

소산율 방정식의 개선을 통한 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형의 개발

송 경* · 유근종** · 조강래*

(1997년 11월 19일 접수)

Developing of Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Model with Improved ϵ Equation

K. Song, G. J. Yoo and K. R. Cho

Key Words : Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Model(저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형), Direct Numerical Simulation(직접수치모사), Energy Spectrum(에너지스펙트럼), Magnitude Analysis(크기 해석), Length Scale(길이 척도), Reynolds Number Effect(레이놀즈수 영향)

Abstract

Series of recent $k-\epsilon$ model modification have been carried out with the aid of DNS data to include the effect of near wall. Though these methods opened new way of turbulence modelings, newly developed turbulence models of its kind had yet shortcomings in prediction for the turbulent flows with various Reynolds numbers and various geometric conditions. As a remedy for these shortcomings, a new $k-\epsilon$ model was proposed here by improving the dissipation rate equation and the damping function for eddy viscosity model. The new dissipation rate equation was modeled based on the energy spectrum and magnitude analysis. The damping function for eddy viscosity was also formulated on the ground of distribution of dissipation rate length scales near a wall and the DNS data. The new $k-\epsilon$ model was applied to the fully developed turbulent flows in a channel and a pipe with a wide range of Reynolds numbers. Prediction results showed that the present model represents properly the turbulence properties in all turbulent regions over a wide range of Reynolds numbers.

기 호 설 명

C_ϕ : 모형상수
 D_k, D_ϵ : 점성 확산항($\nu\phi_{,j}$),_j
 $f_\mu, f_\beta, f_\epsilon$: 감쇄함수
 f_{re} : 레이놀즈수에 따른 감쇄함수
 k : 난류운동에너지($k^+ = k/u_\tau^2$)
 P_k : 난류운동에너지 생성항
 $P_{\epsilon 1}, P_{\epsilon 2}, P_{\epsilon 3}, P_{\epsilon 4}$: 소산율생성항
 Re_t : 난류레이놀즈수($k^2/\nu\epsilon$)
 Re_δ : 유동레이놀즈수($U\delta/\nu$)

Re_τ : 유동레이놀즈수($u_\tau\delta/\nu$)
 S : 평균변형률변수($S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$)
 S_{ij} : 평균변형률텐서($S_{ij} = \frac{1}{2}(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i})$)
 T_k, T_ϵ : 난류확산항($\frac{\nu_t}{\sigma_\phi}\phi_{,j}$)_j
 U : 유동방향 국부평균 속도($U^+ = U/u_\tau$)
 u_i : 변동속도성분
 $\overline{u_i u_j}$: 난류응력($\overline{u_i u_j} = \overline{u_i u_j} / u_\tau^2$)
 u_τ : 벽마찰속도($\sqrt{\tau_w/\rho}$)
 y^+ : 벽면무차원거리($y u_\tau / \nu$)
 Γ : 소산율소멸항

*회원, 연세대학교 기계공학과
 **회원, 창원대학교 기계설계학과

β	: 평균류시간척도에 대한 난류시간척도 ($S/(\epsilon/\nu)^{0.5}$)
δ	: 경계층두께(평행평판: 높이, 원관: 직경)
ϵ	: 난류운동에너지 진소산율($\epsilon^+ = \epsilon/(u^3/\nu)$)
$\bar{\epsilon}$: 가소산율($\epsilon - 2\nu(\sqrt{k_{,j}})^2$)
ν_t	: 와점성계수
ξ	: 소산율 소멸추가항
Π_k, Π_ϵ	: 압력확산항
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$: 난류프란틀수
$\phi_{,i}, \phi_{,ii}$: 거리 x_i 에 대한 ϕ 의 1차, 2차 편미분
$\bar{\phi}$: ϕ 에 대한 시간평균항

1. 서 론

난류유동은 대부분의 유체유동에서 발생하는 유동현상으로, 이를 수치적인 방법으로 해석할 수 있도록 난류모형의 개발이 여러 연구자들에 의해 수행되어 왔다. 그 중에서도 $k-\epsilon$ 모형은 그 간편한 특징으로 인하여 이에 대한 다양한 연구가 이루어져 왔다. $k-\epsilon$ 모형은 일반적으로 벽법칙을 이용하는 고레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형(High Reynolds number $k-\epsilon$ model, 또는 표준 $k-\epsilon$ 모형)과 벽면영역까지 해석할 수 있는 저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모형(Low Reynolds number $k-\epsilon$ model, 이후 LRN모형으로 표기)으로 분류될 수 있다. 표준 $k-\epsilon$ 모형은 계산격자가 적고 계산시간이 작아서 여러 공학적인 응용문제에서 자주 사용되고 있으나, 역압력구배나 박리가 발생하는 난류유동장의 예측을 위해서는 적절하지 못하다. 따라서, 이를 보완하기 위해 벽면부근까지 해석할 수 있는 LRN모형이 제안되었고 현재까지도 계속 개발되고 있다. LRN 모형은 Jones and Launder⁽¹⁾에 의해 처음으로 개발되었으며, 그 후 LRN모형의 예측성능이 Patel *et al.*⁽²⁾에 의해 고찰된 바가 있고, 기존의 난류모형의 소산율방정식에서 무시되었던 항들에 대한 모형화가 Hanjalic and Launder⁽³⁾에 의해 수행되었다. Myong⁽⁴⁾과 Nagano and Tagawa⁽⁵⁾는 보다 이론적인 방법으로 LRN모형을 개발하였으며, 원관난류유동에서 이들의 계산결과는 실험결과와 좋은 일치율을 보였다. 그러나, Patel *et al.*,⁽²⁾ Myong⁽⁴⁾ 및 Nagano and Tagawa⁽⁵⁾들이 개발한 LRN 모형의 검증용으로 사용한 Laufer⁽⁶⁾의 소산율측정결과는 직접수치모사(Direct Numerical Simulation, 이후 DNS로 표기)

의 결과와 비교한 결과, 오차가 있음이 확인되었다. 따라서, 난류모형은 DNS의 결과 혹은 여타의 가능한 정보에 의해 개선될 필요성이 생겼다.

DNS는 모형을 사용하지 않고 직접 유동장을 해석하므로 정확성 면에서 타당한 방법으로 인정되고 있다. 그러나 이 방법은 아주 간단한 유동장의 계산에 있어서도 많은 계산시간과 용량이 필요하여 실제 공학문제에 적용하기에는 아직 부적절하다. 현재까지 DNS방법으로 완전발달유동장에 대해 계산된 대표적인 결과로는 평행평판 유동장,^(7,8) 평판 경계층유동장⁽⁹⁾에 대한 계산결과가 있다. 앞에서 언급된 문제를 해결하기 위해 DNS의 결과를 이용한 난류모형의 개선 노력이 새로이 시도되고 있는데 DNS자료에 의해 개발된 대표적인 난류모형으로 Rodi and Mansour,⁽¹⁰⁾ Nagano and Shimada⁽¹¹⁾ 그리고 신종근과 최영돈⁽¹²⁾ 등의 것이 있다. Rodi and Mansour⁽¹⁰⁾는 기존의 난류모형에서 무시되었던 항들을 고려하기 위해 소산율방정식의 소멸항의 감쇄함수를 수정하고 와점성 감쇄함수에 대하여는 DNS의 결과를 곡선점합(curve fitting)에 의해 구하였다. 본격적인 연구는 Nagano and Shimada⁽¹¹⁾와 신종근외⁽¹²⁾에 의해 수행되었다. Nagano and Shimada모형⁽¹¹⁾(이후 NS모형이라함)은 Rodi and Mansour⁽¹⁰⁾의 모형을 기초로하고, Rodi and Mansour⁽¹⁰⁾의 모형에서 고려되지 않았던 난류확산항과 압력확산항들까지 모형화하였으며, 신종근외⁽¹²⁾는 Nagano and Shimada⁽¹¹⁾의 방법과는 달리 소산율방정식의 모든 항들을 각각 모형화하였다. 그러나, 이들 모형은 모형을 개발할 때 기준으로 사용한 $Re_\tau = 395$ 일 때의 DNS결과⁽⁷⁾와는 좋은 일치를 보였으나, 레이놀즈수가 작은 $Re_\tau = 180$ 의 경우는 DNS결과⁽⁷⁾와 차이를 보였다. 이는 이들의 모형이 유동장의 물리적인 특성을 고려하기 보다는 주로 $Re_\tau = 395$ 의 DNS결과를 곡선점합(curve fitting)하여 이루어졌기 때문에 레이놀즈수가 낮은 $Re_\tau = 180$ 의 난류유동장을 제대로 예측하지 못하는 것으로 판단된다. 따라서, 이들의 모형에 레이놀즈수의 변화에 따른 영향이 고려되어야 하지만, 모형식의 형태가 매우 복잡하기 때문에 레이놀즈수에 따른 수정이 어렵다.

앞서 언급한 바와 같이 기존의 LRN모형은 가장 간단한 완전발달 난류유동 예측에서도 실험 및 DNS결과와 차이를 보인다. 이러한 단점들을 개선하기 위하여 본 연구에서는 완전발달유동장에 대하

여 문제점이 많은 소산율방정식과 경험적으로 제안되는 감쇄함수를 유동장의 물리적인 특성을 고려하여 모형화하고 다양한 레이놀즈수와 유동조건에서도 일반적으로 적용이 가능한 난류모형을 개발하였다.

2. 수정난류모형

2.1 지배방정식

비압축성, 정상 난류유동장에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

연속방정식 :

$$U_{i,i}=0 \quad (1)$$

운동량방정식 :

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho}P_{,i} + \nu U_{i,jj} - \overline{(u_i u_j)_{,j}} \quad (2)$$

난류전단응력 :

$$-\overline{u_i u_j} = \nu_t (U_{i,j} + U_{j,i}) - (2/3) \delta_{ij} k \quad (3)$$

와점성계수 :

$$\nu_t = C_\mu f_\mu k^2 / \epsilon \quad (C_\mu = 0.09) \quad (4)$$

난류운동에너지 k :

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k + T_k + \Pi_k + D_k - \epsilon \quad (5)$$

소산율방정식 ϵ :

$$\frac{D\epsilon}{Dt} = P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2} + P_{\epsilon 3} + P_{\epsilon 4} + T_\epsilon + \Pi_\epsilon + D_\epsilon - \Gamma \quad (6)$$

식 (6)은 소산율정의를 의해 유도되어지는 소산율에 대한 엄밀방정식인데, 이 식에는 여러 가지 미지항들이 포함되어 있으므로 이들에 대한 모형화가 필요하다. Nagano and Shimada⁽¹¹⁾는 소산생성항 $P_{\epsilon 1}, P_{\epsilon 2}, P_{\epsilon 4}$ 과 소산소멸항 Γ 를 기존의 LRN모형과 유사하게 다음의 식 (7)과 같이 모형화하였으며, 그외의 항인 난류확산항 T_ϵ 과 압력확산항 Π_ϵ 에 대하여도 모형화를 시도하였다.

$$P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2} + P_{\epsilon 4} - \Gamma = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

위식 좌변의 4개 항들의 분포를 나타내기 위해서 Nagano and Shimada⁽¹¹⁾는 매우 경험적이고 복잡한 f_2 함수를 이용하였다. 한편 신중근과 최영돈⁽¹²⁾은 식 (6)의 각각의 항들에 대해 DNS결과와 일치하게 모형화하였지만, 여러 가지 감쇄함수를 사용하여 모형화하였기 때문에 결과식이 너무 복잡하

다. 이에 본 연구에서는 모형을 간단히 하기 위하여 우선 $P_{\epsilon 4}, \Gamma$ 에 대하여는 기존의 LRN모형의 형태와 동일하게 다음의 식 (8)과 같이 모형화하였다.

$$P_{\epsilon 4} = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} P_k, \quad \Gamma = C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \quad (8)$$

위에서 모형상수는 기존에 사용되는 $C_{\epsilon 1}=1.45, C_{\epsilon 2}=1.90$ 이며, f_2 는 2.2.3절의 식 (28)과 같다. 그러나, 식 (8)의 $P_{\epsilon 4}$ 와 Γ 는 등방성 유동장에 대하여 제안된 모형식으로 벽면부근에서는 DNS의 결과와 차이가 발생한다는 것이 Rodi and Mansour⁽¹⁰⁾의 연구에서 확인되었다. 따라서, 식 (8)은 벽면부근의 비등방성에 의한 소산율방정식의 생성항의 분포를 적절하게 표현하지 못하므로, 정확한 소산율예측을 위한 소산소멸추가항 ξ 가 필요하다. ξ 항을 포함하여 본 연구에서는 다음의 식 (9)와 같이 소산율방정식을 모형화하였다.

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & C_{\epsilon 1} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} + P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2} + P_{\epsilon 3} \\ & + T_\epsilon + \Pi_\epsilon + D_\epsilon + \xi \end{aligned} \quad (9)$$

위식에서 소산생성항 $P_{\epsilon 1}, P_{\epsilon 2}, P_{\epsilon 3}$ 역시 본 연구에서 새롭게 모형화될 항들이다.

2.2 소산율방정식에 대한 수정

2.2.1 평균속도구배에 의한 소산생성항 $P_{\epsilon 1}, P_{\epsilon 2}$ 에 대한 모형화

본 연구에서는 평균 속도에 의한 생성항 $P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2}$ 에 대한 소산생성항 $P_{\epsilon 4}$ 의 비를 Tennekes and Lumley⁽¹³⁾의 크기해석(Magnitude analysis)방법을 이용하여 다음의 식 (10)으로 나타내었다.

$$\frac{P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2}}{P_{\epsilon 4}} = O\left[\frac{S}{(\epsilon/\nu)^{1/2}} \frac{1}{Re_t^{1/2}}\right] \quad (10)$$

위식의 $P_{\epsilon 4}$ 에 식 (8)를 대입하면 $P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2}$ 는 다음과 같이 모형화할 수 있다.

$$P_{\epsilon 1} + P_{\epsilon 2} = C'_\beta \beta f_\beta C_{\epsilon 1} P_k \frac{\epsilon}{k} \quad (11)$$

식 (11)에서 C'_β 는 모형상수이며 f_β 는 $1/Re_t^{1/2}$ 의 영향을 반영하는 감쇄함수이고, β 는 평균유동장의 시간척도 S 에 대한 난류유동장의 시간척도 $(\epsilon/\nu)^{1/2}$ 의 비를 나타내는 변수이다. 그런데, 완전발달유동장에서는 평균변형률 S 가 $S = dU/dy$ 이므로 β 는 식 (12)로 제시할 수 있다.

$$\beta = \frac{S}{(\varepsilon/\nu)^{1/2}} = \frac{dU/dy}{(\varepsilon/\nu)^{1/2}} \quad (12)$$

식 (11)로 제안된 생성항 $P_{e1} + P_{e2}$ 에 대한 모형을 완성시키기 위해서는 모형상수 C'_β 를 결정하여야 한다. 이것은 $P_{e1} + P_{e2}$ 의 벽면분포로부터 결정된다. 모형화된 $P_{e1} + P_{e2}$ 의 벽면분포는 식 (11)의 모형화에 포함된 β , 생성항 P_k , 소산율 ε 그리고 난류 운동에너지 k 에 대한 벽면분포로부터 결정된다. 벽면근처에서 무차원화된 난류항들 및 생성항은 Chapman and Kuhn⁽¹⁴⁾에 의하면 벽면무차원거리 y^+ 의 함수로 전개된다.

$$\begin{aligned} U^+ &= U/u_\tau = y^+ + O(y^{+2}) \\ k^+ &= k/u_\tau^2 = a_k y^{+2} + b_k y^{+3} + O(y^{+4}) \\ \varepsilon^+ &= \varepsilon/u_\tau^3 = 2a_\varepsilon + 4b_\varepsilon y^+ + O(y^{+2}) \\ \overline{uv}^+ &= \overline{uv}/u_\tau^2 = a_{uv} y^{+3} + b_{uv} y^{+4} + O(y^{+5}) \end{aligned} \quad (13)$$

그리고, 난류생성항 P_k 는 정의식에 따라 다음과 같이 표현된다.

$$P_k^+ = \frac{P_k}{u_\tau^2 \nu} = \overline{uv}^+ \frac{dU^+}{dy^+} = a_{uv} y^{+3} + O(y^{+4}) \quad (14)$$

식 (13), (14)를 식 (11)에 대입하면 모형화된 $P_{e1}^+ + P_{e2}^+$ 의 벽면분포는 다음의 식 (15)와 같다.

$$P_{e1}^+ + P_{e2}^+ = C_\beta \beta f_\beta C_{e1} (2a_{uv} y^+ + O(y^{+2})) \quad (15)$$

한편 모형화가 되기 전의 변동속도의 함수로 표시된 P_{e1} , P_{e2} 를 Taylor 급수전개한 Mansour *et al.* (7)의 연구결과를 이용하면 모형화되기 전의 $P_{e1}^+ + P_{e2}^+$ 의 분포를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} P_{e1}^+ &= 4a_{uv} y^+ + O(y^{+3}) \\ P_{e2}^+ &= 4C y^{+2} + O(y^{+3}) \quad (C: 상수) \\ P_{e1}^+ + P_{e2}^+ &= 4a_{uv} y^+ + 4C y^{+2} + O(y^{+3}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (15)와 (16)은 동일한 $P_{e1}^+ + P_{e2}^+$ 의 벽면분포를 유도한 것이므로 y^+ 의 항들의 계수들은 동일해야 한다. 따라서, y^+ 의 1차항들을 계수비교하면 모형상수들에 대한 식 (17)이 유도된다.

$$C'_\beta \beta f_\beta C_{e1} = 2 \quad (17)$$

$C_{e1} = 1.45$ 였으므로, 모형상수 C'_β 는 식 (17)에 의해 벽면부근에서 β 와 감쇄함수 f_β 의 값을 대입함으로써 결정할 수 있다. 감쇄함수 f_β 는 벽면부근에서 나타나는 생성항 $P_{e1} + P_{e2}$ 를 적절히 표현하기 위한 함수이다. $P_{e1} + P_{e2}$ 는 벽면부근에서만 존재하고 벽면에서 떨어진 대수영역에서는 소멸되어야 함

으로 감쇄함수 f_β 를 지수함수로 표현하면 식 (18)과 같이 나타낸다.

$$f_\beta = \exp[-(Re_t / C_{f\beta})^2] \quad (18)$$

식 (18)의 모형상수 $C_{f\beta}$ 는 대수영역에서 이 항이 사라져야 된다는 조건 ($f_\beta \approx 0$)과 DNS결과로부터 구한 Re_t 를 대입하여 $C_{f\beta} \approx 120$ 값을 구할 수 있다.

또한, 식 (13)을 이용하여 식 (12)를 정리하면 β 는 다음의 식 (19)로 표시되어 벽면소산율 ($\varepsilon_w^+ = 2a_\varepsilon$) 값의 함수로 표시된다.

$$\beta = \frac{dU^+/dy^+}{\varepsilon^{+1/2}} = \frac{1}{\sqrt{2a_\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_w^+}} \quad (19)$$

$Re_\tau = 395$ 의 DNS결과와 $\varepsilon_w^+ (= 0.22081)$ 를 식 (19)에 대입하여 구한 β 와 벽면에서 $f_\beta = 1$ 를 식 (17)에 대입하면 모형상수 C'_β 의 값은 $C'_\beta \approx 0.65$ 로 결정된다.

2.2.2 소산소멸추가항 ε

Rodi⁽¹⁵⁾는 고레이놀즈수 영역인 등방성유동장에 대한 에너지스펙트럼방정식으로부터 소산율방정식을 유도하였으며 이 소산율방정식은 현재 $k-\varepsilon$ 모형의 소산율방정식의 기본형태로 사용되고 있다. 그러나, 저레이놀즈수 영역에서는 고레이놀즈수영역과는 달리 난류유동이 비등방성 특성을 나타냄으로 이 영역에서는 Rodi⁽¹⁵⁾의 소산율방정식은 적합하지 않다. 따라서 본 연구는 에너지스펙트럼방정식으로부터 비등방성 유동장을 고려할 수 있는 추가항을 제안한다. 비등방성난류유동장에서의 에너지스펙트럼방정식은 식 (20)으로 제시된다.⁽¹⁶⁾

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} E(k, t) + \varepsilon(k, t) \frac{dU}{dy} \\ \frac{\text{난류생성항}}{\text{소산율항}} \\ = F(k, t) - 2\nu k^2 E(k, t) \quad (k: \text{파동수}) \end{aligned} \quad (20)$$

위에서 E 는 에너지스펙트럼, F 는 전달스펙트럼 (transfer-spectrum)이며, ε 는 다음과 같이 표시되며, 첨자 1, 2는 좌표방향을 나타낸다.

$$\varepsilon = 2\pi k^2 \left[2(E_{1,2})_{av} - (k_1 \frac{\partial E_{i,i}}{\partial k_2})_{av} \right] \quad (21)$$

Hinze⁽¹⁶⁾에 의하면 비등방성유동장에서 전달스펙트럼 F 의 변화는 거의 없다. 따라서, 식 (20)에서 에너지스펙트럼의 시간에 대한 변화율이 일정할 경

우에 다음의 식 (22)와 같이 표시되어 난류생성의 증가에 따라 소산율이 증가한다.

$$-2\nu k^2 E(k, t) \propto \mathcal{E}(k, t) \frac{dU}{dy} \quad (22)$$

소산율 ϵ 은 $\epsilon = 2\nu \int_0^\infty k^2 E dk$ 가 성립하므로 식 (20)에 파동수(wave number) $2\nu k^2$ 을 곱하고 k 에 대하여 0에서 ∞ 까지 적분하면 비등방성에 대한 소산율방정식에 구해진다.

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = 2\nu \int_0^\infty k^2 F dk - 4\nu^2 \int_0^\infty k^4 E dk$$

$$\frac{-2\nu \frac{dU}{dy} \int_0^\infty k^2 \mathcal{E} dk}{\text{소산소멸항}} \quad (23)$$

$$\frac{\text{소산생성추가항}}{\text{소산생성추가항}}$$

식 (23)의 우변 세 번째항인 소산생성추가항은 에너지스펙트럼의 관계식으로부터 다음의 식 (24)로 정리된다.⁽¹⁶⁾

$$-2\nu \frac{dU}{dy} \int_0^\infty k^2 \mathcal{E} dk = -4\pi\nu \frac{dU}{dy} \int_0^\infty k^4 (E_{1,2})_{av} dk$$

$$= 2\nu \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_j} \frac{dU}{dy} \quad (24)$$

이 소산생성추가항은 난류유동장의 비등방성에 의해 발생하는 양의 크기를 가지는 항으로 벽면부근에서 소산율의 부가적인 생성을 나타낸다. 한편, 식 (23)의 소산소멸항은 식 (20)의 소산율 항에 가중치 $2\nu k^2$ 이 곱해진 것이다. 비등방성유동장에서 난류생성항은 증가하므로 식 (22)에서 소산율도 증가하게 된다. 소산율의 증가에 의해 소산소멸항이 증가하며, 이 증가량은 난류생성항에 $2\nu k^2$ 를 곱한 것을 적분한 식 (24)의 소산생성추가항의 증가량에 비례함을 알 수 있다. 벽면부근에서의 난류유동장은 비등방성이며 이에 따른 소산율분포를 정확히 예측하기 위해서는 소산소멸추가항이 고려되어야 한다. 따라서, 2.1절에서 언급되었듯이 본 연구에서 소산소멸추가항 ξ 가 도입되었으며 이 항은 소산생성추가항에 비례상수를 곱한 다음의 식 (25)로 표현될 수 있다.

$$\xi = -C_\epsilon 2\nu \frac{\partial u}{\partial x_j} \frac{\partial v}{\partial x_j} \frac{dU}{dy} \quad (25)$$

식 (25)로 제시된 추가항 ξ 는 소산율텐서 $\epsilon_{ij} = -2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}$ 와 속도구배의 곱의 형태이며,

벽면에서 0이 된다. 그러나, $k-\epsilon$ 모형에서는 소산율텐서를 구하지 못하므로 벽면에서 0의 값을 가지면서 소산율텐서를 나타낼 수 있는 가소산율 $\tilde{\epsilon}$ 을 사용하여 다음의 식 (26)과 같이 모형화하였다.

$$\xi = -C_\epsilon \tilde{\epsilon} \frac{dU}{dy} \quad (26)$$

모형항의 모형상수 C_ϵ 를 변화시키면서 수치해석한 결과, $C_\epsilon = 0.35$ 일 때 DNS결과와 잘 일치하였다. 또한, 소산소멸추가항은 벽면근방에서만 존재하므로 벽면에서 떨어진 대수영역에서는 사라져야 한다. 따라서, 2.2.1절에서 사용한 감쇄함수 f_β 를 동일하게 사용하였으며 최종적인 추가소멸항의 형태는 다음의 식 (27)과 같이 표현하였다.

$$\xi = -0.35 \tilde{\epsilon} \frac{dU}{dy} \exp\left[-\left(\frac{Re_t}{120}\right)^2\right] \quad (27)$$

2.2.3 그외 항들의 모형화

$P_{\epsilon 3}$ 는 벽면부근에서 $P_{\epsilon 1}, P_{\epsilon 2}, P_{\epsilon 4}$ 등의 다른 생성항들과는 다른 분포를 보임으로 독립적인 모형화가 필요하다. Rodi and Mansour,⁽¹⁰⁾ Nagano and Shimada,⁽¹¹⁾ 신종근과 최영돈⁽¹²⁾모형에서 이에 대한 모형화가 이뤄졌다. Rodi and Mansour⁽¹⁰⁾의 $P_{\epsilon 3}$ 모형은 최대치 및 최소치를 과도하게 예측하고 있었으므로 이 단점을 개선하기 위하여 본 연구에서는 가중치 0.8을 곱하여 $P_{\epsilon 3}$ 를 수정하였다. 한편, 소산율 소멸항 Γ 의 감쇄함수 f_2 에 대해서는 다음식으로 표시되는 Nagano and Shimada⁽¹¹⁾ 모형의 감쇄함수 식 (28)를 사용하였다.

$$f_2 = [1 - 0.3 \exp[-(Re_t/6.5)^2]] \cdot [1 - \exp(-y^+/6)]^2 \quad (28)$$

난류확산항, 압력확산항도 벽면부근에서는 무시할 수 없다. 난류확산항은 Nagano and Shimada 모형⁽¹¹⁾의 확산항이 너무 느리게 감소함으로 지수를 0.75에서 1.0으로 조정하여 다음의 식 (30)과 같이 모형화하였고, 압력확산항에 대하여는 간단하면서 DNS결과와 비교적 좋은 일치를 보이는 Nagano and Shimada 모형⁽¹¹⁾의 압력확산항 식 (32), (33)을 사용하였다.

난류확산항 :

$$T_\phi = [\nu_t / \sigma_\phi \phi_{,i}]_{,j} \quad (29)$$

$$\sigma_\kappa = \frac{1.2}{1 + 3.5 \exp[-(Re_t / C_{fs})^{1.0}]} \quad (30)$$

$$\sigma_\varepsilon = \frac{1.3}{1.2} \sigma_k \quad (31)$$

압력 확산항 :

$$\Pi_k = -\left(0.5 \nu f_{wk} \frac{k}{\varepsilon}, j\right), j \quad (32)$$

$$\Pi_\varepsilon = \left(0.5 \nu f_{wk} (1 - f_{wk}) \frac{\varepsilon}{k}, j\right), j \quad (33)$$

단, $C_{f\sigma} = 100$, $f_{wk} = \exp[-(\chi^-/9)^2]$ 이다.

2.3 와점성계수 감쇄함수 f_μ 의 수정

식 (4)의 와점성계수 ν_t 에 포함된 감쇄함수 f_μ 는 벽면부근에서의 와점성계수와 속도분포를 정확하게 예측하는데 중요한 함수이다. Myong⁽⁴⁾이나 Nagano and Tagawa⁽⁵⁾는 f_μ 를 이론적인 근거에 의해 모형화를 시도하였으나, 이들의 f_μ 함수는 원관유동장의 실험결과나 평행평판 DNS결과와 차이를 보였으므로 이에 대한 보완이 필요하다.

와점성계수는 차원해석의 결과로서 다음 식 (34)⁽⁴⁾와 같이 가정된다.

$$\nu_t = C_{eddy} \sqrt{k} L_a f_a \quad (34)$$

위 식에서 f_a 는 감쇄를 나타내는 함수이고, L_a 는 소산율을 나타내는 길이척도이며 벽면에서 떨어진 코레이놀즈수영역에서의 길이척도 L_{ah} 와 저레이놀즈수영역에서의 길이척도 L_{al} 로 구분된다. L_{ah} 는 일반적으로 다음과 같이 표현한다.

$$L_{ah} = C_{ah} k^{3/2} / \varepsilon \quad (35)$$

L_{al} 은 벽면부근의 유동장에 관계하므로 이 유동장에서의 주요 변수들의 차원해석방법으로 유도될 수 있으며 변수들의 선택에 따라 두가지의 길이척도가 가능하다. Myong⁽⁴⁾은 저레이놀즈수영역의 길이척도 L_{al} 으로써 $\sqrt{\nu k} / \varepsilon$ 를 사용하고, Nagano and Tagawa⁽⁵⁾는 Kolmogorov 길이척도 $\eta = (\nu^3 / \varepsilon)^{1/4}$ 를 사용하였다. 그러나, 벽면에 매우 인접한 지역에서는 난류운동에너지 k 가 무시될 만큼 작아서 벽면부근의 유동장을 나타내는 중요변수가 되지 못하므로 L_{al} 으로써 k 를 포함하지 않은 η 를 사용하는 것이 적절하며, 벽면에서 이보다 좀더 떨어진 영역에서는 $\sqrt{\nu k} / \varepsilon$ 를 사용하는 것이 타당하다. 그러므로, 본 연구에서는 L_{al} 으로써 벽면에 매우 인접한 지역 ($y^+ \ll 2 \sim 3$)에서는 Kolmogorov 길이척도 η 가 되고 벽면에서 이보다 떨어진 영역 ($y^+ \gg 2 \sim 3$)에서는 Myong⁽⁴⁾에 의한 길이척도 L_{al} 이 되도록 하였다. 그 결과는 다음의 식 (36)과 같이 나타낼

수 있다.

$$L_{al} = C_{al} \sqrt{\frac{\nu k}{\varepsilon \tanh(Re_t^{1/4} / C_{al})}} \quad (36)$$

Myong⁽⁴⁾은 소산율특성길이를 L_{ah} 와 L_{al} 의 단순한 합의 함수로 가정하였으나, 본 연구에서 제안한 식 (36)의 L_{al} 을 사용할 경우 벽면에서 충분히 떨어진 영역에서 L_{al} 이 충분히 감소되지 못하여 $L_a \approx L_{ah}$ 의 관계가 성립되지 않았다. 따라서, 본 연구에서는 단순한 합의 함수가 아닌 4차의 보간함수를 사용하여 다음의 식 (37)로 표현하였다.

$$L_a = (L_{al}^4 + L_{ah}^4)^{1/4} \quad (37)$$

식 (35), (36)를 위 식에 대입하면 소산율특성길이 L_a 는 다음과 같이 표시된다.

$$L_a = C_{ah} \frac{k^{3/2}}{\varepsilon} \left[\left(\frac{C_1}{Re_t^{1/2} \tanh(Re_t^{1/4} / C_{al})} + 1 \right)^4 + 1 \right]^{1/4} \quad (38)$$

윗식을 식 (34)에 대입하고 그 식의 형태를 와점성 식 (4)와 비교하면 감쇄함수 f_μ 가 결정된다. 여기서, 모형상수 C_μ 는 $C_{eddy} \cdot C_{ah}$ 와 같다.

$$f_\mu = \left[\left(\frac{C_1}{Re_t^{1/2} \tanh(Re_t^{1/4} / C_{al})} + 1 \right)^4 + 1 \right]^{1/4} \cdot f_a \quad (39)$$

다음에 벽면부근에서 난류항들의 분포로부터 감쇄함수 f_a 를 모형화한다. 식 (4)의 난류항 ν_t, k, ε 은 무차원거리 y^+ 가 작다는 조건으로부터 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \nu_t^+ &= \frac{\overline{uv}}{dU/dy} \propto y^{+3} \\ k^+ &\propto y^{+2} \\ \varepsilon^+ &\approx \varepsilon_w^+ \quad (\text{at wall}) \end{aligned} \quad (40)$$

윗식을 식 (4)에 대입하면 f_μ 는 벽면부근에서 $1/y^+$ 에 비례하는 분포를 가진다. 그런데, 식 (39)의 우변의 괄호에 포함된 항은 $1/y^{+3}$ 의 분포이므로 f_μ 함수의 $1/y^+$ 분포에 맞추기 위해서 f_a 는 y^{+2} 의 함수이어야 하며 다음의 식 (41)과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_a = 1 - \exp[-(y^+ / C_{fa})^2] \quad (41)$$

감쇄함수 f_a 는 저레이놀즈수영역을 표현하기 위한 함수이므로 대수영역 ($y^+ \geq 100$)에서는 1이 되어야 하고 이로부터 $C_{fa} \approx 41$ 로 결정된다.

식 (39)의 모형상수 C_1 , C_{at} 은 감쇄함수 f_μ 의 벽면분포에 의해 결정된다.

식 (4)에 따른 f_μ 의 분포는 식 (3), (4) 및 식 (13)으로부터 벽면부근에서 다음의 식 (42)와 같이 나타낼 수 있다.

$$f_\mu = \frac{\epsilon^+ \overline{uv}^+}{C_\mu k^{+2} dU^+/dy^+} = \frac{a_{uv} 2a_k}{C_\mu a_k^2} \frac{1}{y^+} + \dots \quad (42)$$

또한, 본 연구에서의 모형화된 f_μ 함수 식 (39)의 벽면분포를 구하기 위하여 Re_t 분포를 y^+ 의 함수로 전개하였다.

$$Re_t = \frac{k^{+2}}{\epsilon^+} = \frac{a_k}{2} y^{+4} + \dots = \frac{\epsilon_w^+}{4} y^{+4} + \dots \quad (43)$$

식 (39)에서의 쌍곡선점함수 및 식 (41)에서의 지수함수의 벽면거동으로부터 모형화된 f_μ 함수는 다음 식과 같이 유도된다.

$$f_\mu = \frac{C_1 \cdot C_{at}}{Re_t^{3/4}} \frac{y^{+2}}{C_{fd}^2} + \dots = \frac{C_1 \cdot C_{at}}{C_{fd}^2} \left(\frac{2}{a_k} \right)^{3/4} \frac{1}{y^+} + \dots \quad (44)$$

y^+ 로 전개된 식 (42)와 (44)는 동일하므로 모형상수의 곱인 $C_1 \cdot C_{at}$ 은 다음식과 같이 정해진다.

$$C_1 \cdot C_{at} = \frac{a_{uv} 2a_k}{C_\mu a_k^2} C_{fd}^2 \left(\frac{a_k}{2} \right)^{3/4} \quad (45)$$

윗식에서 a_k 와 a_{uv} 의 값은 DNS결과로부터 $Re_\tau = 395$ 일때 $C_1 \cdot C_{at} = 35$ 가 된다. 그러나, 벽면소산율($\epsilon_w^+ = 2a_k$)과 a_{uv} 는 레이놀즈수에 따라 변화하므로 $C_1 \cdot C_{at}$ 에 대한 레이놀즈수의 영향은 다음의 2.4절에서 고려한 후 C_1 , C_{at} 를 결정한다.

2.4 레이놀즈수의 영향

최근에 개발된 난류모형^(4,5,11,12)은 유동레이놀즈수($Re_\delta = U_m \delta / \nu$)가 높은 유동장에서는 실험결과나 DNS결과와 비교적 일치하는 경향을 보이지만, 낮은 레이놀즈수에서의 해석결과는 상당한 차이를 나타낸다. 2.3절에서 언급된 f_μ 의 모형상수 $C_1 \cdot C_{at}$ 은 DNS결과를 사용함으로써 Fig. 1과 같이 계산할 수 있다. 이 그림에 나타난 바와 같이 레이놀즈수에 따라 변화하며, 이에 대한 곡선점함식은 다음의 식 (46)과 같이 나타낼 수 있다.

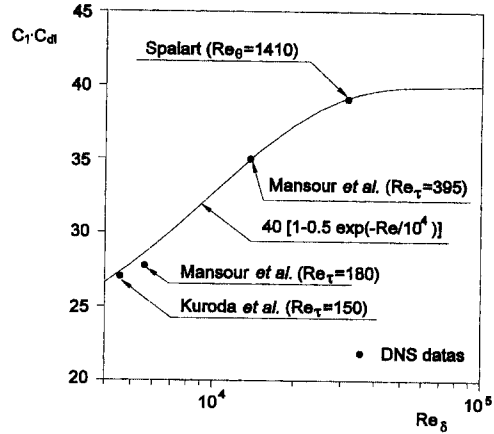


Fig. 1 $C_1 \cdot C_{at}$ distribution with respect to Re_δ .

$$C_1 \cdot C_{at} = 40 f_{re} \quad (46)$$

$$f_{re} = [1 - 0.5 \exp(-Re_\delta/10^4)] \quad (47)$$

식 (46)은 C_1 과 C_{at} 의 곱으로, 식 (39)의 모형 감쇄함수 f_μ 를 구하기 위해서는 C_1 과 C_{at} 의 값이 각각 구분되어 주어져야 한다. 그러나, 이들 두 모형상수를 구분할 수 있는 근거를 찾기가 어려우므로 본 연구에서는 편의상 Re_δ 를 포함하는 상수와 포함하지 않는 상수로 구분하여 다음과 같이 분리하였다.

$$C_1 = 4.0, \quad C_{at} = 10 f_{re} \quad (48)$$

모형상수 C_1 , C_{at} 과 더불어 Re_t 의 함수로 모형화된 본 모형의 감쇄함수 식 (18), (27)에서도 레이놀즈수 Re_δ 의 영향이 고려되어야 한다. 식 (43)에 제시된 바와 같이 Re_t 는 벽면소산율 ϵ_w^+ 의 함수이며, ϵ_w^+ 는 DNS의 결과로부터 역시 Re_δ 에 따라 식 (47)과 같이 변화함이 확인되었다. 그러므로, 동일한 y^+ 에 대해서 Re_δ 가 감소하면 ϵ_w^+ 도 감소하여 Re_t 의 값도 식 (47)과 같이 감소해야 한다. 그런데, $Re_\tau = 395$ 의 DNS결과로부터 구한 감쇄함수의 모형상수들이 낮은 레이놀즈수의 유동장을 해석할 때에도 사용되면 감쇄효과는 Re_t 가 감소함으로 상대적으로 증대되게 된다. 따라서, 적절한 감쇄효과를 기대하기 위해서는 모형상수도 식 (47)에 따라 변화하여야 한다. $Re_\tau = 395$ ($Re_\delta = 13750$)에서 결정된 모형상수와 임의의 레이놀즈수의 영향이 고려된 수정 모형상수(arbitrary value of Re_δ)는 Table 1과 같다.

Table 1 Constants variation with Re_δ .

	C_1	C_{dt}	$C_{f\beta}$	$C_{f\sigma}$
$Re_\delta=13750$	3.5	10	120	100
Arbitrary value of Re_δ	4.0	$10f_{Re}$	$140f_{Re}$	$120f_{Re}$

2.5 수정난류모형의 정리

2.2, 2.3절에서 유도된 모형에 2.4절의 레이놀즈 수의 영향을 고려한 본 연구의 수정난류모형을 완전발달 유동장에 대해 정리하면 다음과 같다.

k방정식 :

$$\frac{Dk}{Dt} = \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) k, y \right]_y + P_k - \epsilon - 0.5 \left[\nu f_{wk} \frac{k}{\epsilon} \epsilon, y \right]_y \quad (49)$$

ϵ 방정식 :

$$\begin{aligned} \frac{D\epsilon}{Dt} = & \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \epsilon, y \right]_y + C'_{\epsilon 1} P_k \frac{\epsilon}{k} - C_{\epsilon 2} f_2 \frac{\epsilon^2}{k} \\ & - 0.35 \tilde{\epsilon} \frac{dU}{dy} f_\beta + 0.5 \left[\nu f_{wk} (1 - f_{wk}) \frac{\epsilon}{k} k, y \right]_y \\ & + 0.8 \left[\nu \nu_t (U, y)^2 + 0.006 \nu \frac{k}{\epsilon} k, y U, y U, y \right] \end{aligned} \quad (50)$$

f_μ 함수 :

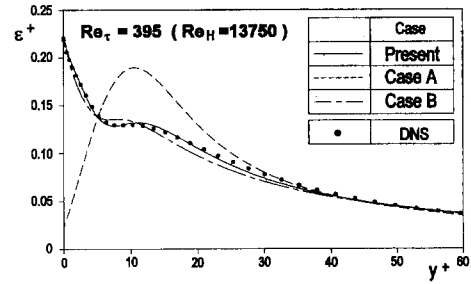
$$f_\mu = \left[\left(\frac{4.0}{Re_t^{1/2}} \frac{1}{\tanh(Re_t^{1/4}/C_{dt})} \right)^4 + 1 \right] \cdot [1 - \exp(- (y^+/41)^2)] \quad (51)$$

위에서 사용된 감쇄함수와 모형상수는 다음과 같다.

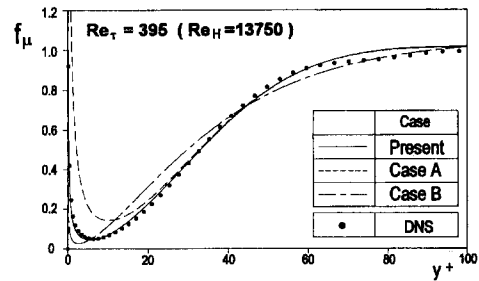
$$\begin{aligned} \sigma_k &= \frac{1.2}{1 + 3.5 \left[- (Re_t/C_{f\sigma}) \right]}, \quad \sigma_\epsilon = \frac{1.3}{1.2} \sigma_k \\ C'_{\epsilon 1} &= 1.45 (1 + 0.65 \beta f_\beta), \quad C_{\epsilon 2} = 1.90 \\ f_\beta &= \exp[- (Re_t/C_{f\beta})^2] \\ C_{f\beta} &= 140 f_{Re}, \quad C_{f\sigma} = 120 f_{Re}, \quad C_{dt} = 10 f_{Re} \\ f_{Re} &= [1 - 0.5 \exp(-Re_\delta/10^4)] \end{aligned} \quad (52)$$

3. 수치해석기법

본 연구에서는 완전발달유동장에 대한 지배방정식을 유한체적법을 이용하여 차분화하고, 이를 TDMA를 이용하여 수치해석하였다. 경계조건으로 유동중심에서는 y 에 대한 구배가 0이며, 벽면에서는 점착조건을 사용하였다. 벽면에서의 소산율 ϵ_w 는 Chapman and Kuhn⁽¹⁴⁾에 의해 제안된 다음의



(a) Dissipation rates



(b) Damping functions of eddy viscosity

Fig. 2 Evaluation of modified ϵ , f_μ function.

소산율경계 조건식 식 (53)을 사용하였다.

$$\epsilon_w = \frac{4\nu k_1}{y_1^2} - \epsilon_1 \quad (53)$$

위식에서 아래첨자 1은 벽면에서의 첫 번째 격자점을 나타낸다. 이 경계조건은 벽면에서의 첫 번째 격자위치에 따라 벽면소산율의 예측에 차이가 발생함으로 본 연구에서는 $y_1^+ = 0.1$ 로 하였다. 격자계는 격자간의 간격이 벽면에서 멀어질수록 증가하게 하였으며, 격자수를 374개에서 65개까지 변화시켜 계산하였을 때 이에 따른 결과의 차이는 없었다.

4. 결과 및 고찰

4.1 수정항들의 검증

소산율방정식 (6)에 대한 본 연구의 모형식 (50)의 타당성과 외점성감쇄함수 f_μ 의 타당성을 검증한다. 먼저 식 (50)의 타당성을 확인하기 위해 소산율방정식으로써 본 연구의 결과인 식 (50)과 Nagano and Tagawa의 소산율방정식의 모형식⁽⁵⁾을 이용하여 소산율 ϵ^+ 를 계산하였다. 이때 외점성감쇄함수 f_μ 는 본 연구에서 모형화된 식 (51)을

공통으로 사용하였다. 그 결과는 Fig. 2(a)에 제시되어 있으며, 여기서 Present는 본 연구에서 모형화된 식 (50)과 식 (51)을 사용했을 때의 결과이며, Case A는 식 (50)대신 Nagano and Tagawa의 소산율방정식과 본 연구의 식 (51)을 사용했을 때의 결과이다. 도시된 바와 같이 Present의 결과가 벽면에서 최대치를 갖고 점차 감소하는 DNS결과를 잘 묘사하고 있다. 이는 소산율방정식에 대한 본 연구의 모형화가 적절함을 의미한다.

한편, 와점성감쇄함수 f_μ 의 모형화의 타당성을 보기위해 소산율방정식은 동일한 식 (50)를 사용하고 f_μ 는 본 연구에서의 모형식 (51)을 사용했을 경우(Present)와 Nagano and Tagawa의 f_μ 모형식⁽⁵⁾를 사용했을 경우(Case B)에 대하여 수치계산을 수행하였으며 계산결과는 Fig. 2(a)에 도시되어 있다. 두 결과는 DNS결과와 상당히 좋은 일치를 보

이고 있으나, 특히 Present가 보다 나은 결과를 예측하고 있다. 따라서 본연구의 f_μ 에 대한 모형화가 적절히 수행되었음을 알 수 있다. 이 사실은 f_μ 의 계산결과를 나타낸 Fig. 2(b)에서도 확인할 수 있는데, Present의 결과가 다른 경우에 비하여 DNS결과와 잘 일치하고 있다.

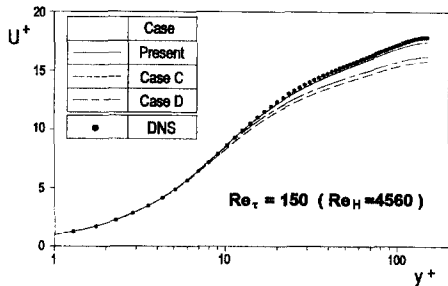
이상의 수치계산으로부터 본 연구의 소산율방정식 식 (50)과 f_μ 에 대한 모형화 식 (51)이 적절하게 수행되었음을 알 수 있으며 최근의 Nagano and Shimada와 신종근과 최영돈이 사용한 여러 가지 곡선접합식들을 사용하지 않고서도 NT모형이 예측하지 못한 DNS의 소산율분포를 정확히 예측할 수 있었다.

Table 2는 위에서 언급한 모형식의 조합을 요약하여 나타낸 것이다.

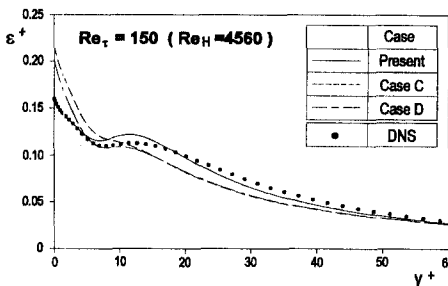
Table 2 List of Test case.

Case	f_μ Function	ϵ Equation
Present	Eq. (51)	Eq. (50)
Case A	Eq. (51)	NT Model
Case B	NT Model	Eq. (50)

Fig. 3은 Table 1에 제시된 레이놀즈수의 영향을 고려한 모형상수의 수정의 타당성을 확인한 것으로 수정이 없는 Case C(Table 1의 상단)와 f_μ 함수의 C_1 , C_{at} 두개만을 수정한 Case D(Table 1의 하단)와 모든 상수를 수정한 Present의 결과(Table 1의 하단)가 DNS결과와 비교되어 있다. Fig. 3(a)의 U^+ 와 Fig. 3(b)의 ϵ^+ 의 어느 경우에 대해서나 Present의 결과가 DNS결과와 좋은 일치를 보이고 있다.



(a) Mean velocities



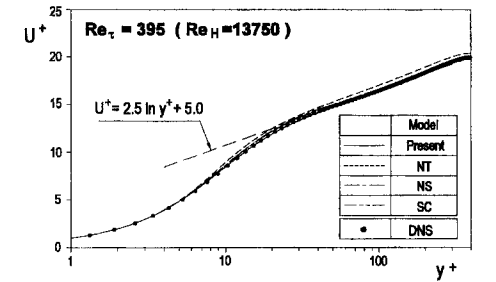
(b) Dissipation rates

Fig. 3 Verification in correction of Re's effect.

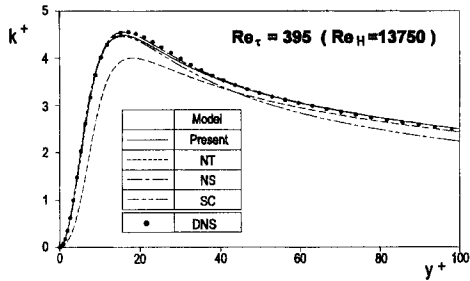
4.2 평행평판유동장에서의 적용

Fig. 4는 4.1절에서 검증된 본 연구의 모형과 Nagano and Tagawa⁽⁵⁾(NT), Nagano and Shimada⁽¹¹⁾(NS) 및 신종근과 최영돈⁽¹²⁾(SC)모형들을 평행평판 완전발달유동장에 적용한 해석결과를 DNS결과($Re_\tau=395$)와 비교한 것이다. 평균속도 U^+ 와 난류운동에너지 k^+ 에 대한 4가지 모형에 의한 예측결과는 많은 차이를 보이지 않으나 소산율 ϵ^+ 분포는 본 모형이 제대로 예측하고 있다. 또, 본 연구의 모형에 의한 k 방정식(식 (5))의 각 항들의 값이 DNS의 값들과 비교되어 Fig. 4(d)에 도시되어 있으며 좋은 일치를 보이고 있음을 알 수 있다.

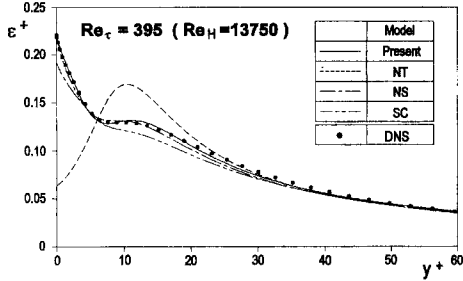
Fig. 5는 Fig. 4 보다 낮은 레이놀즈수 $Re_\tau=150$ 에서의 U^+ , k^+ 및 ϵ^+ 에 대한 해석결과를 DNS결과와 비교한 것이다. 본 모형은 레이놀즈수의 영향을 고려한 모형형태로서 다른 3가지 모형에 비하면 DNS와 좋은 일치를 보이고 있다. 그러나 본 모형의 결과를 DNS와 비교하면 y^+ 가 큰 유동중심부에



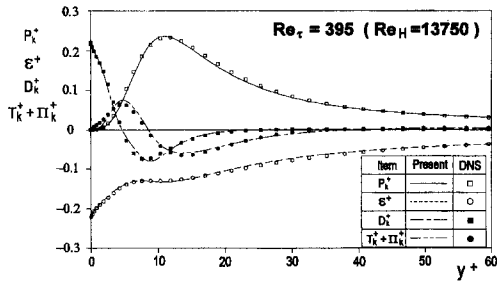
(a) Mean velocities



(b) Turbulent kinetic energies



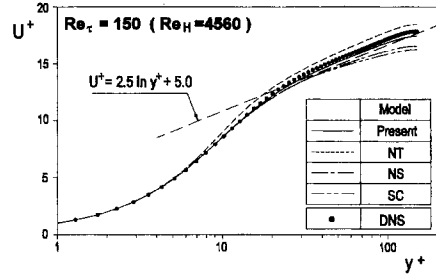
(c) Dissipation rates



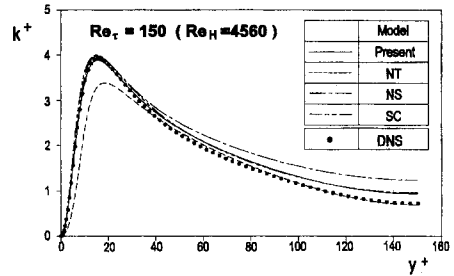
(d) Budget of k equation

Fig. 4 Comparison of results in channel flow ($Re_\tau = 395$).

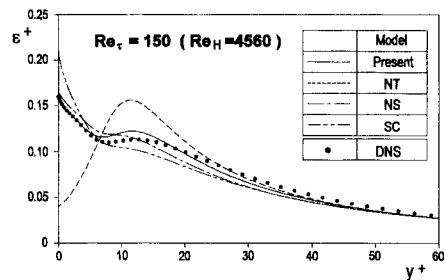
서 k 를 약간 과다하게 예측하며 $y^+ \approx 30$ 부근에서 소산율을 약간 낮게 묘사하는 것으로 나타나고 있다.



(a) Mean velocities



(b) Turbulent kinetic energies



(c) Dissipation rates

Fig. 5 Comparison of results in channel flow ($Re_\tau = 150$).

따라서, 레이놀즈수에 대한 수정은 DNS자료의 확보에 따라 앞으로도 개선되어야 할 여지는 있으나 본 모형에서 적용된 레이놀즈수 수정법이 대체로 적절함을 알 수 있다. 특히, 감쇄함수를 Re_τ 로 표현하고 있는 다른 모든 모형에 대하여도 본 연구에서 제안한 Re_τ 수정법을 적용하면 보다 나은 모형화가 될 수 있을 것이다.

Fig. 6은 3가지 레이놀즈수의 유동장의 해석결과를 DNS 및 실험결과와 비교한 것으로 이들과 좋은 일치를 보이고 있다.

4.3 원관유동의 적용

본 연구에서 제시된 난류모형은 평행평판에서의

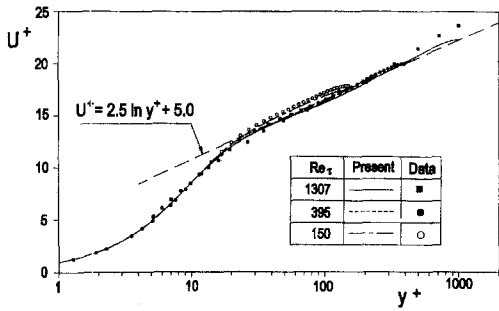
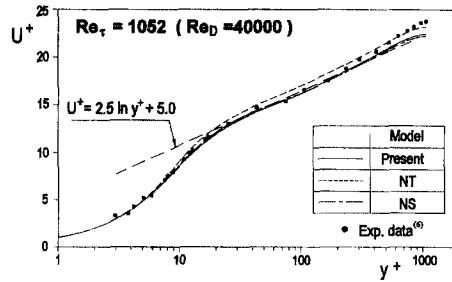
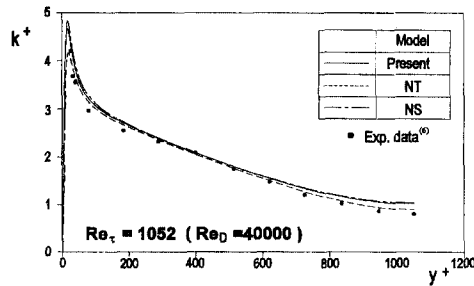


Fig. 6 Mean velocity distributions in channel flow with various Reynolds' number. (data, \blacksquare : Exp.,⁽¹⁷⁾ \bullet : DNS,⁽⁷⁾ \circ : DNS⁽⁸⁾).

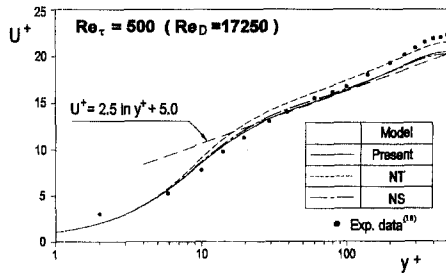


(a) Mean velocities

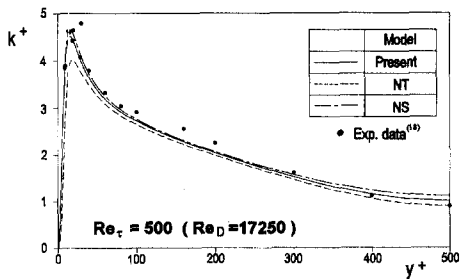


(b) Turbulent kinetic energies

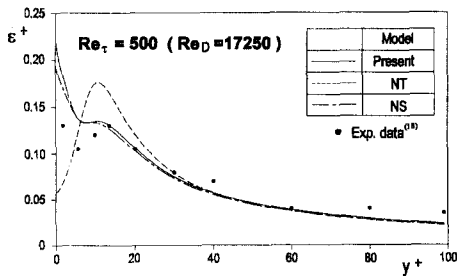
Fig. 8 Comparison of results in pipe flow ($Re_\tau = 1052$).



(a) Mean velocities



(b) Turbulent kinetic energies



(c) Dissipation rates

Fig. 7 Comparison of results in pipe flow ($Re_\tau = 500$).

완전발달유동장을 기준으로 개발된 것이다. 여기서, 기하학적 형상이 다른 원관완전발달유동장에 본 연구의 난류모형을 적용하여 본 모형의 예측 성능을 고찰한다.

Fig. 7은 Schildknecht *et al.*⁽¹⁸⁾ ($Re_\tau = 500$)의 실험결과와 본 연구의 난류모형에 의한 수치해석결과를 비교한 것이다.

본 모형에 의한 U^+ 와 k^+ 의 계산결과는 원관중심부근에서의 차이를 제외하고는 거의 모든 영역에서 실험결과와 좋은 일치율을 보이고 있다. Fig. 7(c)에서의 소산율 ε^+ 에 대한 본 모형의 결과는 Nagano and Shimada의 모형⁽¹¹⁾의 결과와 매우 유사한 결과를 보이면서 실험결과와는 차이가 있다. 이 차이는 실험에 의한 소산율측정오차에 의해 발생한 것으로 생각될 수 있으며, 소산율에 대한 보다 정확한 측정이 요망된다.

Fig. 8에서 원관유동장에 대한 U^+ 와 k^+ 를 계산결과가 Laufer의 실험결과⁽⁶⁾와 비교하였다. Fig. 7에서와 같이 유동중심부에서 난류운동에너지의 계산결과가 실험결과와 미소한 차이를 보이고 있으나 그외의 영역에서는 실험결과와 좋은 일치율을 보이고 있다.

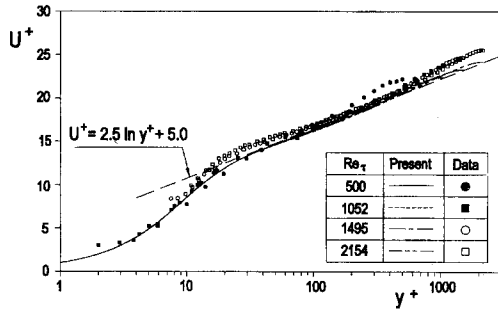


Fig. 9 Mean velocity distributions in pipe flow with various Reynolds' number (data, ● : Exp.⁽¹⁸⁾ ■ : Exp.⁽⁶⁾ ●○ : Exp.⁽¹⁹⁾).

Fig. 9는 여러 가지 레이놀즈수의 원관유동장에 대한 실험결과와 본 모형의 수치해석결과를 비교한 것으로 본 모형의 결과가 대수법칙이나 실험결과와 좋은 일치를 보이고 있다.

이상으로 본 연구에서 개발된 난류모형이 평행평판 완전발달유동을 기준으로 개발된 것이나 원관의 완전발달유동에 대하여도 좋은 예측결과를 제공하고 있다.

5. 결 론

완전발달 난류유동장을 수치해석적으로 예측하기 위한 새로운 난류모형을 개발하였다. 기존의 난류모형에서는 곡선접합으로 유도된 함수가 이용되었으나, 본 연구에서는 벽면부근 난류유동의 물리적인 고찰에 의해 새로운 $k-\epsilon$ 모형을 개발하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

(1) 개선된 소산율방정식의 모형의 결과는 DNS 결과와 좋은 일치를 보였으며, 여기에 개선된 와점성감쇄함수를 사용함으로 DNS결과와 보다 좋은 일치를 보였다.

(2) 평행평판의 완전발달 유동해석결과는 DNS 및 실험결과와 좋은 일치를 보였으며, 원관의 경우에도 실험결과와 좋은 일치를 보였다. 특히 기존의 모형이 잘 예측하지 못하였던 소산율을 잘 묘사할 수 있었다.

(3) 레이놀즈수가 낮아짐에 따라 난류유동장의 특성이 변화하는데 이를 합리적으로 반영시킬 수 있었다.

참고문헌

- (1) Jones, W. P. and Launder, B. E., 1972, "The Prediction of Laminarization with a Two-Equation Model of Turbulence," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 15, pp. 301~314.
- (2) Patel, V. C., Rodi, W. and Scheuerer, G., 1985, "Turbulence Models for Near-Wall and Low-Reynolds Number Flows: A Review," *AIAA J.*, Vol. 23, pp. 1308~1319.
- (3) Hanjalic, K. and Launder, B. E., 1976, "Contribution Towards a Reynolds Stress Closure for Low-Reynolds Number Turbulence," *J. Fluid Mech.*, Vol. 52, pp. 593~610.
- (4) Myong, H. K., 1988, Ph. D Thesis, Tokyo Univ., Dept. Mech. Eng.
- (5) Nagano, Y. and Tagawa, M., 1990, "An Improved $k-\epsilon$ Model for Boundary Layer Flows," *J. Fluids Eng.*, Vol. 112, pp. 33~39.
- (6) Laufer, J., 1954, "The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow," *NACA Rep.* 1174.
- (7) Mansour, N. N., Kim, J. and Moin, P., 1988, "Reynolds Stress and Dissipation-Rate Budgets in a Turbulent Channel Flows", *J. Fluid Mech.*, Vol. 194, pp. 15~44.
- (8) Kuroda, A., Kasagi, K. and Hirata, M., 1990, "Investigation of Dynamic Effects of the Mean Shear Rate on the Wall Turbulence via Direct Numerical Simulation," *Proc. of 27th National Heat Transfer Symp. of Japan*, Vol. 1, pp. 46~48.
- (9) Spalart, P. R., 1988, "Direct Simulation of a Turbulent Boundary Layer up to $R_\theta=1410$," *J. Fluid Mech.*, Vol. 187, pp. 61~98.
- (10) Rodi, W. and Mansour, N. N., 1993, "Low Reynolds Number $k-\epsilon$ Modeling with the Aid of DNS," *J. Fluid Mech.*, Vol. 250, pp. 509~529.
- (11) Nagano, Y. and Shimada, M., 1993, "Modeling the Dissipation-Rate Equation for Wall Shear Flows(Comparison with Direct Simulation Data)," *日本機械學會集(B編)*, 59卷 559, pp. 78~85.
- (12) 신중근, 최영돈, 1996, "저레이놀즈수 $k-\epsilon$ 모

- 형에서 DNS자료에 의한 ϵ 방정식의 다중생성률 모형개발,” 대한기계학회논문집(B), 제20권 제1호, pp. 304~320.
- (13) Tennekes, H. and Lumley, J. L., 1972, *A First Course in Turbulence*, MIT press.
- (14) Chapmann, D. R. and Kuhn, G. D., 1986, “The Limiting Behaviour of Turbulence Near a Wall,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 170, pp. 265~292.
- (15) Rodi, W., 1971, “On the Equation Governing the Rate of Turbulent Energy Dissipation,” Rep. TM/TN/A/14, Imperial College of Science and Technology, Dept. of Mechanical Engineering, London.
- (16) Hinze, J. O., 1959, *Turbulence*, McGRAW-HILL, New York.
- (17) Johansson, A. V. and Alfredsson, P. H., 1982, “On the Structure of Turbulent Channel Flow,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 295~314.
- (18) Schildknecht, M., Miller, J. A. and Meier, G. E. A., 1979, “The Influence of Suction on the Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow,” *J. Fluid Mech.*, Vol. 90, pp. 67~107.
- (19) Hishida, M., Nagano, Y. and Kobayashi, M., 1976, “Turbulent Boundary Layer in the Entrance Region of a Pipe (1st Report, Velocity Profile and Wall Shear Stress),” *Trans. JSME*, Vol. 42, No. 358, pp. 1794~1802.