

論文98-35C-5-6

묘사함수를 이용한 퍼지 제어 시스템의 자기진동 현상의 예측 - 동적 경우

(The Prediction of Self-Excited Oscillation of a Fuzzy Control System Based on the Describing Function - Dynamic Case)

金 殷 泰 * , 盧 興 植 * , 權 喆 * , 金 東 渊 ** , 朴 玖 用 *

(Eun-Tai Kim, Heung-Sik Noh, Chul Kwon, Dong-Yon Kim, and Mig-Non Park)

요 약

본 논문에서는 동적 퍼지 제어기에 의해 제어되는 시스템에서 발생하게 되는 자기 진동 현상을 다룬다. 자기 진동 현상은 비선형 시스템에서만 발생되는 고유의 성질로 비선형 시스템의 설계 있어서 안정성과 함께 가장 중요한 요소이다. 본 논문에서는 비선형 제어 이론에서 자기 진동 현상에 널리 쓰이는 묘사 함수 이론을 이용하여 동적 퍼지 시스템의 자기 진동 현상을 예측한다. 우선 퍼지 시스템의 묘사 함수를 유도하고 이를 이용하여 퍼지 제어 시스템에서 발생할 수 있는 자기 진동 현상을 예측한다. 끝으로 컴퓨터 시뮬레이션에서 유도한 퍼지 시스템의 묘사함수를 이용하여 자기 진동 현상을 예측 할 수 있음을 보인다.

Abstract

This paper deals with the self-excited oscillation of a system that is controlled by a dynamic nonlinear fuzzy controller. The self-excited oscillation can be observed in the systems composed of nonlinear elements and its analysis is as important as that of stability in the design of nonlinear systems. By using the frequency transfer function analysis known as the describing function method in nonlinear control theory, the oscillation is theoretically predicted. First, the describing function of a dynamic fuzzy controller is derived and then, based on the derived describing function, self-excited oscillation of the system controlled by a dynamic fuzzy controller is predicted. To obtain the describing function of the dynamic fuzzy controller, a simple structure is assumed for the fuzzy controller.

I. 서 론

Soft computing 방법^[1]의 일환으로 분류되는 퍼지

* 正會員, 延世大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Engineering Yonsei University)

** 正會員, 安城產業大學校 電子工學科

(Dept. of Electronic Engineering Ansung National University)

接受日字: 1997年1月27日, 수정완료일: 1998年4月23日

이론은 과학 및 공학의 여러 분야에서 성공적으로 응용되고 있다. 특히 제어 분야^[2]에서는 Mamdani가 1974년 스팀 엔진 제어에 퍼지 이론을 적용한 이래^[3], 최근의 ABS제어^[4], 무인 헬기 제어^[5], 로보트 제어^[6], distillation column제어^[7]에 이르기까지 여러 제어 분야에서 퍼지이론은 성공적으로 이용되고 있다.

이 같은 퍼지 이론의 실제 응용과 함께 이론적인 연구도 널리 진행되고 있는데, 특히 퍼지 시스템의 안

정성이나 강인성에 대하여 많은 연구가 진행되어 왔다 [8] [9] [10]. 그러나 퍼지 시스템의 이론 연구는 시간 영역에서의 해석이 가능한 안정성이나 강인성에 국한 되었고 주파수 영역에서 해석을 하여야 하는 자기 진동 현상 (self-excited oscillation)에 대한 연구는 매우 미미한 상태이다.

자기 진동 현상은 비선형 시스템의 설계에 있어서 안정성과 함께 가장 중요한 요소로 설계시 항상 고려하여야 하지만 이에 대한 연구는 매우 부진한 상태이다. 이는 퍼지 시스템이 비선형 시스템이라는 특성상, 주파수 응답 함수가 존재하지 않기 때문에 선형 시스템 이론에서의 주파수 영역 해석이 불가능하기 때문이다.

본 논문에서는 일반 비선형 제어 이론에서 주파수 영역 해석에 널리 사용되는 묘사 함수(describing function)이론 [11] [12]을 이용하여 동적 퍼지 제어기를 이용하는 시스템의 자기 진동 현상을 이론적으로 고찰한다. 묘사 함수는 비선형 제어 이론에서 주파수 해석에 널리 사용되는 방법으로 본 논문에서는 우선 퍼지 제어기의 묘사함수를 유도하고 이를 이용하여 퍼지 제어 시스템의 자기 진동 현상을 예측한다. 퍼지 제어기의 묘사함수를 유도하는 일은 대단히 복잡한 일로 이를 간단히 하기 위해 퍼지제어기의 구조를 간단한 형태로 가정하도록 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 동적 퍼지 제어기의 구성에 대해 간략히 살펴보고 3장에서는 묘사함수를 유도하기 위해 그 구조를 단순한 형태로 가정한다. 4장에서는 자기 진동의 해석에 필수적인 툴(tool)인 묘사함수를 설명한다. 5장에서는 정적 퍼지 시스템의 묘사 함수를 유도하고, 6장에서는 5장에서 유도된 결과를 사용하여 컴퓨터 시뮬레이션을 행한다. 끝으로 7장에서는 본 논문을 정리한다.

II. 퍼지 제어기의 구성 및 퍼지 기저 함수

일반적으로 퍼지 제어기는 다음의 4가지 요소로 구성될 수 있다: 퍼지화기(fuzzifier), 퍼지 규칙 베이스, 퍼지 추론 엔진, 비퍼지화기(defuzzifier). 이제 퍼지 규칙 베이스가 다음과 같은 동적 퍼지 제어기를 생각한다.

$R^i : \text{If } x \text{ is } A_i \text{ and } \dot{x} \text{ is } B_i, \text{ then } u \text{ is } u_{i,j}$ (1)
특히 퍼지화기로 싱글톤(singleton)퍼지화기, 퍼지 함

의 및 추론의 T-norm으로는 곱셈 추론, 비퍼지화기로는 중심평균법을 쓰면식 (1)의 퍼지 규칙 베이스 추론식은 다음과 같이 나타난다.

$$u = f(\mathbf{x}) = f(x, \dot{x}) = \sum_i \sum_j \left(\frac{A_i(x)B_j(\dot{x})}{\sum_r \sum_s A_r(x)B_s(\dot{x})} \right) u_{i,j} = \sum_i \sum_j p_{i,j}(x, \dot{x}) u_{i,j} \quad (2)$$

여기서 $p_{i,j}(x, \dot{x}) = \frac{A_i(x)B_j(\dot{x})}{\sum_r \sum_s A_r(x)B_s(\dot{x})}$ 인 퍼지 기저 함수 (FBF, Fuzzy Basis Function) 이다 [13].

III. 동적 퍼지 제어기 구조의 간략화

일반적인 비선형 퍼지 제어기의 묘사함수를 유도하는 일은 대단히 복잡한 일로 이를 간단히 하기 위해 퍼지 제어기의 구조를 간단한 형태로 가정하여야 한다. 본 장에서는 앞으로 사용하게 될 동적 퍼지 제어기의 구조를 간략한 형태로 가정한다. 이 같은 가정은 매우 합리적인 가정으로 일반적으로 전문가가 퍼지 제어기를 구성하여도 이 같은 기준을 만족하게 된다. 이 같은 구조를 만족하는 다른 퍼지 제어기에 대하여는 [14]에 언급되어 있다.

동적 퍼지 제어기는 일반적으로 식(3)로 표현되며 구조를 간략히 하기 위하여 본 논문에서 사용되는 퍼지 제어기는 조건 (C1)과 (C2)를 만족한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} R^{-p,-q} : & \text{If } x \text{ is } A_{-p} \text{ and } \dot{x} \text{ is } B_{-q}, \text{ then } u \text{ is } u_{-p,-q} \\ & \dots \\ R^{00} : & \text{If } x \text{ is } A_{00} \text{ and } \dot{x} \text{ is } B_{00}, \text{ then } u \text{ is } u_{0,0} \\ & \dots \\ R^{ij} : & \text{If } x \text{ is } A_i \text{ and } \dot{x} \text{ is } B_j, \text{ then } u \text{ is } u_{i,j} \\ & \dots \\ R^{pq} : & \text{If } x \text{ is } A_p \text{ and } \dot{x} \text{ is } B_q, \text{ then } u \text{ is } u_{p,q} \\ & (i = -p, \dots, p, \quad j = -q, \dots, q) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 A_i 와 B_j 는 각각 x 와 \dot{x} 에 대한 전전부 퍼지 소속함수이며 A_i 와 B_j 는 각각 그림 1과 같이 Φ_i 과 Ψ_j 에 의해 표현된다.

(C1) 전전부 소속 함수는 그림 1과 같이 원점을 중심으로 대칭적으로 분포되어 있는 비모순적(consistent)인 삼각형(triangular) 함수이다.

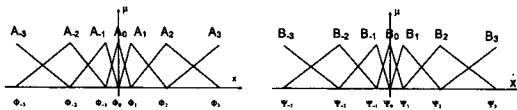


그림 1. 전건부 소속 함수

Fig. 1. Premise membership functions.

(C2) 후건부는 다음 조건을 만족하는 사대칭성(skew-symmetry)을 갖는다.

$$u_{-i,-j} = -u_{i,j}$$

앞에서도 언급한 바와 같이 이 가정은 대단히 합리적인 가정으로 참고 문헌 [14]에 자세히 설명되어 있다.

Remark 1. 위의 (C1)(C2)의 조건을 만족하는 동적 퍼지 제어기는 다음의 성질을 갖는다. ((R1)의 증명은 [13] 을 참조, (R2)는 (C1)으로부터 알 수 있다.)

$$(R1) \quad 1 \not\models_{i,j} (x, \dot{x}) = \frac{A_i(x)B_j(\dot{x})}{\sum_{s=1}^q \sum_{r=1}^p A_s(x)B_r(\dot{x})} = A_i(x)B_j(\dot{x})$$

$$(R2) \quad p_{-i,-j}(-x, -\dot{x}) = A_{-i}(-x)B_{-j}(-\dot{x}) = A_i(x)B_j(\dot{x})$$

$$= p_{i,j}(x, \dot{x})$$

IV. 묘사 함수

묘사 함수는 선형 시스템의 연구에서 사용했던 주파수 응답법을 비선형 시스템에서 응용하기 위해 만든 방법으로 근사적으로 비선형 시스템을 주파수 영역에서 해석하기 위해 만든 것이다. $u = f(x) = f(x, \dot{x})$ 과 같은 동적 시스템의 경우, 입력 $x(t) = A \sin \omega t$ 에 대한 출력의 Fourier 급수로 다음과 같이 전개된다.

$$u(t) \equiv u(x = A \sin \omega t, \dot{x} = \omega A \cos \omega t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)) \quad (4)$$

$$\text{여기서 } a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) d\omega t \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \cos \omega t \, d\omega t \quad (6)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \sin \omega t \, d\omega t \quad (7)$$

묘사함수는 제어 대상이 LPF의 특성이 있다는 가정 하에 입력 정현파에 대한 출력의 첫 번째 하모닉(harmonic)만을 고려한다. 즉 $u(t) = a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t$

으로, 복소수로는 $u(t) = (b_1 + ja_1)e^{j\omega t}$ 이고 묘사함수 $N(A, \omega)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$N(A, \omega) = \frac{(b_1 + ja_1)e^{j\omega t}}{Ae^{j\omega t}} = \frac{1}{A}(b_1 + ja_1) \quad (8)$$

V 퍼지 시스템의 묘사 함수

그림 2와 같은 동적 폐지 제어기와 플랜트로 구성되는 시스템을 생각하다.

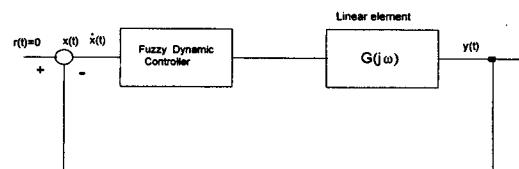


그림 2. 동적 퍼지 제어기가 제어하는 플래트

Fig. 2. A plant controlled by a fuzzy dynamic controller

1 장에서 언급한 바와 같이 묘사 함수는 비선형 제어 이론에서 자기 진동의 예측에 널리 사용되는 방법으로 퍼지 시스템의 자기 진동 현상에 대한 예측을 위해서는 퍼지 제어기의 묘사함수가 필요하게 된다. 본 장에서는 퍼지 제어기의 묘사함수를 유도하도록 한다. 그 유도 결과는 뒤에 나오는 정리 1로 요약되며 이를 유도하기 위해 다음과 같은 두 개의 보조정리를 이용한다.

보조정리 1

퍼지 제어기가 $(C_1)(C_2)$ 의 성질을 가질 때 퍼지 제어

7) $u(x, \dot{x}) = \sum_{j=-q}^q \sum_{i=-p}^p p_{ij}(x, \dot{x}) u_{i,j}$ 에 대해 입력 $x=A$
 $\sin \omega t$ 이면 $u(t) = -u(t - \frac{\pi}{\omega})$ 이다. (증명은 부록
 참조)

보조정리 2

(C1)(C2)을 만족하는 퍼지 제어기 $u(x, \dot{x}) = \sum_{j=-q}^q p_{ij}(x, \dot{x}) u_{i,j}$ 에 대해 $\emptyset_k \leq x < \emptyset_{k+1}$ 이고 $\emptyset_l \leq \dot{x} < \emptyset_{l+1}$ 일 경우 퍼지 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u(\mathbf{x}) = u(x, \dot{x}) = \sum_{j=-q}^q \sum_{i=-p}^p p_{ij}(x, \dot{x}) u_{i,j}$$

여기서 $\Delta\Phi_k = \Phi_{k+1} - \Phi_k$, $\Delta\Psi_l = \Psi_{l+1} - \Psi_l$

$$a_{k,l} \equiv u_{k,l} - u_{k,l+1} - u_{k+1,l} + u_{k+1,l+1}$$

$$b_{k,l} \equiv -\frac{1}{A\Psi_l} (\Psi_{l+1}(u_{k+1,l} - u_{k,l}) + \Psi_l(u_{k,l+1} - u_{k+1,l+1}))$$

$$c_{k,l} \equiv -\frac{1}{A\Phi_k} (\Phi_{k+1}(u_{k,l+1} - u_{k,l}) + \Phi_k(u_{k+1,l} - u_{k+1,l+1}))$$

$$d_{k,l} \equiv \frac{1}{A\Phi_k} - \frac{1}{A\Psi_l} (\Phi_{k+1}\Psi_{l+1}u_{k,l} - \Phi_{k+1}\Psi_lu_{k,l+1} - \Phi_k\Psi_{l+1}u_{k+1,l} + \Phi_k\Psi_lu_{k+1,l+1})$$

$$u_{k+1,l} + \Phi_k\Psi_lu_{k+1,l+1})$$

동적 퍼지 제어기의 묘사함수를 구하기 위해서 다음의 정의 1을 참조한다.

정의 1.

그림 1의 멤버십 함수를 갖는 퍼지 제어기에서 입력 $x \equiv A \sin \omega t$, $\dot{x} \equiv \omega A \cos \omega t$ 에 대해 $\Phi_n \leq A < \Phi_{n+1}$ 이고 $\Psi_m \leq \omega A < \Psi_{m+1}$ 일 때 다음의 변수값 $\{\alpha_i\}$, $\{\beta_j\}$, $\{\gamma_k\}$ 을 정의한다.

$$\alpha_i \equiv \sin^{-1} \frac{\Phi_i}{A} \quad (i=0, \dots, n, \quad 0 \leq \alpha_i < \frac{\pi}{2})$$

$$\xleftarrow{\text{←}} A \sin \alpha_i = \Phi_i$$

$$\alpha_i \equiv \pi - \alpha_{2n+1-i} \quad (i=n+1, \dots, 2n+1, \quad \frac{\pi}{2} \leq \alpha_i < \pi)$$

$$\beta_0 \equiv 0$$

$$\beta_j \equiv \cos^{-1} \frac{\Psi_{m-j+1}}{\omega A} \quad (j=1, \dots, 2m+1, \quad 0 < \beta_j < \pi)$$

$$\xleftarrow{\text{←}} \omega A \cos \beta_j = \Psi_{m-j+1}$$

$$\beta_{2m+2} \equiv \pi$$

$$\{\gamma_k\} \equiv \text{sort } (\alpha_i, \beta_j) \quad (k=0, \dots, h \text{ 이고 } h+1 \text{ 는 } \{\gamma_i\} \text{의 수이다.})$$

정리 1.

(C1)(C2)의 조건을 만족하는 동적 퍼지 제어기 $u(\mathbf{x}) = u(x, \dot{x}) = \sum_{j=-q}^p \sum_{i=-p}^p p_{ij}(x, \dot{x})u_{i,j}$ 에서 입력 $x = A \sin \omega t$ 일 때 그 묘사함수는 다음의 식으로 나타난다.

$$N(A, \omega) = \frac{1}{A} (b_1 + j a_1),$$

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{h-1} \left\{ -a_{ki,h} \frac{A^2 \omega}{3\Phi\Psi} (\cos^3 \gamma_{i+1} - \cos^3 \gamma_i) \right.$$

$$\left. - b_{ki,h} \frac{A}{4\Phi} (\cos 2\gamma_{i+1} - \cos 2\gamma_i) \right\}$$

$$+ c_{ki,h} \frac{A\omega}{2\Psi} ((\gamma_{i+1} - \gamma_i) + (\sin \gamma_{i+1} \cos \gamma_{i+1} - \sin \gamma_i \cos \gamma_i))$$

$$+ d_{ki,h} (\sin \gamma_{i+1} - \sin \gamma_i) \}$$

$$b_1 = \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{h-1} \left\{ a_{ki,h} \frac{A^2 \omega}{3\Phi\Psi} (\sin^3 \gamma_{i+1} - \sin^3 \gamma_i) \right.$$

$$+ b_{ki,h} \frac{A}{2\Phi} ((\gamma_{i+1} - \gamma_i) - \sin \gamma_{i+1} \cos \gamma_{i+1})$$

$$+ \sin \gamma_i \cos \gamma_i) - c_{ki,h} \frac{A\omega}{4\Psi} (\cos 2\gamma_{i+1} - \cos 2\gamma_i)$$

$$- d_{ki,h} (\cos \gamma_{i+1} - \cos \gamma_i) \}$$

여기서 h 와 $\{\gamma_i\}$ 은 정의 1에 주어져 있는 A 와 ω 에 따라 변하는 값이며, ki 와 li 은 각 $\gamma_i \leq \gamma < \gamma_{i+1}$ 에 대하여 $\Phi_{ki} \leq A \sin \gamma < \Phi_{ki+1}$, $\Psi_{li} \leq \omega A \cos \gamma < \Psi_{li+1}$ 을 만족하는 ki , li 이고 $a_{ki,h}$, $b_{ki,h}$, $c_{ki,h}$, $d_{ki,h}$ 는 보조정리 2에 주어져 있다.

VI. 시뮬레이션

5 장에서 유도한 퍼지 제어기의 묘사함수를 이용하여 본 장에서는 실제 동적 퍼지 제어기를 포함한 시스템의 자기 진동 현상을 예측하고 이를 설계에 응용하도록 한다. 본 시뮬레이션에서 사용하는 예는 참고문헌 [15]에서 사용된 것을 그대로 사용하였다. 산부인과 병원에서 사용하는 인큐베이터의 온도를 퍼지 제어기를 이용하여 제어한다고 할 때 인큐베이터는 다음의 3차 식으로 주어진다고 가정한다.

$$H(s) = \frac{1}{s^3 + 5s^2 + 6s + 1}$$

그림 3은 본 시스템을 퍼지 제어기를 이용하여 제어하는 블락도이다.

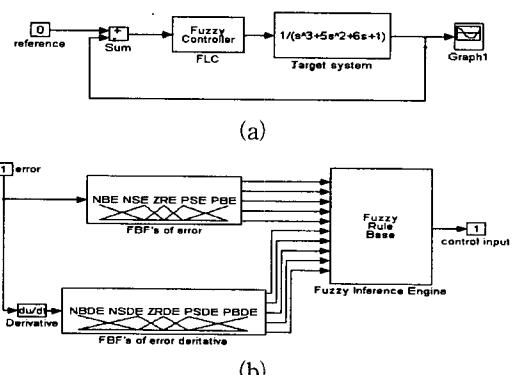


그림 3. 예제 시스템(a)과 퍼지 제어기(b)

Fig. 3. Example system (a) and Fuzzy controller (b)

이제 x_d 를 원하는 적정 온도(desired temperature), x 를 실제 온도(actual temperature), 그들 사이 오차를 $e = x_d - x$ 라 할 때, 퍼지 제어기의 규칙은 보통 인간의 경험에 따라 추우면 온도를 높이고 (e 가 양수 이면 제어 입력 u 를 양으로 하고), 더우면 온도를 낮추는 (e 가 음수이면 제어 입력 u 를 음으로 하는) 규칙으로 구성한다. 여기에 e 의 시간 변화율 de/dt 를 이용하여 수렴시간을 빠르게 한다. 이를 위해 다음과 같은 25개의 규칙으로 구성된 퍼지 제어기를 설계한다.

표 1. 퍼지 논리 제어기의 규칙
Table 1.

$e \setminus e'$	NBE	NSE	ZRE	PSE	PBE
PBDE	ZR	RB	FB	FB	PB
PSDE	NB	ZR	FS	PS	PB
ZRDE	NB	NS	ZR	FS	PB
NSDE	NB	NS	NS	ZR	PB
NBDE	NB	NB	NB	NB	ZR

여기서 각 퍼지 변수의 파라미터는 그림 4와 같이 구성되어 있다.

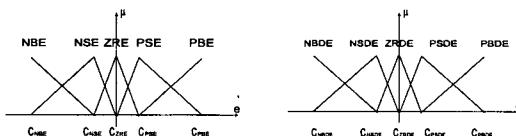


그림 4. 퍼지 제어기의 파라미터

Fig. 4. Parameters of a fuzzy controller.

표 2. 자기진동이 발생하는 퍼지 제어기
Table 2.

e	Cnbe	Cnse	Czre	Cpse	Cpbe
-1.00	-0.02	0.0	0.02	1.00	
e	Cnbde	Cnsde	Czrde	Cpsde	Cpbde
-100	-2	0.0	2	100	
u	Unb	Uns	Uzr	Ups	Upb
-1.0	-0.8	0	0.8	1.0	

우선 퍼지 제어기의 파라미터는 2장에서 언급한 (C1)과 (C2)의 조건을 만족시키도록 설계된다. 또 참고 문헌 [14]에 언급된 바와 같이 퍼지 제어기의 설계 시, 원점 부근에서는 소속 함수를 밀하게(densely) 배치하

고 원점 밖에서는 소속 함수를 소하게 (sparsely) 배치하며 원점 부근의 출력력을 급격히 크게 한다. 이제 퍼지 제어기의 파라미터를 다음과 같이 가정한다.

표 2에서 보인 퍼지 제어기의 변수를 2장에서 사용한 변수 표기법으로 바꾸면,

$$A_{-2} = NBE, A_{-1} = NSE, A_0 = ZRE, A_1 = PSE, \\ A_2 = PBE$$

$$B_{-2} = NBDE, B_{-1} = NSDE, B_0 = ZRDE, \\ B_1 = PSDE, B_2 = PBDE$$

$$\Phi_{-2} = Cnbe, \Phi_{-1} = Cnse, \Phi_0 = Czre, \Phi_1 = Cpse, \\ \Phi_2 = Cpbe$$

$$\Psi_{-2} = Cnbde, \Psi_{-1} = Cnsde, \Psi_0 = Czrde, \\ \Psi_1 = Cpsde, \Psi_2 = Cpbde$$

위의 파라미터를 갖는 퍼지 제어기에 대해서 5장의 정리 1에서 유도한 묘사함수를 이용하여 확장 나이퀴스트도를 그린다. 정적 퍼지 제어기 경우에서와 달리, 동적 퍼지 제어기의 경우는 선형 타겟 시스템과 비선형 퍼지 제어기의 묘사함수의 곱 ($G(j\omega) \times N(A, j\omega)$)의 그래프를 그린다. 이 그래프가 (-1,0)과 만나는 점이 자기 진동을 의미한다. 그림 5에서 보는 바와 같이 모든 초기값에 대해서 자기 진동 현상이 발생할 것을 예측 할 수 있다. 그림 6은 초기값 1, 0.5, -0.5, -1에 대하여 표 2의 퍼지 제어기를 이용하여 제어한 결과이다. 실제로 각 초기값에 대하여 자기진동이 발생함을 알 수 있다.

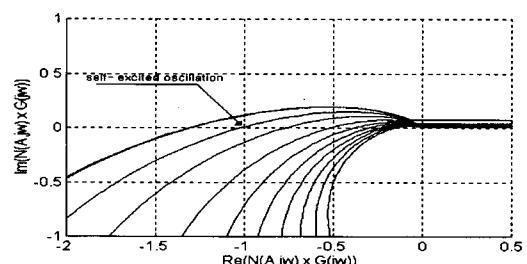


그림 5. 확장 나이퀴스트도 (자기진동이 있는 경우)
Fig. 5. Extended Nyquist plot. (with self-excited oscillation)

이제 확장 나이퀴스트도를 관측하면서 자기 진동 현상이 발생하지 않도록 퍼지 제어기의 파라미터를 조정한다. 표 3은 새롭게 설계한 퍼지 제어기이며 그림 7은 주어진 시스템의 확장 나이퀴스트도이다.

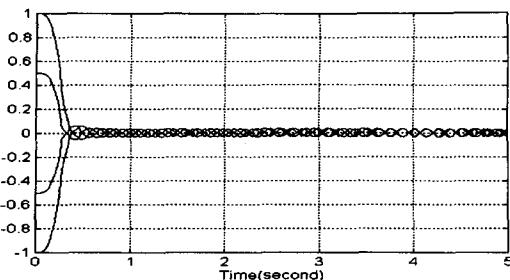


그림 6. 자기 진동 현상이 발생한 퍼지 시스템
Fig. 6. Fuzzy System with Self-excited oscillation.

표 3. 자기진동이 발생하지 않는 퍼지 제어기
Table 3.

\dot{e}	$C_{nb\dot{e}}$	$C_{nse\dot{e}}$	$C_{zre\dot{e}}$	$C_{ps\dot{e}}$	$C_{pb\dot{e}}$
	-1.00	-0.1	0.0	0.1	1.00
e	C_{nbde}	C_{nsde}	C_{zrde}	C_{psde}	C_{pbde}
	-100	-10	0.0	10	100
u	Unb	Uns	Uzr	Ups	Upb
	-1.0	-0.7	0	0.7	1.0

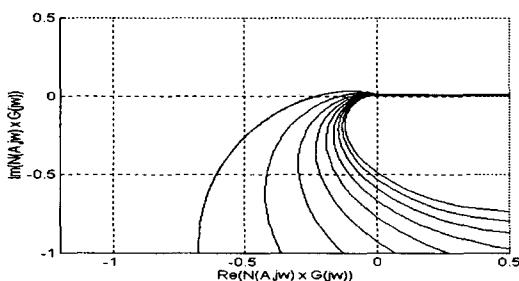


그림 7. 확장 나이퀴스트도 (자기 진동이 없는 경우)
Fig. 7. Extended Nyquist plot. (without self-excited oscillation)

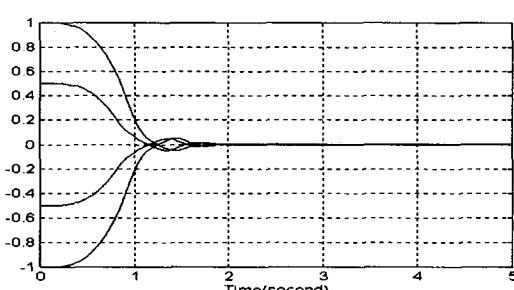


그림 8. 자기 진동 현상이 발생하지 않은 퍼지 시스템
Fig. 8. Fuzzy System without Self-excited oscillation.

그림 7의 확장 나이퀴스트도에서 보는 것처럼 표 2의 퍼지 제어의 경우 초기값에 관계없이 자기 진동 현상이 발생하지 않을 것을 예측할 수 있다. 그림 8은 초기값이 1, 0.5, -0.5, -1인 경우 실제의 출력 결과이며 자기 진동 현상이 발생하지 않음을 알 수 있다.

VII. 결 론

본 논문에서는 동적 퍼지 제어기를 사용하는 시스템에서 그 비선형 특성에 의해 발생할 수 있는 자기 진동 현상에 대한 이론적 해석의 기반을 제시한다. 해석을 간단히 하기 위해 퍼지 제어기의 구조를 퍼지 기저 함수를 이용하여 (R1)(R2)(C1)(C2)를 만족하는 가장 보편적인 단순한 형태로 가정하고 이를 이용하여 퍼지 제어기의 묘사함수를 해석적으로 구한다. 끝으로 컴퓨터 시뮬레이션에서는 이 유도한 묘사 함수를 이용하여 퍼지 제어기의 자기 진동 현상을 예측하고 제안한 해석의 타당성을 보인다.

APPENDIX

보조정리 1의 증명

(증명) $\forall t_1 \in R$ 에 대하여 $x_1 = A \sin \omega t_1$, $\dot{x}_1 = \omega A \cos \omega t_1$ 으로 한다. 이제 $t_2 = t_1 - \frac{\pi}{\omega}$ 에 대하여

$$x_2 = A \sin \omega t_2 = A \sin(t_1 - \frac{\pi}{\omega}) = A \sin(\omega t_1 - \pi) = -A \sin \omega t_1 = -x_1 \quad (A-1)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \omega A \cos \omega t_2 = \omega A \cos(t_1 - \frac{\pi}{\omega}) = \omega A \cos(\omega t_1 - \pi) \\ &= -\omega A \cos \omega t_1 = -\dot{x}_1 \end{aligned} \quad (A-2)$$

$\Phi_k \leq x_1 < \Phi_{k+1} \circ$ 이고 $\Psi_l \leq \dot{x}_1 < \Psi_{l+1} \circ$ 인 경우

$$\begin{aligned} u(t_1) &= A_k(x_1)B_l(\dot{x}_1)u_{k,l} + A_{k+1}(x_1)B_l(\dot{x}_1)u_{k+1,l} \\ &+ A_k(x_1)B_{l+1}(\dot{x}_1)u_{k,l+1} + A_{k+1}(x_1)B_{l+1}(\dot{x}_1)u_{k+1,l+1} \circ \end{aligned}$$

된다.

이제 (A-1)(A-2)에서 $x_2 = -x_1$, $\dot{x}_2 = -\dot{x}_1 \circ$ 므로

$$\begin{aligned} u(t_2) &= A_{-k}(x_2)B_{-l}(\dot{x}_2)u_{-k,-l} + A_{-k-1}(x_2)B_{-l}(\dot{x}_2)u_{-k-1,-l} \\ &+ A_{-k}(x_2)B_{-l-1}(\dot{x}_2)u_{-k,-l-1} + A_{-k-1}(x_2)B_{-l-1}(\dot{x}_2) \\ &u_{-k-1,-l-1} = -u(t_1) \quad (R2, C2에 의해) \\ \therefore u(t - \frac{\pi}{\omega}) &= -u(t) \end{aligned}$$

보조정리 2의 증명

$$\begin{aligned}
 (\text{증명}) \quad u(x) &= u(x, \dot{x}) = \sum_{j=-q}^q \sum_{i=-p}^p p_{ij}(x, \dot{x}) u_{i,j} \\
 &= p_{k,l}(x_1, \dot{x}_1) u_{k,l} + p_{k+1,l}(x_1, \dot{x}_1) u_{k+1,l} \\
 &\quad + p_{k,l+1}(x_1, \dot{x}_1) u_{k,l+1} \\
 &\quad + p_{k+1,l+1}(x_1, \dot{x}_1) u_{k+1,l+1} \\
 &= A_k(x) B_l(\dot{x}) u_{k,l} + A_{k+1}(x) B_{l+1}(\dot{x}) u_{k+1,l+1} \\
 &\quad + A_{k+1}(x) B_l(\dot{x}) u_{k+1,l} + A_{k+1}(x) B_{l+1}(\dot{x}) u_{k+1,l+1} \\
 &= \left(-\frac{x}{\Delta\Phi_k} + \frac{\Phi_{k+1}}{\Delta\Phi_k} \right) \left(-\frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} + \frac{\Psi_{l+1}}{\Delta\Psi_l} \right) u_{k,l+1} \\
 &\quad + \left(-\frac{x}{\Delta\Phi_k} + \frac{\Phi_{k+1}}{\Delta\Phi_k} \right) \left(-\frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} - \frac{\Psi_l}{\Delta\Psi_l} \right) u_{k,l+1} \\
 &\quad + \left(-\frac{x}{\Delta\Phi_k} - \frac{\Phi_k}{\Delta\Phi_k} \right) \left(-\frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} + \frac{\Psi_{l+1}}{\Delta\Psi_l} \right) u_{k+1,l} \\
 &\quad + \left(-\frac{x}{\Delta\Phi_k} - \frac{\Phi_k}{\Delta\Phi_k} \right) \left(-\frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} - \frac{\Psi_l}{\Delta\Psi_l} \right) u_{k+1,l+1} \\
 &\equiv a_{k,l} \frac{x}{\Delta\Phi_k} \frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} + b_{k,l} \frac{x}{\Delta\Phi_k} + c_{k,l} \frac{\dot{x}}{\Delta\Psi_l} + d_{k,l}
 \end{aligned}$$

정리 1의 증명

(증명) $\Phi_n \leq A < \Phi_{n+1}$ $\Rightarrow \Psi_m \leq \omega A < \Psi_{m+1}$

경우, 새로운 변수 $\{\alpha_i\}, \{\beta_i\}, \{\gamma_i\}$ 는 정의 1과 같다.

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) dt \\
 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} u(t) dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(t) dt + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 u(t) dt \right. \\
 &\quad \left. + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(t) dt \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(k - \frac{\pi}{\omega}) dk + \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(t) dt \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(k - \frac{\pi}{\omega}) dk + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(t) dt \right\}
 \end{aligned}$$

$= 0$ (보조정리 1에 의해)

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \cos \omega t dt \\
 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{-\pi}^{-\frac{\pi}{2}} u(t) \cos \omega t dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(t) \cos \omega t dt \right. \\
 &\quad \left. + \int_{-\frac{\pi}{2}}^0 u(t) \cos \omega t dt + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(t) \cos \omega t dt \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(k - \frac{\pi}{\omega}) \cos \omega(k - \frac{\pi}{\omega}) dk + \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(t) \cos \omega t dt \right\} \\
 &\quad + \frac{1}{\pi} \left\{ \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(k - \frac{\pi}{\omega}) \cos \omega(k - \frac{\pi}{\omega}) dk + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(t) \cos \omega t dt \right\}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{\pi} \left\{ \int_0^{\frac{\pi}{2}} u(t) \cos \omega t dt + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} u(t) \cos \omega t dt \right\} \quad (\text{보조정리 1에 의해})$$

리 1에 의해

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u(t) \cos \omega t dt = \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} u(t) \cos \omega t dt$$

이제 $\gamma_i \leq \gamma < \gamma_{i+1}$ 에서 $\Phi_{ki} \leq \gamma < \Phi_{ki+1}$ 이고 $\Psi_{ii} \leq \omega A \cos \gamma < \Psi_{ii+1}$ 면

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} (a_{ki,ii} \frac{A \sin \omega t}{\Delta\Phi_{ki}} - b_{ki,ii} \frac{\omega A \cos \omega t}{\Delta\Psi_{ii}} + c_{ki,ii} \frac{A \sin \omega t}{\Delta\Phi_{ki}} + \\
 &\quad + d_{ki,ii} \frac{\omega A \cos \omega t}{\Delta\Psi_{ii}}) \cos \omega t dt \quad (\text{보조정리 2에 의해})
 \end{aligned}$$

정리 2에 의해

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \left\{ -a_{ki,ii} \frac{A^2 \omega}{3\Delta\Phi_{ki}\Delta\Psi_{ii}} (\cos^3 \gamma_{i+1} - \cos^3 \gamma_i) \right. \\
 &\quad - b_{ki,ii} \frac{A}{4\Delta\Phi_{ki}} (\cos 2\gamma_{i+1} - \cos 2\gamma_i) \\
 &\quad + c_{ki,ii} \frac{A\omega}{2\Delta\Psi_{ii}} ((\gamma_{i+1} - \gamma_i) + (\sin \gamma_{i+1} \cos \gamma_{i+1} - \sin \gamma_i \cos \gamma_i)) \\
 &\quad \left. + d_{ki,ii} (\sin \gamma_{i+1} - \sin \gamma_i) \right\}
 \end{aligned}$$

같은 방법으로

$$\begin{aligned}
 b_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} u(t) \sin \omega t dt \\
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} u(t) \sin \omega t dt \quad (\text{보조정리 1에 의해}) \\
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \int_{\gamma_i}^{\gamma_{i+1}} (a_{ki,ii} \frac{A \sin \omega t}{\Delta\Phi_{ki}} - b_{ki,ii} \frac{\omega A \cos \omega t}{\Delta\Psi_{ii}} + \\
 &\quad + c_{ki,ii} \frac{A \sin \omega t}{\Delta\Phi_{ki}} + d_{ki,ii} \frac{\omega A \cos \omega t}{\Delta\Psi_{ii}}) \sin \omega t dt \quad (\text{보조정리 2에 의해})
 \end{aligned}$$

리 2에 의해

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2}{\pi} \sum_{i=0}^{k-1} \left\{ a_{ki,ii} \frac{A^2 \omega}{3\Delta\Phi_{ki}\Delta\Psi_{ii}} (\sin^3 \gamma_{i+1} - \sin^3 \gamma_i) \right. \\
 &\quad + b_{ki,ii} \frac{A}{2\Delta\Phi_{ki}} ((\gamma_{i+1} - \gamma_i) - \sin \gamma_{i+1} \cos \gamma_{i+1} \\
 &\quad + \sin \gamma_i \cos \gamma_i) - c_{ki,ii} \frac{A\omega}{4\Delta\Psi_{ii}} (\cos 2\gamma_{i+1} - \cos 2\gamma_i) \\
 &\quad \left. - d_{ki,ii} (\cos \gamma_{i+1} - \cos \gamma_i) \right\}
 \end{aligned}$$

참 고 문 헌

- [1] L. A. Zadeh, "The roles of soft computing and fuzzy logic in the conception, design, and deployment of intelligent systems," opening lecture, Proc. of the 4th int'l Conf. on Soft Computing, Iizuka, pp. 3-4, 1996.

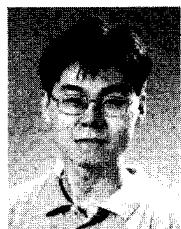
- [2] C. C. Lee, "Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic control - Part I, II" *IEEE Trans. SMC*, vol. 20, pp. 404-435, 1990.
- [3] E. H. Mamdani, "Applications of fuzzy algorithms for control of simple dynamic plant," *Proc. IEE*, vol. 121, no. 2, pp. 1585-1588, 1974.
- [4] G. F. Mauer, "A fuzzy logic controller for an ABS braking system," *IEEE Trans Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 4, pp. 381-388 Nov., 1995.
- [5] M. Sugeno and G. K. Park, "An approach to linguistic instruction based learning and its application to helicopter flight control," *Fifth IFSA World Congress*, pp 1082-1085, 1993.
- [6] V. G. Moudgal, W. A. Kwong, K. M Passino, and S. Yurkovivh, "Fuzzy learning control for a flexible-link robot," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no 2, pp. 199-210, May 1995.
- [7] R. Stenz and U. Kuhn, "Automation of a batch distillation column using fuzzy and conventional control," *IEEE Trans. Contr. Sys Tech.*, vol. 3, no. 2, pp 171-176, Jun 1995.
- [8] S. W. Kim, E. T. Kim and M. Park, "A new fuzzy adaptive controller using the parallel structure of fuzzy controllers and its application," *Fuzzy sets and Systems*, vol. 81, pp. 205-226, 1996.
- [9] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156, 1992.
- [10] Fumio Hara and Maki Ishibe, "Simulation study on the existence of limit cycle oscillation in a fuzzy control system," *Proc. of the Korea-Japan Joint Conf. on fuzzy systems and engineering*, pp 25-28, 1992.
- [11] J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice-Hall, 1991.
- [12] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 1996.
- [13] X. Zeng and M. G. Singh, "Approximation theory of fuzzy systems-MIMO case," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol 3, no. 2, pp. 219-235, May 1995.
- [14] 이수영, 홍예선, 김은태, 박민용, "퍼지 논리 제어기의 성능 해석," *제어·자동화·시스템 공학회지*, vol. 3, no. 3, pp. 265-271, 1997
- [15] Bernard Friedland, *Advanced Control System Design*, Prentice-Hall: Englewood Cliffs, N. J., 1996.

저자 소개



金 殷 泰(正會員)

1970년 3월 17일생. 1992년 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사, 전체수석). 1994년 연세대학교 대학원 전자 공학과 석사 과정 졸업(공학석사). 1994년 ~ 현재 연세대학교 대학원 박사과정. 주관심분야는 지능제어 및 모델링, 적응제어 및 자동화등임



盧 興 植(正會員)

1968년 5월 15일 생. 1991년 연세대학교 전자공학과 졸업. 1993년 연세대학교 대학원 전자 공학과 석사 과정 졸업. 1993년 ~ 동대학원 박사과정. 주관심분야는 퍼지 및 지능 제어, 비선형 제어등임



權 赫(正會員)

1969년 9월 16일생. 1994년 연세대학교 전자공학과 졸업. 1996년 연세대학교 대학원 전자 공학과 석사 과정 졸업(제어 전공). 1996년 ~ 동대학원 박사과정. 주관심분야는 비선형 제어, 강인 제어, 퍼지 및 지능 제어, 모터제어 등임

金 東 淵(正會員) 第35卷 C編 第3號 參朝

현재 안성산업대학교 전자공학과 전임강사

朴 玖 用(正會員) 第32卷 B編 第2號 參朝

현재 연세대학교 전자공학과 교수