘의 3차원인 작업공간의 형태와 크기를 쉽게 확인할 수 있다. 다른 링크길이비(l_2/l_1)의 경우도 이와 유사한 형태의 작업공간을 가지며 그 크기는 링크길이비가 단위값인 경우에 최대의 크기를 가지며 링크길이비가 적어지거나 커지는 경우에는 감소하는 경향을 가지고 있으며 본 절에서 이에 관한 결과는 생략하였다.

그림 7(a)와 7(b), 그림 8(a)와 8(b)는 각각 그림 2와 같은 메카니즘에서 링크길이의 비(l_2/l_1)를 각각 1과 0.01로 고정하였을 때 메카니즘의 유동 플랫폼의 중앙점에서의 최소 특이값과 기구학적 등방성 지수값을 l_1

과 ψ 의 변화에 관하여 나타낸 그림이다. 그림 7(a)와 7(b)에서 중간부분에 등고선이 양분되는 형태를 나타내는 데 이 구역은 메카니즘의 특이형상으로 인한 것임을 쉽게 알 수 있다. 등고선 최소 특이값과 등방성 지수를 나타내는 이상의 그림들로부터 메카니즘의 길이비 (l_2/l_1)가 감소할수록 작업공간의 크기가 감소되며 또한 입출력 속도 전달비도 감소된다는 것을 확인할 수 있으며 이는 역으로 높은 입출력 힘/토크 전달비를 가진다는 것을 의미한다. 그러므로, 메카니즘의 길이비 (l_2/l_1)가 적은 메카니즘이 높은 적재하중용량을 가질 뿐만 아니라 높은 정밀도를 가진다는 사실을 확인할 수 있다.



a) $\sigma_{\max}([G_p^u]), \sigma_{\min}([G_p^u]), \sigma_{KI}([G_p^u])$



b) $\sigma_{\max}([G_s^u]), \sigma_{\min}([G_s^u]), \sigma_{KI}([G_s^u])$

그림 4. 기구학적 성능지수.
Fig. 4. Kinematic index.

이상의 시뮬레이션에서는 구동입력관절의 위치가 두 번째 관절에 있는 경우에 한하여 기술하였으나, 각각 첫 번째와 세 번째 관절에 있는 경우도 조사하였으며 특히, 세 번째 관절에 있는 경우는 모든 기구학적 특성이 두 번째 관절에 있는 경우와 대체로 유사한 경향을 나타낸다는 것을 확인할 수 있었다. 그러나, 첫 번째 관절에 있는 경우는 상대적으로 매우 큰 최소 속도 전달비를 가진 것으로 나타났으며 이는 고정밀도를 갖는 매니플레이터의 구조에 적합치 않은 것을 의미한다. 이와같은 시뮬레이션의 결과는 편의상 본 논문에서는 생략하였다. 마지막으로, 이상의 모든 시뮬레이션에서는 각각의 모든 출력방향으로의 가중치가 동일하다고 가정하였으나, 실제 시스템의 설계에 있어서는 각 출력공간에서 요구되는

최대 하중의 크기에 따라 적절한 가중치가 설정되어야 하며 이에 해당하는 메카니즘의 최적인자들을 설정하면 된다[10].

2. 동적 특성 분석

국소적 제어특성을 가지는 메카니즘의 동적 특성을 살펴보기 위해서 그림 9에 보여진 A형과 B형의 두가지 서로 다른 기구학적 구조를 갖는 평면형 6 자유도 메카니즘의 동적 특성을 살펴 본다. 각 형태의 입력관절의 위치는 국소적 제어특성의 제한조건을 만족하도록 기구학적/동적 측면에서 대칭 형상으로 배치하였으며 각 직렬 부속체인에 대형 입력관절은 소형 입력관절보다 하위 관절에 위치한 구조를 가지고 있다.

또한, 시뮬레이션에 요구되는 추가적인 매개변수인 각 직렬부속체인의 모든 링크들은 얇은 직육면체의 막대라고 가정하여 모델링했고 플랫폼은 로봇말단의 위치가 기하학적 중심에 있도록 정삼각형의 판으로 모델링하였다. 그리고 대형 링크의 길이는 1m, 질량은 20kg으로 가정하였으며 소형 링크의 길이(l)와 질량은 대형 링크 길이(L)의 10%부터 0.1%까지 상대적인 크기를 갖도록 하였다. 그리고 플랫폼의 질량은 30kg으로 가정하고 동일한 밀도를 가지고 있다고 가정함으로써 각 링크의 무게 중심과 플랫폼의 질량중심은 각각의 기하학적 중심과 일치하도록 하였다. 표 1은 이러한 병렬 메카니즘의 동적 인자들에 관한 시뮬레이션에서 사용된 값들을 나타내고 있다.

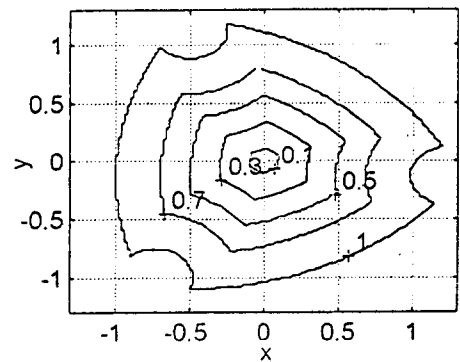
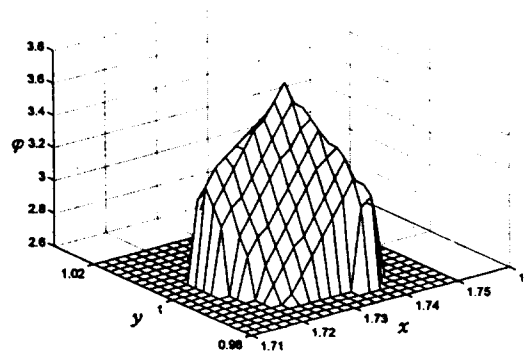
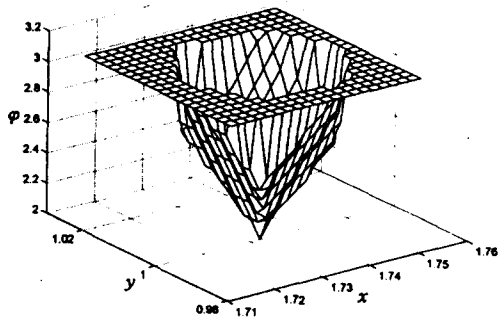


그림 5. $x-y$ 평면에서의 작업공간의 등고선 ($\psi=0^\circ$).
Fig. 5. Workspace contour in $x-y$ plane for $\psi=0^\circ$.

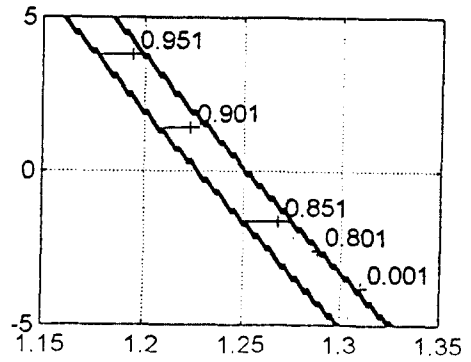


a) ψ_{\max} contour plot



b) ϕ_{\min} contour plot

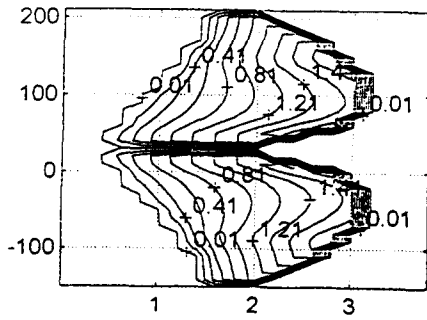
그림 6. 작업공간의 3차원 등고선($l_2/l_1=0.01$).
Fig. 6. Workspace contour for $l_2/l_1=0.01$.



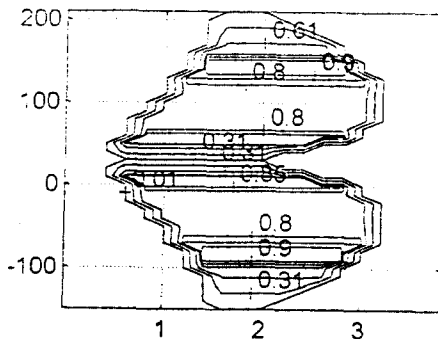
b) σ_{KI}

그림 8. 최소 특이값과 등방성 지수의 등고선($l_2/l_1=0.01$).

Fig. 8. σ_{\min} and σ_{KI} contour plots for $l_2/l_1=0.01$.

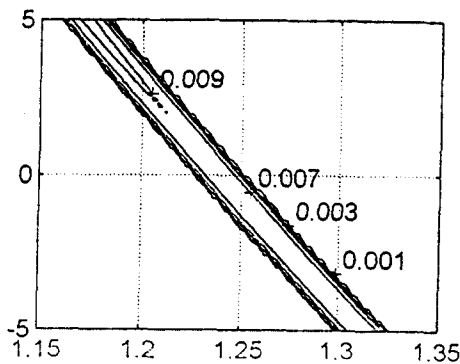


a) σ_{\min}

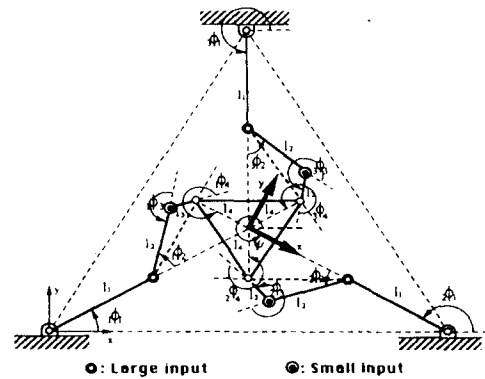


b) σ_{KI}

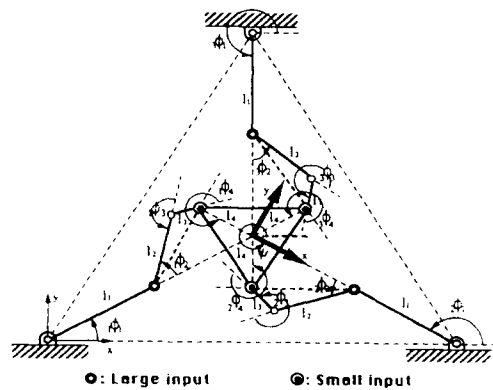
그림 7. 최소 특이값과 등방성 지수의 등고선($l_2/l_1=1$).
Fig. 7. σ_{\min} and σ_{KI} contour plots for $l_2/l_1=1$.



a) σ_{\min}



a) A type



b) B type

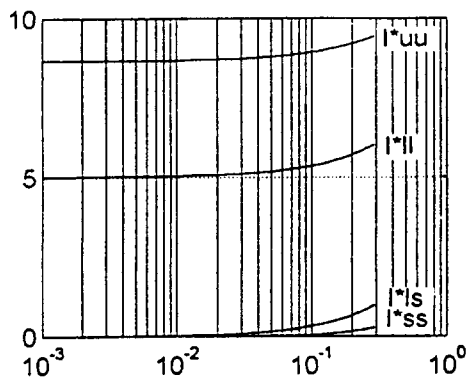
그림 9. 두 형태의 평면형 6 자유도 병렬 매니플레이터.
Fig. 9. Two types of a planar 6 degree-of-freedom parallel manipulator.

그림 10과 그림 11은 A형과 B형과 같은 국소적 제어 특성을 갖는 평면형 6 자유도 메카니즘의 관성행렬 $[I_{\phi\phi}^*]$ 와 파워 모델링 어레이 $[P_{\phi\phi\phi}^*]$ 의 특성을 보여준다. Fig. 10과 Fig. 11로부터 소형과 대형링크의 링크길이 비 (l/l)가 작아질수록 소형 링크에서 받는 동적 관성토크의 크기는 대형링크의 동적 관성토크에 비해 상대적으로 무시되어질 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한,

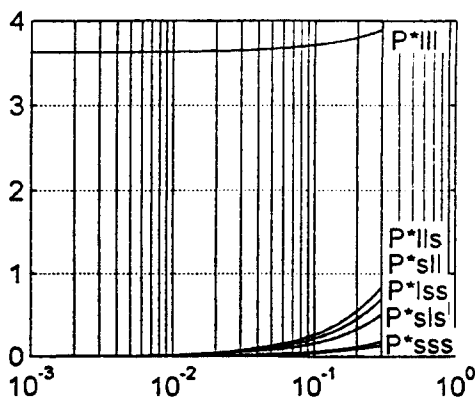
이러한 대형 구동관절과 소형 구동관절사이의 $[I_{\phi\phi}^*]$ 와 $[P_{\phi\phi}^*]$ 의 크기에 관한 특성으로부터 본 연구에서 제시된 그림 9의 A형과 B형의 평면형 6 자유도 메카니즘은 일차적으로 대형 구동관절을 이용하여 주어진 경로를 추적하도록 하고 이에 발생하는 오차를 수정하기 위하여 소형 구동관절을 이용하는 이중구조의 제어구조를 활용하는 경우 적은 구동에너지를 사용하면서 매우 정밀한 제어를 수행할 수 있을 것이라 판단된다.

표 1. 병렬 메카니즘의 동역학 인자.
Table 1. Dynamic parameters of parallel mechanisms.

link	m	$P_{c_i}^{(j)}$	$\Pi_{jk}^{(j)}$
I_L	20	$[0 \ 0 \ 0]^T$	$I_{xx} = I_{yy} = 1.67$ $I_{zz} = 0$ $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$
I_S	2 - 0.02	$[0 \ 0 \ 0]^T$	$I_{xx} = I_{yy} = 0.0167 \sim 0.00000167$ $I_{zz} = 0$ $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$
Top plate	30	$[0 \ 0 \ 0]^T$	$I_{xx} = I_{yy} = 1.25$ $I_{zz} = 2.5$ $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$



a) $[I_{\phi\phi}^*]$



b) $[P_{\phi\phi}^*]$

그림 10. A형 매니플레이터의 관성행렬과 파워 모델링 어레이.

Fig. 10. $[I_{\phi\phi}^*]$ and $[P_{\phi\phi}^*]$ of a A type manipulator.

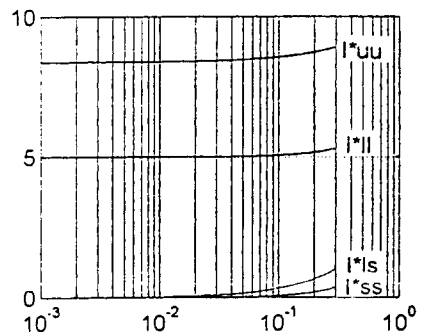
VII. 결론

본 연구에서는 국소적 제어를 수행할 수 있는 로봇 매니플레이터의 구조로서 기존의 대형 로봇 매니플레이터의 끝단에 소형의 병렬형 매니플레이터를 부착하는 형태와는 달리 병렬형 구조의 각 직렬부속체인에 소형의 잉여 구동관절과 링크를 부착하는 형태를 고려하였으며 이러한 형태를 가지는 매니플레이터로서 그림 9와 같은 형태의 평면형 6자유도 메카니즘들의 기구학적/동적특성에 관하여 조사하였고 연구결과를 요약하면 다음과 같다.

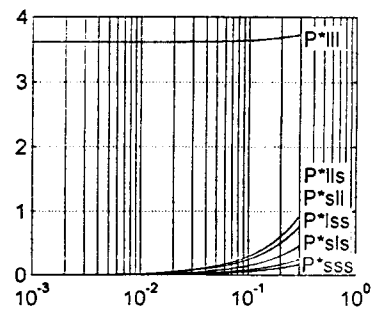
1) 그림 2와 같은 평면형 3자유도 병렬메카니즘의 각 직렬부속체인에 추가의 링크와 소형 구동 입력을 부착하고 이 링크의 길이와 소형 구동입력위치를 적절히 선정함으로써 구성된 병렬구조의 대형-소형 로봇은 기구학적으로 매우 우수한 국소적 제어 특성을 나타내는 것을 확인하였다.

2) 그림 9와 같은 두 가지 형태의 평면형 6자유도 메카니즘의 동역학 모델을 구하고 이러한 메카니즘들의 동역학적 해석과 링크길이와 구동입력의 위치변화에 관한 동적 특성을 조사하였다. 그리고 간략하게 이들 두 메카니즘의 동적특성을 분석하기 위하여 사용된 norm에 관하여 기술하였다.

3) 이러한 두가지 형태의 평면형 6자유도 병렬메카니즘들의 경우 모두, 대형 관절의 관성토크와 비교하여 소형관절의 관성토크는 물론 대형관절과 소형 관절사이의 간섭(coupling) 관성토크의 크기도 매우 적다는 것을 확인할 수 있었다. 이로부터 이 병렬 메카니즘들이 동적으로 매우 우수한 국소적 제어 특성을 나타내는 것을 확인할 수 있었다.



a) $[I_{\phi\phi}^*]$



b) $[P_{\phi\phi}^*]$

그림 11. B형 매니플레이터의 관성행렬과 파워 모델링 어레이.

Fig. 11. $[I_{\phi\phi}^*]$ and $[P_{\phi\phi}^*]$ of a B type manipulator.

이상과 같은 연구결과로부터 두 가지 메카니즘들의 링크길이비와 소형의 액츄에이터를 주어진 작업환경에 맞추어 적절히 설정하는 경우 고정밀 조립작업이 요구되는 자동화 작업에 유효하게 활용될 수 있을 것으로 기대된다. 또한, 이러한 형태의 메카니즘은 병렬구조로 인하여 높은 강성을 가질 것이므로 메카니즘의 정밀도를 더욱 향상시킬 수 있을 것으로 사료된다. 한편, 본 연구에서는 평면형 6자유도 병렬구조의 매니플레이터에 국한하여 연구를 수행하였지만 이러한 연구결과는 일반적인 병렬구조를 갖는 매니플레이터에도 적용될 수 있다. 그리고 현재, 이러한 병렬구조를 활용하는 대형/소형 매니플레이터 시스템이 실제로 일반 매크로-마이크로 매니플레이터 매니플레이터 시스템에 비하여 우수한 정밀도 특성을 나타낸다는 것을 입증하기 위한 연구로서 동일한 제어기를 적용하고 이들 두 시스템의 성능을 비교분석하는 연구가 진행중에 있다.

참고문헌

[1] Y. Yamagata, T. Higuchi, "A micropositioning device for precision automatic assembly using impact force of piezoelectric elements," *IEEE Int'l Conf. Robotics & Automation*, pp. 666-671, 1995,

[2] T. Inoue, K. Iwatani, I. Shimoyama, H. Miura, "Micromanipulation using magnetic field," *IEEE Int'l Conf. Robotics & Automation*, pp. 679-684, 1995.

[3] J. Y. Lew, et. al., "Micro manipulator motion control to suppress macro-manipulator structural vibration," *IEEE Int'l Conf. Robotics & Automation*, pp. 3116-3120, 1995.

[4] J. K. Salisbury and J. D. Abramowitz, "Design and control of a redundant mechanism for small Motion," *IEEE Int. Conf. Robotics and Automations*, pp. 323-328, 1985.

[5] K. W. Grace, et. al., "A six degree of freedom micromanipulator for ophthalmic surgery," *IEEE Int'l Conf. Robotics & Automation*, pp. 630-635, 1993.

[6] W. Cho, "Development of a dynamic modeling technique and its application to the analysis and control of a high precision robotic manipulator," Ph.D. dissertation, Univ. of Texas at Austin, 1989.

[7] M. Thomas and D. Tesar, "Dynamic modeling of serial manipulator arms," *Trans. ASME*, vol. 104, pp. 218-227, Sept., 1982.

[8] H. J. Kang, B. J. Yi, W. Cho, R. A. Freeman, "Constraint-embedding approaches for general closed-chain system dynamics in terms of a minimum coordinate set," *ASME Conf. Proceedings of Flexible Mech. Dyn. and Robot Trajectories*, DE-vol. 24, pp. 125-132, 1990.

[9] R. A. Freeman, "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotic system: Part I-

methodology, Part II-applications," *Proc. 20th ASME Mechanisms Conf.*, vol. 15, pp. 7-27, 1988.

[10] W. K. Kim, K. K. Huh, B. J. Yi and W. Cho, "Optimal synthesis of a wrist-type 6 degree-of-freedom force/torque sensor using Stewart platform structure," *KSME Journal*, vol. 9, no. 4, pp. 462-471, 1995.

부록

부록 A : 직렬부속체인의 기구학 모델링[7]

먼저 r번째 직렬부속체인의 j번째 링크에 고정된 임의의 점의 기준좌표계에 대한 절대 선형속도와 링크의 절대 각속도를 다음과 같이 표시한다.

$${}^r\dot{u}_j = ({}^r v_j, {}^r \omega_j)^T \tag{A1}$$

절대 각속도와 해당 직렬부속입력관절 속도벡터사이의 관계식은

$${}^r \omega_j = [{}^r G_{\phi}^{jk}] \dot{\phi} = [{}^r g_{jk}^1, {}^r g_{jk}^2 \dots, {}^r g_{jk}^N] \dot{\phi} \tag{A2}$$

로 표현되며 여기서

$${}^r g_{jk}^n = \begin{cases} {}^r z_n & \text{for } n \leq j \text{ and } R \\ 0 & \text{for } n > j \text{ and } P \end{cases} \tag{A3}$$

와 같이 구해지며

$${}^r \phi = ({}^r \phi_1, {}^r \phi_2 \dots, {}^r \phi_N)^T \tag{A4}$$

은 r번째 직렬부속체인 관절변수벡터를 나타낸다. (A3)에서 R과 P는 각각 회전관절과 미끄럼 관절을 의미한다.

한편, 절대 선형속도벡터 ${}^r v_j$ 는

$${}^r v_j = [{}^r G_{\phi}^P] \dot{\phi} = [{}^r g_P^1, {}^r g_P^2 \dots, {}^r g_P^N] \dot{\phi} \tag{A5}$$

로 표현되며 여기서

$${}^r g_P^n = \begin{cases} z_n \times ({}^r P_j - {}^r R_n) & \text{for } n \leq j \text{ and } R \\ z_n & \text{for } n \leq j \text{ and } P \\ 0 & \text{for } n > j \text{ and } P \end{cases} \tag{A6}$$

와 같이 구해진다. 위 식에서 ${}^r R_j$ 는 기준좌표계의 원점으로부터 r번째 직렬부속체인의 j번째 링크에 고정된 국부좌표계 원점까지의 절대 위치벡터를 나타낸다.

(A2)와 (A5)를 합하면 r번째 직렬부속체인의 관절변수벡터와 출력변수벡터사이의 속도관계식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{u} = [{}^r G_{\phi}^u] \dot{\phi} = \begin{bmatrix} [{}^r G_{\phi}^b] \\ [{}^r G_{\phi}^P] \end{bmatrix} \dot{\phi} \tag{A7}$$

마찬가지로, r번째 직렬부속체인의 입력관절변수벡터와 j번째 링크의 각속도 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$${}^r \alpha_j = [{}^r G_{\phi}^{jk}] \ddot{\phi} + {}^r \dot{\phi}^T [{}^r H_{\phi\phi}^{jk}] \dot{\phi} \tag{A8}$$

여기서

$$[{}^r H_{\phi\phi}^{jk}]_{m,n} = \begin{cases} {}^r z_m \times {}^r z_n, & \text{for } m < n \leq j, \\ & \text{and } m:R, n:R \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{A9}$$

와 같이 구해진다. 그리고 r 번째 직렬부속체인의 j 번째 링크에 고정된 임의의 점 rP_j 의 선형가속도 관계식은 r 번째 직렬부속체인의 입력관절변수벡터로서 다음과 같이 표현되며,

$${}^ra_j = [{}^rG_{\phi}^j] \ddot{\phi} + \dot{\phi} [{}^rH_{\phi\phi}^j] \dot{\phi} \quad (A10)$$

여기서,

$$[{}^rH_{\phi\phi}^j]_{m,n} = \begin{cases} {}^rz_m \times [{}^rz_n \times ({}^rP_j - {}^rR_n)], & \text{for } m \leq n \leq j \text{ and } m:R, n:R \\ {}^rz_n \times [{}^rz_m \times ({}^rP_j - {}^rR_m)], & \text{for } n < m \leq j \text{ and } m:R, n:R \\ {}^rz_n \times {}^rz_m, & \text{for } n \leq m \leq j \text{ and } m:P, n:R \\ {}^rz_m \times {}^rz_n, & \text{for } m \leq n \leq j \text{ and } m:R, n:P \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (A11)$$

와 같이 구해진다. (A8)과 (A10)를 합하면 r 번째 직렬부속체인의 관절변수벡터와 출력변수벡터사이의 가속도 관계식은 다음과 같이 표현된다.

$${}^r\ddot{u} = [{}^rG_{\phi}^u] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [{}^rH_{\phi\phi}^u] \dot{\phi} \quad (A12)$$

여기서,

$$[{}^rH_{\phi\phi}^u] = \begin{bmatrix} [{}^rH_{\phi\phi}^{p_j}] \\ [{}^rH_{\phi\phi}^{R_m}] \end{bmatrix} \quad (A13)$$

마찬가지 방법으로 각 링크의 질량중심의 속도, 가속도 관계식은 (A6)과 (A11)의 rP_j 를 ${}^rP_{cj}$ 로 치환함으로써 얻어진 결과를 (A5)과 (A10)에 대입함으로써 얻어지며, 각 속도와 각가속도의 관계식은 (A7)과 (A12)와 동일하다.



김희국

1980년 고려대 기계공학과 졸업. 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985), 동대학원 박사(1990). 1991년~현재 고려대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 로봇공학(여유자유도/잉여구동 로봇 시스템, 로봇 메카니즘 설계 및 해석, 로봇 말단효과장치, 원격로봇시스템, 모빌로봇/보행로봇), 강인제어, 공장자동화.



조황

1982년 인하대 기계공학과 졸업, 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985), 동대학원 박사(1989). 1990년~현재 광운대학교 제어계측공학과 부교수. 관심분야는 메카트로닉스, 로봇 시스템 개발, 시스템 모델링.



김재섭

1996년 고려대 제어계측공학과 졸업, 동대학원 석사(1998). 관심분야는 로봇 메카니즘 설계 및 해석, 퍼지-신경망 제어.