

# 반정육면체 알고리즘 및 단결정 성장로의 열해석에의 응용

이 승 복\* · 정 진 수\* · 고 상 근\*\*

(1997년 11월 9일 접수)

## Hemi-Cube Algorithm and Its Application to Thermal Analysis of Crystal Growth Furnace

Seungbok Lee, Jinsoo Jung and S. Ken Kauh

**Key Words :** View Factor(형상 계수), Hemi-Cube Algorithm(반정육면체 알고리즘), Crystal Growth Furnace(단결정 성장로), Surface Radiation(표면 복사)

### Abstract

View factor determination is very important in thermal analysis problems with surface radiation but it is very difficult to determine view factors for complex geometries. Exact calculation of view factors for crystal growth furnace is essential due to not only its high surface temperature but the radiation shield, complicated heating system. In this study, view factor calculation algorithm is introduced and applied to cylindrical crystal growth furnace. This algorithm is based on the Hemi-Cube Algorithm and the results obtained with this algorithm show good agreements with those of analytical solution. As an application of this algorithm, temperature profiles and heating value distributions for various furnaces are calculated and the shape criteria for better furnace are suggested.

### 기호설명

$A$	: 면의 면적 [m <sup>2</sup> ]	$q_0$	: 표면에서 밖으로 방출되는 열유속 [W/m <sup>2</sup> ]
$\Delta A$	: 가상적인 반정육면체 면의 픽셀의 미소면적	$r_{ij}$	: $i$ 번째 면과 $j$ 번째 면 사이의 거리 [m]
$dA$	: 미소면의 면적 [m <sup>2</sup> ]	$T$	: 면의 온도 [°C]
$D$	: 단결정 성장로의 직경 [m]	$T_e$	: 적절한 기준온도로 사용하는 외기 온도 [°C]
$F_{i,j}$	: $i$ 번째 면에 대한 $j$ 번째 면의 형상 계수	$T_c$	: 단결정 성장로에 대해 일정하게 유지하고자 하는 온도 [°C]
$F_{A_i-A_j}$	: $A_i$ 면에 대한 $A_j$ 면의 형상 계수	$x_i$	: $i$ 번째 면의 1차원 위치 ( $i=1, 2, \dots, j, \dots, n$ )
$\Delta F$	: 가상적인 반정육면체 면의 픽셀의 미소 형상 계수	$x_u$	: 단결정 성장로의 위쪽의 열린 면
$L$	: 단결정 성장로의 길이 [m]	$x_l$	: 단결정 성장로의 아래쪽의 열린 면
$q$	: 턴 내부에서 표면으로 전달되는 열유속 [W/m <sup>2</sup> ]	$x$	: 가상적인 반정육면체 면의 픽셀의 $x$ 축 방향 좌표
$q_i$	: 다른 표면에서 들어오는 열유속 [W/m <sup>2</sup> ]	$y$	: 가상적인 반정육면체 면의 픽셀의 $y$ 축 방향 좌표
		$z$	: 가상적인 반정육면체 면의 픽셀의 $z$ 축 방향

\* 서울대학교 대학원 기계공학과

\*\* 회원, 서울대학교 기계공학과

항 좌표

- [A] : 외기 온도와 열유속을 포함한 행렬  
 [A'] : 외기 온도와 형상 계수를 포함한 행렬  
 [B] : 단결정 성장로에 적용되는 일정온도에 대한 행렬  
 [F] : 형상 계수에 대한 행렬  
 [I] : 계산시 이용되는 단위행렬  
 [Q] : 면내부에서 표면으로 전달되는 열유속에 대한 행렬  
 [Q<sub>o</sub>] : 면에서 방출되는 열유속에 대한 행렬

그리스문자

- $\sigma$  : Stefan-Boltzman 상수,  $5.667 \times 10^{-8}$  [W/m<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>]  
 $\epsilon$  : 방사율  
 $\omega$  : 입체각  
 $d\omega$  : 미소 입체각  
 $\pi$  : 원주율  
 $\theta$  : 면과 면 사이의 각도  
 $\rho$  : 흡수율

하첨자

- $i$  : 형상 계수 계산에 필요한  $i$ 번째 면  
 $j$  : 형상 계수 계산에 필요한  $j$ 번째 면  
 $l$  : 단결정 성장로의 아래쪽의 열린 면  
 $s$  : 가상적인 반정육면체의 옆면  
 $t$  : 가상적인 반정육면체의 윗면  
 $u$  : 단결정 성장로의 위쪽의 열린 면

## 1. 서 론

표면 복사(surface radiation)를 포함하는 열해석에서 형상 계수(view factor)의 계산은 가장 중요하면서도 계산하기 힘든 요소이다. 형상 계수란 하나의 표면에서 방출된 복사 열유속 중에서 다른 표면에 의해 차단되는 양의 비율을 의미한다. 복잡한 형상에 대해 형상 계수를 계산하는 것은 상당히 어려운 부분으로서 많은 연구자들의 연구가 진행되어 왔으며 그들은 각각 그들의 알고리즘의 효율성을 주장하였다. 형상 계수를 계산하는 방법으로는 면적분 방법과 Monte Carlo method 등이 있는데 각각 형상의 제약, 계산 시간 등의 제약으로 인해 제한적일 수밖에 없다. Miyahara<sup>(1)</sup>는 축대칭 형상에 대한 형상 계수를 해석적인 계산을 통해 구하여 일

반적인 면적분 방법과 Monte Carlo method보다 빠른 것을 보였다. 그러나, 축대칭 형상이라는 가정이 있기 때문에 일반적이며 복잡한 형상에 적용할 수 없는 한계가 있다. Ambirajan<sup>(2)</sup>은 컨투어 이중적분을 이용하여 형상 계수를 계산하였는데 수식의 전개가 복잡하고 또한 복잡한 형상에는 적절하지 않은 단점을 가지고 있다. 이 외에도 Rao<sup>(3)</sup> Shapiro<sup>(4)</sup> 등이 형상 계수를 계산하는 방법을 제안하였다. 그러나, 이런 방법들은 대부분 형상에 제한이 있든지 아니면 복잡한 수식으로 인해 실제로 복잡한 형상에는 적합하지 않다. 반면, 반정육면체 알고리즘(Hemi-Cube Algorithm)은 Emery<sup>(5)</sup>에 따르면 알고리즘이 간단하고 밀폐된 형상에 대해서는 자동적으로 형상 계수의 합이 1이 되며 또한 면의 일부가 다른 면에 가려 보이지 않는 경우에 대해서도 합리적으로 계산을 수행한다.

단결정 성장로는 아주 높은 표면 온도로 인해 표면 복사에 의한 영향이 매우 크다. 또한, 질 좋은 단결정을 얻어내기 위하여 매우 복잡한 가열 시스템을 도입하는 추세이며 또한 열응력을 줄이기 위해 열복사 차단막이 제안되기도 한다.<sup>(6)</sup> 이를 위해서는 복잡한 열해석이 요구되며 결과적으로 형상 계수를 쉽게 또한 정확하게 계산해 낼 필요가 있다. 이는 또한 단결정 성장로의 형상의 생성이나 가해주는 열유속 등을 결정하는 데 있어서 큰 도움이 된다. Dutta<sup>(7)</sup>는 실린더 모양의 단결정 성장로에 대해 형상 계수를 이론적으로 구한 커널 근사해를 실험을 통해 확인하고 로의 각 부분의 영향들을 해석함으로써, 원하는 온도분포를 얻을 수 있는 단결정 성장로의 설계 가능성을 제시하였다. 이 연구 역시 실린더 모양에 국한되어 변형된 형상에 대해 적용할 수 없다.

본 논문에서는 우선 실린더 형상으로 모델링된 단결정 성장로에 대한 형상 계수를 반정육면체 알고리즘을 이용하여 구하고 이를 실제 해와 비교, 검증하였다. 이 때, 모든 표면은 diffuse surface로 가정하였으며 또한, 해당 표면의 방사율을 파장에 관계없는 grey surface로 가정하였다. 본 알고리즘의 응용으로서 단결정 성장로에 대해 열해석을 수행하여 관련 파라미터 및 형상등을 바꿔 가면서 단결정 성장로 설계 및 제작시 지침이 될 수 있는 사항을 제시하였다.

## 2. 해석 방법

### 2.1 반정육면체 알고리즘의 개요

형상 계수의 정의는 아래 식 (1)과 같고  $A_i$ 가 충분히 작은 면일 경우 식 (2)가 된다.

$$F_{A_i - A_j} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r_{ij}^2} dA_i dA_j \quad (1)$$

$$F_{dA_i - A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r_{ij}^2} dA_j \quad (2)$$

$dA_i$ 를 중심으로 하는 반지름이 1인 반원을 가상적으로 생각해보면  $A_j$ 가 차지하는 입체각  $d\omega_j$ 는 식 (3)이므로 식 (2)는 아래와 같이 식 (4)로 표현된다.

$$d\omega_j = \frac{\cos \theta_j}{r_{ij}^2} dA_j \quad (3)$$

$$F_{dA_i - A_j} = \frac{1}{\pi} \int_{A_j} \cos \theta_i d\omega_j \quad (4)$$

즉,  $dA_i$ 에서 바라볼 때, 방향이 같고 입체각만 동일하다면 어떤 모양의 곡면이든지 또 기울어진 각도에 상관없이 형상 계수는 똑같음을 알 수 있다. Fig. 1은 그 예를 보여주고 있다.<sup>(8)</sup> 이 원리를 이용하여  $dA_i$ 가 중심인 반정육면체 위에  $A_j$ 를 투영시키는 것이 반정육면체 알고리즘이다.

Fig. 2는 반구(Hemi-Sphere)가 반정육면체로 바뀌었을 뿐 결과적으로 Fig. 1과 같은 유사성을 보

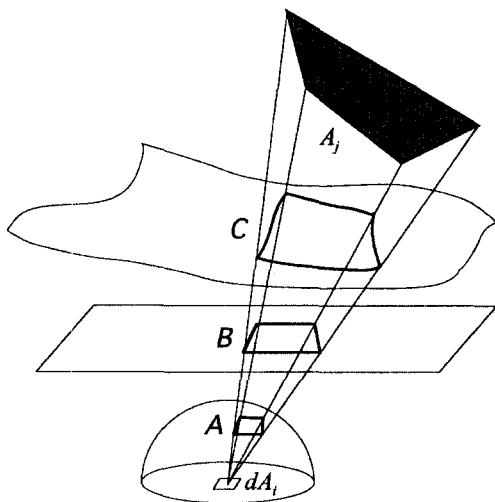


Fig. 1 Hemi-Sphere and areas with same view factor.

여준다.<sup>(8)</sup>

‘투영’이라는 것을 그래픽적으로 생각해보면,  $dA_i$ 의 중심에 눈을 위치시키고 반정육면체의 면을 창문유리로 삼아서 그 너머의 물체를 바라보았을 때 창문유리와 시선의 교점에 그 물체가 투영된 것으로 이해할 수 있으며 이런 개념을 프로그램화하기 위해서는 컴퓨터 그래픽을 이용해야 한다. 이 때, 반정육면체의 면들을 픽셀이라고 하는 작은 격자면들로 나누고, 중심에 대한 각 격자면마다의 형상 계수를 미리 해석적으로 계산해 저장해 놓는데 이것은 초기에 단 한번만 필요하고 이 값을 미소 형상 계수(Delta Form Factor)라고 부른다. 이 미소 형상 계수도 정확한 값이 아니라 근사치이므로 픽셀의 갯수가 많으면 많을수록 더 정확한 값을 얻을 수 있다. 이런 픽셀의 갯수에 관계하는 것은 그래픽 윈도우의 크기이다. 이제,  $A_j$ 가 반정육면체위의 한 개의 픽셀위에 투영된다면,  $dA_i$ 에서 바라본  $A_j$ 의 형상 계수는 이 픽셀의 미소 형상 계수와 같으므로 구해지게 된다. 만약  $A_j$ 가 반정육면체위의 여러 개의 픽셀들 위에 투영된다면 각 픽셀들의 미소 형상 계수를 다 더한 것이  $A_j$ 의 형상 계수이다. Fig. 3은 미소형상 계수의 계산을 위한 좌표계 및 형상을 나타낸다.<sup>(9)</sup> 미소 형상 계수는 다음 식에 의해 계산된다.

$$\Delta F_t = \frac{\Delta A_t}{\pi (x_t^2 + y_t^2 + 1)^2} \quad (5)$$

$$\Delta F_s = \frac{z_s \Delta A_s}{\pi (x_s^2 + z_s^2 + 1)^2} \quad (6)$$

### 2.2 프로그램의 개요

본 연구에서는 반정육면체 알고리즘을 기반으로 하여, 하드웨어로는 Silicon Graphics의 Personal

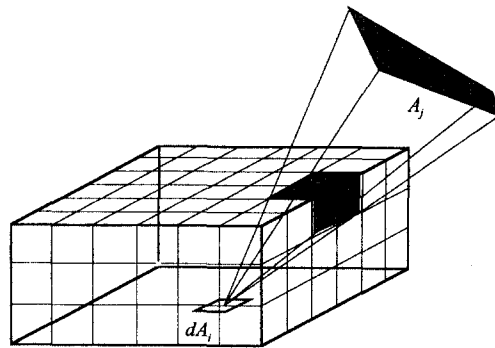


Fig. 2 Hemi-Cube and its concept.

**Table 1** Pseudo code for Hemi-Cube algorithm.

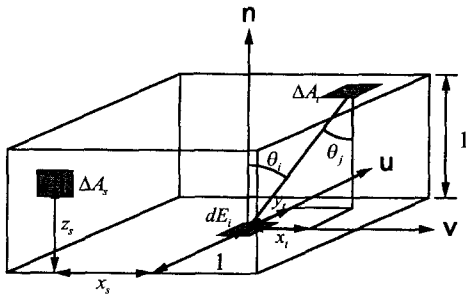
---

```

Read geometry data;
Calculate properties of each surface;
Tag visibility of each surface to other surfaces;
IF visible,
    Calculate the shortest distance of each node of each surface to other surfaces;
Make subdivision with criterion of five-times rule;
Receive an input of resolution(window size);
FOR each hemi-cube pixel  $p$ , Calculate delta_form_factor( $p$ );
FOR each surface  $i$ 
    FOR each mesh  $im$  of surface  $i$ 
        FOR each region  $ir$ , FormFactor( $ir$ )=0; /*initialization*/
        FOR each surface of hemi-cube  $C$ ( $C$ =TOP, SIDE1, SIDE2, SIDE3, SIDE4)
            Determine viewing volume through  $C$  of hemi-cube from origin;
            Transform coordinates to change the normal of surface  $i$  to the normal of  $C$ ;
            Translate coordinates to change the center of mesh  $im$  to origin;
            Draw surfaces only visible from surface  $i$  using region no. as color map no;
            Read Window pixel data into array( $p$ );
            FOR each pixel  $p$ , summation of delta-form-factor of projected pixels;
            FOR each region  $ir$ , summation of FormFactor( $ir$ )*(area of mesh  $im$ );
            total_area += area of mesh  $im$ ;
        IF surface  $i$  is last of same region surfaces,
            divide the above summation by total area of the region

```

---

**Fig. 3** Delta Form Factor for Hemi-Cube.

IRIS w-4D25G를 사용하였고 소프트웨어로는 Graphics Library를 이용한 C언어를 사용하였다. 가장 프로그램은 Table 1과 같다.

### 2.3 형상의 생성

본 연구에서는 미국 Optimetrics사에서 개발된 FRED(Faceted Region Editor)라는 프로그램을 이용하여 형상을 생성하였다. 생성된 형상은 wavefront화일 형태로 저장을 하였는데 여기에는 계산에 필요한 면들의 좌표 및 수직 벡터 등의 자료

가 포함된다. Fig. 4(a)는 위의 과정을 통해 생성된 실린더 형상의 단결정 성장모를 나타낸다. 축방향으로는 40개의 실린더로 잘려 있으며 실린더윗면과 아랫면은 16각형의 모양을 갖고 있다. 가장 윗면과 아랫면은 열려 있으며 모두 42개의 면으로 나뉘어 계산을 수행하게 되고 각각의 형상 계수는 출력 화일로 저장이 된다. 이 화일은 또한 가장 윗면과 나머지 면들과의 형상 계수 및 가장 아랫면과 나머지 면들과의 형상 계수도 포함한다.

### 2.4 수학적 공식화

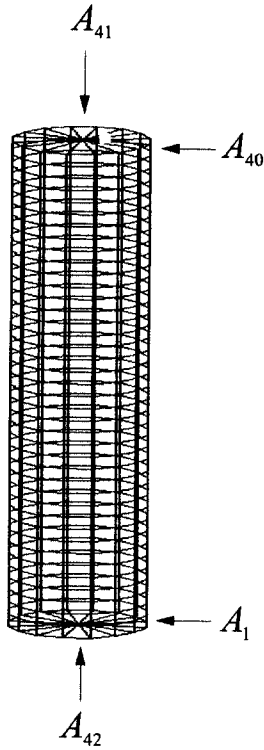
#### 2.4.1 주어진 열유속에 대한 온도분포 계산

Fig. 4(b)와 같이 길이와 직경이 각각  $L$ ,  $D$ 인 실린더 모양의 단결정 성장모를 고려해보자.

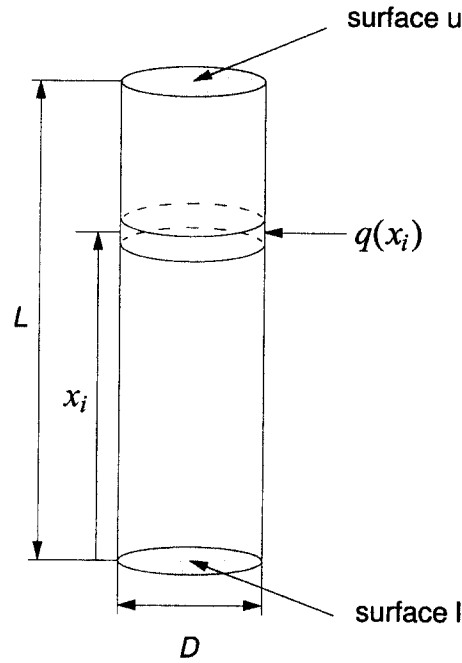
가열 시스템에 의해 이미 알고 있는 열유속  $q$ 가 각각의 요소에 가해지고 있을 때, 축방향 온도분포를 구하고자 한다.  $x_i$  위치에 대해 열평형을 고려하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$q(x_i) = q_o(x_i) - q_i(x_i) \quad (7)$$

여기서  $q_i(x_i)$ ,  $q_o(x_i)$ 는 각각 들어오고 나가는



(a) Geometry generated by FRED



(b) Cylindrical surface modeling

Fig. 4 Geometry of a cylindrical furnace.

열유속을 나타낸다.

한편, 들어오는 열유속은 다른 면들로부터 나오는 열유속에 의해 구성되며 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$q_i(x_i) = \sum_{j=1}^n q_o(x_j) F_{i,j} + q_o(x_u) F_{i,u} + q_o(x_l) F_{i,l} \quad (8)$$

식 (7), (8)을 연립하면 다음 식 (9)가 얻어진다.

$$q(x_i) = q_o(x_i) - \sum_{j=1}^n q_o(x_j) F_{i,j} - q_o(x_u) F_{i,u} - q_o(x_l) F_{i,l} \quad (9)$$

$q$ 와  $F$ 는 주어지거나 구할 수 있기 때문에 식(9)로부터  $q_o$ 를 구할 수 있다. 한편, 실제 원하는 미지수는 온도이기 때문에 온도  $T$ 와  $q_o$ 에 대한 관계식이 필요하게 된다. 이 식은 표면 복사해에 대해 고려를 하게 되면 다음과 같다.

$$q_o(x_i) = \epsilon \sigma T^4(x_i) + \rho q_i(x_i) \quad (10)$$

식 (7), (10) 및 Kirchoff법칙에 의해, 다음의

식을 얻을 수 있다.

$$\sigma T^4(x_i) = \frac{1-\epsilon}{\epsilon} q(x_i) + q_o(x_i) \quad (11)$$

식 (11)을 이용해서 온도  $T$ 를 구할 수 있게 된다.

실제 방정식들을 풀기 전에, 위에 언급된 식들을 행렬을 이용해 정리를 하면 아래와 같이 나타낼 수 있다. 먼저 식 (9)는 아래 식 (12)와 같다.

$$[F][Q_o] = [A] \quad (12)$$

여기서  $[F]$ ,  $[Q_o]$ ,  $[A]$ 는 다음과 같다.

$$[F] = \begin{bmatrix} -1+F_{1,1} & F_{1,2} & \cdots & F_{1,n-1} & F_{1,n} \\ F_{2,1} & -1+F_{2,2} & \cdots & F_{2,n-1} & F_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ F_{n-1,1} & F_{n-1,2} & \cdots & -1+F_{n-1,n-1} & F_{n-1,n} \\ F_{n,1} & F_{n,2} & \cdots & F_{n,n-1} & -1+F_{n,n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[Q_o] = \begin{bmatrix} q_o(x_1) \\ q_o(x_2) \\ q_o(x_3) \\ \vdots \\ q_o(x_{n-2}) \\ q_o(x_{n-1}) \\ q_o(x_n) \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[A] = \begin{bmatrix} -q(x_1) - \sigma T_e^4 F_{1,u} - \sigma T_e^4 F_{1,t} \\ -q(x_2) - \sigma T_e^4 F_{2,u} - \sigma T_e^4 F_{2,t} \\ -q(x_3) - \sigma T_e^4 F_{3,u} - \sigma T_e^4 F_{3,t} \\ \vdots \\ -q(x_{n-2}) - \sigma T_e^4 F_{n-2,u} - \sigma T_e^4 F_{n-2,t} \\ -q(x_{n-1}) - \sigma T_e^4 F_{n-1,u} - \sigma T_e^4 F_{n-1,t} \\ -q(x_n) - \sigma T_e^4 F_{n,u} - \sigma T_e^4 F_{n,t} \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)에서  $q_o(x_u)$ ,  $q_o(x_t)$ 은 모두  $\sigma T_e^4$ 로 표시되었는데 이는 다음으로 설명될 수 있다. 단결정 성장로의 양 끝부분은 열려있다. 그러므로 이 면은 다른 면들과는 달리 반사하지 않으며 이는 완전히 흡수하는 면으로 생각할 수 있다. 그래서 이 면들의 방사율은 1로 생각할 수 있고 또한 이 면들의 온도는 적절한 기준 온도  $T_e$ 로 생각할 수 있다. 전통적으로 식 (12)와 같은 행렬식은 프로그램을 작성하여 풀어 왔다. 그러나 프로그램을 작성한다는 것은 시간 소비적이며 또한 지루한 작업일 수밖에 없다. 본 논문에서는 매쓰매티카를 사용하여 원하는 값을 쉽고 빠르게 구해내었다. 앞에서 언급한 바와 같이, 각각의 요소들의 형상 계수 값들은 적절한 출력화일에 저장된다. 이 화일을 매쓰매티카의 입력화일로 재지향시켜준 후 풀면  $[Q_o]$ 를 구할 수 있고 결과적으로 온도  $T$ 를 구할 수 있다.

#### 2.4.2 주어진 온도분포에 대한 열유속 분포의 계산

지금까지는 적절한 열유속  $q$ 가 주어졌을 때 온도 분포를 어떻게 구하는지에 대해 알아보았다. 그러나, 실제 상황에 있어서는 적절한 온도 분포가 요구될 때 각각의 요소에 대해 열유속을 얼마나 가해야 하는지가 더욱 더 중요한 문제이다. 이 경우 위에 나온 식들을 재정리하면 새로운 식을 유도해낼 수 있으며 이를 이용해 열유속 분포를 쉽게 구할 수 있다. 식 (9)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Q] = -[F][Q_o] - [A'] \quad (16)$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$[Q] = \begin{bmatrix} q(x_1) \\ q(x_2) \\ q(x_3) \\ \vdots \\ q(x_{n-2}) \\ q(x_{n-1}) \\ q(x_n) \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$[Q_o] = \begin{bmatrix} q_o(x_1) \\ q_o(x_2) \\ q_o(x_3) \\ \vdots \\ q_o(x_{n-2}) \\ q_o(x_{n-1}) \\ q_o(x_n) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$[A'] = \begin{bmatrix} \sigma T_e^4 F_{1,u} + \sigma T_e^4 F_{1,t} \\ \sigma T_e^4 F_{2,u} + \sigma T_e^4 F_{2,t} \\ \sigma T_e^4 F_{3,u} + \sigma T_e^4 F_{3,t} \\ \vdots \\ \sigma T_e^4 F_{n-2,u} + \sigma T_e^4 F_{n-2,t} \\ \sigma T_e^4 F_{n-1,u} + \sigma T_e^4 F_{n-1,t} \\ \sigma T_e^4 F_{n,u} + \sigma T_e^4 F_{n,t} \end{bmatrix} \quad (19)$$

또한, 식 (11)은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$[Q_o] = -\frac{1-\epsilon}{\epsilon}[Q] + [B] \quad (20)$$

여기서  $[B]$ 는 다음과 같다.

$$[B] = \begin{bmatrix} \sigma T_c^4(x_1) \\ \sigma T_c^4(x_2) \\ \sigma T_c^4(x_3) \\ \vdots \\ \sigma T_c^4(x_{n-2}) \\ \sigma T_c^4(x_{n-1}) \\ \sigma T_c^4(x_n) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$T_c$ 는 단결정 성장로에 대해 일정하게 유지하고자 하는 온도이다. 식 (16)과 (20)로부터 다음의 관계식이 얻어지게 된다.

$$([I] - \frac{1-\epsilon}{\epsilon}[F])[Q] = -[F][B] - [A'] \quad (22)$$

여기서  $[I]$ 는 단위행렬이며 식 (20)을 통해 사용자가 원하는 온도 분포가 정해졌을 때 가해줘야 하는 열유속분포를 쉽게 구해낼 수 있다. 이 식 또한 매쓰매티카를 이용해 쉽게 풀 수 있다.

### 3. 결과 및 토론

Table 2는 해석시 사용된 인자들의 값을 나타낸다. 길이와 직경은 각각 0.2 m, 0.025 m인데 결과 검증을 위해 Dutta<sup>(7)</sup>의 조건들을 사용하였고 실제로 vertical Bridgman growth에 사용되는 치수들이다. Fig. 5는 해석해와 계산해에 의해 구한 실린더형상의 단결정 성장로에 대한 형상 계수의 분포를 보여준다. 대표적으로 40번째 면들의 다른 면들에 대한 형상 계수를 나타내었는데 그림에서 보여지는 바와 같이 아주 잘 일치하는 것을 알 수 있다. 해석해는 Howell<sup>(10)</sup>을 참조하였다.

Fig. 6은 균일 열유속을 부여했을 때의 단결정 성장로의 온도 분포를 보여주고 있다. 단결정 성장로에 대한 온도 해석해는 Dutta<sup>(7)</sup>에서 참조할 수 있다. 그림에서 알 수 있듯이, 입력 파워가 증가할 수록 최고 온도는 증가하게 되며 또한 해석해와 계

Table 2 Typical values of parameters.

$L$ (m)	$D$ (m)	$\epsilon$	$T_e$ (°C)
0.2	0.025	0.45	300

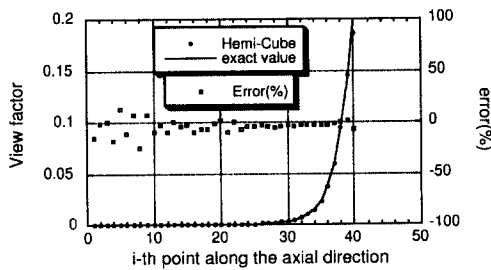


Fig. 5 View factors of  $A_{40}$  with respect to  $A_i$  ( $i=1, \dots, 40$ ).

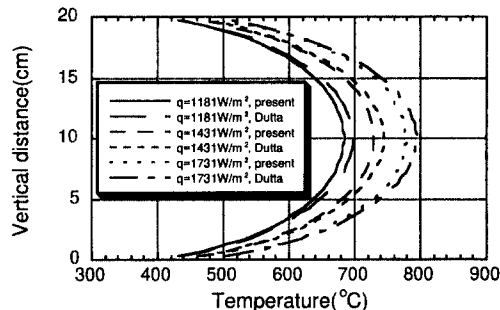
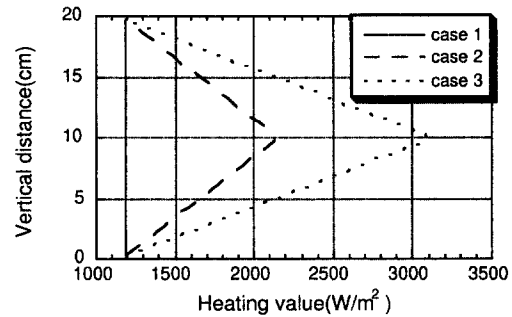


Fig. 6 Temperature profiles for uniform heating.

산해가 잘 일치한다.

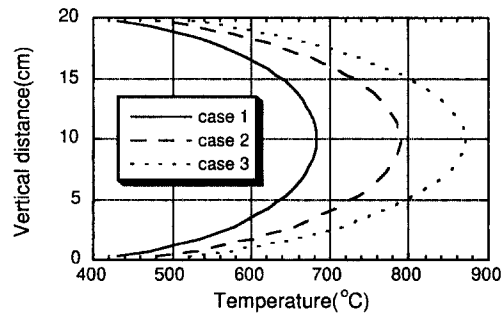
Fig. 8은 Fig. 7과 같이 열유속을 높이에 따라 다르게 가하는 3가지 경우에 대한 온도 분포를 나타낸다. case 1은  $q$ 가 1181 W/m<sup>2</sup>로 일정할 때의 온도 분포이며 case 2, 3은 각각 단결정 성장로의 중앙으로부터 끝으로 열유속이 줄어들 때의 결과이다. case 2의 경우 열유속이 1181 W/m<sup>2</sup>부터 2131 W/m<sup>2</sup>까지의 값을 가지며 줄어들고 case 3의 경우에는 1181 W/m<sup>2</sup>부터 3081 W/m<sup>2</sup>까지의 값을 가지면서 줄어든다.

Fig. 8로부터 중요한 사실을 알 수 있는데 축방향을 따라 온도를 일정하게 유지하기 위해서는 가해지는 열유속이 단결정 성장로의 중앙에서부터 끝으로 갈 때 점차로 증가해야 한다는 사실이다. 이는 물리적인 관점에서 볼 때 타당한 결과이다. 왜



- case 1 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  all through the surface
- case 2 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  at ends,  $q = 2131 \text{ W/m}^2$  at center
- case 3 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  at ends,  $q = 3081 \text{ W/m}^2$  at center

Fig. 7 Different heat flux profiles.



- case 1 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  all through the surface
- case 2 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  at ends,  $q = 2131 \text{ W/m}^2$  at center
- case 3 :  $q = 1181 \text{ W/m}^2$  at ends,  $q = 3081 \text{ W/m}^2$  at center

Fig. 8 Temperature profiles for different heatings.

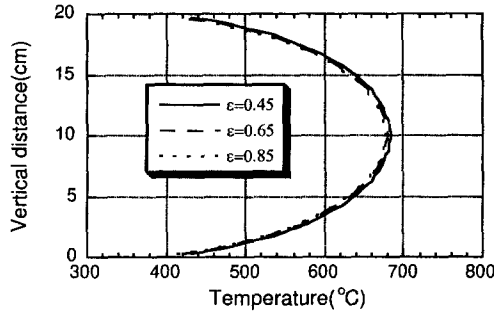
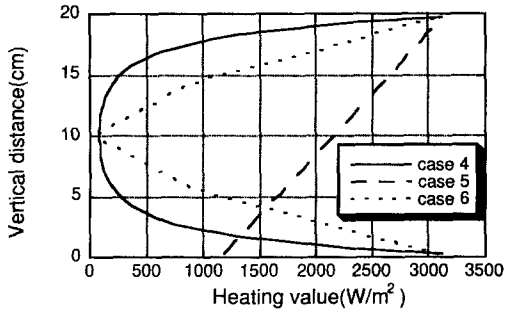


Fig. 9 Effects of emissivity on temperature profiles.



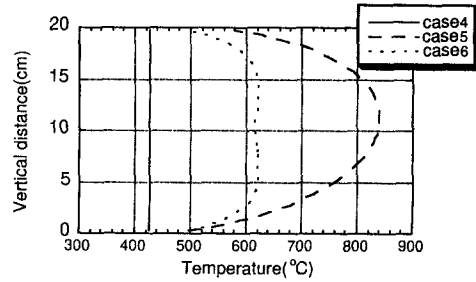
case 4 : constant temperature given →  $q$  calculated  
 case 5 :  $q=1181 \text{ W/m}^2$  at lower end,  $q=3081 \text{ W/m}^2$  at upper end  
 case 6 :  $q=100 \text{ W/m}^2$  at center,  $q=3081 \text{ W/m}^2$  at both ends

Fig. 10 Different heat flux profiles.

나하면, 단결정 성장로의 중앙으로부터 거리가 멀어질수록 형상 계수가 상대적으로 점점 작아져서 다른 면들로부터의 영향이 그만큼 작아지게 되기 때문이다. 이 영향을 보상하기 위해서는 점점 더 많은 열유속을 가해야만 하며 이 때 정량적인 분포는 실제 형상 계수의 분포에 따라 다르기 때문에 계산을 해줘야만 한다.

Fig. 9는 단결정 성장로 벽의 방사율이 온도 분포에 미치는 영향을 보여준다. 대표적으로 3가지 경우에 대해 계산을 수행하였는데 온도 분포는 방사율에는 거의 영향을 받지 않는다. 이 결과를 토대로 이후 계산은 방사율을 0.45로 하여 수행하였다.

Fig. 11은 Fig. 7과는 또 다른 형태인 Fig. 10과 같은 열유속이 가해졌을 때 온도 분포를 나타낸다. case 5는 가해지는 열유속이 단결정 성장로의 밑에서부터 위로 점점 증가할 경우에 해당하는 결과이며 case 6은 단결정 성장로의 중심으로부터 끝으로



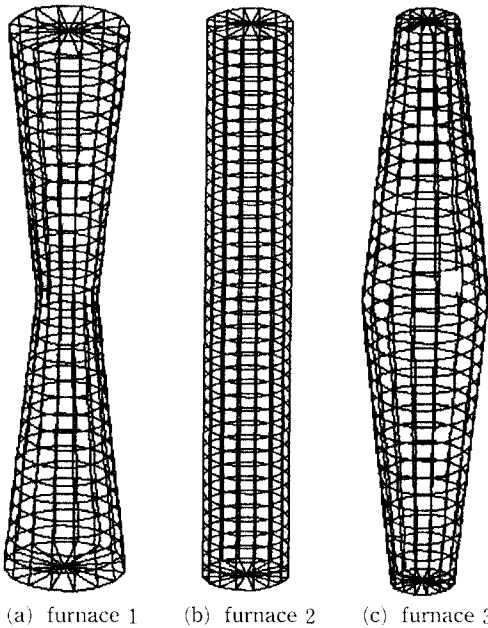
case 4 : constant temperature given →  $q$  calculated  
 case 5 :  $q=1181 \text{ W/m}^2$  at lower end,  $q=3081 \text{ W/m}^2$  at upper end  
 case 6 :  $q=100 \text{ W/m}^2$  at center,  $q=3081 \text{ W/m}^2$  at both ends

Fig. 11 Temperature profiles for different heatings.

열유속이 점차로 증가할 때의 온도 분포이다. 단결정 성장로의 중심에서 끝으로 열유속이 점차 증가할 때 case 6에서 알 수 있는 바와 같이 일정한 온도를 이루는 것을 알 수 있다. 이 결과는 앞에서 추론했던 사실과 일치한다. 또한, case 5에서 밑에서 위로 열유속이 증가할 때는 최고 온도의 위치가 위로 이동함을 알 수 있는데 이 결과는 단결정 성장시 어느 특정 부분의 온도를 최고온도로 설정해야 할 경우의 한 가지 지침으로 사용될 수 있다. 한편, case 4는 축방향으로 온도가 일정한 경우를 보여주며 단결정 성장로의 온도를 일정한 온도로 설정했을 때 필요한 열유속 분포를 계산해서 나타낸 것이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 case 4에서 최고 열유속은 최저 열유속의 약 30배 정도가 된다. 실제로 일정한 온도 구현을 위해 단결정 성장로를 제작할 경우 인접한 바와 같이 열유속의 상대적인 크기가 매우 다르기 때문에 열응력 등의 문제가 발생할 수 있다. 실제로 단결정 성장로를 제작하는 입장에서는 일정하게 하고자 하는 온도의 절대 크기와 단결정 성장로의 재질등의 선택시 우선 이 결과를 토대로 적절한 온도와 재질등을 선택해야 하며 그렇지 않을 경우는 형상을 바꿔서 최적 제작을 해야 한다.

지금까지는 단순한 형상인 실린더 모양의 단결정 성장로에 대해 열해석을 수행하여 문헌의 근사해와 비교해 검증해 보았다. 또한, multi-zone 가열 시스템을 염두에 두어, 높이에 따라 열유속을 달리 가하였을 때의 온도 분포를 구해보았다. 하지만, 단결정 성장로의 형상을 바꾸게 되면 가해주는 열유속의 조건이나 온도 등이 달라지고 이로 인해 단





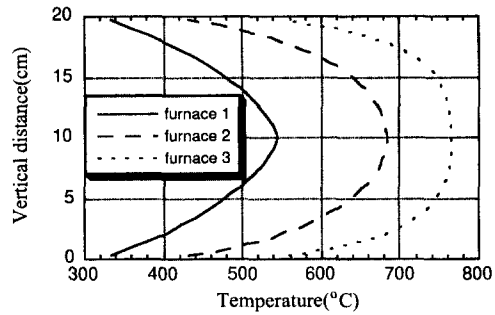
(a) furnace 1 (b) furnace 2 (c) furnace 3  
 furnace 1 : center radius; 0.01m, end radius; 0.02m  
 furnace 2 : radius is 0.0125m all through the furnace  
 furnace 3 : center radius; 0.02m, end radius; 0.01 m

Fig. 12 Different furnaces generated by FRED.

결정 성장로를 제작하는 데 있어서 변수가 달라지기 때문에 이에 대한 해석도 필수적이다. Fig. 12는 FRED를 통해 생성된 2가지의 변형된 단결정 성장로 형상들과 실린더 모양의 단결정 성장로를 함께 보여준다. furnace 1과 furnace 3에서 큰 반지름은 2 cm, 작은 반지름은 1 cm이다. 두 가지 변형된 형상이 앞에서 언급한 것과 같이 매우 복잡한 형상은 아니지만 본 형상들을 통해 더욱 복잡해진 형상에 대한 응용 가능성을 확인할 수 있다.

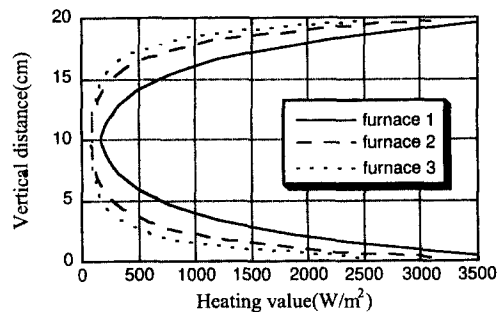
Fig. 13은 Fig. 12의 형상들에 대해 높이에 관계없이 동일한 열유속(1811 W/m<sup>2</sup>)을 가했을 때 구해진 온도 분포를 보여준다. furnace 3의 경우 다른 경우들에 비해 거의 일정한 온도 분포를 나타내며 또한 절대적인 온도의 크기 또한 다른 2가지 경우에 비해 매우 높다. 그리고, 열선에 의해 열유속을 생성할 경우 다른 경우들보다 전력 절약면에서 더욱 효과적이다.

Fig. 14는 축방향 온도를 일정하게 유지시켰을 때 열유속의 분포를 보여준다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 furnace 3의 기울기는 5 cm에서 15 cm까지 거의 일정하며 또한 절대적인 크기 또한 다른 경우들보다 작다. 모든 경우를 고려해볼 때



furnace 1 : center radius; 0.01m, end radius; 0.02m  
 furnace 2 : radius is 0.0125m all through the furnace  
 furnace 3 : center radius; 0.02m, end radius; 0.01 m

Fig. 13 Various temperature profiles for uniform heat flux.



furnace 1 : center radius; 0.01m, end radius; 0.02m  
 furnace 2 : radius is 0.0125m all through the furnace  
 furnace 3 : center radius; 0.02m, end radius; 0.01 m

Fig. 14 Various heat flux profiles for constant temperature.

일정한 온도를 유지하고자 하는 단결정 성장로를 제작할 경우 Fig. 12의 furnace 3 형상이 가장 추천할 만한 형상이라고 할 수 있다. 물론, 다른 열전달에 의한 영향이 매우 클 경우에는 표면 복사뿐만이 아니라 그 열전달 현상에 의한 영향도 고려해야 하지만 실제로 가장 지배적인 열전달 현상은 표면 복사이므로 좋은 지침이 되리라고 생각된다.

#### 4. 결 론

(1) 반정육면체 알고리즘을 이용한 프로그램을 작성하여 형상 계수를 계산한 후 Howell<sup>(10)</sup>의 해와 비교하여 타당성을 검증하였다.

(2) 실린더 형상의 단결정 성장로에 대해 열해석을 수행한 후 Dutta<sup>(7)</sup>의 근사해석해와의 비교, 검토를 통해 정확성을 확인할 수 있었으며 이를 통해

단결정 성장로의 형상을 변형시켰을 때 열해석을 수행할 수 있는 근거를 마련하였다.

(3) 위의 결과를 토대로 변형된 실린더 형상의 단결정 성장로를 생성하고 이에 대해 열해석을 수행하여 기존의 실린더 형상의 단결정 성장로보다 여러 가지 면에서 향상된 형상을 제안하였다.

(4) 복잡한 형상에 대해서도 형상 계수를 쉽게 계산할 수 있기 때문에 표면 복사에 의한 열전달 영향이 매우 큰 복잡한 형상의 열전달 문제에 쉽게 적용할 수 있으며 이를 통해 여러 인자들의 상호영향을 파악할 수 있는 토대를 마련하였다.

### 참고문헌

- (1) Miyahara, S. and Kobayashi, S., 1995, "Numerical Calculation of View Factors for an Axially Symmetrical Geometry," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 28, pp. 437~453
- (2) Ambirajan, Amrit and Venkateshan, S. P., 1993, "Accurate Determination of Diffuse View Factors between Planar Surfaces," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, No. 8, pp. 2203~2208
- (3) Rao, V. Rammohan and Sastri, V. M. K., 1996, "Efficient Evaluation of Diffuse View Factors for Radiation," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 6, pp. 1281~1286
- (4) Shapiro, A. B., 1985, "Computer Implementation, Accuracy, and Timing of Radiation View Factor Algorithms," *Trans. ASME*, Vol. 107, pp. 730~732
- (5) Emery, A. F., Johansson, O., Lobo, M. and Abrous, A., 1991, "A Comparative Study of Methods for Computing the Diffuse Radiation View factors for Complex Structures," *J. Heat Transfer*, Vol. 113, pp. 413~422
- (6) Hurlle, D. T. J., 1994, *Handbook of Crystal Growth 2*, North-Holland, pp. 101~123
- (7) Dutta, P. S., Bhat, H. L., Kumar, V., 1996, "Modelling Temperature Distribution in Cylindrical Crystal Growth Furnaces," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 23, No. 3, pp. 377~386
- (8) Cohen, Michael F. and Wallace, John R., 1993, *Radiosity and Realistic Image Synthesis*, AP Professional, pp. 80~87
- (9) Ashdown, Ian, 1994, *Radiosity: A Programmer's Perspective*, John Wiley & Sons, Inc., pp. 274~295
- (10) Howell, John R., 1982, *A Catalog of Radiation Configuration Factors*, McGraw-Hill Book Company, p. 166