

층류-파동 액막 유동에 대한 계면 전단응력의 영향

김병주* · 정은수* · 김정현**

(1998년 1월 9일 접수)

Effects of Interfacial Shear Stress on Laminar-Wavy Film Flow

Byong Joo Kim, Eun Soo Jeong and Jeong Heon Kim

Key Words : Laminar-Wavy Film (층류-파동 액막), Periodic-Wave (주기파), Intermediate-Wave (중간파), Interfacial Shear stress(계면 전단응력)

Abstract

In the present study the behavior of laminar-wavy film flowing down a vertical plate was studied analytically. The effects of film Reynolds number and interfacial shear stress on the mean film thickness, wave amplitude, wave length, and wave celerity were analysed. The analytical results on the periodic-wave falling film showed good agreements with experimental data for $Re < 100$. As the film Reynolds number increased, mean film thickness, wave amplitude, and wave celerity increased, but wave length decreased. Depending on the direction of interfacial shear stress, the shape of wavy interface was disturbed significantly, especially for the intermediate-wave. As the interfacial shear stress increased, for the periodic-wave film, wave amplitude and wave celerity increased, but mean film thickness and wave length decreased.

기호설명

- a : 무차원 액막두께 (δ/δ_0)
- B : 단위폭당 국소 체적유량, m^3/ms
- b : 무차원 국소 체적유량 (B/B_0)
- c : 파동속도, m/s
- e : 변형율
- f : 파동 주파수 (c/λ)
- f_u : 가장 불안정한 파의 주파수
- Fr : 프레이드수 ($g\delta_0/U_0^2$)
- g : 중력가속도, m/s^2
- h : 파고, m
- n : 단위백터
- t : 압력, pa
- R : 곡률반경, m
- Re : 액막 레이놀즈수 ($4B_0/\nu$)

- t : 시간, s
- u : 속도, m/s
- U : 평균 액막속도, m/s
- U_0 : 특성속도 (B_0/δ_0)
- We : 웨버수
- x : 직교 좌표계
- z : 무차원 파동속도 (c/U_0)

그리스문자

- α : 무차원 파동수 (δ_0/λ)
- β : 주기함수의 상수
- Γ : 무차원 표면장력 계수 [$\sigma(\nu^4g)^{-1/3}/\rho$]
- δ : 국소 액막두께, m
- δ_0 : 평균 액막두께, m
- λ : 파장, m
- ν : 동점성 계수, m^2/s
- ρ : 밀도, kg/m^3

* 홍익대학교 공과대학 기계공학과

** 홍익대학교 대학원 기계공학과

- σ : 표면 장력, N/m
- ξ : 무차원 변환좌표계
- τ : 전단응력, N/m²
- ϕ : 무차원 자유표면 변형도 ($a-1$)

상첨자

- + : 무차원변수

하첨자

- 1 : 액막 유동방향
- 2 : 액막유동의 법선방향
- i : 계면
- o : 평균
- ∞ : 주위

1. 서 론

유하액막에 의한 열 및 물질교환과정은 액막형 증발기, 유하액막식 흡수기, 그리고 액막식 응축기 등의 여러 분야에서 응용되고 있다. 액막이 형성될 때 대부분의 경우 그 계면에는 파동이 발달하며 이는 평활액막(smooth film)에 비하여 열 및 물질전달을 크게 향상시키는 특성 때문에 많은 이론 및 실험적 연구의 대상이 되어왔다.

일반적으로 파동의 종류는 사인 함수의 단일 파형이 불안정하게 존재하는 주기파, 일정한 액막두께위에 각각의 파동이 독립적으로 거동하는 안정된 단일파, 그리고 주기파와 단일파의 특성을 고루 가지는 중간파로 크게 3가지로 나눌 수 있다. 이러한 파형의 존재로 액막 유동장에 대한 해석이 난해하며 그 거동을 이해하기 위하여 파동의 안정성, 지배적인 파동수, 파장, 파고 등의 파동특성들에 대한 많은 이론적, 실험적 연구가 진행되었다.

Kapitza⁽¹⁾는 그늘 사진(shadow photograph)을 이용하여 파동의 종류를 제시하였으며 경계층방정식을 사용하여 파동의 거동에 대한 정량적인 해석을 처음으로 수행하였다. 반복적인 형상의 주기파와 단일파와 같이 장파를 이루다가 파동의 전반부에서 가파른 경사의 눈물 방울형을 형성하는 중간파를 규명하였다. Kapitza의 해석 결과는 비교적 적은 유량에서 실험 결과와 잘 일치하였지만 레이놀즈수가 큰 범위에서는 상반된 경향을 나타내었다. Shkadov⁽²⁾는 경계층 방정식에 푸리에 변환기법을 도입하여 파동의 거동을 해석하였으며, 레이

놀즈수가 100이하에서 실험결과와 매우 유사한 결론을 얻었다. 특히, 파장과 파동속도는 레이놀즈수가 큰 범위에서도 실험결과와 잘 일치하였다. 그러나 경계층 방정식의 적용은 레이놀즈수가 큰 액막 유동의 경우에 제한되고 있다.

Penev 등⁽³⁾은 Navier-stokes 방정식을 적분방법과 수정된 Galerkin기법으로 풀이하여 파동액막의 거동을 해석하였다. 파동액막의 해석에서 경계조건의 중요성을 강조하였으며 파장과 파동속도는 액막 레이놀즈수와 웨버수의 함수임을 밝혔다. Hirshburg⁽⁴⁾는 Shkadov⁽²⁾가 사용한 방법을 개선하고 넓은 레이놀즈수의 범위에서 파동특성을 연구하였으며 Kapitza⁽¹⁾에 의해 실험적으로 관찰된 파동거동과 매우 유사한 결론을 얻었다. 그러나, 비선형 방정식에 의해 파생된 고차항을 배제함으로써 단일파 영역에서의 거동을 명확히 규명하기는 어려웠다. Yang과 Wood⁽⁵⁾는 Gottlieb와 Orszag⁽⁶⁾에 의해 처음으로 제시된 수치 스펙트럼 기법(numerical spectral method)을 사용하여 Kapitza⁽¹⁾와 Hirshburg⁽⁴⁾의 결과와 유사한 결론을 얻을 수 있었다.

유하액막의 경우 주위가스는 액막의 유동방향에 대하여 평행류나 대향류로 유동하며, 가스와 액막 사이에 상대속도가 존재할 때 계면에는 전단응력이 발생한다. 계면 전단응력은 가스와 유하액막의 방향성에 따라 유하액막의 두께를 증가 혹은 감소시킬 수 있으며 이에 따라 계면의 파동특성도 크게 달라질 수 있을 것이다. 그러나 계면 전단응력의 영향을 고려한 파동특성의 해석은 충분하지 못하여 이에 대한 실험 및 이론적 연구가 필요하다.

본 연구에서는 수직평판을 따라 흘러 내리는 유하액막에서 계면 전단응력이 파동 액막 유동에 미치는 영향을 이론적으로 해석하였다. 계면 전단응력의 방향성과 그 크기가 유하액막의 평균두께, 파동수, 파장, 그리고 파동속도 등에 미치는 영향을 액막 레이놀즈수의 함수로 연구하였다.

2. 해석모델 및 지배방정식

Fig. 1은 수직평판을 따라 흘러 내리는 층류-파동액막의 해석모델이다.

본 해석에서 사용한 가정은 다음과 같다.

- (1) 벽면상에서 유체는 미끄러지지 않는다.
- (2) 파동은 주기파이며 장파(long wave)이다.
- (3) 유체의 물성치는 일정하다.

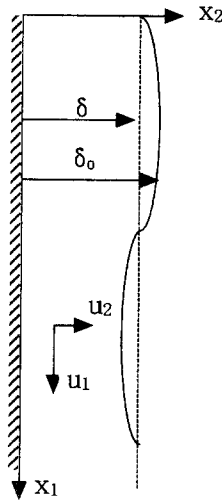


Fig. 1 Velocity and space coordinate convention in free-falling film.

층류-파동 유하액막의 유동특성은 연속방정식과 유동방향 및 법선방향에 대한 비정상 Navier-Stokes 방정식에 의해 해석될 수 있다.

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} + g + \nu \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \right] \quad (2)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} \right] \quad (3)$$

여기서 u 는 속도, p 는 압력, g 는 중력가속도, ν 는 동점성계수이며 x 는 직교좌표계, t 는 시간이다. 하첨자 1과 2는 유동방향과 유동방향의 법선방향을 의미한다. 수직평판상의 유하액막은 주위 가스로부터 계면에 의해 분리되고 자유표면인 액막의 계면에서 법선 응력의 연속조건은 변형율 e , 단위 벡터 n , 액상의 표면장력 σ , 그리고 파동의 곡률 반경 R 에 의하여 식 (4)로 주어진다.

$$-(p - p_\infty) + 2\mu e_{ij} n_j n_i = \sigma \left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right] \quad (4)$$

하첨자 ∞ 는 주위를 의미한다. 독립변수와 유하액막의 유동조건을 고려하여 무차원 변수를 다음과 같이 정의하였다.

$$t^+ = aU_0 t / \delta_0 \quad (5.1)$$

$$u_1^+ = u_1 / U_0 \quad (5.2)$$

$$u_2^+ = u_2 / \alpha U_0 \quad (5.3)$$

$$p^+ = p / \rho U_0^2 \quad (5.4)$$

$$\xi_1 = (\alpha / \delta_0) (x_1 - ct) \quad (5.5)$$

$$\xi_2 = x_2 / \delta_0 \quad (5.6)$$

$$Re = 4U_0 \delta_0 / \nu \quad (5.7)$$

$$z = c / U_0 \quad (5.8)$$

$$Fr = g \delta_0 / U_0^2 \quad (5.9)$$

$$\alpha = \delta_0 / \lambda \quad (5.10)$$

여기서 U_0 는 액막의 파장에 대한 평균속도, δ_0 는 액막의 평균두께, c 는 파동속도이며 λ 는 파장이다. z 와 α 는 각각 무차원 파동속도와 무차원 파동수이다. 연속방정식 (1)과 운동량방정식 (2)와 (3)은 다음과 같이 무차원화된다.

$$\frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_1} + \frac{\partial u_2^+}{\partial \xi_2} = 0 \quad (6)$$

$$(u_1^+ - z) \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_1} + u_2^+ \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_2} = -\frac{\partial p^+}{\partial \xi_1} + \frac{4}{aRe} \left[\alpha^2 \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_2^2} \right] + \frac{Fr}{a} \quad (7)$$

$$\alpha^2 \left[(u_1^+ - z) \frac{\partial u_2^+}{\partial \xi_1} + u_2^+ \frac{\partial u_2^+}{\partial \xi_2} \right] = -\frac{\partial p^+}{\partial \xi_2} + \frac{4\alpha}{Re} \left[\alpha^2 \frac{\partial^2 u_2^+}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 u_2^+}{\partial \xi_2^2} \right] \quad (8)$$

여기서 Re 는 액막 레이놀즈수이며 Fr 은 프루이드(Froude)수이다. 계면에서 법선응력의 연속조건인 식 (4)에 Young-Laplace관계식을 적용하면

$$(p - p_\infty) + \sigma \frac{\partial^2 \delta}{\partial x_1^2} = 0 \quad (9)$$

으로 유도되고 이를 다시 무차원화하면

$$(p^+ - p_\infty^+) = -\frac{8\alpha}{Re} \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_1} - \frac{\alpha^2}{We} \frac{\partial^2 a}{\partial \xi_1^2} \quad (10)$$

이 된다. 여기서 We 는 관성력과 표면장력의 비인 웨버(Weber)수이다. 식 (10)를 식 (7)에 대입하여 정리하면 유하액막의 유동방향에 대한 운동량방정식은 식 (11)로 유도된다.

$$(u_1^+ - z) \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_1} + u_2^+ \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_2} = \frac{8\alpha}{Re} \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_1^2} + \frac{\alpha^2}{We} \frac{\partial^3 a}{\partial \xi_1^3} + \frac{4}{aRe} \left[\alpha^2 \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_2^2} \right] + \frac{Fr}{a} \quad (11)$$

일반적으로 얇은 액막을 이루며 수직평판을 따라 흐르는 파동류는 장파를 형성하기 때문에 무차원

파동수 a 는 1보다 매우 작다.⁽¹⁾ 결국, a/Re 와 a^2 은 1보다 아주 작은 값이므로 무시할 때 식 (11)은 가정 (2)에 의하여 다음과 같이 단순화된다.

$$\begin{aligned} (u_1^+ - z) \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_1} + u_2^+ \frac{\partial u_1^+}{\partial \xi_2} &= -\frac{a^2}{We} \frac{\partial^3 a}{\partial \xi_1^3} + \frac{4}{aRe} \\ \frac{\partial^2 u_1^+}{\partial \xi_2^2} + \frac{Fr}{a} & \end{aligned} \quad (12)$$

Ueda와 Tanaka⁽⁷⁾는 실험적 연구결과로부터 레이놀즈수가 150일 때 까지 액막의 종방향 속도는 포물선 분포를 갖는다고 주장하였으며, 이는 여러 연구자들의 이론 및 실험적 연구에 의해 확인되었다. 본 논문에서도 유동방향의 속도를 포물선분포로 가정하였다. 종방향의 속도분포를 구하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$u_1(x_1, 0) = 0 \quad (13.1)$$

$$u_1(x_1, \delta) = u_i \quad (13.2)$$

$$\mu \frac{\partial u_1(x_1, \delta)}{\partial x_2} = \tau_i \quad (13.3)$$

여기서 u_i 는 계면속도이고 τ_i 는 계면 전단응력이다. 액막두께에 대한 평균속도인 U 와 주어진 파장에 대한 평균속도 U_0 를 고려할 때 충류-파동 액막의 속도분포는 다음과 같이 가정할 수 있다.

$$u_1^+ = 3 \frac{U}{U_0} \left[\frac{\xi_2}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^2 \right] - \frac{\tau_i^+}{2} \left[\frac{\xi_2}{a} - \frac{3}{2} \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^2 \right] \quad (14)$$

여기서 무차원 계면 전단응력은 $\tau_i^+ = \tau_i / \rho U_0^2$ 로 정의되었다. 식 (14)와 연속방정식 (1)을 이용하여 횡방향에 대한 속도분포를 구하면 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} u_2^+ &= -\frac{3}{2} \frac{a}{U_0} \frac{\partial U}{\partial \xi_1} \left[\left(\frac{\xi_2}{a} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^3 \right] \\ &+ 3 \frac{U}{U_0} \frac{\partial a}{\partial \xi_1} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^3 \right] \\ &- \frac{\tau_i^+}{4} \frac{\partial a}{\partial \xi_1} \left[\left(\frac{\xi_2}{a} \right)^2 - 2 \left(\frac{\xi_2}{a} \right)^3 \right] \end{aligned} \quad (15)$$

식 (14)와 (15)를 식 (12)에 대입하고 ξ_2 에 대해 0에서 a 까지 적분하면 식 (11)은

$$\begin{aligned} \frac{a^2}{We} a^3 a''' + \left(za^2 - \frac{9}{10} ab \right) b' + \left(\frac{6}{5} b^2 - \frac{3}{2} zab \right) a' \\ - \frac{12}{aRe} b + \frac{Fr}{a} a''' + \tau_i^+ a^2 \left[\frac{b'}{5} - \frac{\tau_i^+}{120} a' - \frac{z}{4} a' \right] \\ + \frac{6}{aRe} a \tau_i^+ = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

로 유도되며, 여기서 $()' = d() / d\xi_1$ 이다. 계면에 대한 동적관계식 (kinematic relation)으

로부터

$$\frac{d}{d\xi_1} (b - za) = 0 \quad (17)$$

이며 여기서 b 는 무차원 국소 체적유량이다. 식 (17)을 $a(0)=1$ 과 $b(0)=1$ 을 이용하여 파장에 대하여 적분하면

$$b = z\phi + 1 \quad (18)$$

이 된다. 여기서, ϕ 는 자유표면의 평균 위치로부터의 변위로서 변수 a 와는 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\phi = a - 1 \quad (19)$$

식 (18)과 식 (19)을 식 (16)에 대입하면 충류-파동액막의 유동해석을 위한 운동량 방정식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} \frac{a^3}{We} (1 + \phi)^3 \phi''' + \frac{a}{5} [(5z^2 - 12z + 6) \\ - z^2 \phi (2 + \phi)] \phi' + Fr \phi^2 (3 + \phi) + \phi \left(3Fr - \frac{12z}{Re} \right) \\ + \left(Fr - \frac{12}{Re} \right) + \tau_i^+ (1 + \phi)^2 \left(-\frac{2\phi'}{20} - \frac{\tau_i^+}{120} \phi' \right) \\ + \frac{6}{aRe} \tau_i^+ (1 + \phi) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

3. 수치해법

식 (20)은 주기적인 해를 가지므로 경계조건들은 일정한 반복성을 가지며 다음의 조건을 만족하여야 한다.

$$\int_0^1 \phi(\xi_1) d\xi_1 = 0 \quad (21)$$

주기적 특성을 만족하기 위해 $\phi(\xi_1)$ 를 푸리에 급수로 가정하였으며

$$\phi(\xi_1) = \beta \sin 2\pi\xi_1 + \sum_{n=2}^{\infty} \beta^n (A_n \sin 2\pi n\xi_1 + B_n \cos 2\pi n\xi_1) \quad (22)$$

여기서 β 는 상수이다. 푸리에급수를 6차로 가정하여 식 (22)를 식 (20)에 대입할 경우 미지수는 $\alpha, \beta, z, Fr, A_2, B_2, \dots, A_6, B_6$ 등 총 14개이다. 그러나 가용한 지배방정식은 상수항, $\sin 2\pi\xi_1$ 의 계수항, $\cos 2\pi\xi_1$ 의 계수항, $\sim \sin 12\pi\xi_1$ 의 계수항, $\cos 12\pi\xi_1$ 의 계수항을 합해서 총 13개의 비선형 방정식이다. 부족한 하나의 관계식을 보완하기 위하

여 파동 주파수를 선형 안정성 해석⁽⁸⁾으로부터 유도되는 가장 불안정한 파동 주파수의 함수로 선택하였다. 액막 레이놀즈수와 가장 불안정한 파동 주파수와의 관계는 다음과 같이 유도되었다.

$$f_u = \frac{1}{3} \left(0.75 \frac{g^2}{\nu} \right)^{1/3} Re^{1/3} az \quad (23)$$

식 (23)을 무차원화하면 식 (24)로 유도되며

$$Fr = \frac{1}{(0.191 f^+)^{3/2} Re} \quad (24)$$

여기서 무차원 파동 주파수인 $f^+ = f/f_u$ 이다.

식 (20)과 식 (22)에 의해 유도되는 13개의 비선형 연립방정식의 해는 Newton-Raphson방법에 의해 구하였다.

2. 결과 및 토의

Fig. 2는 유하액막의 레이놀즈수가 100인 경우 주기파와 중간파의 계면 형상을 보여주고 있다. 계면 전단응력이 없을 때 (c)는 파동 시작점 직후 나타나는 사인함수 형태의 주기파이며, (d)는 중간파의 형상을 나타낸다. 이 두가지의 파동형상은 Kapitza⁽¹⁾와 Hirshburg⁽⁴⁾가 제시한 파동형상과 유사하다. 즉, 액막의 후류에서 장파를 이루다가 전반부에서 급경사를 이루는 눈물방울 형상이 발달하며 유동한다. Fig. 2의 (a), (b), (e), (f)는 주기파와 중간파에 각각 계면 전단응력이 주유동 방향과 그 역방향으로 작용했을 때의 파동형상이다. 주유동 방향으로 작용한 전단응력은 파동을 밀어내리는 효과로 파장을 증가시키지만 평균 액막두께는 감소시킨다. 역방향으로 작용한 전단응력은 파동의

진행을 방해하는 효과를 유발하여 파장은 감소하고 평균 액막두께는 증가하게 된다. 중간파의 경우 계면 전단응력이 작용함에 따라 계면의 형상이 크게 변형됨을 알 수 있다.

Fig. 3은 액막 레이놀즈수와 무차원 평균 액막두께의 관계를 나타낸 것이다. 여기서 무차원 평균 액막두께는 유하액막의 특성길이에 의해 다음과 같이 정의하였으며

$$\delta_o^* = \frac{\delta_o}{(\nu^2/g)^{1/3}} \quad (25)$$

Γ 는 무차원 표면장력으로 상온의 물에 대한 값이다. 액막 레이놀즈수가 20근처까지 주기파나 중간파 해석의 결과는 Nusselt⁽⁹⁾이 제시한 값과 동일한 결과를 보이지만 액막 레이놀즈수가 증가함에 따라 그 차이가 커짐을 알 수 있다. 일반적으로 낮은 액막 레이놀즈수에서 실험의 결과들은 Nusselt의 해석이나 본 연구에서 제시한 주기파나 중간파의 결과보다 작은 평균 액막두께를 제시하고 있다.⁽¹⁰⁾ 중

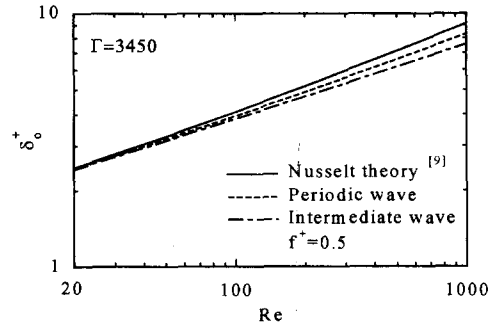


Fig. 3 Mean film thickness predicted by present study.

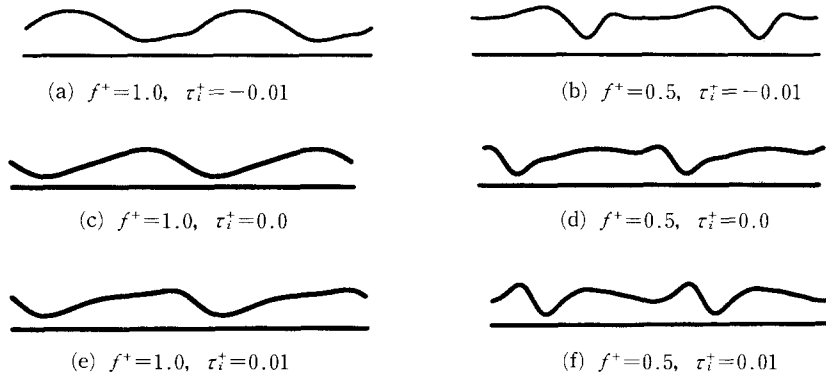


Fig. 2 Predicted wave profile ($Re=100, \Gamma=3450$).

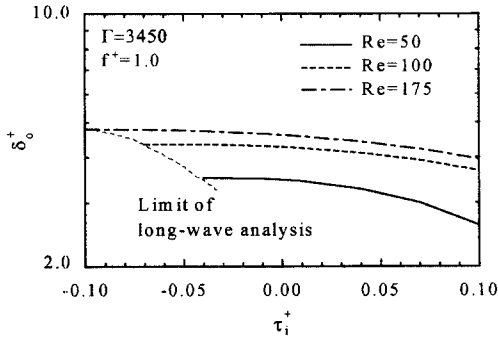


Fig. 4 Effects of interfacial shear stress on mean film thickness.

간파는 주기파의 경우보다 평균 액막두께를 작게 예측하고 있으며 이는 중간파의 경우 계면의 파동 특성이 보다 강하고 파동속도가 크기 때문으로 고려된다. 중간파는 주기파 영역의 하류영역에서 발생하며 수직평판을 따라 하류로 갈수록 그 평균 액막두께가 감소한다는 실험적 결과⁽¹⁰⁾를 고려할 때 주어진 액막 레이놀즈수에서 파동 주파수의 영향을 쉽게 이해할 수 있다.

Fig. 4는 액막 레이놀즈수가 50, 100, 175일 때 무차원 평균 액막두께에 대한 무차원 계면 전단응력의 영향을 주기파의 경우에 대하여 보여주고 있다. 계면 전단응력이 액막의 유동방향과 동일한 경우 파동의 진행속도를 증가시켜 평균 액막두께는 감소하는 경향을 보이며 낮은 액막 레이놀즈수에서 그 감소율이 큼을 알 수 있다. 계면 전단응력이 유동 방향에 대하여 역방향으로 작용할 경우 유하액막의 유동을 방해하여 계면의 변형을 유도하고 평균 액막두께를 증가시킨다. 역방향의 계면 전단응력이 아주 클 경우 액막두께는 파장에 비하여 무시할 수 없을 정도로 성장하여 본 연구에서 가정한 파장의 한계를 벗어나게 된다. 액막 레이놀즈수가 높을 경우에는 역방향의 큰 계면 전단응력에 대하여도 장파 가정이 유효함을 알 수 있다. 공냉형 리프트로 마이드 흡수식 시스템에서 채택되는 수직관 흡수기의 경우 무차원 계면 전단응력은 약 0.01 정도로 예측된다.

Fig. 5는 액막 레이놀즈수가 파고에 미치는 영향을 실험결과와 비교하여 나타낸 것이다. 레이놀즈수가 100이하일 때 주기파와 중간파는 거의 동일한 값을 제시하고 있으나 그 이상에서는 중간파의 파고가 크게 나타나고 있다. 실험결과는 일반적으로

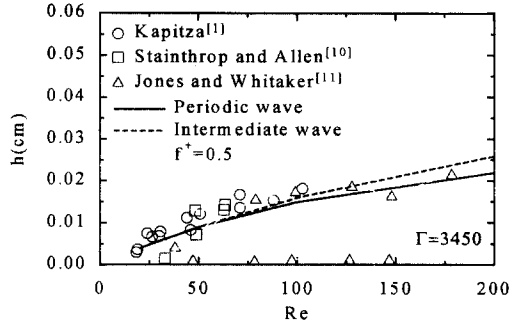


Fig. 5 Wave amplitude predicted by present study compared with experimental data.

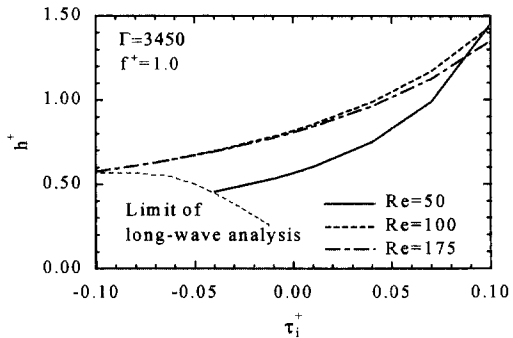


Fig. 6 Effects of interfacial shear stress on dimensionless wave amplitude.

주기파나 중간파의 해석결과와 잘 일치하고 있다. 액막이 하류로 진행함에 따라 액막은 과도 영역상태에 접어들어 중간파 형상의 중요한 특징인 눈물방울의 형상이 형성되기 시작한다. 이 때 형성된 눈물방울 형상은 파고를 증가시킨다. 그러나 파고는 파동이 하류쪽으로 유동할수록 선형적으로 증가하는 것이 아니라 완전한 과도형상을 이분후에는 일정한 값에 수렴하게 되어 그 형상이 더 이상 변화하지 않는 단일파 영역에 도달하게 된다.

Fig. 6은 주기파의 경우에 대하여 무차원 계면 전단응력이 무차원 파고에 미치는 영향을 액막 레이놀즈수 50, 100, 175에서 보여주고 있다. 무차원 파고는 액막의 평균두께를 기준으로 다음과 같이 정의하였다.

$$h^+ = h / \delta_o \quad (26)$$

계면 전단응력이 액막유동과 동일한 방향으로 작용할 경우 이는 과도영역 상태로의 진입을 유도하여

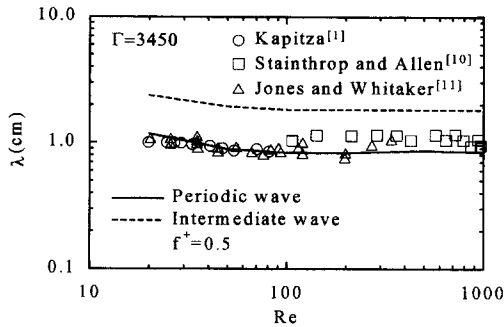


Fig. 7 Wave length predicted by present study compared with experimental data.

낮은 액막 레이놀즈수에서도 눈물방울의 형상이 나타나므로 파고는 증가한다. 역방향의 경우에는 파동의 진행을 가로막고 눈물방울의 형성을 방해하여 파고를 감소시키는 효과를 유발한다. 특히, 계면 전단응력에 의한 파고의 증가효과는 낮은 액막 레이놀즈수에서, 전단응력이 아주 클 때 현저하게 나타나며 파고는 평균 액막 두께보다도 크게 성장함을 보여주고 있다. Fig. 5에서 제시되었듯이 액막 레이놀즈수의 증가에 따라 파고가 선형적으로 증가하는 것이 아니라 일정한 값에 수렴한다는 것을 $Re=100$ 과 175 인 경우의 비교로 부터 쉽게 알 수 있으며 계면 전단응력이 증가할수록 액막 레이놀즈수의 영향이 감소함을 확인할 수 있다.

Fig. 7은 액막 레이놀즈수의 함수로 액막의 파장의 변화를 보여주고 있다. 파동 시작점인 레이놀즈수 20 근처에서 파동은 형성되고 성장하기 시작한다. 성장과정중에 있는 파동은 파고는 낮지만 주기 파의 완만한 사인함수적인 거동을 띠게되어 파장은 상대적으로 길다. 하류로 진행할수록 파동은 주기 파에서 천이영역을 거쳐 중간파의 특성을 나타낸다. 이때 완만한 파동형상은 점차 사라지고 파고는 증가하며 파장은 감소하게 된다. 완전한 파동거동을 형성한 후에 파고와 함께 더 이상 파장은 감소하지 않고 일정한 값에 수렴하는 경향을 보인다. 실험의 결과는 액막 레이놀즈수가 100 이하인 영역에서 주기파의 해석결과와 잘 일치한다. 그러나 $Re > 100$ 인 영역에서 과도영역에 돌입하므로 중간파의 특성이 나타남을 알 수 있다.

유하액막의 파동수에 대한 계면 전단응력의 영향이 Fig. 8에 주어져 있다. 파동수는 파장 평균 액막두께와 파장의 비로써 액막의 유동방향과 동일한

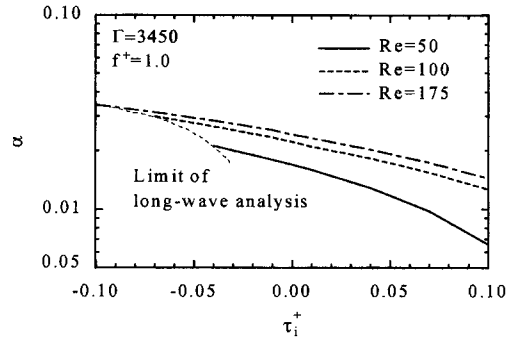


Fig. 8 Effects of interfacial shear stress on wave number.

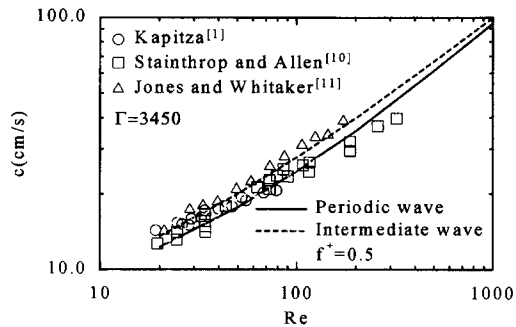


Fig. 9 Wave celerity predicted by present study compared with experimental data.

방향의 계면 전단응력이 작용할 경우 액막두께가 감소하고 파장이 증가하므로 파동수는 감소한다. 계면 전단응력의 증가에 따른 파동수의 감소율은 특히 낮은 액막 레이놀즈수에서 현저하며 계면 전단응력이 증가할수록 크게 나타나고 있다. 특히 액막 레이놀즈수가 클 때 계면 전단응력이 파동수에 미치는 영향은 거의 선형성을 나타내고 있다. 계면 전단응력이 액막 유동의 역방향으로 작용할 경우 파동수는 증가하나 액막 레이놀즈수와 계면 전단응력의 파동수에 대한 영향은 상대적으로 둔감하여 짐을 알 수 있다.

Fig. 9는 액막 레이놀즈수와 파동속도의 관계를 나타낸 것이다. 파동속도는 파동 주파수와 파장의 곱으로 계산되며 액막 레이놀즈수가 증가함에 따라 파동속도는 증가한다. 주기파나 중간파의 해석결과는 거의 유사하여 액막의 파동수가 파동속도에 미치는 영향은 상대적으로 미약함을 알 수 있다. 실험결과는 본 해석결과와 잘 일치하고 있으나 액막

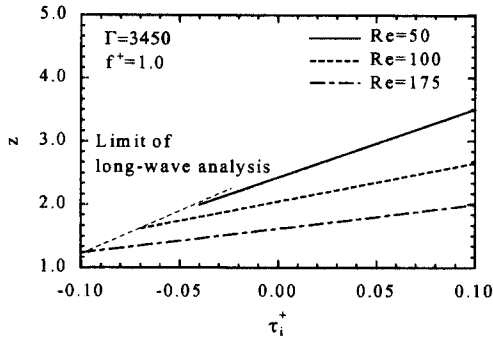


Fig. 10 Effects of interfacial shear stress on dimensionless wave celerity.

레이놀즈수가 증가함에 따라 그 오차도 증가하고 있다.

Fig. 10은 무차원 파동속도에 대한 계면 전단응력의 영향을 보여주고 있다. 무차원 파동속도는 파동속도의 액막 특성속도에 대한 비로써 파동의 유동이 액막의 유동에 비하여 얼마나 빠른가를 대변한다. 본 해석에서 고려한 모든 액막 레이놀즈수에 대하여 계면 전단응력이 액막 유동방향으로 증가할수록 무차원 파동속도가 선형적으로 증가함을 보여주고 있다. 즉 계면에 작용하는 전단응력은 계면상의 파동이 하류로 유동하는 것을 직접적으로 가속 시킴을 의미한다. 또한 액막 레이놀즈수가 작을수록 계면 전단응력의 증가에 따른 무차원 파동속도의 증가율이 현저함을 알 수 있다.

5. 결 론

본 연구에서는 수직관을 따라 흘러내리는 층류-파동 액막의 거동을 이론적으로 연구하였다. 가스-유하액막의 계면에서 발생하는 계면 전단응력은 그 방향성에 따라 유하액막의 두께를 증가 혹은 감소시킬 수 있으며 이에 따라 계면의 파동특성도 크게 다를 수 있으므로 유하액막의 레이놀즈수와 계면 전단응력이 층류-파동액막의 평균두께, 진폭, 파장 그리고 파동속도에 미치는 영향을 해석하였다. 액막 레이놀즈수가 100 이하인 영역에서 주기 파 유하액막에 대한 해석 결과는 실험자료와 잘 일치하였다. 중간파는 주기파에 비하여 파고, 파장, 그리고 파동속도는 크나 액막두께는 작은 과도적인 특성을 잘 나타내었다. 액막 레이놀즈수가 증가할 때 액막의 평균두께, 파고 그리고 파동속도는 증가

하였으나 파장은 감소하였다. 계면 전단응력의 방향성에 따라 파동의 계면 형상은 크게 변화하였으며 특히 중간파의 경우 심하게 나타났다. 주기파의 경우 계면 전단응력이 증가할 때 액막의 파고와 파동속도는 증가하였으나 평균두께와 파동수는 감소하였다.

후 기

본 논문은 포항공대 첨단유체공학연구소의 연구비 지원에 의해 수행되었으며 이에 관계자 여러분들에게 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Kapitza, P. L., 1965, "Wave Flow of Thin Layers of a Viscous Fluid," Collected Papers of P. L. Kapitza, Pergamon Press
- (2) Shkadov, V. K., 1967, "Wave Flow Regimes of a Thin Layer of Viscous Fluid Subject to Gravity," *Fluid Dynamics*, pp. 43~51
- (3) Penev, V., Krylov, V. S., Boyadjiev, C. H., and Vorotilin, V. P., 1972, "Wavy Flow of Thin Liquid Films," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 1395~1406
- (4) Hirshburg, R. I., 1980, "Laminar Film Flow Phenomena—Theory and Application to the Two-Phase Closed Thermosyphon," Ph. D Thesis, Arizona State Univ.
- (5) Yang, R., and Wood, B. D., 1991, "A Numerical Solution of the Wavy Motion on a Falling Liquid Film," *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, Vol. 69, pp. 723~728
- (6) Gottlieb, D., and Orszag, S. A., 1977, "Numerical Analysis of Spectral Method: Theory and Applications," *Society of Industrial and Applied Mathematics*
- (7) Ueda, T., and Tanaka, H., 1975, "Measurements of Velocity, Temperature and Velocity Fluctuation Distribution in Falling Liquid Films" *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 2, pp. 261~272
- (8) Pierson, F. W., and Whitaker, S., 1977, "Some Theoretical and Experimental Observations of the Wave Structure of Falling Liquid Films,"

- Industrial and Engineering Chemistry, Fundamentals*, Vol. 16, pp. 401~408
- (9) Nusselt, W. A., 1916, "Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes," *Zeitschr. Ver. Deutsch. Ing.*, 60, pp. 541~569
- (10) Stainthorp, F. P., and Allen, J. M., 1965, "The Development of Ripples on the Surface of a Liquid Film Flowing Inside a Vertical Tube," *Transactions of The Institute of Chemical Engineers*, Vol. 43, pp. 85~91
- (11) Jones, L. O., and Whitaker, S., 1966, "An Experimental Study of Falling Liquid Films," *American Institute of Chemical Engineers*, Vol. 12, pp. 525~529