

선추적 시스템을 위한 로봇매니퓰레이터의 동적제어

Dynamic Control Approach of a Robot Manipulator for Line-Tracking Applications

박 태 형
(Tae-Hyoung Park)

Abstract : A robot control scheme for specific application a line-tracking system is newly presented. To improve the performance of line-tracking, robot arm dynamics and torque constraints are incorporated into the control scheme. The tracking problem for the workpiece on a variable-speed conveyor is formulated as an optimal tracking problem with specific criteria. Dividing the conveyor speed into the nominal term and the perturbed term, a two-stage control strategy is employed to cope with the nonlinearity and uncertainty of the robot-conveyor system. Simulation results are given to verify good tracking performance with fast cycle time and high accuracy in a robotic workcell.

Keywords : robot manipulator, line-tracking system, dynamic control, two-stage control

I. 서론

선추적 (line tracking) 또는 컨베이어추적(conveyor tracking)은 이동하는 컨베이어의 물체와 동기화되어 작업을 수행하는 로봇의 작업방식이다. 선추적은 로봇과 컨베이어의 가동율을 극대화시키고, 작업 사이클시간을 최소화시키며, 작업생산성을 향상시킬 수 있다[1][2]. 선추적의 실용적 가치는 도장, 용접, 물류처리, 검사 등의 로봇 응용분야에 광범위하게 적용되고 있음에서 확인할 수 있다[3]. 일반적으로 상용화된 로봇은 관절보간운동, 직선보간운동과는 별도의 선추적운동 기능을 사용자에게 제공 하고 있다.

로봇과 컨베이어로 구성되는 선추적시스템은, 로봇 베이스의 이동가능 여부에 따라 이동베이스 선추적 시스템(moving-base line-tracking system)과 고정베이스 선추적 시스템(stationary-base line-tracking system)으로 분류된다[4]. 로봇의 베이스가 이동하며 직선컨베이어의 운동과 동기화되어 작업이 수행되는 시스템이 이동베이스 선추적 시스템이다. 반면 고정베이스 선추적 시스템에서 로봇의 베이스는 이동할 수 없으며, 로봇 각 관절의 운동에 의하여 직선 컨베이어의 운동을 추적한다. 고정베이스 선추적 시스템은 이동베이스 선추적 시스템에 비하여 제어가 어렵다는 단점이 있으나, 경제성 및 유연성의 측면에서 유리하여 산업현장에서 널리 사용되고 있다. 본 논문에서 고려하는 선추적시스템은 고정베이스 선추적 시스템이다.

선추적 시스템의 작업성능 향상을 위하여 로봇제어시스템은 다음의 요구조건을 고려하여 설계되어야 한다.

정확한 동기화(accurate synchronization) : 로봇과 이송물체의 위치 및 속도는 정확하게 동기화되어야 한다. 그러나 컨베이어의 이송속력이 불규칙하게 변할 수 있으며, 따라서 카메라, 엔코더등의 센서로부터 이송물체의 위치

및 속도를 식별하여야 한다[5][6].

빠른 동기화 (fast synchronization) : 초기상태로부터 동기화가 이루어지기까지 소요되는 시간은 최소화되어야 한다. 그러나 빠른 동기화를 위한 로봇의 급격한 가속속운동은 관절의 토크를 증대시키며, 이때 각 관절토크는 제한범위 이내에서 발생되어야 한다.

선추적시스템에의 응용을 위한 로봇의 제어시스템은 센서궤환형태로 구성되어야 하며, 센서데이터의 효과적 활용을 위하여 컨베이어(또는 이송물체)의 동력학식을 고려하여야 한다. 또한 관절토크의 제한을 고려하기 위하여 로봇의 동력학식을 고려하여야 한다. 본 논문은 이상의 조건들을 고려하여, 선추적 시스템에의 응용을 위한 새로운 로봇제어기를 설계한다.

선추적 시스템에 적용 가능한 여러가지 제어기법이 제시되었다. 즉, 미지의 궤적으로 움직이는 물체를 추적하기 위하여 heuristics 에 의한 추적제어 기법[7][8], 자기동조제어 기법[9], 예측제어 기법[10]등이 제시되었다. 그러나 이들 제어기법에는 로봇의 기구학식이 고려되었으나 동력학식은 고려되지 않았다. 기구적으로 고결합된 시스템이 빠른동작을 하는 경우, 동력학식을 고려한 제어가 수행되는 것이 바람직하다[11]. 로봇의 동력학식을 고려한 최소시간제어문제[12][13] 및 협력제어문제의 해가 제시되었다. 로봇의 선추적문제에 대하여 동력학식과 제한조건을 고려한 오프라인의 동작계획기법이 제시되었으나[15], 컨베이어의 이송속력이 일정한 경우에만 적용될 수 있다.

본 논문은 불규칙한 속력으로 물체가 이송되는 선추적 시스템에 대하여, 로봇의 동력학식과 토크제한조건을 고려한 제어기법을 제시한다. 불규칙한 컨베이어의 이송속력을 정규항과 섭동항의 합으로 간주하여 전체시스템을 모델링하고, 선추적문제를 최적제어이론의 최적추적문제[16][17]로 변환한다. 변환된 최적추적문제는 정규단계와 섭동단계로 분리하여 해를 구하며, 이 때 정규단계 및 섭동단계는 각각 이송속력의 정규항과 섭동항에 대한 추

적계획을 생성한다. 정규단계는 로봇제어부의 상위단계인 동작계획부로서 구현되며, 섭동단계는 로봇제어부의 하위단계인 동작제어부로서 구현된다. 동작계획부에서는 DP(dynamic programming) 알고리즘에 의하여 정규추적 궤적을 오프라인으로 생성하며, 동작제어부에서는 상태 궤환형의 LQ(linear quadratic) 제어기에 의하여, 온라인의 제어입력을 생성한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II 장에서는 선추적문제를 정의하고, III 장에서는 선추적시스템을 수학적으로 모델링하며, IV 장에서는 로봇의 제어시스템을 설계한다. V 장에서는 간단한 예제시스템에 대한 시뮬레이션 결과를 제시하여, 제안된 방법의 유용성을 확인한다.

II. 문제의 정의

여유자유도가 없는 n 관절 로봇매니퓰레이터와 직선 컨베이어로 구성된 고정베이스형 선추적시스템 [4]을 대상으로 하여 선추적문제를 정의한다. 컨베이어는 부품(part)을 이송하며, 로봇의 손끝(hand)은 부품의 위치 및 속도와 동기화되어 작업을 수행한다. 컨베이어는 기준속력으로 부품을 이송하나, 외란에 의하여 작은 섭동을 일으킬 수 있다. 선추적시스템은 다음 사항을 만족한다고 가정한다.

A1 : 컨베이어의 부품이송경로는 직선이며, 로봇손끝의 추적경로는 부품이송경로와 동일한 직선이다.

A2 : 컨베이어로 이송되는 부품의 자세(orientation)는 이송중 변하지 않으며, 로봇손끝의 자세는 부품의 자세와 동일하다.

A3 : 컨베이어에 내장된 센서시스템은 이송부품의 속력과 거리를 모든시간에 대하여 감지할 수 있다.

그림 1은 선추적문제를 묘사한다. 컨베이어는 항상 방향벡터 $b \in R^{3 \times 1}$ 인 직선경로를 이동한다. 초기시간 t_0 에서 로봇은 정지하고 있는 반면, 컨베이어는 계속 운동중이다. 초기시간에 로봇손끝의 초기위치와 부품의 초기 위치는 위치편차 $\Delta_0 \in R^{3 \times 1}$ 를 갖을 수 있다. 초기 시간부터 로봇의 부품에 대한 추적이 이루어지며, 로봇 손끝의 운동은 과도상태 및 안정상태로 구분될 수 있다.

안정상태 ($t_s \leq t \leq t_f$)는 로봇손끝궤적과 부품궤적사이의 오차가 설정치 이하로 유지되는 구간으로서 로봇의 부품에 대한 작업이 수행된다. 과도상태 ($t_0 \leq t \leq t_s$)는 초기시간으로부터 안정상태 진입시 까지 소요되는 로봇의 가속 구간이다.

선추적시스템의 성능향상을 위하여 고려되어야 하는 제어문제는 다음과 같다.

P1 : 추적오차의 최소화 : 안정상태에서의 위치 및 속도오차는 로봇의 부품에 대한 작업의 정밀도를 저하시킬 수 있다. 따라서 추적궤적의 안정상태오차는 최소화되어야 한다.

P2 : 정착시간의 최소화 : 로봇의 작업사이클시간을 단축하기 위하여 안정상태로 진입하기까지 소요되는 시간, 즉 정착시간이 최소화 되어야 한다.

P3 : 관절토크의 제한 : 빠른 선추적운동을 위하여 요구되는 급속한 가속운동은 관절 토크를 증대시키나, 각 관절의 토크제한범위 이내로 그 크기가 억제되어야 한다.

$\tau(t): R \rightarrow R^{n \times 1}$ 를 관절토크벡터라 하면, 로봇의 토크제한조건은 다음과 같다고 가정한다.

$$\tau_{i, \min} \leq \tau_i(t) \leq \tau_{i, \max} \quad , \quad i = 1, \dots, n \quad (1)$$

단, $\tau_i(t)$ 는 벡터 $\tau(t)$ 의 i 번째 원소이다.

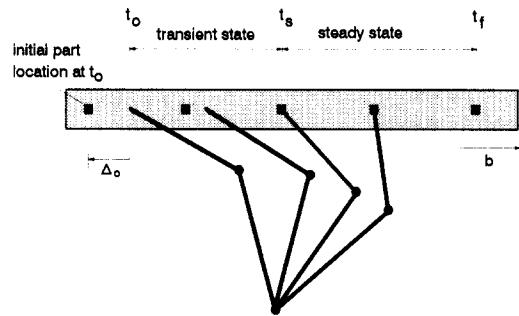


그림 1. 선추적시스템.
Fig. 1. A line-tracking system.

III. 시스템 모델링

로봇손끝의 카테시안좌표계에서의 위치벡터를 $p_h(t): R \rightarrow R^{3 \times 1}$ 라 하면, 컨베이어경로를 이동하는 로봇손끝의 위치와 속도는 파라메타함수 $\lambda_h(t): R \rightarrow R$ 에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$p_h(t) = p_{h0} + \lambda_h(t) b \quad (2)$$

$$\dot{p}_h(t) = \dot{\lambda}_h(t) b \quad (3)$$

단, $p_{h0} \in R^{3 \times 1}$ 은 로봇손끝의 초기위치이다. 파라메타함수 $\lambda_h(t)$ 및 $\dot{\lambda}_h(t)$ 는 직선경로를 이동하는 로봇손끝의 이동거리와 이동속력이다. 초기시간 t_0 에서 로봇은 정지상태이므로, 파라메타함수의 초기치는 다음과 같다.

$$\lambda_h(t_0) = 0, \quad \dot{\lambda}_h(t_0) = 0 \quad (4)$$

컨베이어에 놓여진 부품의 위치벡터를 $p_p(t): R \rightarrow R^{3 \times 1}$ 라 하면, 컨베이어 $\lambda_p(t): R \rightarrow R$ 로 이송되는 부품의 위치와 속도벡터는 파라메타함수에 의하여 다음과 같이 표현된다.

$$p_p(t) = p_{p0} + \lambda_p(t) b \quad (5)$$

$$\dot{p}_p(t) = \dot{\lambda}_p(t) b \quad (6)$$

$\lambda_p(t)$ 및 $\dot{\lambda}_p(t)$ 는 각각 부품의 이동거리와 이동속력이다. 컨베이어는 일정한 기준속도로 부품을 이송시키려하나, 외란에 의하여 실제 이송속도는 기준속도로부터 섭동될 수 있다. 따라서 컨베이어의 위치 및 속도는 모든 시간에 대하여 확률값이다. 컨베이어의 기준속도벡터를 $v_r \in R^{3 \times 1}$ 이라 하고, 부품의 위치 및 속도벡터의 초기치는 다음과 같다고 가정한다.

$$E[P_p(t_0)] = p_{h_0} + \Delta_o, \quad E[\dot{p}_p(t_0)] = v, \quad (7)$$

단, Δ_o 는 초기시간의 로봇손끝과 부품의 위치편차이다. 기호 $[b]_i$ ($i=1,2,3$)를 벡터 b 의 i 번째 원소라 정의하면, $[b]_i \neq 0$ 인 어떤 i 에 대하여 파라메타함수 $\lambda_p(t)$, $\dot{\lambda}_p(t)$ 의 초기치는 다음과 같다.

$$E[\lambda_p(t_0)] = \frac{[\Delta_o]_i}{[b]_i}, \quad E[\dot{\lambda}_p(t_0)] = \frac{[v_r]_i}{[b]_i} \quad (8)$$

파라메타함수의 사용에 의하여 선추적시스템의 모델링 차수는 감소된다. 즉, 로봇손끝 및 부품의 위치는 3차원의 벡터함수이나, 1차원 스칼라인 파라메타함수에 의하여 등가적으로 표현된다.

1. 컨베이어 모델링

컨베이어는 일정한 기준속도를 유지하며 부품을 이송시키고자 한다. 그러나 컨베이어시스템의 외란에 의하여 컨베이어의 이송속도는 목표치로부터 작은 섭동을 일으킬 수 있다. 동적시스템에서 발생하는 상대적으로 빠른 변이현상은 확률현상으로 간주되며, 백색잡음(white noise)에 의하여 시스템이 모델링될 수 있다[17]. 따라서 컨베이어의 운동을 백색잡음에 의한 확률시스템으로 모델링한다.

$v_r \in R^{3 \times 1}$ 을 기준속도, $v_w(t): R \rightarrow R^{3 \times 1}$ 을 영평균의 백색잡음이라 하면, 컨베이어에 의하여 이송되는 부품의 운동을 기준속도와 백색잡음을 입력으로 하는 다음의 선형시스템에 의하여 표현할 수 있다.

$$\ddot{p}_p(t) = -\frac{1}{T} \dot{p}_p(t) + \frac{1}{T} v_r + v_w(t) \quad (9)$$

단, $T \in R$ 는 컨베이어속력의 시상수로서 컨베이어의 실험구동에 의하여 측정될 수 있는 값이다. 만일 v_r 이 시스템의 유일한 입력이고, $\dot{p}_p(t_0) = v_r$ 이라면, 부품의 속도는 초기시간 t_0 이후로 일정한 값 v_r 을 갖게 될 것이다. 그러나 영평균의 백색잡음 $v_w(t)$ 가 시스템의 입력으로 추가됨으로 인하여, 부품의 속도는 평균속도가 v_r 인 예측할 수 없는 확률값이 된다. 따라서 (9)는 기준속도로부터 예측할 수 없는 변이를 일으키는 컨베이어 시스템의 운동을 표현한다. 벡터함수로 표현된 부품의 운동식을 스칼라 함수에 의하여 표현하여 모델링 차수를 감소시킨다. 기준속도와 잡음속도는 컨베이어 이동경로와 같은 방향의 벡터이므로 다음과 같이 정의한다.

$$v_r \triangleq v b \quad (10)$$

$$v_w(t) \triangleq w(t)b \quad (11)$$

단, $v \in R$ 은 상수이고, $w(t): R \rightarrow R$ 은 영평균 백색잡음이다. 방향벡터 b 의 노름이 1인 경우 v 는 컨베이어의 기준속력이고 $w(t)$ 는 잡음속력이다. (6) 및 (10), (11)을 (9)에 대입하여, 2차 선형미분방정식을 다음과 같이 얻는다.

$$\dot{\lambda}_p(t) = -\frac{1}{T} \lambda_p(t) + \frac{1}{T} v + w(t) \quad (12)$$

(9)는 상태공간표현을 위하여 6개의 상태변수를 필요로 한다. 그러나 스칼라 미분방정식 (12)은 단 2개의 상태변수를 필요로 하므로 시스템의 모델링차수는 감소된다.

두 개의 상태변수를 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{x}_1(t) \triangleq \lambda_p(t), \quad \hat{x}_2(t) \triangleq \dot{\lambda}_p(t) \quad (13)$$

이때 $\hat{x}(t) = [\hat{x}_1(t) \quad \hat{x}_2(t)]^T$ 는 임의의 시간 t 에서 부품의 이동거리와 속력을 의미하는 상태변수로서 부품상태(part state)라 정의한다. 부품상태는 컨베이어의 센서에 의하여 측정될 수 있는 값이다. 부품상태에 의하여, (12)는 다음과 같은 상태방정식으로 변환된다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_c \hat{x}(t) + x_r + x_w(t) \quad \{SC\} \quad (14)$$

단, $A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1/T \end{bmatrix}$, $x_r = \begin{bmatrix} 0 \\ v/T \end{bmatrix}$, $x_w(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ w(t) \end{bmatrix}$

이며, 시스템 {SC}는 컨베이어시스템의 수학적모델로서 사용된다. 컨베이어시스템을 정규단계와 섭동단계로 분리하여 모델링한다. 기준속력으로 부터 변이된 컨베이어의 이송속력을 기준속력과 섭동속력의 합으로 간주한다. 즉 부품상태 $\hat{x}(t)$ 를 다음과 같이 정규부품상(nominal part state) $\hat{x}^o(t)$ 와 섭동부품상태(perturbed part state) $\delta \hat{x}(t)$ 의 합으로 정의한다.

$$\hat{x}(t) \triangleq \hat{x}^o(t) + \delta \hat{x}(t) \quad (15)$$

정규부품상태 $\hat{x}^o(t) = [\hat{x}_1^o(t) \quad \hat{x}_2^o(t)]^T$ 는 컨베이어가 일정한 기준속력으로 부품을 이송할 때의 부품의 이동거리와 속력을 의미한다. 섭동부품상태 $\delta \hat{x}(t) = [\delta \hat{x}_1(t) \quad \delta \hat{x}_2(t)]^T$ 는 컨베이어의 속력이 기준속력으로부터 변이된 경우, 부품상태와 정규부품상태의 차이를 표현한다. 정규부품상태는 미리 알 수 있는 값이나, 섭동부품상태는 미리 예측할 수 없는 확률값이다. (15)를 (14)에 대입하여, 컨베이어의 운동을 다음과 같이 정규단계와 섭동단계로 분리하여 모델링한다

$$\dot{\hat{x}}^o(t) = A_c \hat{x}^o(t) + x_r \quad \{SC_n\} \quad (16)$$

$$\delta \dot{\hat{x}}(t) = A_c \delta \hat{x}(t) + x_w(t) \quad \{SC_p\} \quad (17)$$

시스템의 초기조건은 (8)로 부터 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{x}_1^o(t_0) = \frac{[\Delta_o]_i}{[b]_i}, \quad \hat{x}_2^o(t_0) = \frac{[v_r]_i}{[b]_i}$$

$$E[\delta \hat{x}_1(t_0)] = 0 \quad E[\delta \hat{x}_2(t_0)] = 0$$

시스템 {SC_n}과 {SC_p}는 각각 컨베이어시스템의 정규동력확식과 섭동동력확식이다. 시스템 {SC_n}은 확정시스템으로서 컨베이어가 목표속도로 일정하게 부품을 이송하는 경우, 컨베이어시스템의 기준속력입력과 정규부품상태의 관계를 나타낸다. 반면, 시스템 {SC_p}는 확률시스템으로서 컨베이어가 목표속도로부터 변이된 속도로 부품을 이송할 때, 컨베이어시스템의 잡음속력입력과 섭

동부품상태의 관계를 나타낸다. 컨베이어시스템의 동적 특성을 분리하여 모델링한 것은 IV 장에서 논할 계층적인 로봇제어구조에 기인한다.

2. 로봇 모델링

$q(t), \dot{q}(t), \ddot{q}(t): R \rightarrow R^{n \times 1}$ 를 각 각 로봇 관절위치, 속도, 가속도 벡터라 하고 $\tau(t): R \rightarrow R^{n \times 1}$ 를 관절토크 벡터라 하면, n 관절 로봇매니퓰레이터의 동력학식은 다음의 Lagrange-Euler 방정식 [18]에 의하여 표현된다.

$$\tau(t) = M(q(t)) \ddot{q}(t) + h(q(t), \dot{q}(t)) \quad (18)$$

단, $M(q(t)): R^{n \times 1} \rightarrow R^{n \times n}$ 는 관성행렬이고, $h(q(t), \dot{q}(t)): R^{n \times 1} \times R^{n \times 1} \rightarrow R^{n \times 1}$ 는 코리올리력, 원심력 및 중력에 의한 토크벡터이다. 여유자유도가 없는 로봇에 대하여, 로봇손끝의 위치 및 자세로부터 각 관절위치의 값을 구하기 위한 역기구학방정식의 해가 존재한다. 직선경로를 이동하는 로봇손끝의 위치는 파라메타함수 $\lambda_h(t)$ 에 의하여 표현되며, 로봇손끝의 자세는 일정하다고 가정하였으므로 (가정 (A2)), 로봇의 관절위치는 다음과 같은 $\lambda_h(t)$ 의 함수이다.

$$q(t) = f(\lambda_h(t)) \quad (19)$$

단, $f(\cdot): R \rightarrow R^{n \times 1}$ 은 로봇의 형상 (configuration) 과 관련된 역기구학 함수이다. 위의 식을 시간에 대하여 미분하면, 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\dot{q}(t) = f_\lambda(\lambda_h(t)) \dot{\lambda}_h(t) \quad (20)$$

$$\ddot{q}(t) = f_{\lambda\lambda}(\lambda_h(t)) \dot{\lambda}_h(t)^2 + f_{\lambda\lambda}(\lambda_h(t)) \ddot{\lambda}_h(t) \quad (21)$$

단,

$$f_\lambda(\lambda_h(t)) = \frac{df(\lambda_h(t))}{d\lambda_h(t)},$$

$$f_{\lambda\lambda}(\lambda_h(t)) = \frac{d^2f(\lambda_h(t))}{d\lambda_h(t)^2}$$

(19),(20),(21)을 로봇동력학식 (18)에 대입하여, 파라메타함수 $\lambda_h(t)$ 로 치환된 로봇동력학식을 다음과 같이 얻는다.

$$\tau(t) = M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t)) \ddot{\lambda}_h(t) + M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t)) \dot{\lambda}_h(t)^2 + h(\lambda_h(t), \dot{\lambda}_h(t)) \quad (22)$$

위 식의 양변에 행벡터 $[M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t))]^T$ 를 곱하면, 다음과 같은 스칼라 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t))]^T \tau(t) = [M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t))]^T M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t)) \ddot{\lambda}_h(t) + [M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t))]^T M(\lambda_h(t)) f_{\lambda\lambda}(\lambda_h(t)) \dot{\lambda}_h(t)^2 + [M(\lambda_h(t)) f_\lambda(\lambda_h(t))]^T h(\lambda_h(t), \dot{\lambda}_h(t)) \quad (23)$$

상태공간표현을 위하여 (18)은 $2n$ 개의 상태변수를 필요로 하나, (23)은 2개의 상태변수만을 필요로 한다.

손끝상태 (handstate) $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t)]^T$ 를

다음과 같이 정의하면

$$x_1(t) \triangleq \lambda_h(t), \ x_2(t) \triangleq \dot{\lambda}_h(t) \quad (24)$$

손끝상태는 직선경로를 이동하는 로봇손끝의 이동거리와 속력을 나타낸다. 손끝상태에 의하여 (23)은 다음의 상태방정식이 된다.

$$\dot{x}(t) = m(x(t)) + C(x(t)) \tau(t) \quad \{SR\} \quad (25)$$

단,

$$m(x(t)) = \left[\frac{x_2(t)}{b(x_1(t))x_2(t)^2 + c(x_1(t), x_2(t))} \right]$$

$$C(x(t)) = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ d_1(x_1(t)) & \dots & d_n(x_1(t)) \end{bmatrix}$$

이며,

$$a(x_1(t)) = [M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]^T [M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))] \quad (26)$$

$$b(x_1(t)) = -[M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]^T [M(x_1(t)) f_{\lambda\lambda}(x_1(t))] \quad (27)$$

$$c(x_1(t), x_2(t)) = -[M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]^T h(x_1(t), x_2(t)) \quad (28)$$

$$[d_1(x_1(t)) \dots d_n(x_1(t))] = \frac{[M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]^T}{[M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]^T [M(x_1(t)) f_\lambda(x_1(t))]} \quad (29)$$

컨베이어의 경우와 같이 로봇의 동력학식을 두 개의 분리된 단계 (정규동력학식, 섭동동력학식)로 표현한다. 로봇의 손끝상태와 관절토크는 각 각 정규항과 섭동항의 합으로 간주한다. 즉,

$$x(t) \triangleq x^o(t) + \delta x(t) \quad (30)$$

$$\tau(t) \triangleq \tau^o(t) + \delta \tau(t) \quad (31)$$

단, $x^o(t) = [x_1^o(t) \ x_2^o(t)]^T$ 는 정규손끝상태 (nominal hand state), $\delta x(t) = [\delta x_1(t) \ \delta x_2(t)]^T$ 는 섭동손끝상태 (perturbed hand state)라 정의한다. 또한 $\tau^o(t) = [\tau_1^o(t) \ \dots \ \tau_n^o(t)]^T$ 는 정규관절토크 (nominal joint torque), $\delta \tau(t) = [\delta \tau_1(t) \ \dots \ \delta \tau_n(t)]^T$ 는 섭동관절토크 (perturbed joint torque) 라 정의한다.

섭동손끝상태와 섭동관절토크가 각 각 정규손끝상태와 정규관절토크에 비하여 충분히 작다고 가정하면, 시스템 {SR}은 테일러 급수전개에 의하여 다음과 같이 두 개의 시스템으로 분리되어 표현될 수 있다.

$$\dot{x}^o(t) = m(x^o(t)) + C(x^o(t)) \tau^o(t) \quad \{SR_n\} \quad (32)$$

$$\delta \dot{x}(t) = F(t) \delta x(t) + G(t) \delta \tau(t) \quad \{SR_p\} \quad (33)$$

단, $F(t): R \rightarrow R^{2 \times 2}$ 와 $G(t): R \rightarrow R^{2 \times n}$ 는 다음과 같이 얻어진다.

$$F(t) = \left[\frac{\partial m(x)}{\partial x} + \frac{\partial C(x)}{\partial x} \tau \right]_{x=x^o(t), \tau=\tau^o(t)} \quad (34)$$

$$G(t) = [C(x)]_{x=x^o(t)} \quad (35)$$

(4)에 의하여 시스템 $\{SR_n\}$ 과 $\{SR_p\}$ 초기 조건은 다음과 같다.

$$x_1^o(t_0) = x_2^o(t_0) = 0, \quad \delta x_1(t_0) = \delta x_2(t_0) = 0$$

시스템 $\{SR_n\}$ 과 $\{SR_p\}$ 는 각각 로봇의 정규동력학식 및 섭동동력학식이다. 로봇의 정규동력학식 $\{SR_n\}$ 은 정규관절토크를 입력변수로하고, 정규손끝상태를 상태변수로하는 비선형의 상태방정식이다. 반면, 로봇의 섭동동력학식 $\{SR_p\}$ 는 섭동관절토크를 입력변수로하고, 섭동손끝상태를 상태변수로하는 선형시변의 상태방정식이다. 정규동력학식으로부터 생성된 정규궤적, 즉 정규손끝상태와 정규관절토크에 의하여 섭동단계에서의 로봇의 동적특성이 근사적으로 모델링되며, 이는 관절토크의 섭동량과 손끝상태의 섭동량과의 관계를 표현한다. 선추적문제에 있어서 정규손끝상태는 일정속도로 이동하는 부품의 운동상태 (정규부품상태)를 추적하기 위한 로봇손끝의 운동상태를 의미한다. 섭동손끝상태는 외란에 의하여 변이된 부품의 운동상태 (섭동부품상태)를 추적하기 위한 로봇손끝의 운동상태를 의미한다.

IV. 제어시스템 설계

선추적문제의 수학적구성을 위하여 로봇과 컨베이어로 구성된 선추적시스템의 동력학식이 고려되어야 한다. 컨베이어의 동력학식 $\{SC\}$ (14)와 로봇의 동력학식 $\{SR\}$ (25)에 의하여 선추적시스템의 통합된 동력학식은 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A_c \tilde{x}(t) + x_r + x_w(t) \quad \{SC\}$$

$$\dot{x}(t) = m(x(t)) + C(x(t)) \tau(t) \quad \{SR\}$$

선추적을 위하여 로봇손끝의 이동거리와 속력이 부품의 이동거리와 속력과 각각 일치되어야 한다. 즉, 시스템 $\{SR\}$ 의 손끝상태 $x(t)$ 와 시스템 $\{SC\}$ 의 부품상태 $\tilde{x}(t)$ 가 일치되어야한다. 어떤 시스템의 상태가 다른 시스템의 상태와 일치하도록하는 시스템의 제어입력을 결정하는 문제는 최적제어이론의 최적추적문제 [16][17]의 범주에 해당한다. 초기에 다른값을 갖는 손끝상태와 부품상태의 동기화를 위하여 성능지수를 다음과 같이 정의한다.

$$J = \frac{1}{2} E \left[\int_{t_0}^{t_f} (x(t) - \tilde{x}(t))^T Q (x(t) - \tilde{x}(t)) + \tau(t)^T R \tau(t) dt \right] \quad (36)$$

단, 가중행렬 $Q \in R^{2 \times 2}$, $R \in R^{n \times n}$ 은 대각행렬로서 양의 정칙(positive definite)이다. 선추적문제는 성능지수(36)을 최소화시키는 로봇의 관절토크 $\tau(t)$ 를 (1)의 토크제한조건을 고려하여 구하는 문제이다.

시스템 $\{SC\}$ 에 존재하는 외란은 시스템 상태의 예측을 불가능하게 한다. 따라서 제어입력은 구간 $[t_0, t_f]$ 에 대하여 미리 결정될 수 없으며, 변화하는 상태의 정보에

의하여 결정되어야 한다. 선추적시스템의 상태 (부품상태, 손끝상태)가 모든시간에 대하여 측정가능하다고 가정하면 (가정 A3), 제어입력은 상태케환형으로 구성되는것이 바람직하다. 최적제어입력을 결정하기 위하여 Pontryagin의 최소원리 또는 동적계획법이 적용될 수 있으나, 시스템모델의 비선형성과 많은 제한조건으로 인하여 오프라인의 개루우프형으로 구성된다. 즉 선추적문제의 최적제어입력을 상태케환형으로 구성하는 것은 매우 어려운 문제이다.

용이한 제어입력의 설계를 위하여 선형 근사화 된 시스템 모델을 사용할 수 있다. 그러나 이 때 근사화 된 시스템모델은 실제의 시스템모델에 가능한 근접되어야 한다. 본 논문은 실제 시스템 모델과 근사화된 시스템 모델사이의 차이를 줄이기 위하여 이단계 제어 (two-stage control) 기법을 적용한다. 선추적시스템을 위한 로봇의 제어부는 상위의 동작계획단계와 하위의 동작제어단계로 분리되어 구성된다. 동작계획단계는 개루우프형으로 구성되어 정규궤적을 생성하며, 동작제어단계는 상태케환형으로 구성되어 불규칙하게 변화하는 부품상태를 추적하기 위한 제어입력을 생성시킨다.

1. 동작계획단계

계층적으로 분리된 로봇의 제어구조에서 상위단계는 동작계획단계로서, 컨베이어의 이송속력이 정규속력으로 일정한 경우에 대한 로봇의 정규궤적을 생성한다. 컨베이어의 이송속력이 일정한 경우의 선추적시스템의 동적모델은 III 장에서 논한 바와 같이 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}^o(t) &= A_c \tilde{x}^o(t) + x, & \{SC_n\} \\ \dot{x}^o(t) &= m(x^o(t)) + C(x^o(t)) \tau^o(t) & \{SR_n\} \end{aligned}$$

정규손끝상태 $x^o(t)$ 가 정규부품상태 $\tilde{x}^o(t)$ 를 추적하기 위하여 추적성능지수를 다음과 같이 정의한다.

$$J_N = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^o(t) - \tilde{x}^o(t))^T Q (x^o(t) - \tilde{x}^o(t)) + \tau^o(t)^T R \tau^o(t) dt \quad (37)$$

이때 정규관절토크의 제한조건은 다음과 같다.

$$\tau_{i, \min} \leq \tau_i^o(t) \leq \tau_{i, \max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (38)$$

일반적으로 동작계획단계에서는, 평활한 로봇의 동작을 위한 관절속도, 가속도 및 저크의 제한범위를 고려하는 것이 바람직하다[14][15][19]. 즉 관절액츄에이터의 구동토크의 제한과는 별도로 다음의 평활제한조건(smoothness constraints)를 고려한다.

$$\dot{q}_{i, \min} \leq \dot{q}_i^o(t) \leq \dot{q}_{i, \max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (39)$$

$$\ddot{q}_{i, \min} \leq \ddot{q}_i^o(t) \leq \ddot{q}_{i, \max}, \quad i = 1, \dots, n \quad (40)$$

$$q_{i, \min}^{(3)} \leq q_i^{o(3)}(t) \leq q_{i, \max}^{(3)}, \quad i = 1, \dots, n \quad (41)$$

시스템 $\{SC_n\}$ 의 정규부품상태는 미리 계산될 수 있으며, 따라서 정규궤적 $x^o(t)$, $\tau^o(t)$ 는 개루우프형으로 구성될 수 있다. 본 논문은 동적계획법을 응용하여, 최적의 정규손끝상태와 정규관절토크를 생성시킨다. DP는 최

적화 문제에 널리 사용되는 기법으로서 최적성의 원리 (principle of optimality)[16]에 의하여 그 최적성이 증명 되어있으며, 비선형 시스템 모델, 복잡한 형태의 성능지 수, 다양하게 부과된 제한조건 등에 구애받음이 없이 최적화 문제를 풀 수 있다는 장점이 있다. 그러나 DP는 시스템모델의 차원이 3이상인 경우에는 그 적용이 매우 힘들다 (curse of dimensionality)[16]. 본 논문에서는 선 추적시스템의 모델의 차수를 파라메타함수를 사용하여 2n 차원에서 2차원으로 변환되었으므로 DP의 적용이 용 이하다. Shin 등 [20], Singh 등 [21]은 DP기법이 경로가 주어질 로봇궤적의 생성에 유용함을 입증하였다. 본 논 문에 적용된 DP에 의한 최적궤적의 생성 방법은 Shin 등 [20]의 방법과 유사하나, 탐색평면의 구성과 제한 조 건의 부여방법에 있어서 차이가 있다.

DP를 적용하기 위하여, 시스템모델 $\{SC_n\}$ 과 $\{SR_n\}$ 은 이산화된 형태로 표현되어야 한다. 샘플링 시간을 Δt 라 하면, 임의의 시간 t 는 이산량 $k = t / \Delta t$ 로 표현된다. 초 기시간 t_0 가 컨베이어구동 이후 충분히 경과된 시간이라 가정하면, 이송속력이 v 로 일정한 컨베이어의 동력학식 (16)는 다음과 같이 이산화되어 표현된다.

$$\hat{x}_1^o(k) = vk + \hat{x}_1^o(k_0) \quad (42)$$

$$\hat{x}_2^o(k) = v \quad (43)$$

단, $k_0 = t_0 / \Delta t$ 이고, $\hat{x}_1^o(k_0) = [A_0]_i / [b]_i$ 이다. 로봇 의 (32)는 다음과 같이 이산화된다.

$$x_1^o(k+1) = x_1^o(k) + \Delta t x_2^o(k) \quad (44)$$

$$x_2^o(k+1) = x_2^o(k) + \Delta t m(x_1^o(k), x_2^o(k)) + \Delta t \sum_{i=1}^n d_i(x_1^o(k)) \quad (45)$$

또한 (37)의 성능지수 J_N 은 다음과 같이 이산화 된다.

$$J_N = \frac{\Delta t}{2} \sum_{k=k_0}^k q_{11}(x_1^o(k) - \hat{x}_1^o(k))^2 + q_{22}(x_2^o(k) - \hat{x}_2^o(k))^2 + r_{11} \tau_1(k)^2 + \dots + r_{mn} \tau_n(k)^2 \quad (46)$$

단, q_{ij}, r_{ij} 은 각 각 가중행렬 Q, R 의 ij 번째 원소이다.

로봇관절의 평활제한조건 (39)-(41)을 이산화시키고, 이들을 손끝상태 $x_1^o(k), x_2^o(k)$ 의 제한조건으로 변환시킨 다.관절가속도 및 관절저크의 제한조건 (40), (41)은 다음 의 선형근사화에 의하여, 관절속도 $\dot{q}(k)$ 의 제한조건으로 변환될 수 있다[19].

$$\ddot{q}(k) \approx \frac{\dot{q}(k+1) - \dot{q}(k)}{\Delta t}$$

$$q^{(3)}(k) \approx \frac{\ddot{q}(k+1) - \ddot{q}(k)}{\Delta t}$$

또한 (20)에 의하여 다음의 식이 성립된다.

$$\dot{q}(k) = f_\lambda(x_1^o(k))x_2^o(k)$$

그러므로 관절속도, 가속도, 저크제한조건은 다음과 같이 각 각 손끝상태 $x_1^o(k), x_2^o(k)$ 의 제한조건으로 변환된다.

$$\dot{q}_{i, \min} \leq [f_\lambda(x_1^o(k))]_i x_2^o(k) \leq \dot{q}_{i, \max} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \ddot{q}_{i, \max} &\leq [f_\lambda(x_1^o(k))]_i x_2^o(k) \\ &\leq \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \ddot{q}_{i, \min} \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \ddot{q}_i(k+1) + \Delta t^2 q_{i, \min}^{(3)} &\leq [f_\lambda(x_1^o(k))]_i x_2^o(k) \\ &\leq \dot{q}_i(k+1) - \Delta t \ddot{q}_i(k+1) + \Delta t^2 q_{i, \max}^{(3)} \end{aligned} \quad (49)$$

각 i 에 대하여, 부등식 (47)-(49)의 상한값들의 최소치를 $\delta_i^+(k+1)$, 하한값들의 최대치를 $\delta_i^-(k+1)$ 라 하면, 부 등식 (47)-(49)는 다음과 같이 통합된 형태의 부등식으로 표현된다.

$$\delta_i^-(k+1) \leq [f_\lambda(x_1^o(k))]_i x_2^o(k) \leq \delta_i^+(k+1) \quad (50)$$

위의 식은 $i = 1, \dots, n$ 에 대한 n 개의 연립부등식이며, 다음의 단일부등식으로 표현될 수 있다.

$$SC_{\min}(x_1^o(k), k+1) \leq x_2^o(k) \leq SC_{\max}(x_1^o(k), k+1) \quad (51)$$

단,

$$SC_{\max}(x_1^o(k), k+1) =$$

$$\min_i \begin{cases} \frac{\delta_i^+(k+1)}{[f_\lambda(x_1^o(k))]_i}, [f_\lambda(x_1^o(k))]_i > 0 \\ \frac{\delta_i^-(k+1)}{[f_\lambda(x_1^o(k))]_i}, [f_\lambda(x_1^o(k))]_i < 0 \end{cases}$$

$$SC_{\min}(x_1^o(k), k+1) =$$

$$\max_i \begin{cases} \frac{\delta_i^-(k+1)}{[f_\lambda(x_1^o(k))]_i}, [f_\lambda(x_1^o(k))]_i > 0 \\ \frac{\delta_i^+(k+1)}{[f_\lambda(x_1^o(k))]_i}, [f_\lambda(x_1^o(k))]_i < 0 \end{cases}$$

따라서 로봇의 평활제한조건은 (51)과 같이 정구순끝상 태 $x_1^o(k)$ 와 $x_2^o(k)$ 의 제한조건으로 변환된다. 변환된 평 활제한조건은 임의의 시간 k 에서의 상태값이 시간 $k+1$ 에서의 상태값에 의하여 제한되는 형태의 식이다. 이러한 형태의 식은 시간 k_f 부터 시간 k_0 까지 역방향의 탐색이 수행되는 DP 알고리즘에서 고려되기 적절하다.

DP를 사용한 동작계획 알고리즘은 시간-속력 ($t-x_2^o$)의 탐색평면 상에서 수행된다. 탐색평면은 시 간축으로 N_1 개, 속력축으로 N_2 개의 균등한 격자로 분 할된다. 이때 시간축의 간격 $\Delta t = (t_f - t_0) / N_1$ 로 설정 한다. 초기상태 ($t_0, x_2^o(t_0)$)와 종료상태 ($t_f, x_2^o(t_f)$)는 탐색평면상의 점 $(0, 0)$ 와 (N_1, N_f) 에 각각 저장된다. 컨베이어추적시, 로봇손끝속력의 오우버슈우트를 고려하 여, 로봇손끝속력의 목표치 $x_2^o(t_f)$ 는 속력축 상의 점 $N_f (\leq N_2)$ 에 저장한다.

위의 초기화과정이 완료되면, 탐색평면상의 최종점 (N_1, N_f) 으로부터 시작점 $(0, 0)$ 까지 다음의 최적화알고 리즘이 수행된다.

[S1] 열카운터 $\alpha = N_1 - 1$ 로 설정한다.

[S2] 열카운터가 $\alpha = 0$ 이면 [S13]으로 간다.

[S3] 현재시간 k 를 시간축의 α 번째 값으로 설정하

고 정규부품상태 $\hat{x}_1^o(k)$, $\hat{x}_2^o(k)$ 를 (42), (43)에 의하여 계산한다.

[S4] 행카운터 $\beta=0$ 으로 설정한다.

[S5] 만일 $\beta=N_2$ 이면, [S12]로 간다.

[S6] 정규손끝상태의 $x_2^o(k)$ 를 속력축의 β 번째 값으로 설정한다.

[S7] 다음 행카운터 $\gamma=0$ 로 설정한다.

[S8] $\gamma=N_2$ 이면 [S11]로 간다.

[S9] $x_2^o(k+1)$ 을 속력축 상의 γ 번째 값으로 설정한다.

[S9-1] 정규손끝상태의 $x_1^o(k)$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$x_1^o(k) = x_1^o(k+1) - \Delta t x_2^o(k)$$

[S9-2] (51)의 $SC_{\min}(x_1^o(k), k+1)$ 과 $SC_{\max}(x_1^o(k), k+1)$ 를 계산하여, 평활제한조건의 만족여부를 조사한다. 만족하지 못하면 [S10]으로 간다.

[S9-3] (22)에 의하여 정규관절토크 $\tau_i^o(k)$ ($i=1 \dots n$)를 계산한다. 계산된 토크가 토크제한조건(38)를 만족하지 못하면 [S10]으로 간다.

[S9-4] 성능지수의 증분을 다음과 같이 계산한다.

$$\Delta J_N(k, x_2^o(k)) = \Delta t (q_{11}(x_1^o(k) - \hat{x}_1^o(k))^2 + q_{22}(x_2^o(k) - \hat{x}_2^o(k))^2 + r_{11} \tau_1^o(k)^2 + \dots + r_{nn} \tau_n^o(k)^2) \quad (52)$$

또한, 성능지수의 최소값을 다음과 같이 구한다.

$$J_N^*(k, x_2^o(k)) = \min_{\gamma=0 \dots N_2} (\Delta J_N(k, x_2^o(k)) + J_N(k+1, x_2^o(k+1))) \quad (53)$$

탐색평면의 점 (α, β) 에서의 포인터 $P_{\alpha\beta}$ 를 성능지수를 최소화시키는 γ 로 설정한다.

[S10] $\gamma=\gamma+1$ 로 하여 [S8]로 간다.

[S11] $\beta=\beta+1$ 로 하여 [S5]로 간다.

[S12] $\alpha=\alpha-1$ 로 하여 [S2]로 간다.

[S13] 초기상태 $(k_o, x_2^o(k_o))$ 부터 종료상태 $(k_f, x_2^o(k_f))$ 까지 $P_{\alpha\beta}$ 로서 저장된 다음열카운터를 따라가면서, 정규 궤적 $x^o(t)$, $\tau^o(t)$ 를 생성한다.

(52) 및 (53)의 회귀적관계에 의하여 생성되는 궤적은 최적성의 원리에 의하여 성능지수를 최소화함이 증명된다 [16]. 오프라인의 동작계획알고리즘으로 생성된 정규궤적은 동작제어를 위하여 저장된다.

2. 동작제어단계

로봇제어구조의 하위단계인 동작제어단계에서는, 불규칙한 속력으로 이송되는 부품을 추적하기 위한 로봇의 관절토크입력을 결정한다. 기준속력으로 이송되는 부품에 대한 정규관절토크는 동작계획단계에서 미리 결정되어 있으므로, 섭동관절토크만을 결정한다. 따라서 동작제어단계에서는 다음의 섭동동력학식만을 고려한다.

$$\delta \dot{\hat{x}}(t) = A_c \delta \hat{x}(t) + x_w(t) \quad \{SC_p\}$$

$$\delta \dot{x}(t) = F(t)\delta x(t) + G(t)\delta \tau(t) \quad \{SR_p\}$$

(36)에서 정의된 추적성능지수 J 는 다음과 같이 변환되어 표현될 수 있다.

$$J = \frac{1}{2} E \int_{t_0}^{t_f} x^o(t) + \delta x(t) - \hat{x}^o(t) - \delta \hat{x}(t) \quad (54)$$

$$+ (\tau^o(t) + \delta \tau(t) - \tau^o(t) - \delta \tau(t))^T R (\tau^o(t) + \delta \tau(t)) \quad dt$$

위의 성능지수에서 정규손끝상태 $x^o(t)$ 및 정규관절토크 $\tau^o(t)$ 는 동작계획단계에서 생성된 값으로서 미리 저장되어 있는 값이다. 또한 정규부품상태 $\hat{x}^o(t)$ 는 컨베이어가 기준속력으로 부품을 이송할 때 부품의 이동거리 및 속력으로서 미리 알 수 있는 값이다. 불규칙한 섭동부품상태 $\delta \hat{x}(t)$ 및 섭동손끝상태 $\delta x(t)$ 는 컨베이어 및 로봇에 내장된 센서에 의하여 감지되는 값이다. 따라서 시스템 $\{SR_p\}$ 의 섭동관절토크 $\delta \tau(t)$ 의 적절한 결정에 의하여 (54)의 성능지수는 최소화될 수 있다. 선추적시스템의 섭동모델은 선형시스템이므로, 최적제어이론의 LQ 제어기법을 적용하여 상태궤환형의 최적제어입력을 얻을 수 있다.

헤밀토니안 H 를 다음과 같이 정의한다.

$$H \triangleq \frac{1}{2} (x^o(t) + \delta x(t) - \hat{x}^o(t) - \delta \hat{x}(t))^T Q (x^o(t) + \delta x(t) - \hat{x}^o(t) - \delta \hat{x}(t)) \quad (55)$$

$$+ \frac{1}{2} (\tau^o(t) + \delta \tau(t))^T R (\tau^o(t) + \delta \tau(t)) + p(t)^T (F(t)\delta x(t) + G(t)\delta \tau(t))$$

단, $p(t): R \rightarrow R^{2 \times 1}$ 는 보조상태벡터이다.

최적조건 $\frac{\partial H}{\partial(\delta \tau)} = 0$, $\delta \dot{x}(t) = \frac{\partial H}{\partial p}$, $\dot{p}(t) = -\frac{\partial H}{\partial(x)}$ 에 의하여, 다음의 관계식을 얻는다.

$$\delta \tau(t) = -\tau^o(t) - R^{-1}G(t)^T p(t) \quad (56)$$

$$\delta \dot{x}(t) = F(t)\delta x(t) - G(t)R^{-1}G(t)^T p(t) - G(t)\tau^o(t) \quad (57)$$

$$\dot{p}(t) = -Q(x^o(t) + \delta x(t) - \hat{x}^o(t) - \delta \hat{x}(t)) - F(t)^T p(t) \quad (58)$$

단, $\delta x(t_o) = 0$, $p(t_f) = 0$ 이다.

제어입력 $\delta \tau(t)$ 를 상태궤환형으로 얻기위하여 보조상태 $p(t)$ 를 다음과 같이 설정한다.

$$p(t) = K_1(t)\delta x(t) + K_2(t)\delta \hat{x}(t) + K_3(t) \quad (59)$$

(59)를 (56)에 대입하여 (54)의 성능지수를 최소화시키는 로봇의 관절토크입력 ($\tau(t) = \tau^o(t) + \delta \tau(t)$)을 다음과 같이 구한다.

$$\tau(t) = -R^{-1}G(t)^T K_1(t)\delta x(t) - R^{-1}G(t)^T K_2(t)\delta \hat{x}(t) - R^{-1}G(t)^T K_3(t) \quad (60)$$

토크입력이 제한조건 (1)를 위배하여 생성된 경우 그 값은 최대치로 포화된다. 가중행렬 R 이 양의 정칙으로 설정된 경우, (60)의 제어입력은 성능지수를 최소화시키는 최적의 제어입력이다[16]. 이때 $K_1(t): R \rightarrow R^{2 \times 2}$, $K_2(t): R \rightarrow R^{2 \times 2}$ 및 $K_3(t): R \rightarrow R^{2 \times 1}$ 는 다음 리카티방

정식의 해이다.

$$-\dot{K}_1(t) = F(t)^T K_1(t) + K_1(t) F(t) - K_1(t) G(t) R^{-1} G(t)^T K_1(t) + Q \quad (61)$$

$$-\dot{K}_2(t) = F(t)^T K_2(t) + K_2(t) A_c - K_1(t) G(t) R^{-1} G(t)^T K_2(t) - Q \quad (62)$$

$$-\dot{K}_3(t) = F(t)^T K_3(t) - K_1(t) G(t) R^{-1} G(t)^T K_3(t) - K_1(t) G(t) \tau^o(t) + Q(x^o(t) - \tilde{x}^o(t)) \quad (63)$$

단, $K_1(t_f) = 0, K_2(t_f) = 0, K_3(t_f) = 0$ 이다. 관절토크를 (60)의 제어법칙에 의하여 생성하기 위하여, 리카티방정식 (61)-(63)은 t_f 부터 t_0 까지 역방향으로 적분되어 $K_1(t), K_2(t), K_3(t)$ 값으로 저장된다.

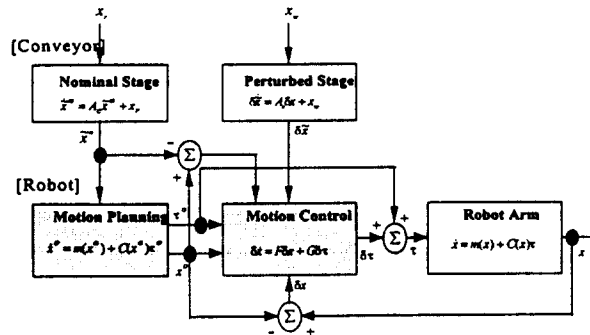


그림 2. 선추적시스템의 제어구조. Fig. 2. Control structure of line tracking system.

그림 2는 본 논문에서 제안하는 선추적시스템의 제어구조이다. 동작계획단계에서 정규궤적 ($x^o(t), \tau^o(t)$)을 생성하여 저장한다. 정규궤적을 사용하여 $F(t)$ 및 $G(t)$ 를 각각 (34), (35)에 의하여 구한다. 또한 $K_1(t), K_2(t)$ 및 $K_3(t)$ 를 (61)-(63)에 의하여 계산한다. 동작제어단계에서는 로봇과 컨베이어의 센서제한입력으로부터 로봇의 관절토크입력을 (60)의 법칙에 의하여 결정한다.

V. 시뮬레이션

제안된 제어기법을 그림 3의 예제 선추적시스템에 적용한다. 로봇매니퓰레이터는 z 축을 중심으로 회전하는 2개의 관절을 갖으며, x-y 평면상에서 로봇손끝이 이동한다. 컨베이어는 벡터 b 의 방향으로 부품을 이송하며, 속력은 기준속력을 평균으로하는 가우시안 분포로 가정한다. 예제 선추적 시스템의 파라메타는 표 1에 요약된다.

시구간 [0, 4] (sec)에 대하여 선추적 시뮬레이션을 수행한다. 제어부의 상위단계인 동작계획단계에서는 기준속력으로 일정하게 부품을 이송하는 컨베이어에 대한 로봇의 최적 정규궤적을 생성시킨다. 제안된 DP 알고리즘은 40 times 60의 시간-속력 ($t-x_2^o$) 평면에서 수행하였으며, 샘플링시간은 $\Delta t = 0.1(s)$ 이다. 성능지수의 가중행렬의 값을 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} 0.05 & 0 \\ 0 & 0.05 \end{bmatrix}$$

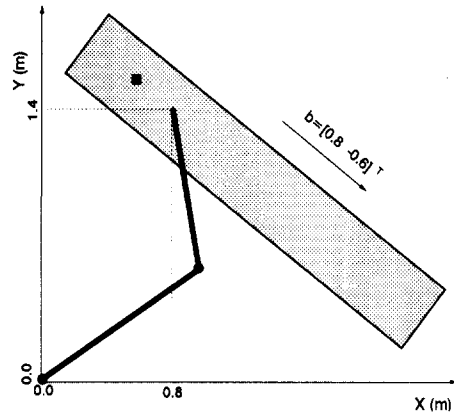


그림 3. 시뮬레이션 모델. Fig. 3. Simulation model.

그림 4는 동작계획알고리즘에 의하여 생성된 정규궤적이다. 표 1의 로봇관절의 제한조건 중 토크제한조건만을 고려한 경우와 토크 및 평활제한조건을 모두 고려한 경우에 대하여 생성된 정규궤적을 비교한다. 그림 4(a) 및 그림 4(b)는 정규손끝상태 x_2^o 및 x_1^o 의 궤적이다. 즉, 등속컨베이어의 부품을 추적하는 로봇손끝의 속력과 이동거리의 궤적이다. 초기시간에 로봇은 정지하고 있었으므로 속력 오우버슈우트가 발생된다. 안정상태에서 추적궤적의 속력, 거리 오차는 발생되지 않는다. 안정상태로 진입하는 정착시간은 토크제한만을 고려한 경우 1.4(s)이며, 토크제한과 평활제한을 고려한 경우 2.1(s)이다. 토크제한만을 고려한 경우 빠른추적이 이루어지는 반면, 로봇손끝의 급격한 속력의 변화가 요구되어 평활한 로봇의 추적동작이 이루어지지 못한다. 그림 4(c) 및 그림 4(d)는 정규관절토크 τ_1^o, τ_2^o 의 궤적이다. 안정상태로의 빠른진입을 위하여 과도상태에서 발생되는 토크량의 크기는 매우 크다. 그러나 생성된 토크는 모두 최대허용범위에 의하여 제한되며, 특히 관절 1의 토크는 최대치에 포화된다. 토크 및 평활제한조건을 모두 고려한 경우 토크의 급격한 변화가 상대적으로 완화된다. 동작계획단계에서 생성된 정규궤적은 다음의 동작제어를 위하여 저장된다. 제어부의 하위단계인 동작제어단계에 제안된 기법을 적용하였다. 동작제어의 적용을 위하여 정규궤적은 시간에 대하여 보간되며, 보간된 정규궤적의 시간구간은 5 (ms)로 설정하였다. 컨베이어의 속력은 기준속력을 평균으로 하는 가우시안분포로 발생시켰다. 그림 5(a) 및 그림 5(b)는 외란에 의하여 섭동된 컨베이어의 부품궤적을 추적하기 위한 제어입력, 즉 로봇의 관절토크이다. 제안된 상태궤환형의 제어법칙에 의하여, 정규궤적을 보상하기 위한 관절토크가 정규관절토크로부터 섭동되어 생성된다. 모든시간에 대하여 관절토크는 최대허용치에 의하여 그 크기가 제한된다. 입력된 관절토크명령에 의하여 로봇손끝이 컨베이어상의 부품을 추적한다. 그림 5(c) 및 그림 5(d)는 입력된 관절토크명령에 의한 로봇손끝의 속력과 거리궤적이다.

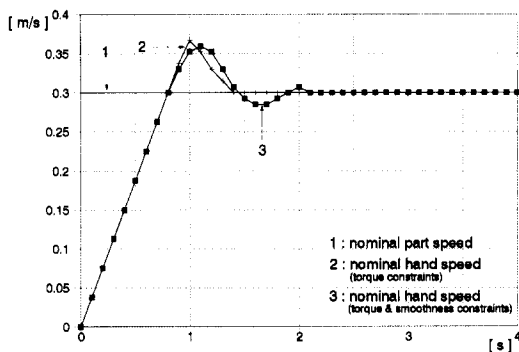
또한 그림 6은 속력과 위치의 추적오차래적이다. 부품의 속력과 거리가 동시에 추적되며, 시간 $t=1.79$ (s) 이후로 안정상태에 진입한다. 안정상태에서의 추적오차의 특성은 다음과 같다.

- 속도추적오차의 평균치 = 1.66 (mm/s)
- 위치추적오차의 평균치 = 0.95 (mm)
- 속도추적오차의 최대치 = 5.97 (mm/s)
- 위치추적오차의 최대치 = 1.87 (mm)

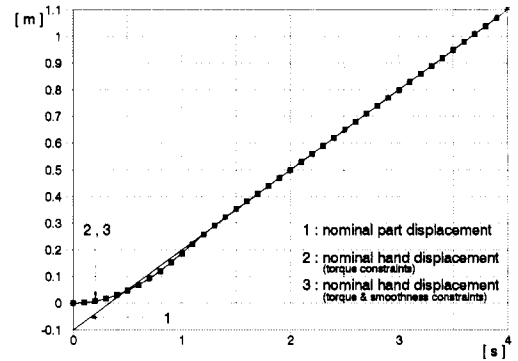
이상의 시뮬레이션 결과는 선추적시스템을 위한 로봇의 제어를 위하여 제안된 방법이 유용하게 적용될 수 있음을 보여준다.

표 1. 시뮬레이션 모델의 파라메타.
Table 1. Parameters of the simulation model.

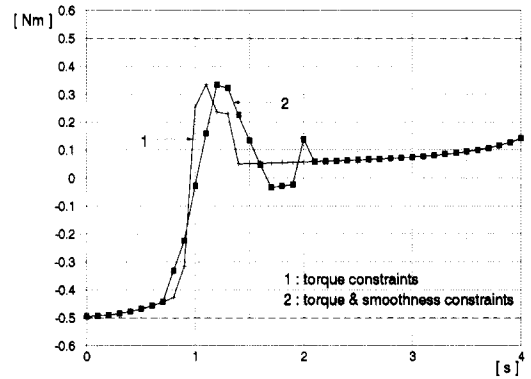
Conveyor	
direction vector \mathbf{b}	$[0.8 \ -0.6]^T$
reference speed v	0.3 (m/s)
variance of speed	0.06 (m/s)
time constant T	5 (s)
initial part position $\mathbf{p}_p(t_0)$	$[0.72 \ 1.34]^T$ (m)
Robot	
link mass	$m_1 = m_2 = 1$ (Kg)
link length	$l_1 = l_2 = 1$ (m)
initial hand position $\mathbf{p}_h(t_0)$	$[0.8 \ 1.4]^T$ (m)
torque constraints	$-0.5 \leq \tau_1 \leq 0.5$ (Nm) $-0.2 \leq \tau_2 \leq 0.2$ (Nm)
velocity constraints	$-0.4 \leq \dot{q}_1 \leq 0.4$ (rad/s) $-0.4 \leq \dot{q}_2 \leq 0.4$ (rad/s)
acceleration constraints	$-0.3 \leq \ddot{q}_1 \leq 0.3$ (rad/s ²) $-0.3 \leq \ddot{q}_2 \leq 0.3$ (rad/s ²)
jerk constraints	$-2.3 \leq \overset{(3)}{q}_1 \leq 2.3$ (rad/s ³) $-2.0 \leq \overset{(3)}{q}_2 \leq 2.0$ (rad/s ³)



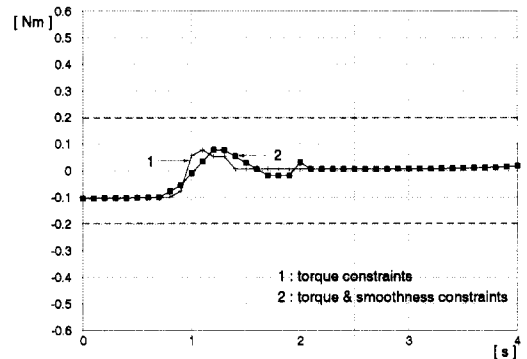
(a) 정규속력 궤적 ($\dot{x}_2^o(t)$)



(b) 정규위치 궤적 ($x_1^o(t)$)

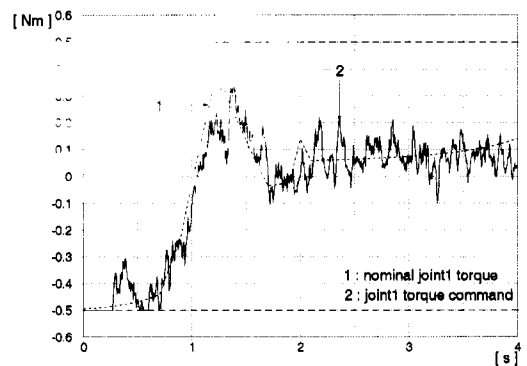


(c) 정규관절토크 1 궤적 ($\tau_1^o(t)$)

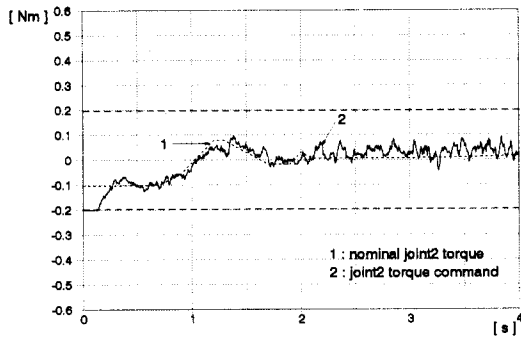


(d) 정규관절토크 2 궤적 ($\tau_2^o(t)$)

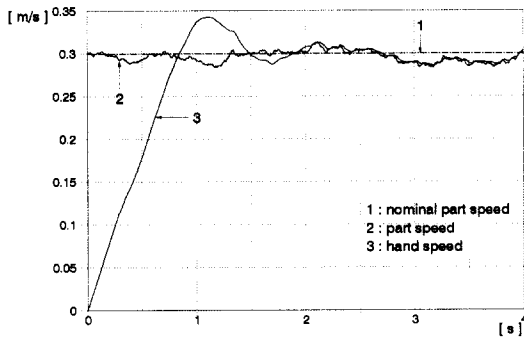
그림 4. 정규궤적 : 동작계획단계.
Fig. 4. Nominal trajectories : motion planning stage.



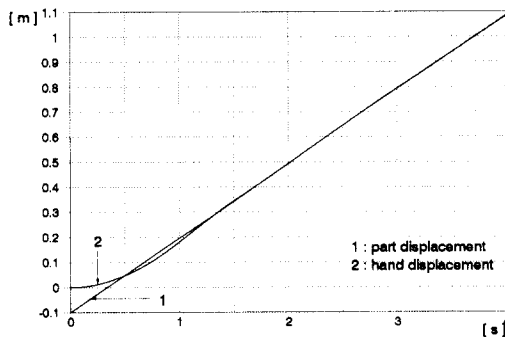
(a) 관절토크 1 궤적 ($\tau_1(t)$)



(b) 관절토크 2 궤적 ($\tau_2(t)$)



(c) 속도 궤적 ($x_2(t)$)



(d) 위치 궤적 ($x_1(t)$)

그림 5. 추적궤적 : 동작제어단계.

Fig. 5. Tracking profiles : motion control stage.

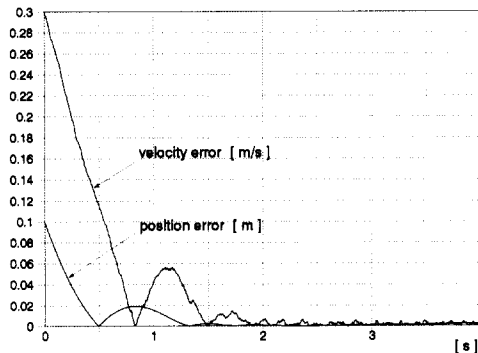


그림 6. 추적 오차.

Fig. 6. Tracking error.

VI. 결론

선추적시스템에의 적용을 위한 로봇매니플레이터의 제어방법을 새로이 제안하였다. 이송속력에 섭동이 있는 부품에 대한 빠르고 정확한 동기화를 위하여, 선추적문

제를 최적추적문제로 구성하였으며, 로봇의 비선형 동력학식과 토크제한조건을 고려하였다. 선추적시스템에서의 부품이송속력을 정규속력과 섭동속력의 합으로 간주하였으며, 정규속력 및 섭동속력에 대한 추적문제를 각 각 분리하여 구성하였다. 정규속력에 대한 추적궤적은 DP 알고리즘에 의하여 생성되었으며, 불규칙한 섭동속력에 대한 추적은 상태궤환형의 제어기로 구성되어, 센서데이터로부터 로봇의 제어입력이 결정되었다.

일반적으로 로봇의 제어부는 동작계획과 동작제어의 계층적인 구조로 분리되어 구성되어 있다. 선추적문제에 대하여, 정규속력에 대한 추적궤적의 생성은 동작계획단계에 해당되며, 섭동속력을 고려한 추적제어는 동작제어 단계에 해당된다. 즉 본 논문에서 제시한 제어방법은 일반적인 로봇의 제어구조에 적절히 적용될 수 있다. 동작 제어단계에서 로봇의 선형근사화모델이 사용되었으나, 다음의 이유에 의하여 선추적의 제어성능을 향상시킬 수 있다.

- 동작계획부에서는 완전한 동력학식과 제한조건을 고려한 정규궤적을 생성하며, DP 알고리즘은 정규궤적의 최적성을 보장한다.

- 컨베이어속력의 섭동량은 정규속력에 비하여 상대적으로 작으며, 정규궤적으로부터의 선형근사화에 기인한 모델링 오차는 상대적으로 작다. 동작제어부에 적용된 LQ 제어기법은 작은 모델링오차에 대하여 충분히 강인한 제어기법이다.

- 컨베이어의 모델링시 외란에 의한 불규칙성이 고려되었으므로, 컨베이어속력의 변화에 대응하는 제어를 수행할 수 있다.

본 논문에서는 선추적 중 로봇손끝의 자세가 일정하다고 가정하였다. 선추적동작에 있어서 로봇손끝의 자세가 일정한 경우가 대부분이나, 로봇의 특이점문제를 야기시킬 수 있다. 따라서 향후 이에 대한 보완연구를 진행하고자 한다. 또한 이송물체의 위치 및 속력에 대한 센서데이터는 정확하고 시간지연이 없다고 가정하였으나, 카메라등의 센서를 사용하는 경우 데이터의 시간지연과 부정확성을 보상하기 위한 알고리즘이 수반되어야 한다. 향후 이에 대한 별도의 연구를 수행할 예정이다.

참고문헌

- [1] W. E. Wilhelm, "Conveyor tracking," in *International Encyclopedia of Robotics : Applications and Automation*, R. C. Dorf, Ed., Wiley, pp. 283-298, 1988.
- [2] T. H. Park and B. H. Lee, "Dynamic tracking line:feasible tracking region of a robot in conveyor systems," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, Part B : Cybernetics*, vol. 27, no. 6, pp. 1022-1030, 1997.
- [3] T. J. Bublick, "Robot applications in finishing and painting," in *Handbook of Industrial Robots*, S. Y. Nof, Ed., John Wiley and Sons, 1985.

- [4] M. P. Groover, M. Weiss, R. Nagel and N. G. Odrey, *Industrial Robotics : Technology, Programming and Applications*, McGraw-Hill Book Company, 1986.
- [5] S. W. Holland, L. Rossal and M. R. Ward, "CONSIGHT -1 : A vision controlled robot system for transferring parts from belt conveyors," in *Computer Vision and Sensor-Based Robots*, G. G. Dodd and L. Rossal, Eds., Plenum Press, 1979.
- [6] R. C. Luo, R. E. Mullen and D. E. Wessell, "An adaptive robotic tracking system using optical flow," *Proc. '88 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 568-573, 1988.
- [7] Z. Lin, V. Zeman and R. V. Patel, "On-line robot trajectory planning for catching a moving object," *Proc. '89 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 1726-1731, 1989.
- [8] R. M. H. Cheng, S. C. L. Poon and T. Montor, "Adaptive synchronization control of a robotic manipulator operating in an intelligent workcell," *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 37, no. 2, pp. 119-126, 1990.
- [9] N. Houshangi, "Control of robotic manipulator to grasp a moving target using vision," *Proc. '90 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 604-609, 1990.
- [10] D. B. Zhang, L. V. Gool and A. Oosterlinck, "Stochastic predictive control of robot tracking system with dynamic visual feedback," *Proc. '90 IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, pp. 610-615, 1990.
- [11] M. Vukobratovic and D. Stokic, "Is dynamic control needed in robotic systems and if so, to what extent ?," *Int. J. Robotics Research*, vol. 2, no. 2, pp. 18-33, 1983.
- [12] K. G. Shin, N. D. McKay "Minimum-time control of robotic manipulators with geometric path constraints," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 30, no. 6, pp. 531-541, 1985.
- [13] J. E. Bobrow, S. Duboski, J. S. Gibson, "Time-optimal control of robotic manipulators along specified path," *Int. J. Robotics Research*, vol. 4, no. 3, pp. 3-17, 1985.
- [14] M. K. Jounaeh, Z. Wang and D. A. Dornfeld, "Trajectory planning for coordinated motion of a robot and a positioning table," *IEEE Trans. Robotics and Automation*, vol. 6, no. 6, pp. 746-759, 1990.
- [15] T. H. Park and B. H. Lee, "An approach to robot motion analysis and planning for conveyor tracking," *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics*, vol. 22, no. 2, pp. 378-384, 1992.
- [16] D. E. Kirk, *Optimal Control Theory*, Prentice-Hall, 1970.
- [17] H. Kwakernaak and R. Sivan, *Linear Optimal Control Systems*, Wiley, 1972.
- [18] M. Brady, J. M. Hollerbach, T. L. Johnson, T. L. Perez and M. T. Johnson, *Robot Motion : Planning and Control*, MIT Press, 1982.
- [19] B. H. Lee "Constraints identification in time-varying obstacle avoidance for robot manipulators," *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 19, pp. 140-143, 1989.
- [20] K. G. Shin and N. D. Mckay, "A dynamic programming approach to trajectory planning of robotic manipulators," *IEEE Trans. Automatic Contr.*, vol. AC-31, pp. 491-500, 1986.
- [21] S. Singh and M. C. Leu, "Optimal trajectory generation for manipulators using dynamic programming," *ASME J. Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 109, no. 2, pp. 88-96, 1987.



박태형

1988년 서울대학교 제어계측공학과 (공학사). 1990년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1994년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1992년~1994년 제어계측신기술 연구센터 연구원, 1994년~1997년 삼성항공산업(주) 선임연구원, 1997년~현재 충북대학교 전기전자공학부 전임강사. 주관심분야는 로봇시스템 제어, 경로최적화 알고리즘, 반도체 장비용 CAD/CAM 시스템.

1988년 서울대학교 제어계측공학과 (공학사). 1990년 서울대학교 제어계측공학과(공학석사). 1994년 서울대학교 제어계측공학과(공학박사). 1992년~1994년 제어계측신기술 연구센터 연구원, 1994년~1997년 삼성항공산업(주) 선임연구원, 1997년~현재 충북대학교 전기전자공학부 전임강사. 주관심분야는 로봇시스템 제어, 경로최적화 알고리즘, 반도체 장비용 CAD/CAM 시스템.