

RFM Graphs : 그래프 결합을 이용한 새로운 상호 연결망

이 형 옥[†] · 허 영 남^{††} · 임 형 석^{†††}

요 약

본 논문에서는 방향성 그래프인 Rotator 그래프와 Faber-Moore 그래프를 병합한 새로운 상호 연결망으로 RFM 그래프를 제안하고, RFM 그래프에 대하여 고장 허용도, 라우팅 알고리즘, 노드 중복 없는 싸이클, 방송 알고리즘을 분석한다. 또한 2 차원 토러스, Star 그래프, Bubblesort 그래프를 RFM 그래프에 연장비율(dilation) 2와 확장비율(expansion) 1에 임베딩하는 방법을 제시한다.

RFM Graphs : A New Interconnection Network Using Graph Merger

Hyeong-Ok Lee[†] · Yeong-Nam Heo^{††} · Hyeong-Seok Lim^{†††}

ABSTRACT

In this paper, we propose a new interconnection network called RFM graph, which is the merger of the directed Rotator and Faber-Moore graph, and analyze fault tolerance, routing algorithm, node disjoint cycles and broadcasting algorithm. We also describe methods to embed star graph, 2 dimensional torus and bubblesort graph into RFM graph with unit expansion and dilation 2.

1. 서 론

오늘날 이미지 파악, 동화상, 실시간 처리 등의 많은 응용 분야에서 고성능의 컴퓨터에 대한 요구가 증가하고 있다. 이러한 고성능 컴퓨터를 구성하는 방법은 반도체 소자 기술에 기반한 중앙 처리장치의 성능을 높이는 방법과 복수개의 처리장치를 사용하여 대규모의 병렬성을 이용하는 방법이 있다.

병렬처리를 위한 컴퓨터는 크게 공유기억장치를 갖는 다중프로세서(multiprocessor) 시스템과 분산 기억장치를 갖는 다중컴퓨터(multicomputer) 시스템으로 나눌 수 있다. 다중프로세서 시스템은 공유기억장치 접근시 병목 현상으로 성능 저하를 초래할 수 있으며 고장 허용도(fault tolerance)가 낮은 단점이 있다. 다중컴퓨터 시스템은 자신의 기억장치를 갖는 프로세서들을 상호 연결망으로 연결하고, 프로세서들 사이에 통신은 상호연결망을 통해 메시지 전송 방식으로 구동되는 시스템이다. 다중 컴퓨터의 연결망 구조는 전체 시스템의 성능 및 확장성에 큰 영향을 미치는 것으로 병렬처리 컴퓨터 개발의 기반 기술 제공을 위해 그 필요성이 증가 되고 있다[1,7].

* 본 논문은 정보통신부의 정보통신분야 우수학교 지원사업에 의해서 수행된 결과임.

† 준 회 원 : 전남대학교 전산통계학과 시간강사

†† 정 회 원 : 순천대학교 컴퓨터과학과 교수

††† 정 회 원 : 전남대학교 전산학과 교수

논문접수 : 1997년 12월 2일, 심사완료 : 1998년 7월 22일

상호 연결망은 각 프로세서를 노드로, 프로세서들 사이에 통신 채널을 에지로 나타내는 무방향 그래프로 표현 될 수 있다. 이러한 상호 연결망을 평가하는 목적도는 분지수(degree), 연결도(connectivity), 확장성(scalability), 직름(diameter), 고장 직름(fault diameter) 및 대칭성(symmetric) 등이 있다[9,10,13].

분지수 : 연결망 G 에 속한 임의의 노드 v 의 분지수란 v 에 인접한 에지의 개수이고, 연결망 G 의 분지수란 $V(G)$ 에 속한 노드들의 분지수중 최대값을 말한다.

직름 : 연결망의 임의의 두 노드간의 최단 경로의 최대값으로, 이는 연결망 전체에 정보를 전파하는데 드는 지연 시간의 하한값이다.

대칭성 : 연결망 G 에 속한 어떤 노드(에지)에서도 G 가 똑같이 보일 때 G 는 노드(에지) 대칭적이라 한다.

확장성 : 연결망 G 를 생성할 때 노드의 개수가 적은 연결망으로부터 노드 개수가 많은 연결망을 쉽게 구성할 수 있음을 의미한다. 연결망 G 가 재귀적 구조를 가지고 있으면 확장성이 좋다.

연결도 : 노드(에지) 연결도는 연결망을 노드 중복 없이 둘 이상의 부분으로 나누기위해 제거해야할 최소 노드(에지)의 개수이다.

이러한 상호연결망으로는 트리, 메쉬[9], 하이퍼큐브 [5,12], Star 그래프[1], Rotator 그래프[3], Faber-Moore 그래프[4], BS(Bubblesort Star) 그래프[2], Transposition Network[8] 등이 제안 되었다.

Star 그래프는 각 노드의 주소를 n 개 심볼 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 순열로 나타내고, 에지는 노드의 심볼에서 가장좌측의 심볼과 나머지 $n-1$ 개 심볼중의 어느 한 심볼만 교환된 노드 사이에만 에지가 존재한다. 이러한 Star 그래프는 노드와 에지 대칭성이 있으며, 재귀적 구조를 통해 시스템의 확장성이 우수하고, 하이퍼 큐브에 비해 분지수와 직름이 매우 작은 장점을 가지고 있지만 노드 개수가 $n!$ 이므로 임의의 노드 개수를 가지는 연결망을 설계하기 어렵고, 다른 연결망과의 임베딩이 쉽지 않은 단점이 있다[1,11].

Rotator 그래프는 n 개 심볼 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 순열로 노드를 표현하고, 노드 사이의 연결 관계는 에지 발생기(edge generator)에 의해 정의되는 방향성 그래프이다. n -Rotator 그래프의 노드는 $n!$ 개로 Star 그래

프와 같은 수의 노드를 가지며, 아래의 에지 발생기에 의해 생성되는 에지는 방향성 에지로서 indegree와 outdegree가 각각 $n-1$ 인 상호 연결망이다[3].

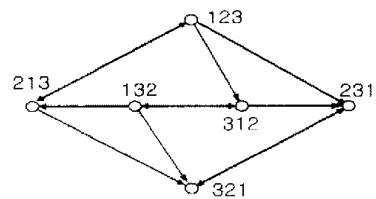
에지 발생기: $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (23 \dots i | i + 1 \dots n), 2 \leq i \leq n.$

Rotator 그래프는 노드 대칭적이거나 직름이 $n-1$ 로 짧은 값을 갖지만, 최단 경로가 유일하고 방향성 에지를 가지므로 다른 연결망과의 임베딩이 어려운 단점이 있다. 이러한 Rotator 그래프와 유사한 그래프로 Faber-Moore 그래프가 있다.

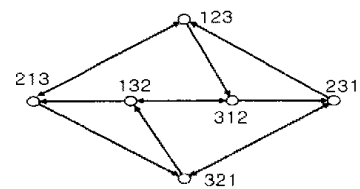
Faber-Moore 그래프의 노드는 n 개 심볼 $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 순열로 표현하고, 노드 사이의 연결 관계는 아래의 에지 발생기에 의해 정의되는 방향성 그래프이다[4].

에지 발생기: $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (i | 2 \dots i - 1 | i + 1 \dots n), 2 \leq i \leq n.$

Faber-Moore 그래프는 Roatator 그래프와 에지의 방향만 반대인 방향성 그래프로써 노드의 개수는 $n!$ 개이고, 에지는 indegree와 outdegree가 각각 $n-1$ 로 여러 가지 목적도에서 Roatator 그래프와 유사한 연결망이다. 그림1에 3-차원 Roatator 그래프와 Faber-Moore 그래프가 있다.



(a) 3-차원 Rotator 그래프



(b) 3-차원 Faber-Moore 그래프

(그림 1) Rotator와 Faber-Moore 그래프
(Fig. 1) Rotator and Faber-Moore graph

본 논문에서는 방향성 그래프인 Rotator 그래프와 Faber-Moore 그래프를 병합하는 방법을 통해 새로운

상호 연결망 RFM 그래프를 제안한다. 제안된 RFM 그래프는 여러 가지 연결망을 적은 비용으로 임베딩할 수 있으며, 병렬 알고리즘 구현을 위한 노드 중복하지 않는 사이클(node disjoint cycle)이 있다. 또한 같은 수의 노드와 에지를 갖는 BS(Bubblesort Star) 그래프보다 지름과 평균 거리, 임베딩 관점에서 더 향상된 결과를 갖는다. 논문의 구성은 2장에서 RFM 그래프의 정의와 재귀적 성질 및 고장 허용도를 분석하고, 3장에서 라우팅 알고리즘을 제안하고, 4장에서는 노드 중복하지 않는 사이클을 분석하고, 5장에서는 노드 중복하지 않는 사이클을 이용한 방송 알고리즘에 대하여 알아본다. 6장에서는 이미 제안된 star, bubblesort, torus 연결망과의 임베딩을 분석하고 마지막으로 결론을 맺는다.

2. RFM 그래프의 정의와 성질

RFM_n 그래프는 n 개 심볼 $\{1, 2, \dots, n\}$ 의 순열로 노드를 나타내고, 노드간의 연결 관계는 Rotator 그래프와 Faber-Moore 그래프의 에지 발생기(edge generator)를 함께 적용하여 정의한다.

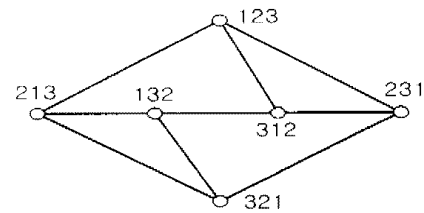
에지 발생기 :

- (a) $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (23 \dots i \ i + 1 \dots n), 2 \leq i \leq n.$
- (b) $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (i \ 2 \dots i - 1 \ i + 1 \dots n), 3 \leq i \leq n.$

RFM 그래프의 에지 발생기를 2개로 구분하여 Rotator 그래프의 에지 발생기 $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (23 \ i \ i + 1 \dots n)$ 를 R_n , ($2 \leq i \leq n$)으로, Faber-Moore 그래프의 에지 발생기 $(12 \dots i \dots n) \rightarrow (i \ 2 \dots i - 1 \ i + 1 \dots n)$ 를 F_j , ($3 \leq j \leq n$)라 하자(단, $R_2 = F_2$). 위의 정의에 의해 RFM_n 그래프는 n -차원 Rotator와 Faber-Moore 그래프를 병합하여 생성한 연결망으로써 $n!$ 개의 노드를 갖고 분지수는 $2n-3$ 인 정규 연결망이다 ($n \geq 2$). n -Rotator 그래프가 Cayley 그래프임이 이미 증명[4]되었기 때문에 n -Rotator 그래프에 Faber-Moore 그래프의 에지 발생기를 추가하여 방향성을 제거한 RFM_n 그래프는 Cayley 그래프이다. 따라서 RFM_n 그래프는 Cayley 그래프의 성질에 의해 노드 대칭적이다[2]. RFM_n 그래프는 n -Rotator 그래프를

포함하고 있으므로 n -Rotator 그래프의 지름 $n-1$ 과 같은 값을 갖는다 ($n \geq 2$). 그렇지만 RFM_n 그래프의 평균 지름은 n Rotator 그래프보다 매우 짧은 값을 갖는다. 예를들어 3-차원 RFM 그래프는 그림 2와 같다.

본 장에서는 RFM 그래프가 재귀적 성질이 있음을 통하여 확장성이 우수함을 보인다.



(그림 2) 3-차원 RFM 그래프
(Fig. 2) 3-RFM graph

$n-1$ 개 심볼 $\{1, 2, \dots, n-1\}$ 의 순열 $s_1 s_2 \dots s_{n-1}$ 로 노드를 표현하는 RFM_{n-1} 그래프의 모든 노드들에 심볼 s_n 을 순열의 n 번째 위치에 추가한 노드의 비트스트링 $s_1 s_2 \dots s_n$ 에 에지 발생기 $R_n(F_n)$ 을 $n-1$ 번 반복 적용한후 생성된 n 개 순열은 $s_2 s_3 \dots s_n s_1, s_3 s_4 \dots s_1 s_2, \dots, s_n s_1 \dots s_{n-1}$ 이고, 이러한 n 개 순열의 첫 번째 심볼들은 s_1, s_2, \dots, s_n 으로 구성되며 n 번째 심볼들은 s_n, s_1, \dots, s_{n-1} 로 이루어진다. 순열의 첫 번째 심볼이 s_1, s_2, \dots, s_n 으로 구성된 각 노드들에 에지 발생기 R_i , ($2 \leq i \leq n-1$)와 F_j , ($3 \leq j \leq n-1$)을 반복 적용하면 n 개의 RFM_{n-1} 을 갖는 RFM_n 을 구성할 수 있다. RFM_n 에서 n 번째 심볼이 s_i 로 구성된 RFM_{n-1} 을 $RFM_n(s_i)$ 로 표현한다 ($1 \leq i \leq n$). 즉 RFM_n 그래프에서 에지 발생기 R_n 과 F_n 을 제거하면 n 개의 RFM_{n-1} 으로 분할되고, 각 RFM_{n-1} 의 n 번째 심볼들은 s_1, s_2, \dots, s_n 으로 구성된다. 이러한 분할은 재귀적으로 수행되어 RFM_{n-1} 그래프는 $n-1$ 개의 RFM_{n-2} 으로 분할된다. RFM 그래프의 재귀적 분할 성질은 낮은 차원의 RFM 에 에

기 발생기 R_n, F_n 을 적용하여 높은 차원의 RFM 그래프를 쉽게 생성할 수 있으므로 RFM 그래프는 확장성이 좋은 성질을 갖는다.

연결도가 n 인 연결망에서 $n-1$ 개 노드가 고장이 발생했을 때, 그 연결망이 나누어지지 않은 경우 그 연결망은 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 갖고, 고장 허용도가 클수록 시스템이 안정적이라 하겠다[3].

정리 1 RFM_n 그래프는 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 갖는다 ($n \geq 3$).

증명 RFM_n 그래프의 분지수는 $2n-3$ 이므로 $2n-4$ 개의 노드가 고장이 발생해도 연결망이 분리되지 않음을 보이면 된다. 증명은 수학적 귀납법을 사용한다.

베이스 스텝으로 RFM_3 그래프는 2 고장 허용도를 가짐을 쉽게 알 수 있다. 귀납가정으로 RFM_{n-1} 그래프가 $(2n-6)$ -고장 허용도를 갖는다고 가정하자.

RFM_n 그래프는 n 개의 RFM_{n-1} 그래프로 분할(partition) 할 수 있다. 이러한 RFM_{n-1} 그래프의 각 노드들은 에지 발생기 R_n 과 F_n 에 의해서 다른 RFM_{n-1} 그래프의 노드들과 2개씩 연결된 에지가 있다. 연결망에서 노드 고장이 발생하는 경우를 2가지로 나누어 생각한다. 첫 번째, $2n-4$ 개의 노드 고장이 한 개의 RFM_{n-1} 에서만 발생한 경우이고 두 번째, 고장난 $2n-4$ 개의 노드들이 두 개 이상의 RFM_{n-1} 에 분산되어 발생한 경우이다. RFM_{n-1} 그래프는 분지수가 $2n-5$ 이므로 첫 번째 경우처럼 $2n-4$ 개의 노드가 RFM_{n-1} 그래프에서만 발생하면 RFM_{n-1} 그래프는 2개 이상으로 분할된다. 그렇지만 RFM_n 그래프를 n 개의 RFM_{n-1} 그래프로 분할할 때 RFM_{n-1} 의 모든 노드들은 에지 발생기 R_n 과 F_n 에 의해서 다른 RFM_{n-1} 그래프의 노드들과 2개씩 연결된다. 따라서 RFM_n 그래프에서 $2n-4$ 개의 노드 고장이 RFM_{n-1} 의 어느 한 노드에서 집중되어 발생해도 에지 발생기 R_n 과 F_n 에 의해 적어도 하나의 연결된 노드가 존재하므로 연결망이 2개 이상으로 분할

되지 않음을 알 수 있다. $2n-4$ 개의 노드 고장이 2개 이상의 RFM_{n-1} 그래프에서 분산되어 발생한 경우 어느 하나의 RFM_{n-1} 그래프에서 고장이 발생할 수 있는 가장 많은 노드의 개수는 $2n-5$ 개 이하이므로 귀납가정에 의해 연결망이 2개 이상으로 분할되지 않음을 알 수 있다. RFM_n 그래프는 분지수-1개의 노드 즉, $2n-4$ 개의 노드가 고장이 발생해도 연결망이 분리되지 않으므로 최대 고장 허용도(maximally fault tolerance)를 갖는다. □

3. 라우팅 알고리즘

본 장에서는 RFM 그래프에서의 라우팅 알고리즘을 제안하고 같은 수의 노드를 갖는 BS(Bubblesort Star) 그래프와 지름과 평균거리를 비교한다. 노드 대칭성이 있는 연결망에서 임의의 두 노드 A, B는 A'와 B'로 사상(mapping)할 수 있으므로, 노드 A에서 B로의 라우팅은 임의의 순열 s 를 오름차순으로 정렬하는 것과 같다. 본 논문에서는 이렇게 오름차순으로 정렬된 노드의 순열 $12...n$ 을 항등 순열(identity permutation) ID이라 하겠다.

임의의 노드 $s(s_1s_2...s_n)$ 와 ID ($12...n$) 노드간의 최단 경로 길이(shortest path length)를 갖는 라우팅 알고리즘을 위해 몇가지 기호들을 정의하고, RFM 그래프의 최단 경로 길이가 얼마인지를 알아본다.

RFM 에서 최단 경로 길이(K)를 위한 기호와 수식은 다음과 같다.

N: 노드 $s(s_1s_2...s_n)$ 심볼의 개수.

P: 노드 s 의 심볼중 가장 우측심볼 s_n 을 기준으로 하여 연속적인 내림차순 심볼의 개수.

T: 노드 s 의 심볼중 가장 많은 개수의 오름차순심볼을 포함한 심볼의 개수. 이러한 T의 심볼을 $t_1, t_2, \dots, t_i (1 \leq i \leq n)$.

W: 노드 s 의 심볼중 T에 포함되지 않은 심볼들.

이러한 W의 심볼을 $w_1, w_2, \dots, w_j (1 \leq j \leq n)$

aft_W: 노드 s 의 심볼에서 t_1 다음에 나오는 심볼들중 W에 포함되는 심볼.

bef_W: 노드 s 의 심볼에서 t_1 이전에 있는 심볼.

low_W: 노드 s의 심볼에서 t_1 다음에 있는 심볼들
중 t_1 보다 심볼의 크기가 작은 심볼.

노드 s의 순열에서 ID 노드로의 라우팅은 노드 s의 심볼들에서 정렬되지 않은 심볼을 찾아 심볼들을 정렬하도록 에지 발생기 R_i 와 F_j 의 적용 순서를 결정하는 것과 같다. 임의의 노드 $s(s_1s_2...s_n)$ 의 순열에서 ID(12...n) 노드로의 경로 길이 $K=2*aft_W+bef_W-low_W$ 이다. 정렬하는 경우를 2가지로 나누어 생각한다.

첫번째 경우는 노드 $s(s_1s_2...s_n)$ 의 순열에서 심볼의 위치가 연속적 또는 비연속적이면서 심볼의 크기 $|s_i|$ 가 오름차순으로 가장 많은 개수의 심볼을 찾는다. 이런 오름차순 심볼들을 $T(t_1t_2...t_i), 1 \leq i \leq n$ 이라 하자. 노드 s에서 ID로 정렬을 위해서 T의 심볼을 정렬된것으로 보는 경우 라우팅을 위한 값 $K(=2*aft_W+bef_W-low_W)$ 를 알 수 있다. 노드 s의 심볼에서 정렬된 T의 심볼을 제외한 나머지 심볼들은 정렬되지 않은 심볼들로 W이라 하자. 정렬되지 않은 W의 심볼들은 T의 첫번째 심볼 t_1 의 크기와 위치에 따라서 bef_W, aft_W, low_W 3가지로 나눌 수 있다. bef_W 심볼들은 노드 s의 심볼에서 t_1 의 심볼보다 먼저 위치한 심볼들로 에지 발생기 R_i 를 통해서 정렬할 수 있다. low_W의 심볼은 노드 s의 심볼에서 t_1 의 심볼보다 크기가 작으면서 위치가 t_1 다음에 있는 심볼들로써 에지 발생기 F_j 를 통해서 정렬할 수 있다. aft_W의 심볼은 노드 s의 심볼에서 t_1 의 심볼보다 크기가 크고 위치가 뒤에 있는 심볼들로 에지 발생기 R_i 와 F_j 를 각각 사용하여 정렬하는 심볼들이다.

두번째 경우는 노드 s의 심볼 s_n 을 기준으로 위치가 연속적이면서 심볼의 크기 $|s_i|$ 가 내림차순인 심볼들을 $P(p_1p_2...p_n)$ 이라 하자. 즉 노드 s에서 P의 심볼들을 정렬된 심볼들로 간주하고 나머지 N-P개의 심볼들을 정렬되지 않은 심볼들로 여긴다. 정렬되지 않은 N-P개의 심볼들 $s_1s_2...s_{n-p}$ 은 에지 발생기 R_i 를 사용하여 정렬할 수 있다. 두번째 경우는 Rotator 그래프의 라우팅 방법과 유사하다[3]. 본 논문에서의 라우팅 알고리즘은 위의 두가지 경우에서 K와 N-P의 값을 비교하여 적은 경우의 방법을 적용하기로 한다.

알고리즘은 다음과 같다.

[라우팅 알고리즘]

[단계1] 노드 s의 순열에서 오름차순으로 가장 많은 심볼을 포함하는 T와 연속적인 내림차순 P를 결정한다. 만약 $t_1=1$ 이고 t_2 보다 작은 심볼이 W에 2개 이상 있으면 T의 심볼에서 t_1 을 제거하고 나머지 심볼들을 T로 결정.

[단계2] T와 P를 통해서 K와 N-P의 값을 구한다.

[단계3] $(N-P) \leq K$ 이면, 노드 s에 에지 발생기 R_i 를 N-P번 적용.

[단계4] $K < (N-P)$ 이면,

첫번째, 노드 s에서 bef_W의 심볼개수만큼 에지 발생기 R_i 를 적용.

두번째, low_W이 있으면 t_1 을 기준으로 내림차순으로 정렬되도록 에지 발생기 F_j 를 적용.

세번째, aft_W은 에지 발생기 F_j 와 R_i 를 각각 적용.

예를들어 노드 s의 순열이 734258691인 노드에서 ID(123456789) 노드로 라우팅을 할 경우, Rotator 그래프 알고리즘에서는 순열의 가장 우측 심볼을 기준으로 연속적인 내림차순으로 정렬된 심볼만 정렬된 것으로 본다. 즉, 734258691에서 심볼 1만 정렬된 것으로 간주하고 나머지 심볼들 7,3,4,2,5,8,6,9는 정렬되지 않은 심볼로 여기고 정렬하게 되므로 라우팅 경로 길이는 8이다. 그러나 RFM의 수식에 의한 최단 경로 길이 K는 다음과 같다.

$s=734258691, N=9, P=1$ 개 심볼 (1), $T=5$ 개 심볼 (3,4,5,6,9), $W=4$ 개 (7,2,8,1)

$aft_W=3$ 개 심볼 (2,8,1), $bef_W=1$ 개 심볼 (7), $low_W=2$ 개 심볼 (2,1)

따라서 $K=2*3+1-2$ 으로 경로 길이는 5이고, 라우팅 경로는 다음과 같다.

734258691 → 342586791 → 234586791 → 123458679 → 812345679 → ID

표 1은 RFM_n 그래프의 지름과 노드간의 거리를 분석한 것으로 같은 개수의 노드와 에지를 갖는 BS_n 그래프[2]보다 월등히 좋은 결과를 가짐을 알 수 있다.

〈표 1〉 RFM_n 그래프에서의 지름과 평균거리
 〈Table 1〉 Diameter and average distance of RFM_n

vertex distance	n								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	3	5	7	9	11	13	15	17
2		2	13	33	61	97	141	193	253
3			5	61	219	508	963	1620	2515
4				18	347	1670	4723	10447	20005
5					83	2274	13945	46818	118541
6						479	17302	129934	507062
7							3232	148591	1328766
8								25261	1427961
9									223679
size	2	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800
diameter	1	2	3	4	5	6	7	8	9
average diameter	0.5	1.17	1.92	2.73	3.60	4.49	5.41	6.35	7.29

4. 노드 중복하지 않는 사이클

이 장에서는 RFM_n 그래프에서 길이가 n인 (n-1)개의 노드 중복하지 않는 사이클이 있음을 보이고, 이 결과를 이용해 길이가 n*(n-1)인 사이클이 (n-2)!개 있음을 보인다. 이러한 노드 중복 없는 사이클 문제는 병렬 결합 알고리즘이나 순차 고장 진단과 같은 분야에서 응용된다[13].

보조정리 1 RFM_n에서 임의의 노드 v ∈ V(RFM_n)에 에지 발생기 R_n을 n번 적용하여 사이클 길이가 n인 노드 중복하지 않는 사이클 C를 (n-1)!개 얻을 수 있다. 그리고 C ∩ RFM_n(i)는 한개의 노드를 포함한다 (1 ≤ i ≤ n).

증명 노드 v의 순열을 v₁v₂...v_n이라 하자. 노드 v의 순열에 에지 발생기 R_n을 n번 적용하면 다음과 같은 순열의 사이클 C를 얻는다. v₁v₂...v_n, v₂...v_nv₁, ..., v_nv₁...v_{n-1} 사이클 C에서 노드들의 첫 번째 심볼들은 v₁, v₂, ..., v_n임을 알 수 있다. RFM_n 그래프를 n개의 RFM_{n-1}으로 분할 하였을

때, RFM_{n-1} 그래프의 가장 우측 심볼들은 1, 2, ..., n이고, 이러한 n개의 RFM_n(i)에서 RFM_n(n) 그래프는 노드의 가장 우측 심볼이 n인 노드로 구성된 그래프로써 (n-1)!개의 노드들로 구성되어 있음을 알 수 있다 (1 ≤ i ≤ n). 따라서 RFM_n(n) 그래프에 있는 (n-1)!개의 각 노드들에 에지 발생기 R_n을 n번 적용하면 노드 중복하지 않는 (n-1)!개의 사이클 C를 얻게된다. 사이클 C를 구성하는 노드들은 n개이고, 이 n개 순열의 가장 우측 심볼은 1, 2, ..., n이므로 사이클 C의 노드들은 RFM_n(i)의 한 개의 노드임을 알 수 있다 (1 ≤ i ≤ n). □

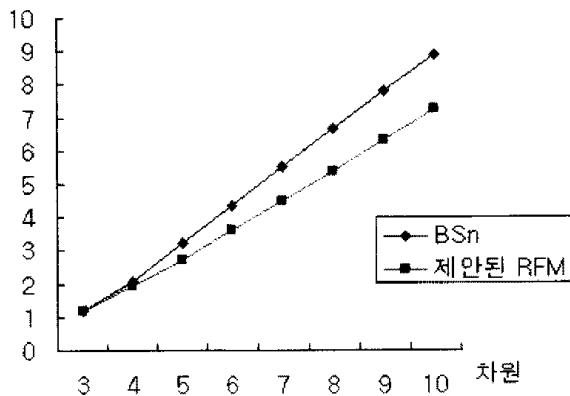
정리 2 RFM_n에서 출발 노드 T에서 다음과 같은 n개의 에지 발생기 R_n, R_n, ..., R_n, R₂를 n-1번 적용하면 길이가 n*(n-1)인 노드 중복하지 않는 사이클 C를 (n-2)!개 얻게 되고, 그리고 C ∩ RFM_n(i)에는 n-1개의 노드가 있다 (1 ≤ i ≤ n).

증명 보조정리 1의 길이가 n인 (n-1)!개의 노드 중복하지 않는 사이클을 에지 발생기 R₂를 이용하여

$n-1$ 개씩 연결하여 길이가 $n*(n-1)$ 인 사이클 C 를 생성함을 보인다.

출발노드 $T=1*n$ 일 때 에지 발생기 R_n 을 $n-1$ 번 적용

평균지름



한 패스는 $1*n, 2*n1, 3*12, \dots, n*(n-1)$ 이다. 위 패스의 마지막 순열 $n*(n-1)$ 에 에지 발생기 R_2 를 적용하면 $1n2\dots(n-1)$ 의 순열이 된다. 출발노드 $T=1*n$ 에 n 개의 에지 발생기 $R_n, R_n, \dots, R_n, R_2$ 를 적용한 다음 순열 $T^1=1n2\dots(n-1)$ 에서 출발노드의 가장우측 심볼 n 은 두번째 위치에 있고 세 번째 위치부터 나머지 심볼들은 T 의 심볼들과 같은 순서를 유지하고 있음을 알 수 있다. 이제 순열 $1n2\dots(n-1)$ 에 n 개의 에지 발생기 $R_n, R_n, \dots, R_n, R_2$ 를 반복 적용한 순열 T^1, T^2, \dots, T^{n-1} 은 $1n2\dots(n-1), 1(n-1)n\dots(n-2), \dots, 12\dots n$ 이 됨을 알 수 있다. 따라서 노드 $T=1*n$ 에 n 개의 에지 발생기 $R_n, R_n, \dots, R_n, R_2$ 를 $n-1$ 번 반복 적용한 사이클의 길이는 $n*(n-1)$ 이고 노드 중복하지 않는 사이클임을 알 수 있다. RFM_n 에서 출발노드 $T=1*n$ 은 $(n-2)!$ 개 있으므로 노드 중복하지 않는 사이클 C 가 $(n-2)!$ 개 존재한다. 또한 사이클 $C \cap RFM_n(i)$ 에 $n-1$ 개의 노드가 있음은 보조정리 1에 의해 쉽게 알 수 있다. □

5. 방송 알고리즘

방송(broadcasting)은 크게 일-대-나(one-to-all)

방송과 다-대-다(all-to-all) 방송으로 나눌 수 있으며, 일-대-나(one-to-all) 방송은 한 노드에서 다른 모든 노드로 메시지를 전송하는 것이다. 이 장에서는 RFM 그래프에서의 일-대-나(one-to-all) 방송 알고리즘을 다룬다[7,10].

RFM_n 방송은 연결망에서 노드중복하지 않는 사이클을 구성하는 성질을 이용하여 병렬적으로 방송이 이루어지도록 한다. RFM_n 의 ID 노드로부터 다른 노드로 방송 알고리즘 과정을 기술하면 다음과 같다. ID 노드에 에지 발생기를 적용하여 생성된 노드를 receive node라 하고 적용된 에지 발생기의 종류에 따라서 receive_ R_n 과 receive_ F_n 으로 구분한다. receive_ R_n 과 receive_ F_n 은 마지막으로 메시지를 받은 노드에 에지 발생기 R_n 과 F_n 을 각각 적용하여 생성된 노드에 메시지를 전송하는 오퍼레이션이다. RFM_n 에서 최초 메시지를 가지고 있는 ID 노드에 에지 발생기 R_n 과 F_n 을 연속적으로 적용해 길이가 n 인 사이클 $(12\dots n, 23\dots 1, \dots, n1\dots n-1)$ 의 노드들에게 메시지를 전송한다. 이러한 사이클을 구성하는 각 노드는 $RFM_n(i)$ 의 한 개 노드이다 ($1 \leq i \leq n$). RFM_n 은 n 개의 RFM_{n-1} 으로 분할이 가능하므로 n 개의 RFM_{n-1} 에는 메시지를 가진 노드가 한 개씩 존재한다. n 개의 $RFM_n(i)$, ($1 \leq i \leq n$) 그래프는 $n-1$ 개의 $RFM_{n-1}(i)$, ($1 \leq i \leq n-1$)으로 재귀적으로 분할 가능하므로 메시지를 가진 각 노드는 병렬로 $n-1$ 개의 노드들에게 메시지를 전송한다. 이러한 전송은 차원을 1씩 줄여가면서 재귀적으로 3-차원까지 반복한다. 마지막 3-차원까지 전송이 끝나면 $n!$ 개의 노드에서 $n!/2$ 개 노드는 메시지를 가지고 있으므로 2-차원 에지를 통해 인접한 노드에게 메시지를 전송함으로써 방송을 종료한다. 이 방송 알고리즘은 그림 3에 나타난다.

Procedure ONE_TO_ALL_BROADCASTING(Source_node, Receive_ R_n , Receive_ F_n)

Begin

For k=n downto 3

Begin

[Step 1]

Apply generator R_n to Source_node

Apply generator F_n to Source_node

```

[Step 2]
if(k mod 2) = 0 then
Begin
do receive_Rn [n/2-1] times
do receive_Rn [n/2-2] times
endif
else
Begin
do receive_Rn [n/2] 1 times
do receive_Rn [n/2] 1 times
endif
endif
[Step 3]/*n개의 RFMn-1에서 병렬수행*/
for RFMn(i), 1 ≤ i ≤ n
Begin
Step 2
endif
endfor
[Step 4]
apply generator R2 to all node
end ONE_TO_ALL_BROADCASTING
    
```

(그림 3) RFM 그래프의 방송 알고리즘
(Fig. 3) Broadcasting algorithm of RFM

6. 임베딩(Embedding)

연결망 G 가 연결망 H 에 작은 비용으로 임베딩가능(embeddability)하다는것은 연결망 G 에서 개발된 모든 알고리즘을 연결망 H 에서 적은 비용으로 효율적으로 이용할 수 있기 때문에 상호연결망의 임베딩의 평가척도는 매우 중요하다[2,11].

그래프 G 의 그래프 H 에 대한 임베딩 f 는 다음과 같이 정의되는 함수의 쌍 (φ, ρ) 을 말한다. φ 는 G 의 정점 집합 $V(G)$ 를 H 의 정점 집합 $V(H)$ 에 대응시키는 함수이고, ρ 는 G 의 에지 $e=(v, w)$ 를 $\varphi(v)$ 와 $\varphi(w)$ 를 잇는 H 상의 경로로 대응시키는 함수이다. 임베딩의 비용을 나타내는 척도로 다음과 같은 것이 널리 사용되고 있다[13].

연장비율(dilation) : G 의 에지 e 의 연장비율은 H 상의 경로 $\rho(e)$ 의 길이를 말하고, f 의 연장비율은 G 의 모든 에지에 대한 연장비율중 최대값을 말한다.

평균 연장비율[2]은 $\frac{1}{|E_G|} \sum_{(v,w) \in E_G} \{dist(\Phi(v), \Phi(w))\}$

이다.

밀집도(congestion) : H 의 에지 e' 의 밀집도는 e' 를 포함하는 $\rho(e)$ 의 개수를 말하고, f 의 밀집도는 H 의 모든 에지의 밀집도중 최대값을 말한다.

확장비율(expansion) : G 의 정점수에 대한 H 의 정점수의 비, 즉 $|V(H)|/|V(G)|$ 이다.

정리 3 Star 그래프는 RFM 그래프에 연장비율 2, 확장비율 1에 임베딩할 수 있다.

증명 Star 그래프의 에지를 RFM 그래프의 에지 발생기로 표현하는 과정을 통하여 연장비율을 분석한다. Star 그래프의 에지는 임의의 노드 s 의 순열 $s_1s_2...s_i...s_n$ 에서 가장 좌측 심볼 s_1 과 s_i 의 심볼이 교환된 노드 사이에만 에지가 존재한다 ($2 \leq i \leq n$). Star 그래프에서 심볼 s_1 과 s_i 가 교환되어 에지 관계를 갖는 순열 $s_1s_2...s_i...s_n$ 과 $s_2s_3...s_1...s_n$ 은 다음과 같은 순열의 변환 과정으로 표현할 수 있다. $s_1s_2...s_i...s_n \rightarrow s_2s_3...s_1s_i...s_n \rightarrow s_i s_2...s_1...s_n$. 이 과정에서 $s_1s_2...s_i...s_n \rightarrow s_2s_3...s_1s_i...s_n$ 으로 과정은 RFM 그래프의 에지 발생기 R_i 으로, $s_2s_3...s_1s_i...s_n \rightarrow s_i s_2...s_1...s_n$ 으로 과정은 RFM 그래프의 에지 발생기 F_{i-1} 으로 나타낼 수 있다. 따라서 Star 그래프의 모든 에지는 RFM 그래프의 에지 발생기를 2번 사용하여 표현할 수 있으므로 연장비율 2와 확장비율 1에 임베딩할 수 있다. □

정리 4 Bubblesort 그래프는 RFM 그래프에 연장비율 2, 확장비율 1에 임베딩 가능하다.

증명 Bubblesort 그래프의 에지는 임의의 노드 s 의 순열 $s_1s_2...s_i...s_n$ 에서 인접한 2개의 심볼 s_{i-1} 과 s_i 이 교환된 순열 사이에만 에지가 존재한다 ($2 \leq i \leq n$). Bubblesort 그래프에서 심볼 s_{i-1} 과 s_i 가 교환되어 에지 관계를 갖는 노드의 순열 $s_1s_2...s_{i-1}s_i s_{i+1}...s_n$ 과 $s_1s_2...s_i s_{i-1} s_{i+1}...s_n$ 은 다음과 같은 순열의 변환 과정으로 표현할 수 있다 ($2 \leq i \leq n$). $s_1s_2...s_{i-1}s_i s_{i+1}...s_n \rightarrow s_i s_1...s_{i-1} s_{i+1}...s_n \rightarrow s_1s_2...$

$s_i s_{i-1} s_{i+1} \dots s_n$ 이 과정에서 $s_1 s_2 \dots s_{i-1} s_i s_{i+1} \dots s_n \rightarrow s_i s_1 \dots s_{i-1} s_{i+1} \dots s_n$ 으로 변환 과정은 *RFM* 그래프의 에지 발생기 F_i 으로, $s_i s_1 \dots s_{i-1} s_{i+1} \dots s_n \rightarrow s_1 s_2 \dots s_i s_{i-1} s_{i+1} \dots s_n$ 으로 변환 과정은 *RFM* 그래프의 에지 발생기 R_{i-1} 으로 나타낼 수 있다. 따라서 Bubblesort 그래프의 에지는 *RFM* 그래프의 에지 발생기를 2번 사용하여 나타낼 수 있으므로 연장비율 2, 확장비율 1에 임베딩할 수 있다. \square

따름정리 5 BS_n (Bubblesort Star) 그래프는 *RFM* _{n} 그래프에 연장비율 2와 확장비율 1에 임베딩할 수 있다.

증명 BS_n (Bubblesort Star) 그래프는 Bubblesort 그래프와 Star 그래프를 병합하여 생성한 그래프이므로, 위의 정리 3과 4에서 Star 그래프와 Bubblesort 그래프가 *RFM* 그래프에 연장비율 2에 임베딩 가능함을 보였으므로, BS_n 그래프는 *RFM* _{n} 에 연장비율 2에 임베딩 가능하다. \square

이미지 처리(image processing) 또는 대수계산(algebra computation) 문제에 효율적으로 이용될 수 있는 토러스와 메쉬 구조[6]의 상호 연결망이 *RFM* 그래프에 임베딩 가능함을 보인다. 크기가 $m \times n$ 인 2차원 토러스를 $T(m \times n)$ 이라 하고, 토러스의 i -번째 행과 j -번째 열에 위치한 노드를 $N(i, j)$ 라 하자 ($0 \leq i \leq m-1, 0 \leq j \leq n-1$). $T(m \times n)$ 토러스에 있는 2개의 노드 $N(i, j)$ 와 $N(i', j')$ 가 인접하기 위한 필요충분 조건은 $i' = i \pm 1 \pmod{m}$ 이고 $j' = j$ 인 경우 또는 $i' = i$ 이고 $j' = j \pm 1 \pmod{n}$ 인 경우이다.

보조정리 2 *RFM* _{n} 그래프에서 출발노드 ID ($12 \dots i \dots n$)부터 시작하여 인접한 2개 심볼 또는 순열의 첫 번째 심볼과 n -번째 심볼을 교환한 순열을 연결하는 $n!$ 개의 노드를 갖는 사이클 $C(c_1, c_2, \dots, c_n)$ 가 있다.

증명 수학적 귀납법으로 증명한다. $k=3$ 일 때, 인접한 두 개의 심볼이 교환되고 길이가 $3!$ ($123-213-321-312-132$)인 사이클 $C(c_3, c_1, c_2)$ 가 있다.

$k=n-1$ 일 때, 출발노드 ID ($12 \dots i \dots n-1$)부터 시작하여 인접한 2개 심볼 i 와 $i+1$ 또는 i 와 $i-1$ 이 교환된 순열을 연결하는 $(n-1)!$ 개의 노드를 갖는 사이클 $C(c_1, c_2, \dots, c_{n-1})$ 가 있다고 가정하자. $k=n$ 일 때, *RFM* _{n} 그래프는 n 개의 *RFM* _{n} (i), ($1 \leq i \leq n$)으로 분할할 수 있고, n 개의 *RFM* _{n} (i)의 가장우측 심볼들은 $1, 2, \dots, n$ 임을 알 수 있다. *RFM* _{n} 에서 노드의 가장우측 심볼이 n 인 *RFM* _{n} (n)인 서브그래프는 귀납가정에 의해 인접한 두 개 심볼이 교환된 $(n-1)!$ 개의 노드를 갖는 사이클 $C(c_1, c_2, \dots, c_{n-1})$ 가 있다. *RFM* _{n} (n)인 서브그래프에 존재하는 사이클을 c_n 이라 하자. 이와같이 각 *RFM* _{n} (i)에는 귀납가정에 의해 인접한 두 개 심볼이 교환된 $(n-1)!$ 개의 노드를 갖는 사이클 $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}, c_n$ 가 있다 ($1 \leq i \leq n$). *RFM* _{n} (n)인 서브그래프에 있는 사이클 c_n 의 모든 노드들의 심볼에서 가장우측 심볼 n 과 *RFM* _{n} (i), ($1 \leq i \leq n-1$)에 있는 $n-1$ 개의 사이클 c_1, c_2, \dots, c_{n-1} 을 구성하는 노드들의 가장우측 심볼 i 를 교환하면 나머지 심볼들은 변하지 않고 2개의 심볼 i 와 n 만 교환된 사이클 c_n , ($1 \leq i \leq n-1$)를 $n-1$ 개 얻을 수 있다. 이러한 $n-1$ 개 사이클 c_i 는 *RFM* _{n} (n)인 서브그래프에 있는 사이클 c_n 의 모든 노드들의 심볼 n 을 i 와 교환하였으므로 나머지 심볼들의 순서는 *RFM* _{n} (n)의 노드들의 순서와 동일함을 알 수 있다. 따라서 사이클의 나열을 $c_n, c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$ 순서로 연결하는 $n!$ 개의 노드를 갖는 사이클 C 가 존재함을 알 수 있다. \square

정리 6 2-차원 토러스 $n \times (n-1)!$ 은 *RFM* _{n} 에 연장비율 2와 확장비율 1로 임베딩할 수 있다.

증명 수학적 귀납법으로 증명한다. 베이스 스텝으로 $n=3$ 인 경우 그림 4와 같이 $3 \times 2!$ 토러스의 노드에 레이블링을 부여할 수 있다.

$k=(n-1)$ -차원에서 출발 노드 ID ($12 \dots i \dots n$)부터 시작하여 인접한 2개 심볼 또는 순열의 첫 번째 심볼과 $(n-1)$ -번째 심볼을 교환한 순열을 연결하는

$(n-1)!$ 개의 노드를 갖는 사이클 C 가 있다고 가정하자.

$k=n$ 에서 즉, RFM_n 에 사이클의 길이가 n 인 노드 중복하지 않는 사이클이 $(n-1)!$ 개 있음을 보이고, RFM_n 의 사이클을 토러스 구조로 연결했을 때 토러스의 임의의 노드 v 와 v 에 인접한 4개의 노드 v^1, v^2, v^3, v^4 를 각각 연결하는 에지를 RFM 그래프의 에지 발생기 R_i, F_j 를 사용하여 나타낼 수 있음을 통해서 2 차원 토러스 $n \times (n-1)!$ 를 RFM_n 에 연장비율 2에 임베딩 할 수 있음을 보인다.

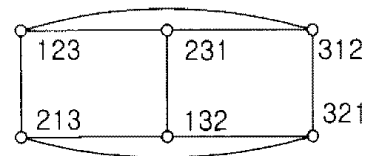
RFM_n 은 n 개의 $RFM_n(i)$ 으로 분할할 수 있다 ($1 \leq i \leq n$). 이러한 $RFM_n(i)$ 에서 $RFM_n(n)$ 는 노드의 가장 우측 심볼이 n 으로 구성된 RFM_{n-1} 이다. $RFM_n(n)$ 에는 $(n-1)!$ 개의 노드가 있고, 이러한 노드들에서 인접한 심볼이 교환된 노드들을 연결하는 사이클 C 가 귀납가정에 의해 존재한다. 이제 $RFM_n(n)$ 에 있는 사이클 C 의 모든 노드를 2-차원 토러스의 0-번째 열에 모두 위치 시킨다. 토러스의 $(n-1)!$ 행의 0-번째 열에 있는 $(n-1)!$ 개의 각 노드들에 RFM 그래프의 에지 발생기 R_n 을 n 번 적용하면 n 개의 순열을 갖는 사이클 C 를 $(n-1)!$ 개 만든다. 토러스에서 i -번째 행과 j -번째 열에 있는 임의의 노드 $v(i, j)$ 의 순열을 $v_1v_2 \dots v_i \dots v_n$ 이라 하자. 노드 v 와 $(i-1), (i+1)$ -번째 행에서 인접한 2개의 노드를 각각 v^1, v^2 그리고 $(j-1), (j+1)$ -번째 열에서 인접한 2개의 노드를 각각 v^3, v^4 라 하자. 노드 $v(i, j)$ 와 같은 행에 있는 노드 $v^3(i, j-1)$ 는 노드 $v(i, j)$ 에 RFM 그래프의 에지 발생기 F_n 을 한번 이용하여 생성된 순열 $v_nv_1v_2 \dots v_i \dots v_{n-1}$ 이고, 노드 $v^4(i, j+1)$ 는 노드 $v(i, j)$ 에 RFM 그래프의 에지 발생기 R_n 을 한번 이용하여 생성된 순열 $v_2 \dots v_i \dots v_nv_1$ 이므로, 노드 v 와 같은 행에 위치한 노드 v_3, v_4 와 연결된 에지는 연장비율 1을 갖는다.

노드 $v(i, j)$ 와 같은 열에 있는 노드 $v^1(i-1, j)$ 과 $v^2(i+1, j)$ 는 인접한 심볼이 교환된 순열을 갖는 노

들이므로, 이들 각각의 순열은 $v_1v_2 \dots v_{i+1}v_i \dots v_n$, ($1 \leq i \leq n-1$)과 $v_1v_2 \dots v_iv_{i-1} \dots v_n$, ($2 \leq i \leq n$)이다. 노드 v 와 에지 관계를 갖는 노드 v^1 의 순열은 노드 v 의 순열 $v_1v_2 \dots v_i \dots v_n$ 에 에지 발생기 F_i 과 R_{i+1} 를 각각 적용한 순열 $v_iv_1v_2 \dots v_{i-1}v_{i+1} \dots v_n$ 과 $v_1v_2 \dots v_{i+1}v_i \dots v_n$ 을 통해 생성할 수 있다. 또한 노드 v 와 에지 관계를 갖는 노드 v^2 의 순열도 노드 v 의 순열 $v_1v_2 \dots v_i \dots v_n$ 에 에지 발생기 F_i 와 R_{i-1} 를 연속적으로 적용한 순열 $v_iv_1v_2 \dots v_{i-1}v_{i+1} \dots v_n$ 과 $v_1v_2 \dots v_iv_{i-1} \dots v_n$ 을 통해 생성할 수 있다. 따라서 토러스에서 노드 v 와 같은 열에서 연결된 v^1 과 v^2 는 RFM 의 에지 발생기를 2번 이용하여 나타낼 수 있으므로 연장비율 2이다.

$n \times (n-1)!$ 크기를 갖는 2-차원 토러스에서 행에 있는 모든 에지는 $n \times (n-1)!$ 개 이고, 열에 있는 모든 에지도 $n \times (n-1)!$ 개 이므로, 토러스를 RFM_n 에 임베딩하는 평균 연장비율은

$$\frac{2 * n * (n-1)! + n * (n-1)!}{2 * n * (n-1)!} \text{ 으로 } \frac{3}{2} \text{ 이다. } \square$$



(그림 4) $3 \times 2!$ 토러스
(Fig. 4) $3 \times 2!$ torus

7. 결 론

병렬컴퓨터를 위한 상호 연결망의 구조는 시스템 전체의 성능 및 확장성에 큰 영향을 미친다. 따라서 상호연결망 구조에 대한 연구의 필요성은 계속 증가하고 있다.

Rotator와 Faber-Moore 그래프는 방향성 그래프로써 최단 길이를 갖는 경로는 유일하고 다른 연결망과의 임베딩이 어려운 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하고자 본 논문에서는 Rotator와 Faber-Moore 그래프의 병합(merger)을 통하여 새로운 상호 연결망을 제안

하였다. 제안된 *RFM* 그래프는 깊은 수의 노드와 에지를 갖는 BS_n (Bubblesort Star) 그래프 보다 지름(diameter)과 평균 거리(average distance)에서 월등히 좋은 결과를 가짐을 보였으며, *RFM* 그래프의 노드 중복하지 않는 사이클(node disjoint cycle)을 이용하여 병렬적으로 메시지를 전파할 수 있는 방송 알고리즘을 설계 하였다. 또한 star, bubblesort, 2-차원 torus 그래프가 *RFM* 그래프에 연장비율(dilation) 2와 확장비율(expansion) 1로 임베딩 가능함을 보였다. 이러한 결과는 *RFM* 그래프가 복수개의 처리 장치를 갖는 병렬 컴퓨터의 상호 연결망으로 사용하더라도 star, bubble-sort, torus에서 개발된 알고리즘들을 *RFM* 그래프에서 효율적으로 사용할 수 있음을 의미한다.

참 고 문 헌

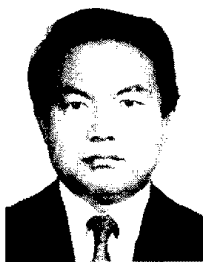
- [1] S. B. Akers and B. Krishnamurthy, "A Group-theoretic Model for Symmetric Interconnection Network," IEEE Trans. Comput., Vol.38, No.4, pp.555-565, 1989.
- [2] Z. T. Chou, C. C. Hsu, and J. P. Sheu, "Bubblesort Star Graphs: A New Interconnection Network," 9th International Parallel Processing Symposium, pp.41-48, 1996.
- [3] P. F. Corbett, "Rotator Graphs: An Efficient Topology for Point-to-Point Multiprocessor Networks," IEEE Trans. Parallel Distributed Syst., Vol.3, No.5, pp.622-626, 1992.
- [4] V. Faber, J. W. Moore, and W. Y. C. Chen, "Cycle Prefix Digraphs for Symmetric Interconnection Networks," Networks, Vol.23, No.7, pp.641-649, 1993.
- [5] F. Harary, J. P. Hayes, and H.-J. Wu, "A Survey of the Theory of Hypercube Graphs," Comput. Math. Appl., Vol. 15, pp.277-289, 1988.
- [6] V. K. P. Kumar, M. M. Eshaghian, "Parallel Geometric Algorithms for Digitized Pictures on Mesh of Trees," Proc. of the Int'l. Conf. Parallel Processing, pp.270-273, 1986.
- [7] S. Lakshminarayanan, Jung-Sing Jwo, and S. K. Dhall, "Symmetry in Interconnection Networks Based on Cayley Graphs of Permutation Groups: A Survey," Parallel Computing, Vol.19, pp.361-407, 1993.
- [8] S. Latifi and P. K. Srimani, "Transposition Networks as a Class of Fault-Tolerance Robust Networks," IEEE Trans., Comput., Vol.45, No.2, pp.230-238, 1996.
- [9] F. T. Leighton, Introduction to Parallel Algorithms and Architectures : Arrays, Hypercubes, Morgan Kaufmann Publishers, 1992.
- [10] V. E. Mendia and D. Sarkar, "Optimal Broadcasting on the Star Graph," IEEE Trans. Parallel Distributed Syst., Vol.3, No.4, pp.389-396, 1992.
- [11] S. Ranka, J. C. Wang, and N. Yeh, "Embedding Meshes on the Star Graph," J. Parallel and Distributed Computing, Vol.19, pp.131-135, 1993.
- [12] Y. Saad and M. H. Schultz, "Topological Properties of Hypercubes," IEEE Trans. Comput., Vol.37, pp.867-872, 1988.
- [13] 한국과학기술원, 고성능 컴퓨터 설계 및 개발에 관한 연구, 1 차년도 보고서, 1993.



이 형 옥

1994년 순천대학교 전산학과 졸업(학사)
 1996년 전남대학교 전산통계학과 졸업(석사)
 1996년~1997년 순천대학교 컴퓨터교육과 조교

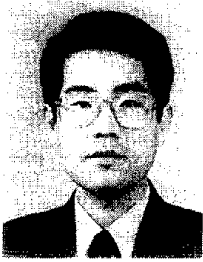
1996년~1998년 전남대학교 전산통계학과 박사과정 수료
 관심분야: 병렬 및 분산처리, 그래프이론, 상호연결망, 계산이론



허 영 남

1967년 공주사범대(학사)
 1982년 조선대학교 전자공학과(석사)
 1996년 조선대학교 전산통계학과(박사)
 1983년~1986년 순천대학교 전자계산소장

1997 - 현재 순천대학교 자연대학 학장
1983년 - 현재 순천대학교 컴퓨터과학과 교수
관심분야 : 영상처리, 병렬 및 분산처리



임형석

1983년 서울대학교 컴퓨터공학과
졸업(학사)
1985년 한국과학기술원 전산학과
졸업(석사)
1993년 한국과학기술원 전산학과
졸업(박사)

현재 전남대학교 전산학과 부교수
관심분야 : 그래프이론, 암호이론, 병렬 및 분산처리