

論文 98-35D-1-2

留數정리를 이용한 마이크로스트립 선로의 스펙트럼 영역 해석

(A Spectral Domain Analysis of Microstrip Lines Using a Residue Theorem)

文炳貴*, 陳京洙**, 朴炳禹**

(Byoung-Kwi Moon, Kyung-Soo Jin, and Byoung-Woo Park)

요 약

마이크로스트립 선로는 축방향과 횡방향 전류분포를 가정하여 해석될 수 있다. 전계와 자계 포텐셜의 스칼라 파동방정식에 경계조건을 대입하면, 두 개의 coupled 적분식을 도출할 수 있다. 이러한 두 개의 coupled 적분식을 해결해야 마이크로스트립 선로의 전자계 분포를 구할 수 있다. 일반적으로, 수치해석법과 Galerkin법이 두 개의 coupled 적분식을 해결하는데 사용되었다. 본 논문에서는 유수정리를 사용하여 두 개의 coupled 적분식을 해결하였다. 전자계 식은 스펙트럼 영역에서 LSE와 LSM모드에 대한 적분식으로 표현된다. 공간 영역에서 스펙트럼 영역으로의 푸리에 변환, 스펙트럼 영역에서 공간 영역으로 푸리에 역변환 과정에서 나타나는 적분식들을 유수정리를 적용하여 적분을 구하면, 전자계 분포가 대수식으로 표현될 수 있어 전자계 계산이 매우 용이해진다. $z=0$ 일 때, $-5w/2 \leq x \leq 5w/2$, $0 \leq y \leq 4h$ 범위에서 전자계 분포를 나타내었다. 이것은 준-TEM 모드 해석법의 결과와 잘 일치하고 있다.

Abstract

An analysis of the microstrip line is started as an assumption of the axial & transversal current distribution. Applying the boundary conditions to the scalar wave equations of a electric & magnetic potential, the two simultaneous coupled integral equations are produced. The electromagnetic fields in microstrip line can be obtained by solving these two coupled integral equations. In general, either a numerical analysis method or a Galerkin method was used to solve them. In this paper, a residue theorem is proposed to solve them. The electromagnetic fields are expressed as integral equations for LSE and LSM mode in the spectral domain. Applying a residue theorem to the Fourier transformed equation and Fourier inverse transformed equation which is necessary for interchanging the space domain and the spectral domain, the electromagnetic fields are expressed as algebraic equations which are relatively easier to handle. The distributions of the electromagnetic field are shown at the range of $-5w/2 \leq x \leq 5w/2$, $0 \leq y \leq 4h$ for $z=0$. It agrees well with the results of the Quasi-TEM mode analysis.

I. 서 론

MIC(microwave integrated circuits)에는 주로 마이크로스트립 선로가 사용된다. 그 이유는 마이크로

스트립 선로의 전파모드가 준-TEM(Quasi-TEM)이므로, 해석과 제작이 용이하기 때문이다^[1].

마이크로스트립 전송 선로의 해석에는 공간 영역 해석법과 스펙트럼 영역 해석법이 있다. 전자계의 해석법은 공간 영역에서 직접 전자계 분포를 구하는 방법인 반면에, 후자의 방법은 공간 영역을 스펙트럼 영역으로 변환하여 전자계 분포를 구하고^{[2],[3]}, 이를 다시

* 準會員, ** 正會員, 忠北大學校 電子工學科

(Dept. of Elec. Eng., Chungbuk Nat'l Univ.)

接受日: 1997年8月29日, 수정완료일: 1998年1月3日

역변환하는 과정으로 전자계 분포를 구하는 방법이다. 일반적으로 공간 영역 해석법보다 스펙트럼 해석법이 용이하므로 널리 사용되고 있다.

Yamashita와 Mittra의 준-TEM 근사법에 기초를 둔 전송선로 해석에서 스펙트럼 영역 해석법이 처음 소개되었다. 그러나, 이 방법은 주파수가 높아짐에 따라 분산 특성이 발생하여 정확도가 떨어지는 단점이 있다^{[3],[4]}.

Denlinger는 마이크로스트립 선로에서 축방향과 횡방향 전류밀도를 가정하여 스펙트럼 영역 해석법으로 전자계를 구하였다. 이렇게 하여 축방향과 횡방향 전류밀도 항으로 표현되는 2개의 coupled 적분식이 도출되었다^[5]. Denlinger는 경계조건을 만족하는 2개의 coupled 적분식의 계수를 컴퓨터 프로그램을 사용하여 구하였으나, 컴퓨터 실행 시간이 너무 길어지는 단점을 가지고 있다^[5].

Itoh는 축방향 전류 밀도를 우함수, 횡방향 전류 밀도를 기함수로 취하고, 기저 함수로써 1차는 구형파, 2차는 삼각파로 하는 Galerkin법을 사용하여 2개의 coupled 적분식을 2개의 대수방정식으로 변환시켜 전자계를 계산하였다^{[4],[6]}.

본 논문에서는 마이크로스트립 선로의 축방향과 횡방향 전류밀도를 푸리에 변환하여 스펙트럼 영역에서 전자계 포텐셜에 대한 스칼라 파동 방정식에 경계 조건을 대입하여 LSE와 LSM 모드의 전자계식을 도출하였다. 그 다음 이를 다시 푸리에 역변환하여 마이크로스트립 선로의 전자계를 구하였다. 여기서, 2개 전류 성분의 푸리에 변환과 역변환하는 과정에서 나타나는 적분식들을 유수정리를 적용하여 적분을 직접 구하였다. 이 결과 마이크로스트립 선로의 전자계 분포식이 적분 대신에 대수식으로 표현되어 매우 용이하게 전자계를 계산할 수 있었다. 본 논문에서 제시한 해석 방법은 준-TEM 모드 해석과 같은 전자계 분포를 나타내었다. 따라서, 본 연구의 결과는 마이크로스트립 선로 내부 뿐만 아니라 외부에서도 전자계의 크기를 정확히 산출 할 때 사용될 수 있다.

II. 스펙트럼 영역에서 마이크로스트립 선로의 전자계 해석

1. 스펙트럼 영역 해석법

Fig. 1과 같이 유전체판이 접지된 마이크로스트립

선로에 대한 기본 전파모드들은 표면파 모드들이다. 이러한 모드들을 LSE와 LSM모드라 하며, 다음 식으로 주어진다^[7].

$$\bar{E} = \nabla \times \bar{a}_s \Psi_h(x, y, z) \text{ LSE모드} \quad (1)$$

$$\bar{H} = \nabla \times \bar{a}_s \Psi_e(x, y, z) \text{ LSM모드} \quad (2)$$

여기서, Ψ_h : LSE 모드의 스칼라 포텐셜

Ψ_e : LSM 모드의 스칼라 포텐셜

함수 f 와 g 를 다음과 같이 정의한다.

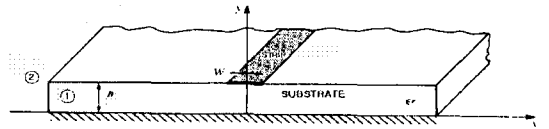


그림 1. 개방 마이크로스트립 선로
Fig. 1. An open microstrip lines.

$$e^{-j\beta z} f(y, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\alpha x - j\beta z} \Psi_h(x, y) dx \quad (3)$$

$$e^{-j\beta z} g(y, \alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\alpha x - j\beta z} \Psi_e(x, y) dx \quad (4)$$

여기서, f 와 g 는

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + (k_0^2 - \gamma^2) \right] \left\{ \begin{matrix} f \\ g \end{matrix} \right\} = 0, \quad 0 \leq y < h \quad (5a)$$

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + (k_0^2 - \gamma^2) \right] \left\{ \begin{matrix} f \\ g \end{matrix} \right\} = 0, \quad y > h \quad (5b)$$

의 해이다. 여기서, $\gamma^2 = \alpha^2 + \beta^2$, $k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$, 그리고 k 는 y -방향의 유전율로서 스트립 도체의 접지면간의 계(field) 분포를 결정한다.

무한히 얇은 마이크로스트립 폭이 w 이고 완전 도체인 경우, Fig. 1의 경계 조건은 다음을 만족해야 한다.

스트립 상에서

$$E_x = E_z = 0, \quad -w/2 \leq x \leq w/2 \quad (6a)$$

$y = h$ 에서

$$H_x^+ - H_x^- = -J_z, \quad -w/2 \leq x \leq w/2 \quad (6b)$$

$$H_z^+ - H_z^- = J_x, \quad -w/2 \leq x \leq w/2 \quad (6c)$$

여기서, J_x, J_z 은 스트립 상의 표면 전류밀도이다.

$y=h$ 에서 접선 전계 E_x, E_z 의 연속성으로부터 $f(y, a)$ 가 연속이며, $y=0$ 에서는 0이 된다. 따라서, $f(y, a)$ 는

$$f(y, a) = \begin{cases} \frac{A(a)}{A(a)} \sin ly, & y \leq h \\ \sin l h e^{-\rho(y-h)}, & y > h \end{cases} \quad (7)$$

으로 된다. 여기서, $l = k k_0^2 - \gamma^2, p = \gamma^2 - k_0^2$ 이다.

또, $y=h$ 에서 E_x, E_z 의 연속성과 $y=0$ 에서 $E_x = E_z = 0$ 이므로 $g(y, a)$ 는

$$g(y, a) = \begin{cases} \frac{B(a)}{k p} \cos ly, & y < h \\ \frac{i B(a)}{k p} \sin l h e^{-\rho(y-h)}, & y > h \end{cases} \quad (8)$$

으로 된다.

스펙트럼 영역에서, $\hat{H}_x^\pm, \hat{H}_z^\pm$ 를 f 와 g 항으로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$\hat{H}_x = \frac{a}{k_0 Z_0} \frac{df}{dy} + j \beta g \quad (9)$$

$$\hat{H}_z = \frac{\beta}{k_0 Z_0} \frac{df}{dy} - j a g \quad (10)$$

여기서, $(\hat{\quad})$ 은 푸리에 변환을 나타내며, $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ 이다. 따라서, 식(9), (10)의 결과를 식(6c), (6d)에 대입하면 다음과 같이 된다.

$$A(a) \frac{a}{k_0 Z_0} (p \sin lh + l \cos lh) + j \beta B(a) \left(\cos lh - \frac{l}{k p} \sin lh \right) = \hat{J}_z \quad (11a)$$

$$A(a) \frac{\beta}{k_0 Z_0} (p \sin lh + l \cos lh) + j a B(a) \left(\cos lh - \frac{l}{k p} \sin lh \right) = -\hat{J}_x \quad (11b)$$

또는

$$\alpha A' + j \beta B' = \hat{J}_z \quad (12a)$$

$$\beta A' - j a B' = -\hat{J}_x \quad (12b)$$

여기서,

$$A' = \frac{A}{k_0 Z_0} (p \sin lh + l \cos lh) \quad (13a)$$

$$B' = B \left(\cos lh - \frac{l}{k p} \sin lh \right) \quad (13b)$$

식(12)로부터 다음 식이 얻어진다.

$$A' = \frac{\alpha \hat{J}_z - \beta \hat{J}_x}{\beta^2 + a^2} \quad (14a)$$

$$B' = -\frac{j(\beta \hat{J}_z + \alpha \hat{J}_x)}{\beta^2 + a^2} \quad (14b)$$

스펙트럼 영역에서는 전류의 연속식 $\nabla \cdot \hat{J} = -j \omega \rho$ 가 $-j(\alpha \hat{J}_x + \beta \hat{J}_z) = -j \omega \hat{\rho}$ 이 되므로 B' 은 도체 스트립 상의 전하에 비례한다. 스트립 상에서 경계조건 $E_x = E_z = 0$ 은 J_x, J_z 을 결정한다.

2. 마이크로스트립 선로의 전류 성분에 대한 해석

1) 축방향 전류 성분에 대한 해석

Maxwell은 1 [C/m]의 전하가 폭이 $-1 \leq x \leq 1$ 인 도체 스트립에 분포되어 있을 때, 횡방향 표면 전하 밀도 $\sigma(x)$ 를 다음과 같이 구하였다.

$$\sigma(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{1-x^2}}, \quad -1 \leq x \leq 1 \quad (15)$$

만일 스트립 폭이 w , 스트립 상의 초기 전하 밀도를 σ_0 라 하면 표면 전하 밀도는 다음과 같이 된다.

$$\sigma(x) = \frac{\sigma_0}{\pi \sqrt{1-(2x/w)^2}}, \quad w/2 \leq x \leq w/2 \quad (16)$$

축방향 전류 성분에 대한 근사적인 표현식은

$$I_z(x) \cong v \sigma(x) \quad (17)$$

으로 주어진다. 여기서, v 는 위상 속도이다.

전류 분포에 대한 푸리에 변환은 식(18)과 같이 영차 Bessel 함수로 주어진다.

$$I_z(a) \cong \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I_z(x) e^{-j a x} dx = I_{20} J_0(a w/2) \quad (18)$$

이 전류 분포 함수의 실험 결과는 직류에서 TEM 해와 아주 잘 일치한다.^[8]

$$I_z(x) = I_{20} (1 + |2x/w|^3), \quad |x| \leq w/2$$

$$= 0, \quad \text{otherwise} \quad (19)$$

식(19)의 푸리에 변환은 다음 식으로 표현된다.^[5]

$$\hat{I}_z(a) = \frac{2 I_{20}}{\pi a} \Delta_z \quad (20)$$

여기서,

$$\Delta_z = \frac{24}{(a w)^3} + \frac{3[(a w)^2 - 8]}{(a w)^3} \cos(a w/2)$$

$$+ \frac{[(\alpha w/2)^2 - 12]}{(\alpha w)^2} \sin(\alpha w/2) \quad |x| \leq w/2 \quad (24)$$

Fig. 2는 식(19)에 의해서 계산된 축방향 전류 분포를 나타낸다.

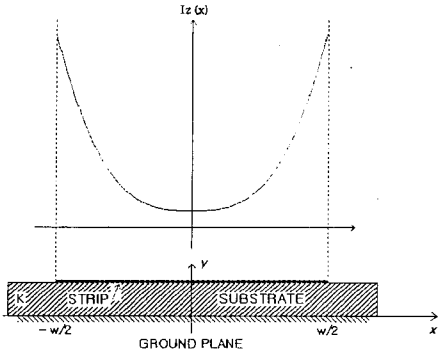


그림 2. 마이크로스트립 선로의 축방향 전류 분포
Fig. 2. Longitudinal current distribution on microstrip line.

2) 횡방향 전류 성분에 대한 해석

횡방향 전류 분포는 연속 방정식을 사용하여 구할 수 있다.

$$\frac{\partial I_z}{\partial z} + \frac{\partial I_x}{\partial x} = -j\omega\sigma(x) \quad (21)$$

축방향 전류와 공기중 전하밀도 $\sigma_a(x)$ 와의 관계는 식(22)로 주어진다^[9].

$$I_z(x) = v c \sigma_a(x) e^{-j\beta z} \quad (22)$$

여기서, $c = \frac{\sigma_{dielectric}}{\sigma_{air}}$ 이다. 공기중 전하 밀도 $\sigma_a(x)$ 를 식(22a)와 (17)로부터 구하여 식(21)에 대입하면 다음 식으로 된다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_x}{\partial x} &= -j\omega\sigma(x) + jkvc\sigma_a(x) \\ &= -j\omega[\sigma(x) - c\sigma_a(x)] \end{aligned} \quad (23)$$

마이크로스트립의 최저 차 모드에 대해, $I_x(x)$ 는 스트립의 중심에서 0이며, 이러한 점에서 기수 대칭성을 가진다. 그러므로, $I_x(x)$ 에 대한 표현은 다음 식으로 된다.

$$I_x(x) = -\frac{j\omega w}{2\pi} \sigma_0 (\text{sgn } x) \left(\sin^{-1} \frac{2x}{w} \right) [1 - e^{j\beta z}]$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } \text{sgn } x &= -1, x < 0 \\ &= +1, x > 0 \end{aligned}$$

준정전계 해석에 의해서 초기 전하 밀도는 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \sigma_0 &\neq 1 \\ \sigma_0 &\equiv \epsilon_0 \epsilon_r E \equiv \epsilon_0 \epsilon_r \frac{V}{h} \Big|_{V=1V} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h} \end{aligned} \quad (25)$$

따라서, 식(24)는 다음과 같이 표현된다.

$$I_x(x) = -\frac{j\omega w}{2\pi} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h} (\text{sgn } x) \left(\sin^{-1} \frac{2x}{w} \right) [1 - e^{j\beta z}] \quad |x| \leq w/2 \quad (26)$$

식(26)의 푸리에 변환은 다음과 같이 된다.

$$\hat{I}_x(\alpha) = -\frac{\omega w}{4\pi} \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{h} (\text{sgn } x) [1 - e^{j\beta z}] \Delta_x \quad (27)$$

여기서,

$$\begin{aligned} \Delta_x &= -\frac{7}{6\alpha} \cos \alpha \frac{w}{2} + \frac{3}{\alpha^2} \sin \frac{w}{2} \\ &\quad + \frac{4}{\alpha^3 w^2} \cos \alpha \frac{w}{2} - \frac{8}{\alpha^4 w^3} \sin \alpha \frac{w}{2} \end{aligned}$$

Fig. 3은 식(26)에 의해서 계산된 횡방향 전류 분포를 나타낸 것이다.

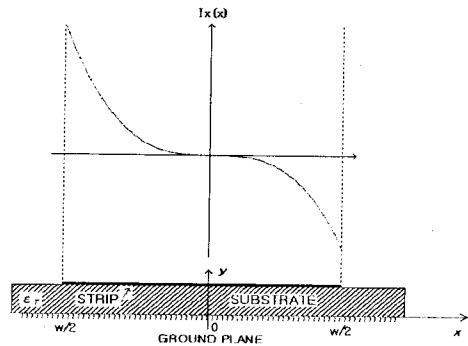


그림 3. 마이크로스트립 선로의 횡방향 전류 분포
Fig. 3. Transverse current distribution on microstrip line.

3. 유수정리를 이용한 전자계 해석

유수정리는 여러 개의 특이점들을 갖는 피적분 함수를 정적분할 때 각각 1개의 특이점을 둘러싸는 반평면 ($R \rightarrow \infty$ 인 반원과 $-\infty \sim +\infty$ 의 직선)에 대하여 정적분을

행한 다음 이들을 모두 합하여 구하는 방법이다^[10].

1) LSE 모드의 전자계

식(11a), (12a), (14a)로부터 $A(\alpha)$ 을 구하면 다음과 같다.

$$A(\alpha) = \frac{k_0 z_0}{p \sin lh + l \cos lh} \frac{(\alpha \hat{J}_z - \beta \hat{J}_x)}{\beta^2 + \alpha^2} \quad (28)$$

식(28)를 식(7), (9), (10)에 대입하고, 유수정리를 이용하여 식(1)의 LSE 모드의 전자계를 구하면 다음과 같다.

$y \leq h$ 에서

$$E_x = \frac{-\omega \mu_0 \sin ly}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [Z_1 - Z_2]$$

$$E_z = \frac{-j\omega \mu_0 \sin ly}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [H_1 + H_2]$$

$$H_x = \frac{l \cos ly}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [H_1 + H_2]$$

$$H_y = \frac{\sin ly}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [I_1 + I_2 + I_3]$$

$$H_z = \frac{j l \cos ly}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [Z_1 - Z_2]$$

$y \geq h$ 에서

$$E_x = \frac{-\omega \mu_0 \sin lh e^{-\rho(y-h)}}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [Z_1 - Z_2]$$

$$E_z = \frac{-j\omega \mu_0 \sin lh e^{-\rho(y-h)}}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [H_1 + H_2]$$

$$H_x = \frac{-p \sin lh e^{-\rho(y-h)}}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [H_1 + H_2]$$

$$H_y = \frac{\sin lh e^{-\rho(y-h)}}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [I_1 + I_2 + I_3]$$

$$H_z = \frac{-j p \sin lh e^{-\rho(y-h)}}{p \sin lh + l \cos lh} \cdot \frac{1}{\delta} [Z_1 - Z_2]$$

여기서, δ 는 침투 깊이(skin depth)이고, B , Γ , Z_1 , Z_2 , H_1 , H_2 , I_1 , I_2 , I_3 는 다음과 같다.

$$B = e^{-(w/2 + x)\beta} + e^{-(w/2 - x)\beta}$$

$$\Gamma = e^{-(w/2 + x)\beta} - e^{-(w/2 - x)\beta}$$

$$Z_1 = I_0 \left[\frac{24}{\beta^3} (e^{-x\beta} + x^2 \beta^2 + 2) - \frac{3}{2w^2 \beta} \Gamma - \frac{12}{w^4 \beta^3} (\Gamma - 8xw\beta^2) - \frac{1}{2w} \Gamma - \frac{6}{w^3 \beta^2} (\Gamma + 4\beta x) \right]$$

$$Z_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} (1 - e^{i\beta z}) \left[\frac{7w}{96} \Gamma + \frac{3}{16\beta} (\Gamma + 4\beta x) + \frac{w}{4\beta^2} \Gamma + \frac{w}{2\beta^3} \{ \Gamma + (w^3 + 12wx^2)\beta^3 + 12\beta x \} \right]$$

$$H_1 = I_0 \left[\frac{4}{w^4 \beta^3} (-e^{-x\beta} + 2x\beta) + \frac{3}{2w^2 \beta} B + \frac{12}{w^4 \beta^3} (B + 2w) + \frac{1}{2w} B + \frac{6}{w^3 \beta^2} B \right]$$

$$H_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} (1 - e^{i\beta z}) \left[\frac{7w}{96} B + \frac{1}{4w\beta^2} (B + 2w) + \frac{3}{16\beta} B + \frac{1}{w^2 \beta^3} \left\{ \Gamma - \frac{\beta^2 (w^2 + 4x^2)}{2} - 4 \right\} \right]$$

$$I_1 = I_0 \left[\frac{4}{w^4 \beta^2} (e^{-x\beta} + 2) - \frac{3}{2w^2} \Gamma + \frac{12}{w^4 \beta^2} \Gamma - \frac{\beta}{2w} B + \frac{6}{w^3 \beta} \Gamma \right]$$

$$I_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} (1 - e^{i\beta z}) \left[-\frac{7w\beta}{96} \Gamma + \frac{1}{4w\beta} \Gamma + \frac{3}{16} \Gamma - \frac{1}{w^2 \beta^2} (B - 4x\beta^2) \right]$$

$$I_3 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} e^{i\beta z} \left[-\frac{7w\beta}{96} B + \frac{w}{4\beta} (B - 2xw\beta^2) + \frac{3}{16} (\Gamma + 4\beta w) + \frac{w}{2\beta^3} \{ \Gamma + (w^3 + 12wx^2)\beta^3 + 12\beta x \} \right]$$

2) LSM 모드의 전자계

식(11b), (12b), (14b)로부터 $B(\alpha)$ 을 구하면 다음과 같다.

$$B(\alpha) = -\frac{1}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \frac{j(\beta \hat{J}_z + \alpha \hat{J}_x)}{\beta^2 + \alpha^2} \quad (29)$$

식(29)를 식(8), (9), (10)에 대입하고 유수정리를 이용하여 식(2)의 LSM 모드의 전자계를 구하면 다음과 같다.

$y < h$ 에서

$$E_x = \frac{l \sin ly}{\omega \epsilon_0 k} \cdot \frac{1}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [K_1 + K_2]$$

$$E_y = \frac{1}{\omega \epsilon_0 k} \cdot \frac{\cos ly}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [A_1 + A_2]$$

$$E_z = \frac{l \sin ly}{j \omega \epsilon_0 k} \cdot \frac{1}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [M_1 + M_2]$$

$$H_x = \frac{\cos ly}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [M_1 + M_2]$$

$$H_z = -j \frac{\cos ly}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [K_1 + K_2]$$

$y > h$ 에서

$$E_x = \frac{l \sin lh}{\omega \epsilon_0 k^2} \cdot \frac{e^{-\rho(y-h)}}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [K_1 + K_2]$$

$$E_y = \frac{l \sin lh}{\omega \epsilon_0 k^2} \cdot \frac{e^{-\rho(y-h)}}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [\Lambda_1 + \Lambda_2]$$

$$E_z = \frac{l \sin lh}{j \omega \epsilon_0 k^2} \cdot \frac{e^{-\rho(y-h)}}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [M_1 + M_2]$$

$$H_x = \frac{l \sin lh}{kp} \cdot \frac{e^{-\rho(y-h)}}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [M_1 + M_2]$$

$$H_z = -j \frac{l \sin lh}{kp} \cdot \frac{e^{-\rho(y-h)}}{\cos lh - \frac{l}{kp} \sin lh} \cdot \frac{1}{\delta} [K_1 + K_2]$$

여기서, δ 는 칩투 깊이이고, $K_1, K_2, \Lambda_1, \Lambda_2, M_1, M_2$ 는 다음과 같다.

$$K_1 = I_{20} \left[\frac{24}{w^4 \beta^3} (e^{-x\beta} - x^2 \beta^2 + 2) - \frac{3}{2w^2 \beta} \Gamma - \frac{12}{w^4 \beta^3} - \frac{1}{2w} \Gamma - \frac{6}{w^3 \beta^2} (\Gamma + 4\beta x) \right]$$

$$K_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} (1 - e^{j\beta z}) \left[\frac{7w}{96} \Gamma + \frac{1}{2w\beta^3} (\Gamma + 4\beta x) + \frac{1}{4w\beta^2} \Gamma + \frac{3}{16\beta} \Gamma \right]$$

$$\Lambda_1 = I_{20} \left[\frac{24}{w^4 \beta^3} (-e^{-x\beta} + 2x\beta) + \frac{3}{2w^2} B + \frac{12}{w^4 \beta^2} (B - 8w\beta^2) + \frac{\beta}{2w} B + \frac{6}{w^3 \beta} (B + 4) \right]$$

$$\Lambda_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} \left[-\frac{7w}{96} B - \frac{1}{4w\beta^2} B - \frac{3}{16} B - \frac{1}{2w\beta^2} B - e^{j\beta z} \left\{ \frac{1}{2w^2 \beta^2} \left(\Gamma - \frac{\beta^2(w^2 + 4x^2)}{2} - 4 \right) - \frac{1}{w\beta^2} B \right\} \right]$$

$$M_1 = I_{20} \left[\frac{4}{w^4 \beta^3} (3e^{-x\beta} - x^3 \beta^3 - 6x\beta) - \frac{3}{2w^2 \beta} (B + 2w) - \frac{12}{w^4 \beta^3} (B + 3xw^2 \beta^3 + 4x^3 \beta^3) + \frac{1}{2w} B - \frac{6}{w^3 \beta^2} \left(\Gamma - \frac{\beta^2(w^2 + 4x^2)}{2} - 4 \right) \right]$$

$$M_2 = \frac{\omega \epsilon_0 \epsilon_r}{h} (1 - e^{j\beta z}) \left[\frac{7w}{96} B + \frac{1}{4w\beta^2} (B + 2w) + \frac{3}{16\beta} B + \frac{1}{2w^2 \beta^3} \left(\Gamma - \frac{\beta^2(w^2 + 4x^2)}{2} - 4 \right) \right]$$

III. 결과 및 고찰

본 논문에서는 Table 1의 계수값을 Hybrid 모드의 해에 적용하여 마이크로스트립 선로의 전자계 분포를 나타내었다. 여기서, Hybrid 모드 해는 LSE 모드와 LSM 모드 해의 합이다.

표 1. 마이크로스트립 선로의 퍼라미터에 대한 계수값

Table 1. The Coefficient Values for the parameter of the microstrip line.

계 수 값	치 수
h	0.000508 [m]
w	0.00128 [m]
f	10 [GHz]
a	490.87
δ	6.6×10^{-7} [m]
I_{20}	25 [nA]
ϵ_r	3
$\beta (y < h)$	362.92 [rad/m]
$\beta (y > h)$	209.47 [rad/m]
l	2311
p	490.87
k	130.2

Fig. 4은 준-TEM 해석법으로 나타낸 마이크로스트립 선로의 전자계 분포를 나타낸다.

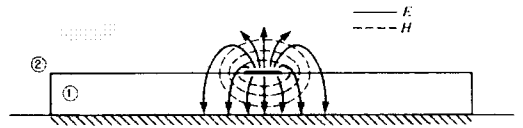


그림 4. 준-TEM 해석법에 의한 전자계 분포
Fig. 4. The electromagnetic field distribution of the Quasi-TEM analysis method.

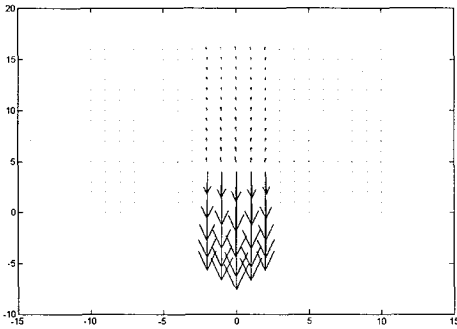
Fig. 5와 6은 본 논문에서 해석한 마이크로스트립 선로의 전자계 분포를 나타낸 것이다.

Fig. 5(a)는 $z=0$ 일 때 $|x| < 2$ 영역에서 Hybrid 모드의 전계 분포를 나타내며, Fig. 5(b)는 $z=0$ 일 때 $|x| > 2$ 영역에서 TEM 모드의 전계 분포를 나타낸다.

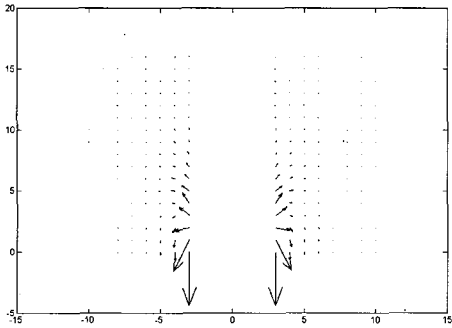
Fig. 6(a)는 $z=0$ 일 때 $|x| < 2$ 영역에서 Hybrid 모드의 자계 분포를 나타내며, Fig. 6(b)는 $z=0$ 일 때 $|x| > 2$ 영역에서 TEM 모드의 자계 분포를 나타낸다.

Fig. 5(b)와 Fig. 6(b)의 전·자계 분포는 Fig. 5(a)와 Fig. 6(a) 보다 10^2 배 확대하여 나타낸 것이다.

Fig. 5(a)로부터 마이크로스트립 선로에서 전계의 세기가 강하게 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. 또, Fig. 6(a)로부터 이크로스트립 선로에서 자계의 세기가 강하게 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. Fig. 5와 6의 전·자계 분포는 Fig. 4의 준-TEM 해석법의 전자계 분포와 같은 결과를 나타내고 있다.



(a) 마이크로스트립 도체내의 전계
($z=0, |x|<2$)



(b) 마이크로스트립 도체밖의 전계
(a)보다 10^2 배확대, $z=0, |x|>2$)

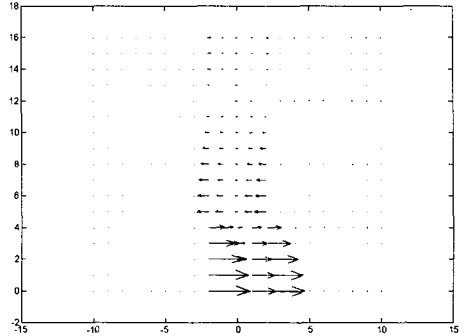
그림 5. 마이크로스트립 선로의 전계 분포
Fig. 5. The electric field distribution of the microstrip line.

IV. 결 론

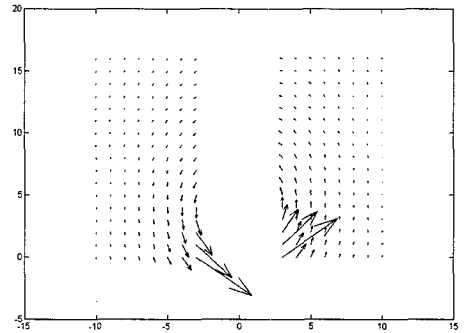
스펙트럼 영역 해석법을 사용하여 마이크로스트립 선로를 해석 할 경우 푸리에 변환 및 역변환 과정에서 필연적으로 2개의 coupled 적분식이 발생하게 되며,

이 식의 해결에 많은 어려움이 있게 된다.

본 논문에서는 푸리에 변환 및 역변환 과정에서 발생하는 적분식을 유수정리를 이용하여 해결함으로써 2개의 coupled 적분식 대신에 대수식이 유도 되었고, 이로 인해 전자계 계산이 매우 쉬워지는 장점이 있다.



(a) 마이크로스트립 도체내의 자계
($z=0, |x|<2$)



(b) 마이크로스트립 도체밖의 자계
(a)보다 10^2 배확대, $z=0, |x|>2$)

그림 6. 마이크로스트립 선로의 자계 분포
Fig. 6. The magnetic field distribution of the microstrip line.

본 연구 결과 스트립도체 폭의 유전체 영역에서 전자계는 매우 강하게 나타나고, 그 밖의 영역에서는 전자계가 매우 적게 나타나고 있다. 또한, 프링지계 (fringing field)가 유전체 내부 계보다 매우 적은 값으로 나타남을 알 수 있다.

따라서, 본 연구의 결과가 준-TEM 해석 결과와 동일한 전자계 분포를 얻을 수 있음 Fig. 5와 6으로부터 알 수 있다.

본 논문에서 제시한 방법을 사용하면 마이크로스트

립 선로 내부 뿐만 아니라 외부에서도 전자계의 분포를 정확히 산출할 수 있다. 이러한 전자계식들은 마이크로파 수동회로 소자와 마이크로스트립 선로를 이용한 안테나 설계 등에 많은 응용될 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

- [1] K. C. Gupta, "Microstriplines and Slotlines", Artech House, pp. 1-20, pp. 41-153, pp. 195-223, pp. 257-299, 1979
- [2] T. Itoh, "Analysis of microwave resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-22, pp. 946-952, Nov. 1974.
- [3] 유승엽, "홀웨이브 해석법을 이용한 차폐된 서스펜디드 셉스트레이트 스트립공진기의 설계", 석사논문, 한양대학교대학원, 1992
- [4] E. Yamashita and R. Mittra, "Variational method for the analysis of microstrip lines," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, pp. 251-256, Apr. 1968.
- [5] E. J. Denlinger, "A frequency dependent solution for microstrip transmission lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-19, pp. 30-39, Jan. 1971.
- [6] T. Itoh and R. Mittra, "Spectral-domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-21, pp. 496-499, July 1973.
- [7] Robert E. Collin, "Field theory of guided waves," IEEE PRESS, pp. 299-305, 1991.
- [8] E. Yamashita, "Variational method for the analysis of microstrip transmission lines" *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-16, pp. 529-535, Aug. 1968.
- [9] A. Gopinath, R. Horton, and B. Easter, "Microstrip loss calculation," *Electron. Lett.*, vol. 6, pp. 40-41, Jan., 1970.
- [10] John H. Mathews, "Complex variables for mathematics and engineering," Wm. C. Brown Publishers, pp. 208-242, 1982.

저 자 소 개

文 炳 貴(準會員)

1966년 6월 2일생. 1992년 2월 대전산업대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1997년 8월 충북대학교 공과대학 전자공학과 졸업(공학석사). 1997년 12월~현재 CTI 중앙연구소 근무. 주관심분야는 초고주파 회로 설계

朴 炳 禹(正會員)

1954년 11월 22일생. 1977년 2월 한양대학교 공과대학 전자통신공학과 졸업(공학사). 1983년 8월 한양대학교 공과대학 전자통신공학과 졸업(공학석사). 1991년 8월 한양대학교 공과대학 전자통신공학과(공학박사). 1989년 2월~현재 충북대학교 공과대학 전자공학과 부교수. 주관심분야는 MIC 회로 설계, 안테나 설계

陳 京 洙(正會員)

1961년 2월 12일생. 1984년 2월 충남대학교 공업교육대학 전자교육공학과 졸업(공학사). 1995년 8월 충북대학교 산업대학원 전기전산공학과 졸업(공학석사). 1996년 2월~현재 충북대학교 공과대학 전자공학과(박사과정). 주관심분야는 초고주파 회로 설계