

# 정익과 동익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 수치해석에 관한 연구(Ⅱ) — 비정상 천이 경계층 유동특성 —

강 동진\* · Budugur Lakshminarayana\*\*

(1997년 7월 31일 접수)

## Numerical Prediction of Unsteady Transitional Boundary Layer Flows due to Rotor-Stator Interaction (II)

— Characteristics of Unsteady Transitional Boundary Layer Flow —

Dong Jin Kang and Budugur Lakshminarayana

**Key Words :** Rotor-Stator Interaction(동익과 정익의 상호작용), Wake Induced Transitional Strip(후류유기천이띠), Calmed Laminar Flow Region(정속 층류 유동영역)

### Abstract

A Navier-Stokes code with a modified low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence model was used to study the unsteady transitional boundary layer flow due to rotor-stator interaction. The modification, proposed by Launder, to improve prediction of stagnation flows was incorporated to the low Reynolds number  $k-\epsilon$  turbulence model by Fan-Lakshminarayana-Barnett. Numerical solution is shown to capture well the calmed laminar flow as well as the wake induced transitional strip due to rotor-stator interaction and shows improvement, in terms of onset of transition and its length, over previous Euler/boundary layer solution. The turbulent kinetic energy shows local maximum along the upstream rotor wake in the wake induced transitional strip and this characteristics is observed until the end of transition. The wake induced strip is also shown apparent even in the laminar sublayer as the upstream rotor wake penetrates inside the boundary layer.

#### 기호 설명

|  |  |
|--|--|
| <p><math>C_f</math> : 벽면마찰계수</p> <p><math>C_p</math> : 벽면압력계수</p> <p><math>C</math> : 블레이드 현(chord) 길이</p> <p><math>H</math> : 형상계수(shape factor)</p> <p><math>Q</math> : 불규칙 비정상성</p> <p><math>Re_\theta</math> : 운동량 레이놀즈 수 <math>\frac{\rho\theta V_{in}}{\mu}</math></p> | <p><math>ssc</math> : 블레이드 표면을 따른 거리</p> <p><math>ssl</math> : 흡입표면의 길이</p> <p><math>u, v</math> : 직각 좌표계 속도성분</p> <p><math>U, V</math> : 반변 속도 성분</p> <p><math>U_m</math> : 동익의 회전속도</p> <p><math>V</math> : 경계층 자유 유속 속도</p> <p><math>x, y</math> : 직각 좌표계</p> <p><math>y^+</math> : 무차원 벽면거리 <math>\frac{\rho y}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}</math></p> <p><math>k</math> : 난류운동에너지</p> <p><math>\epsilon</math> : 난류운동에너지소산율</p> |
|--|--|

\*회원, 영남대학교 기계공학부

\*\*펜실바니아 주립대학 항공우주공학과

|             |              |
|-------------|--------------|
| $\xi, \eta$ | : 일반 비직교 좌표계 |
| $\theta$    | : 운동량 두께     |
| $\mu_t$     | : 와점도계수      |
| $\rho$      | : 밀도         |
| $\tau_w$    | : 벽면 전단 응력   |
| $w$         | : 동익의 회전수    |

#### 하첨자

|          |  |
|----------|--|
| $av$     | : 평균   |
| $i, j$   | : 1, 2 ( $x_1=x, x_2=y$ )<br>( $\xi_1=\xi, \xi_2=\eta$ ) |
| $\infty$ | : 경계층 가장자리   |
| $w$      | : 벽면   |
| $in$     | : 상류 경계면   |

## 1. 서 론

천이 경계층 유동(transitional boundary layer flow)은 고전적인 문제이면서도 다양한 산업현장에서 부닥하게 되는 유동현상으로, 대표적인 예가 터보기계의 핵심부품인 블레이드의 표면을 따른 천이 경계층 유동이다. 예를 들면 터빈 내의 유동은 레이놀즈 수로  $Re=10^5 \sim 1 \times 10^6$  범위에 들고, 터빈 블레이드를 따른 경계층은 약  $Re \approx 3.5 \times 10^5$ 에서 천이가 일어난다.<sup>(1)</sup> 따라서, 천이 경계층은 블레이드의 열전달 특성을 좌우하는 주요한 인자로 오래전부터 관련 연구가 활발하게 수행되어 오고 있으며, 현재에도 주요 연구과제 중 하나로 다루어지고 있다.<sup>(2)</sup>

천이 경계층 유동에 대한 연구동향을 국내의 연구문헌을 중심으로 살펴보면 다음과 같다. 천이 경계층 유동에 대한 가장 기본적인 연구는 평판 위층류 경계층의 천이로 국내외 연구자들에 의해 많은 연구가 이루어진 바 있다. 평판 위의 층류 경계층 천이는 선형 안정성 이론(linear stability theory)을 연구하는 연구자들이 흔히 인용하는 유동 문제로 현재에도 널리 다루어지고 있다.<sup>(3)</sup> 국내에서도 전 우평 등<sup>(4)</sup>은 평판 위의 천이 경계층을 따른 벽면 전단응력(wall shear stress)을 예측한 바 있다. 또한 천이 경계층 유동을 수치적으로 예측하기 위한 연구도 활발하여 기존의 난류모델을 수정<sup>(5)</sup>하거나 별도의 천이 모델을 제시하는 연구<sup>(6)</sup>도 활발히 수행되고 있다. 그런데 이상에서 살펴본 연구들은

정상 흐름에 대한 연구이거나 T-S파 천이(Tollmien-Schlichting wave transition) 혹은 자연 부착 천이(naturally attached flow transition)으로 불리는 천이 형태로 터보기계 블레이드에서의 천이와는 본질적으로 다른 천이 구조를 가지고 있다.<sup>(7)</sup>

블레이드나 익형을 따른 층류 경계층의 천이 즉 층류 경계층이 박리(separation)되어 일어나는 박리 유동 천이(separated flow transition)나 T-S파의 발생이나 성장과정 없이 일어나는 통과 천이(bypass transition)에 대한 연구도 국내외에서 활발한 연구가 수행되고 있지만, 천이 예측 능력 등에서 아직도 초보적인 수준에 머물러 있다. 터보기계 관련 천이 유동에 대한 지속적이고도 대표적인 연구로는 미국의 NASA Lewis Research Center의 연구를 들 수 있다. 이 연구는 1981년에 수행된 Gaugler<sup>(8)</sup>의 연구를 시작으로, 1984년에 천이에 대한 심포지움을 개최하여 1985년에 Bypass Transition Program이 만들어지면서 본격화 되었다.<sup>(9)</sup> 그러나, 실제 연구는 주로 이차원 정상 부착 경계층(steady attached boundary layer)에서의 천이를 대상으로 이루어져서 응용폭이 대단히 제한적이었다. 이와 같은 천이 유동에 대한 초보적인 연구는 1994년 항공 추진 산업계(aeropropulsion industry)의 요청에 의해 저압 터빈(low pressure turbine)의 효율 증진을 위한 연구가 활발해지면서 가속되고 있다.<sup>(10)</sup> 고압 터빈(high pressure turbine)의 경우와 달리 저압 터빈에서는 천이 경계층이 유동특성과 효율 등에 결정적인 영향을 미침으로 이의 정확한 예측없는 성능향상 연구자체가 어렵다. 유럽에서도 ERCOFTAC(European Research Community of Flow Turbulence and Combustion)을 조직하여 천이 유동을 조직적이고 체계적인 연구를 수행하고 있다.<sup>(11)</sup> 예를 들면, Savill<sup>(12)</sup>은 다양한 와점성 난류모델(eddy viscosity turbulence model)을 이용하여 천이 유동장을 연구한 바 있다. 이들의 연구에 따르면, Launder and Sharma 등<sup>(13)</sup>의 난류모델과 같이 국부 난류 레이놀즈 수(local turbulent Reynolds number), 예를 들면  $Re_t = \frac{k^2}{\varepsilon \nu}$ , 를 매개 변수로 사용하는 난류모델이 벽면으로부터의 무차원 거리  $y^+$  혹은  $Re_y (= \frac{ky}{\nu})$ 를 매개 변수 사용하는 난류모델에 비해 정상 천이 경계층 유동을 잘 예측한다. 그러나, 이 경우에도  $\varepsilon$ 에 대한 상류 경계조건이나 자유 유동 경계 조건(free stream

boundary condition)에 민감한 변화를 보이는 문제가 해결되지 않고 있다.

해외의 활발한 연구에 비해 국내연구는 미약한 실정이지만 연구문헌에 나타나 있는 연구를 살펴보면 다음과 같다. 강 신형 등<sup>(13)</sup>은 NACA0012 익형 위에 전개된 천이 경계층의 벽면 전단응력을 계측한 바 있다. 또한 수치적으로는 직접 수치 모사 방법(direct numerical simulation)을 이용한 양 경수<sup>(14)</sup>의 연구와 부분 포물형 N-S방정식(partially parabolized Navier-Stokes equations)을 이용한 강 동진<sup>(15)</sup>의 연구를 예로 들 수 있다. 또 조 지룡 등<sup>(6)</sup>은 T-S파 천이를 수반하는 난류 유동장을 해석할 수 있는  $k-\epsilon-\gamma$  난류모델을 제시하기도 하였다. 현재까지의 많은 연구에도 불구하고 T-S파 천이와 같은 비교적 단순한 천이는 안정성 이론에 기초한 포물형 방정식(예를 들면  $e^N$ 방법) 등을 이용하여 예측할 수 있지만, 그 외의 천이양식에 대한 예측능력은 미흡하여 여러 가지 형태의 실험 데이터에 의존하고 있다.<sup>(3)</sup> Abu-Ghannam & Shaw 실험식<sup>(16)</sup>이 대표적인 예이다. 그런데 이러한 연구는 모두 정상 유동장을 대상으로 하고 있으며 비정상 유동장(unsteady flow field)을 연구한 예는 아직까지 없다. 특히, 본 논문에서 관심을 두고 있는 비정상 천이 경계층 유동(unsteady transitional boundary layer flow)은 동익과 정익의 상호작용(rotor stator interaction)에 의해 형성되는 것으로, 1980년대 후반부터 외국에서 본격적으로 연구되기 시작하였으며, 국내 연구는 전무한 상태이다.

이상과 같은 관점에서 본 논문에서는 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동장에 대한 Navier-Stokes 코드와 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델의 천이 경계층 유동에 대한 예측성을 조직적으로 살펴보고자 한다. 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동장에 대한 실험 데이터로는 Halstead 등<sup>(7)</sup>이 최근에 얻은 다만 압축기에서의 데이터를 활용하고자 한다. 이 데이터는 Fan 등<sup>(17)</sup>도 Euler 방정식과 경계층 방정식을 결합한 방법으로 계산을 수행한 바 있어 실험과 두 가지 수치해석 방법 즉, 경계층 방정식과 Euler 방정식 코드를 결합한 방법과 Navier-Stokes 수치해석 방법을 조직적으로 비교하고자 한다. 또한, 비정상 천이 경계층의 다양한 유동특성을 수치적으로 연구하고자 한다.

## 2. 지배 방정식

본 논문에서는 이차원 직교 좌표계에서의 비압축성 비정상 Navier-Stokes 방정식을 일반 비직교 표면 좌표계(generalized nonorthogonal body fitted coordinate system)로 좌표변환하여 얻은 다음과 같은 비압축성 비정상 Navier-Stokes 방정식을 지배 방정식으로 이용하였다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} J u_i + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( J U u_i + J p \frac{\partial \xi}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( J V u_i + J p \frac{\partial \eta}{\partial x_i} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left( J \Gamma g^{11} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( J \Gamma g^{12} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) \\ &+ \frac{\partial}{\partial \eta} \left( J \Gamma g^{21} \frac{\partial u_i}{\partial \xi} \right) + \left( J \Gamma g^{22} \frac{\partial u_i}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $\Gamma$ 는 유체의 동점성 계수(kinematic viscosity)  $\nu$ 와 와점성 계수(eddy viscosity)  $\nu_t$ 에 의해  $\Gamma = \nu + \nu_t$ 로 정의되며,  $(\xi, \eta)$ 는 일반 비직교 표면 좌표계의 축이며 나머지 좌표변환 함수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} J &= x_{\xi} y_{\eta} - y_{\xi} x_{\eta}, \quad g^{ij} = (\xi_i)_x (\xi_j)_x + (\xi_i)_y (\xi_j)_y \\ \xi_x &= \frac{y_{\eta}}{J}, \quad \xi_y = x - \frac{x_{\eta}}{J}, \quad \eta_x = -\frac{y_{\xi}}{J}, \quad \eta_y = \frac{x_{\xi}}{J} \end{aligned} \quad (2)$$

또  $U$ 와  $V$ 는 각각  $\frac{y_{\eta} u - x_{\eta} v}{J}$ 와  $\frac{-y_{\xi} u + x_{\xi} v}{J}$ 로 정의되는 반변 속도 성분(contravariant velocity component)이다.

연속 방정식은 다음의 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial J U}{\partial \xi} + \frac{\partial J V}{\partial \eta} = 0 \quad (3)$$

## 3. 난류모델

비정상 유동과 천이 경계층 유동에 탁월한 예측성을 보인다고 인정받고 있는 난류모델은 아직까지 없으며, 본 논문에서는 여러 가지 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델 중 Fan-Lakshminarayana-Barnett 등<sup>(18)</sup>이 제안한 난류모델을 선택하였다. 이 난류모델은 비정상 난류 경계층 유동(unsteady turbulent boundary layer flows) 예측을 위해 개발된 것으로, 비정상 천이 및 난류모델에 성공적으로 사용된 바 있다. 또 본 논문에서 비교자료의 하나로 선택하고

자 하는 Euler/경계층 방정식 수치해<sup>(17)</sup>도 (Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해는 GE의 요청에 의해 PennState University에서 blind test로 수행되어 그 결과는 Halstead 등<sup>(7)</sup>의 논문에 수록되어 있으며, 참고문헌 16은 동일한 방법으로 다른 익렬에서 얻은 결과임) 같은 모델로 계산되었다는 점도 고려하였다. 다음의 식(4)와 (5)는 Fan 등<sup>(18)</sup>이 제안한 난류모델에서 사용하는 난류운동에너지 방정식과 소산율 방정식이다.

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial u_j k}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k}) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \varepsilon \right] \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial u_j \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x_j} \left( (\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon}) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + f_1 C_{\varepsilon 1} \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - C_{\varepsilon 2} f_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \right] \quad (5)$$

여기서  $u_j$ 는  $x_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) 방향의 평균유속을  $k$ 는 운동에너지를  $\varepsilon$ 은 소산율(dissipation rate)을 가리킨다. 난류 와점성(turbulent eddy viscosity)은  $\mu_t = \rho C_\mu f_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ 로 구하며, 기타 여러 가지 모델상수와 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, \quad C_{\mu 1} = 1.4, \quad C_{\varepsilon 2} = 1.8, \quad \sigma_k = 1.0, \\ \sigma_\varepsilon &= 1.3, \quad f_1 = 1.0 \\ f_\mu &= 0.4 \frac{f_w}{\sqrt{R_t}} + \left( 1 - 0.4 \frac{f_w}{\sqrt{R_t}} \right) \left[ 1 - e^{-\frac{R_y}{42.83}} \right]^3 \\ f_w &= 1 - \exp \left[ -\frac{\sqrt{R_y}}{2.3} + \left( \frac{\sqrt{R_y}}{2.3} - \frac{R_y}{8.89} \right) \left( 1 - e^{-\frac{R_y}{20}} \right)^3 \right] \\ f_2 &= \left[ 1 - \frac{0.4}{1.8} e^{-\left( \frac{R_y}{6} \right)^2} \right] f_w^2 \end{aligned} \quad (6)$$

위의 난류 모델 함수와 상수에서 짐작할 수 있는 바와 같이, Fan 등<sup>(18)</sup>의 난류모델은 벽면소산효과(wall damping effect)을 일반적으로 고려하기 위해  $f_w$ 라는 새로운 함수를 도입하고 있다. 이 함수는 Speziale 등<sup>(19)</sup>이 도입한 함수  $f_w = 1 - e^{-y^{*4.9}}$ 를 매개변수  $R_y$ 를 사용하여 다시 표현하였고, 같은 방법으로  $f_\mu$ 도  $R_t$ 와  $R_y$ 를 이용하여 표현하였다. 난류모델에 사용된 계수는 Patel의 실험 데이터<sup>(20)</sup>부터 구하였다. 특히 본 모델은 비정상 경계층 유동에서 Chien 등<sup>(21)</sup>과 같은 고정적인 모델에 비해 예측성이 뛰어난 것으로 알려져 있다. 보다 자세한 내용은 참고문헌<sup>(17)</sup>에 잘 정리되어 있다.

그런데, 식 (4)~(6)에 서술한 난류모델은 제 1

편에서 자세히 다룬 바와 같이 블레이드 선단 부근에서 난류 운동에너지를 과도하게 생성시켜 난류 경계층이 블레이드의 선단에서부터 형성되는 오류를 보인다. 따라서, 본 논문에서는 제 1편에서 시험한 바와 같은 Launder 등<sup>(22)</sup>의 수정방법을 식 (4)와 (5)에 서술한 난류모델에 삽입하여 계산을 수행하였다. Launder 등<sup>(22)</sup>의 수정방법은 난류 운동에너지 생성항  $\mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_i}$ 을  $\mu_t$

$\sqrt{\left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$ 로 대체하는 방법으로, 이 방법은 결국 평균 전단율(mean shear rate)  $S$

$= \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$ 을 일종의 와도변수(vorticity

parameter)  $\Omega = \frac{k}{\varepsilon} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$ 로 교체하는 방법이다. 이러한 교체가 설득력있는 것은 벽면 경계층 유동에서는 와도변수  $\Omega$ 와 평균 전단율  $S$ 가 같은 값을 가지며, 정체점 유동에서는 난류생성기관의 비점성 유동에 의해 이루어지기 때문에 와도변수  $\Omega$ 가 평균 전단율  $S$ 보다 좋은 변수가 될 것이기 때문이다.<sup>(22)</sup>

#### 4. 수치해석 방법

본 논문에서는 Ho 등<sup>(23)</sup>과 Yu 등<sup>(24)</sup>이 사용한 컴퓨터 코드를 본 논문의 목적에 적합하게 수정하여 수치해석을 수행하였다. 따라서, 기본적인 수치해석 과정은 Ho 등<sup>(23)</sup>과 Yu 등<sup>(24)</sup>의 논문에 자세히 정리되어 있으며, 여기서는 본 연구에서 수정한 내용을 중심으로 간략하게 정리하면 다음과 같다.

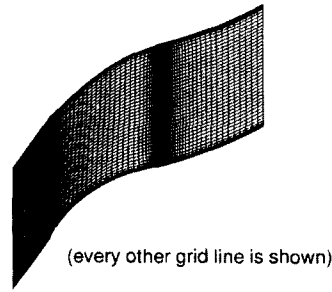
Ho 등<sup>(23)</sup>과 Yu 등<sup>(24)</sup>들은 운동량 방정식에서 대류항을 중앙차분법으로 처리하고 수치해석의 안정성을 확보하기 위해 2차 및 4차의 인공 확산항(artificial dissipation)을 첨가한 방법을 사용하였지만, 본 논문에서는 저자가 선행연구<sup>(25)</sup>를 통해 자세히 연구한 바 있는 QUICK법을 사용하였다. 따라서, 정확한 수치해를 얻기 위해 인공 확산항을 최소화하는 번거로움이 뿐만 아니라 과도한 인공 확산이 천이에 미치는 영향 등 부차적인 우려도 없었다. Halstead 등<sup>(7)</sup>의 연구에 따르면, 수치해는 실험치에 비해 빠른 확산을 보여주고 있어, 인공 및 수치 확산을 가능한 줄여야 좋은 수치해를 얻을 수 있다는 판단도 QUICK법을 선택한 이유이다.

시간 도함수는 이차의 절단오차를 가지는 2차 후방 Euler 법(2nd order backward Euler scheme)으로 근사하였다.

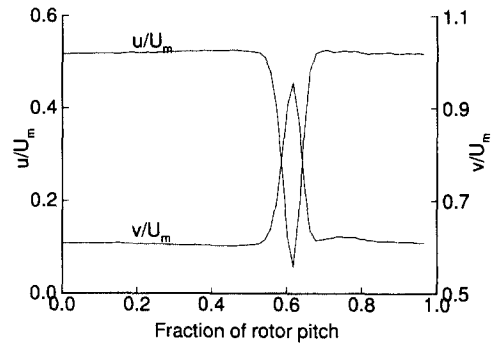
본 수치해석 프로그램은 선행 연구자<sup>(23,24)</sup>에 의해 이미 자세히 검증된 바 있지만, 본 저자가 프로그램을 다소 수정을 가하기도 하여 UTRC(united technologies research center)에서 실험한 바 있는 다단 압축기<sup>(26,27)</sup> 2번째 단의 정익에서의 비정상 유동장 계산을 통해 본 수치해석 프로그램에 오류가 없음을 확인하였다. 이에 대한 자세한 언급은 제 1편에 정리되어 있지만, 간략하게 정리하면 다음과 같다.

본 논문에서 계산한 UTRC의 다단 압축기는 설계점 유량계수인 0.51에서 작동하며, 이 때의 흐름은 블레이드 현(chord)에 기초한 레이놀즈 수가  $2.5 \times 10^5$ 인 비압축성 유동이다. 블레이드의 중앙위치(mid span)에서의 동익의 회전속도는 46.64(m/sec)이고, 블레이드 통과주기(blade passing frequency)에 기초한 단순주기(reduced frequency)는  $\omega C/2U_m = 8.48$ 이다. 블레이드의 익형은 NACA 65series이며, 구배선(camber line)은 원호로 이루어져 있다. 정익의 블레이드 수는 44개, 익현의 길이는 0.1016(m), 허브(hub)와 끝(tip)반경비는 0.8, 정익과 동익 사이의 공간과 익현의 길이비는 0.964이다. 또 정익의 설치각(stagger angle)은  $34.2^\circ$ 이다.

정익의 입구 경계면에는 동익의 후류가 주기적으로 유입된다고 가정하였으며, 그 위치는 정익 현(chord)의 36% 상류지점이다. 이 지점이 특별한 의미를 가지는 것은 아니며, 실험에 의하면 정익의 영향이 미미한 지점으로 선행 연구자들<sup>(23,24)</sup>도 이 위치를 상류 경계면으로 가정하였다. 또 이 지점에서 Dring<sup>등</sup><sup>(27)</sup>과 Stauter<sup>등</sup><sup>(26)</sup>이 유속을 계속하였다. 따라서 실험치를 상류 경계면에서의 경계조건으로는 실험치를 사용하였다. 하류 경계면은 정익 익현 길이의 85% 하류에 두었다. 계산격자는  $200 \times 96$ 으로 구성하였다. 이 중에서 유동방향 격자중 60개는 블레이드의 상류에 74는 블레이드 표면에 나머지 66개는 하류에 두었다. Fig. 1(a)는 본 계산에 사용된 격자계로 선행 수치해석<sup>(23,24)</sup>에 사용된 것과 동일하다. Fig. 1(b)는 본 계산에 사용된 상류 경계조건으로 동익의 후류 형상을 보여주고 있다. 동익의 후류는 동익의 회전속도와 같은 속도로 원주방향으로 이동한다고 가정하였다. 상류 경계면



(a) Computational grid



(b) Input wake profiles

Fig. 1 Computational grid and input wake profiles for the stator.

에서의 난류 강도는 9%로 가정하였으며, 이 값은 실험자가 제공한 수치이다.<sup>(23,24)</sup> 하류 경계면에서는 유동 방향으로의 구배가 없다고 가정하였고, 벽면에서는 점착조건(no slip condition)과 Neumann 조건을 각각 속도와 압력조건으로 대입하였다.

Fig. 2는 블레이드의 흡입면(suction surface)과 압력면(pressure surface)에서의 압력계수  $C_p$ 의 분포를 도시한 그림으로, Stauter<sup>등</sup><sup>(26)</sup>의 실험치와 두 가지 수치해 즉 본 수치해와 Gundy-Burlet<sup>등</sup><sup>(28)</sup>의 수치해를 비교하고 있다. Stauter<sup>등</sup><sup>(26)</sup>은 시간 평균치만을 계속하였고, 두 가지 수치해는 시간 평균치와 함께 비정상성 압력분포를 보여주고 있다. 그림에서 두 가지 수치해의 시간 평균치는 실험치의 시간 평균 데이터와 잘 일치함을 알 수 있다. 비정상 압력계수에 대한 실험치가 없어 그 정확도를 논하기는 어려우나, 본 수치해와 Gundy-Burlet<sup>등</sup><sup>(28)</sup>의 수치해는 블레이드의 선단 부근에서 다소 차이를 보인다. Gundy-Burlet<sup>등</sup><sup>(28)</sup>의 수치해는 블레이드의 선단 부근에서 압력면 압력이 흡입

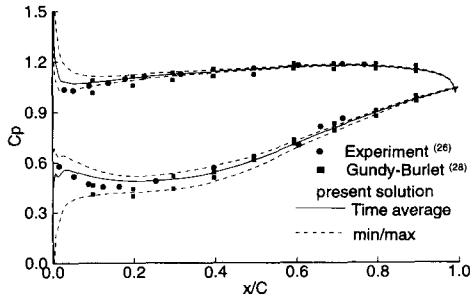


Fig. 2 Computational of  $C_p$  with experiment and other numerical solutions.

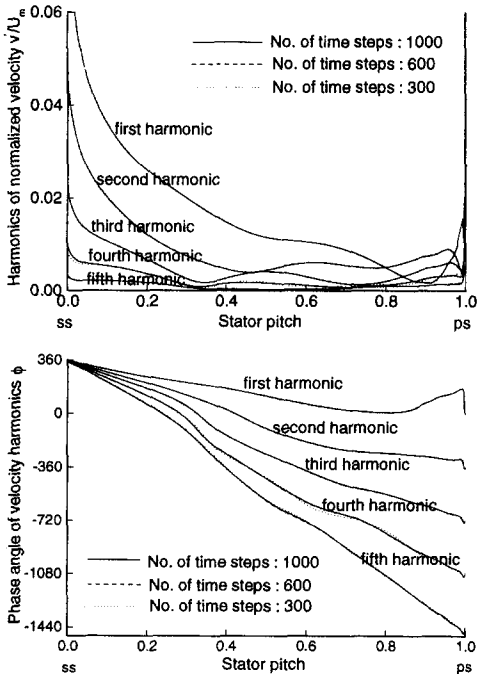


Fig. 3 Effect of time step size on the unsteady velocity near the leading edge.

면 압력보다 큰 변동을 보이는데, 이러한 거동은 일반적인 이해와는 상반되는 결과이며 Ho 등<sup>(23)</sup>도 지적한 바 있다.

시간 증분이 비정상 유동장에 미치는 영향을 자세히 살펴보기 위해 동익 후류의 통과 주기당 (rotor wake passing period) 시간증분의 수를 300, 600 그리고 1000으로 변화시켜 가며 수치해석을 수행하였다. Fig. 3은 블레이드의 선단 부근 비정상 유속의 크기를 Fourier 급수로 분해하고 1번째에서 5번째 harmonic을 도시하고 있다 ( $i = \text{constant}$  격자선을 따른 도시임). 그림에서 알 수 있듯이, 5개

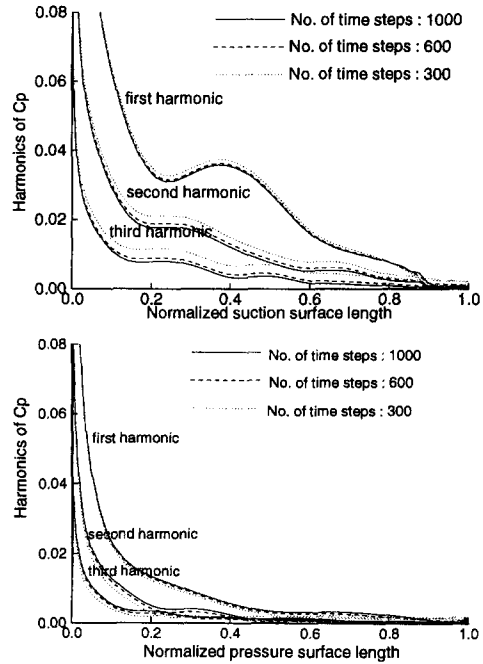


Fig. 4 Effect of time step size per period on the unsteady blade surface pressure.

harmonic 모두에서 시간증분 수의 변화에 따른 유속 크기 변화는 살펴보기 어려우며, 특히 5번째 harmonic은 크기가 동익 회전속도의 0.1% 정도로 작음에도 불구하고, 시간증분 수에 무관한 거동을 보인다. Fig. 4는 같은 방법으로 얻은 흡입면과 압력면을 따른 압력계수의 harmonic 분포를 보여주고 있다. 유속의 분포에 비해 시간증분의 크기 영향이 크게 관찰된다. 그 이유는 분명하지 않지만, 압력은  $[\rho v^2]$ 의 차원을 가짐으로 속도장에 비해서는 약 2배로 증폭되어 나타날 수는 있겠다. 또한, 지배 방정식에 압력의 시간도함수 (time derivative)가 나타나지 않으므로 수치적 오차를 적절히 제거할 수 있는 기구 (mechanism)이 없다는 것도 이유가 될 수 있겠다. 또 두 가지 압력계수 분포 중에서 흡입면에서 시간증분의 영향이 크게 보이는 것은 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 와류 유동의 유동특성 때문으로 판단된다. Valkov 등<sup>(29)</sup>의 연구에 따르면, 상류 동익의 후류는 정익의 선단에 부딪친 후 압력면과 흡입면을 따라 대류되지만 압력면 쪽의 비정상 와류는 경계층 안으로 파급되지는 못한다. 따라서, 압력면에서의 비정상 압력계수가 흡입면에 비해 변동이 작을 수 있다.

Fig. 3과 4에 도시된 속도성분과 압력계수의 harmonic 분포를 살펴보면 동익의 후류 통과 주기당 약 600개이상의 시간증분이 필요함을 알 수 있다. 따라서, 다음에 설명하는 비정상 천이 경계층 유동의 해석에는 한 주기당 600개의 시간증분을 사용하였다.

## 5. 결과 및 토의

최근에 GE(General Electric Co.) 연구소의 Halstead 등<sup>(7)</sup>은 그들의 저속 다단 압축기와 터빈 실험장치를 이용하여 비정상 천이 경계층 유동을 자세히 예측한 바 있다. 그 중에서 다단 압축기 실험장치는 대형 저속 압축기의 중간 단이나 후단에서의 유동특성을 연구하기 위해 고안한 것으로, Fig. 5(a)에 도시되어 있는 바와 같이 3단 압축기이며 주요 제원은 Table. 1에 정리되어 있다. Fig. 5(a)에 도시되어 있는 개략도에서 Plane 3.5는 3번째 단 동익의 후류 지점으로 Halstead 등<sup>(7)</sup>은 열선으로 유속을 측정하였으며, 본 수치해석에서는 이 지점을 상류 경계면으로 사용하였다(정익의 16.5% 상류지점). 또한 정익의 표면에는 열필름(hot film)을 설치하여 정상 및 비정상 경계층 유동특성을 자세히 예측하였다. 따라서 본 논문에서는 3번째 단의 정익 주위를 계산영역으로 잡아 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동을 수치해석하였다.

본 논문에서는 Halstead 등<sup>(7)</sup>이 예측한 3번째 정익 표면에서의 비정상 천이 경계층 유동을 선택하여 수정 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델 (Lauder<sup>(22)</sup>의 제안대로 생성항을 수정)을 사용한 Navier-Stokes 코드의 예측성과 비정상 천이 경계층 유동 특성을 살펴보았다. Halstead 등<sup>(7)</sup>이 예측한 설계점 작동조건의 유량계수는 0.576이고, 이 때의 레이놀즈 수는  $3.47 \times 10^5$ 이다. 계산에 사용된 격자수는  $252 \times 202$ 이며 하류 경계면은 정익의 후단으로부터 현(chord)길이 만큼 하류에 두었다. 유동방향의 252개의 격자수 중에서 52는 블레이드의 상류 150개는 블레이드 표면 그리고 나머지 50개는 하류에 두었다. 또한 202개의 반 유동 방향 격자수 중에서 35개 정도는 경계층 내부에 놓이도록 벽면에 밀집하여,  $y^+ < 1$  영역에 2~5개의 격자점이 놓이게 된다. 경계조건으로는 상류 경계면에서는 실험치를, 하류에서는 유동방향의 변화가 없다고 가정하였다. 그리고 블레이드의 표면에서는 점착조건(no-slip condition)과 Neumann 조건을 속도와 압력조건으로 대입하였다. 또 자유 유동 경계면에서는 주기조건을 대입하였다. 계산에 사용된 격자계는 Fig. 5(b)에 도시되어 있으며, 상류 경계조건으로 사용된 실험치 즉 속도 및 난류 강도 분포는 Fig. 5(c)에 정리되어 있다.

Fig. 6은 흡입면과 압력면을 따른 경계층의 자유유속(free stream velocity)을 후단에서의 자유유속으로 무차원화하여 도시한 그림이다. 그림에서 기호는 Halstead 등<sup>(7)</sup>이 얻은 시간 평균 실험치이며,

Table 1. Compressor blading parameters at midspan.

|                        | IGV                | Rotor | Stator             |
|------------------------|--------------------|-------|--------------------|
| Solidity               | 1.0                | 1.11  | 1.32               |
| Aspect ratio           | 1.36               | 1.25  | 1.44               |
| Chord (m)              | 83.8               | 91.2  | 79.1               |
| Stagger angle (deg)    | 19.6               | 46.9  | 13.9               |
| Chamber angle (deg)    | 3.0                | 22.0  | 44.4               |
| No. of blades          | 53                 | 54    | 74                 |
| Axial gaps (m)         | 98                 |       | 25.4               |
| Rotational speed (rpm) | 840                |       |                    |
| Flow coefficient       | 0.576              |       |                    |
| Reynolds number        | $4.24 \times 10^5$ |       | $3.47 \times 10^5$ |

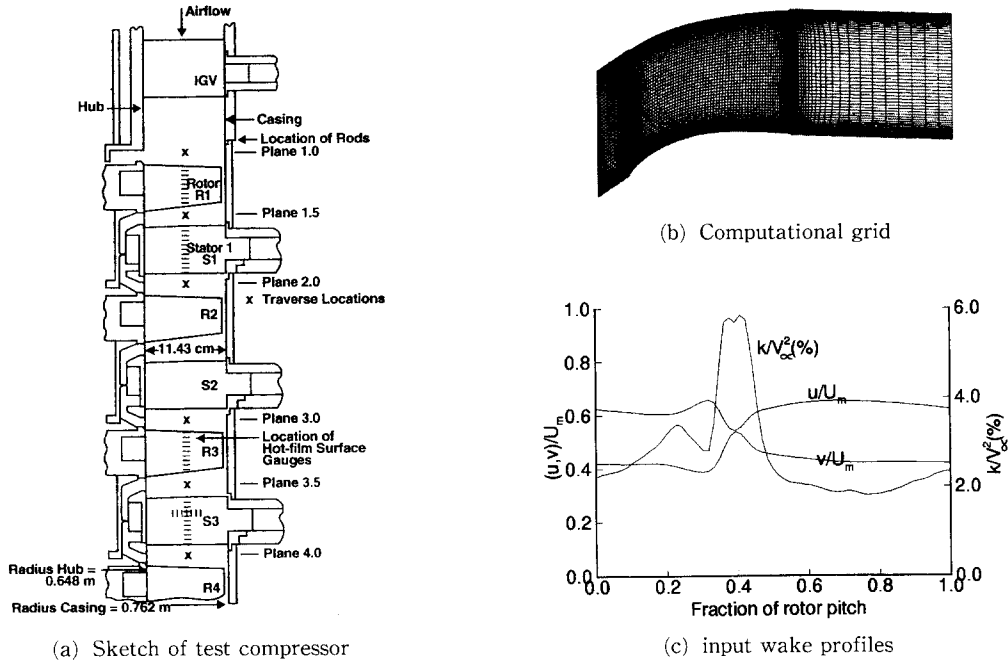


Fig. 5 Geometry of test compressor and a computational grid and input wake profiles for the third stage stator.

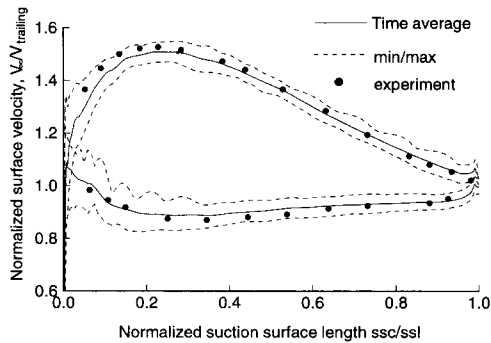
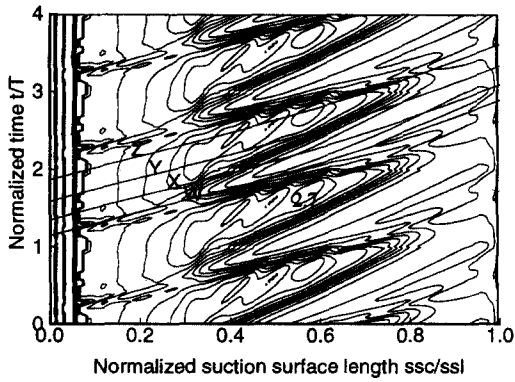


Fig. 6 Prediction of boundary layer edge velocity.

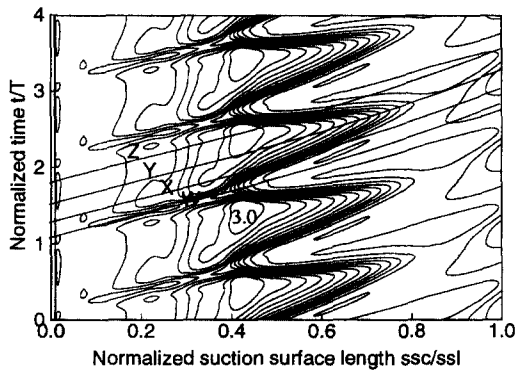
본 수치해의 시간 평균치와 좋은 일치율을 보이고 있다. 그림에서 점선은 비정상 유동을 도식한 것으로 자유 유속의 최대 및 최소치를 보여주고 있다. 이에 대응하는 실험치는 없어 직접적인 비교는 불가능하다. 그림에서 비정상 유속 변동은 동익의 후류에 의한 것이며, 특기할 사항은 블레이드의 후단에서도 그 진폭이 작지 않다는 것이다. 이러한 거동은 비정상 전이 경계층이 형성되지 않는 종래의 연구와는 크게 다르며, (23,24,28) 동익의 후류가 블레이드의 후단 부근까지 중요한 역할을 한다는 것을 반증하는 것으로도 이해할 수 있겠다.

Fig. 7은 블레이드 흡입면을 따른 경계층 형상계수(shape factor)의 비정상 특성을 비교 도식한 그림이다. 그림에서 (a)는 본 수치해를 (b)는 Fan 등<sup>(17)</sup>이 Euler/경계층 방정식 수치해법을 이용하여 얻은 수치해를 그리고 (c)는 Halstead 등<sup>(7)</sup>이 얻은 실험치이다. 단, 실험의 경우에는 비정상 형상계수의 분포를 얻을 정도의 방대한 계측은 이루어지지 않아 불규칙 비정상도(random unsteadiness)를 대신 도식하였다. Halstead 등<sup>(7)</sup>은 열필름 계측기(hot film anemometry)로 얻은 전압(voltage)으로 준 벽면 전단응력(quasi-wall shear stress)을 구하고 이 값의 변동(fluctuation)을 불규칙 비정상도라고 불렀다. 이에 대한 자세한 논의는 Halstead 등<sup>(7)</sup>의 논문에 정리되어 있다. 모든 그림에서 x축은 블레이드의 선단으로부터 흡입면을 따른 거리이고 y축은 동익의 후류가 통과하는 주기를 나타내고 있다. 따라서, 수치해와 실험치는 4주기 동안의 유동 특성이다. 먼저 실험치를 살펴보면 후류 통과 주기와 동일한 주기를 가지는 띠를 살펴볼 수 있으며 이 띠를 따라서  $ssc/ssl \approx 0.2$ 부터 불규칙 비정상도가 큰 값을 가지기 시작함을 알 수 있다. 그림에서 불규칙 비정상도는  $\Delta Q = 0.2$  간격으로 도식되어 있고 최대치가 약 8.0이다. 이 띠는 후류유기

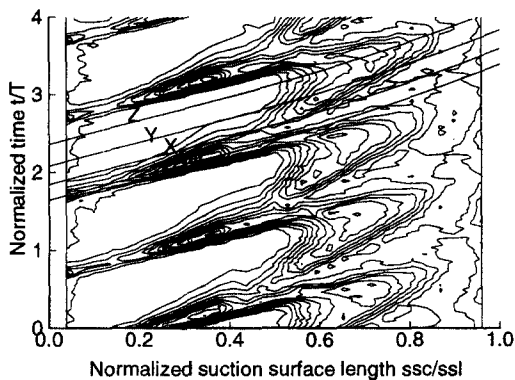




(a) Present N-S solution ( $\Delta H=0.1$ )



(b) Euler/boundary layer ( $\Delta H=0.1$ )



(c) Experiment: random unsteadiness ( $\Delta Q=0.2$ )

**Fig. 7** Comparison of predicted shape factors with experimental data. The random unsteadiness is correlated to wall shear stress.

천이띠(wake induced transitional strip)로 불리우며, 강한 불규칙 비정상도는 난류 운동에너지의 생성으로 귀착되어 후류유기천이띠를 따라 천이가 상대적으로 촉진된다. 또 후류유기천이띠 사이에서는

상대적으로 작은 불규칙 비정상도를 가지는 유동 영역이 폭넓게 자리하고 있으며, 이 영역은 정속층류유동(calmed laminar flow)으로 불리운다. 이 유동영역에서는 천이가 상대적으로 지체되어  $ssc/ssl \approx 0.5$  영역에서 천이가 일어남을 알 수 있다. 이상은 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 일반적인 유동 특성으로, 두 수치해(Fig. 7(a)와 (b))는 이러한 일반적인 유동특성을 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. Fig. 7(a)와 (b)는 형상계수의 분포를 도시하고 있으므로 값이 2보다 크면 층류 유동이고 작으면 천이 혹은 난류 유동을 가리킨다. 두 수치해는 형상계수를  $\Delta H=0.1$  간격으로 도시하고 있으며, 최대 형상계수는 정속층류유동영역 내에 존재한다. 두 수치해는 후류유기천이띠와 정속층류유동영역을 잘 예측하고 있다. 다만, Fan 등<sup>(17)</sup>이 Euler/경계층 방정식 수치해법을 이용하여 얻은 수치해에서는 실험치( $ssc/ssl \approx 0.2$  부터)나 본 수치해( $ssc/ssl \approx 0.3$  부터)에 비해 후류유기천이띠가 하류에 형성되어  $ssc/ssl \approx 0.4$  부터 관찰된다. 즉 천이를 늦게 예측하고 있음을 알 수 있다. 또한 후류유기천이띠의 확산이 실험치나 본 수치해에 비해 활발히 일어나서 후류유기천이띠의 각도가 큼을 알 수 있다. 그러나 정속층류유동영역은 본 수치해에 비해 좋은 예측을 보여주는데(본 수치해는 다소 불안정한 유동 패턴을 보여주고 있음), 이러한 개선은 블레이드 선단 경계층의 차이에서 비롯된 것으로 판단된다. Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해는 선단에서 층류 경계층 유동을 가정하였지만, 본 수치해에서는 훨씬 상류에서부터 계산을 수행하며, 선단에서의 경계층은 계산결과로부터 얻어지는 값이다. 그런데 제 1편에서 자세히 다룬 바와 같이 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델은 정체점 유동을 정확히 예측하지 못하며 이를 보완하기 위해 Launder<sup>(22)</sup>의 방법으로 난류모델을 수정하였지만, 이도 완전하지는 못하기 때문에 판단된다. 이에 대한 자세한 논의는 제 1편에 정리되어 있다. Fig. 7(a), (b) 그리고 (c)의 4가지 궤적선(wake trajectory) 중 W는 상류 동익 후류 궤적선을 도시한 것이며, X, Y, Z는 궤적선 W보다 동익 후류 통과 주기의 20, 40, 72% 만큼 지체하여 도시한 그림이다. 이들 4개의 궤적선을 따른 형상계수의 변화를 Fig. 8에 도시하였다. 4가지 궤적선 중에서 W를 따른 형상계수의 변화에서 실험치는,  $ssc/ssl \approx 0.3$  이후의 데이터만 제공되어 있지만

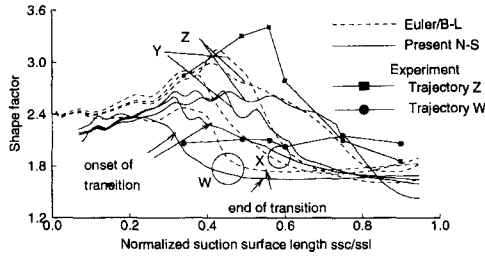
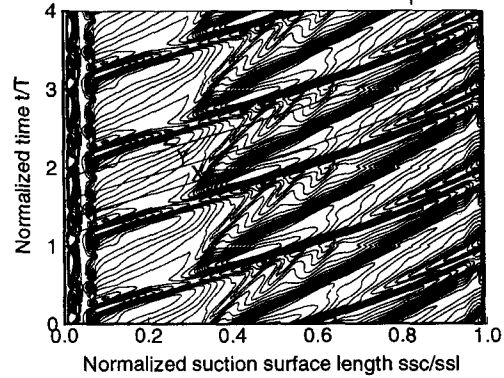


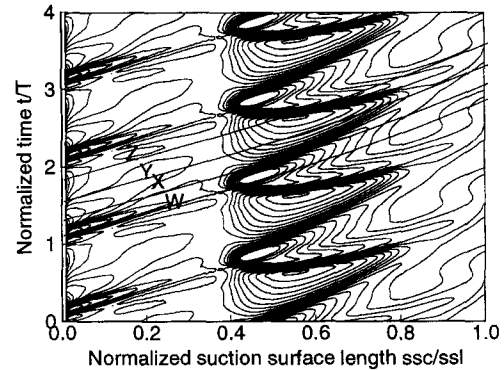
Fig. 8 Comparison between measured and predicted shape factor along 4 trajectories.

Halstead 등<sup>(7)</sup>에 따르면, 천이를  $ssc/ssl \approx 0.2$ 부터 일어나는 것으로 예측되었다. 이에 비해 본 수치해 (그림에서 실선)에서는  $ssc/ssl \approx 0.3$ 부터 Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해에서는  $ssc/ssl \approx 0.4$ 부터 후류유기천이띠 형성을 예측하고 있고 있어 본 수치해가 개선된 예측을 보여줄 수 있다. 그림에서 실험치와 수치해의 값 차이가 다소 보이는 것은 다음과 같은 이유로 사료된다. 형상계수는 배제두께 (displacement thickness)를 운동량 두께 (momentum thickness)로 나눈 값인데, 이 두 가지 모두 작은 값이므로 이를 나눈 값은 오차가 클 수 있다. 특히 천이가 진행 중임에도 실험치 형상계수는 거의 변화가 없다는 것도 실험치 오차가 작지 않음을 시사한다고 하겠다. 또한 실험에서 예측된 경계층의 실측 두께가 1-2 mm에 불과하다<sup>(30,31)</sup>(Fig. 14 참조). 참고로 정상 흐름의 난류 경계층 형상계수는 약 1.4이며 실험에서 천이는  $ssc/ssl \approx 0.9$ 에서 완료된다. 실험치와 수치해의 값 차이에 대한 보다 자세한 논의는 제 1편에 다루어져 있다.

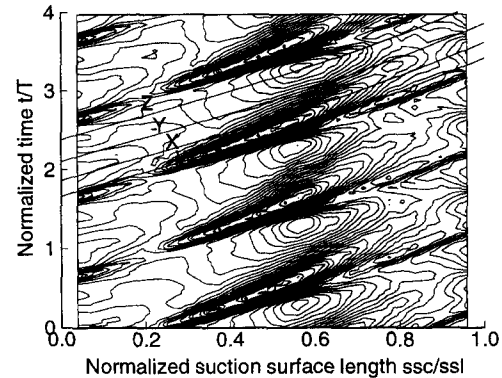
Fig. 9는 표면 전단응력 (skin friction coefficient)의 변동, 즉 순간 표면 전단응력에서 시간 평균치를 뺀 값을 도시한 그림이다. (a)는 본 수치해를 (b)는 Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해를 그리고 (c)는 실험치를 보여주고 있다. 단, 실험치는 실제 표면 전단 응력의 변동이 아니며, 일종의 준 벽면 전단응력 (quasi wall shear stress)의 변동으로 이에 대한 자세한 논의는 Halstead 등<sup>(7)</sup>의 논문에 서술되어 있다. 두 수치해는 표면 전단응력 변동을  $\Delta C_f = 0.0003$  간격으로 실험치는 준 벽면 전단응력을  $\Delta \tau_w = 0.0008$  간격으로 도시하고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 후류유기천이띠의 시작점에서 심한 변동을 관찰할 수 있고, 그 위치는 앞서 지적한 바와 같이 실험치는  $ssc/ssl \approx 0.2$  본 수치해는  $ssc/ssl \approx 0.3$  그리고 Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해는



(a) Present Navier-Stokes solution ( $\Delta C_f = 0.0003$ )



(b) Euler/Boundary layer solution ( $\Delta C_f = 0.0003$ )



(c) Experiment ( $\Delta \tau_w = 0.0008$ )

Fig. 9 Time history of measured and predicted fluctuations in skin friction coefficient.

$ssc/ssl \approx 0.4$ 이다. 또한 Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해는 실험치나 본 수치해에 비해 후류유기천이띠의 확산이 빨리 일어남을 알 수 있다. Euler/경계층 수치해의

빠른 확산은 Halstead 등<sup>(7)</sup>도 지적한 바 있는데, Halstead 등<sup>(7)</sup>은 난류모델의 오류가 주된 원인으로 추정하였다. 그러나 본 논문에서 사용하고 있는 난류모델이 Fan 등<sup>(17)</sup>의 수치해에 사용된 것과 동일함으로, Euler/경계층 수치해의 빠른 확산에는 수치해석 방법 상의 오류도 영향을 미친 것으로 판단된다. Fan 등<sup>(17)</sup>이 사용한 수치해석 방법은 비정상 Euler 방정식을 이용하여 비점성유동을 해석하고 점성유동은 경계층 방정식을 이용하여 얻는다. 다시 말하면, 점성계산은 블레이드의 선단에서 후단까지 블레이드 표면에 인접한 영역에서만 수행되고

나머지 영역에서는 근사적(Euler 방정식으로 해석)으로 처리된다. 따라서, 동익의 후류가 블레이드에 이르기까지의 유동영역을 Euler 방정식으로 해석하여 블레이드 선단 부근에서 난류운동에너지가 활발히 생성되는 등 주요 유동특성을 정확히 모사하기 어렵다. 결국 점성/비점성 상호작용이 클수록 과도한 수치 확산이 개입할 여지가 많은 방법이라 하겠다.

Fig. 10은 블레이드 표면을 따라 여섯 군데 위치에서 비정상 모멘텀 레이놀즈 수의 분포를 비교 도시한 그림이다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 본

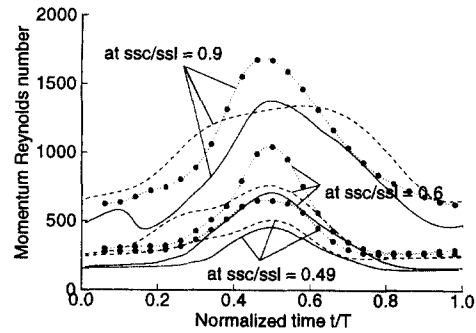
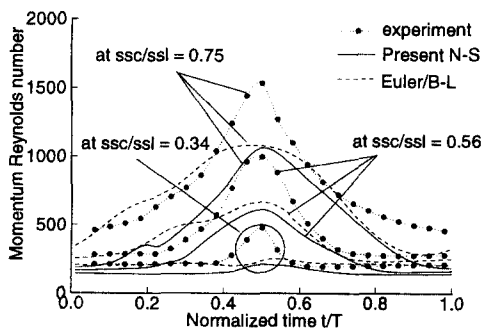


Fig. 10 Predicted and measured distribution of momentum Reynolds number at various chordwise locations.

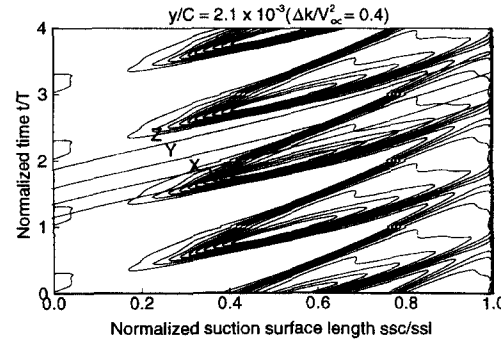
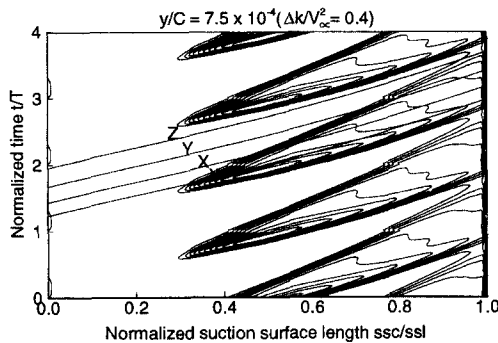
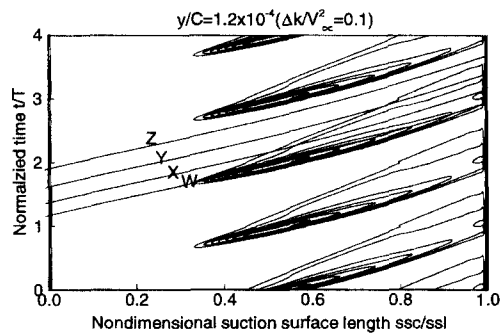
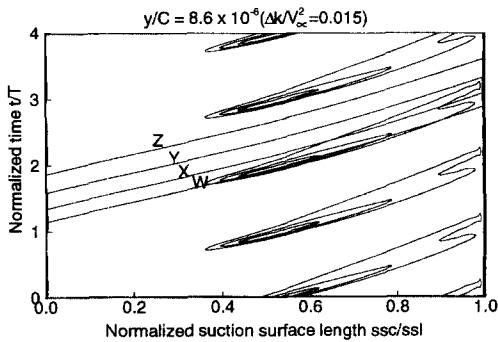


Fig. 11 Time history of turbulent kinetic energy at various distances from the wall.

수치해는 천이가 진행됨에 따라 (하류로 흘러감에 따라) 비정상 모멘텀 레이놀즈 수의 피크치가 증가하며, 동익 후류 통과 주기 동안의 분포 특성 등은 잘 포착하지만 피크치의 크기 자체는 실험치에 비해 작게 예측하고 있음을 알 수 있다. 이는 수치해가 천이를 실험치에 비해 늦게 예측하기 때문으로 판단되며, 경계층 유동의 천이를 보다 정확히 예측할 수 있는 천이 혹은 난류모델의 개발이나 수정문제로 귀착된다. 그런데 두 가지 수치해 중에서 Euler/경계층 수치해는 피크치 크기에서는 본 수치해와 같은 크기를 보여주지만 그 분포는 실험치나 본 수치해에 비해 빨리 확산된 거동을 보여주고 있으며, 이는 앞서 지적한 바와 같이 수치해석 방법 자체의 수치 확산이 주된 원인으로 판단된다.

Fig. 11은 블레이드 벽면으로부터 4가지 수직거리에서 난류 운동에너지 분포를 도시한 것이다. (a)는 층류 저층(laminar sublayer,  $y^+=0.2\sim0.7$ )

내에 위치하고 (d)는 경계층 가장자리(천이 시작점 부근에서)에서 경계층 두께의 반(천이 종료점 부근에서) 위치에서의 난류운동에너지 분포를 나타내고 있다. (b)와 (c)는 위의 두 위치 사이에 놓인다. Fig. 11(a)(d)에서 난류운동에너지 변동은 각각  $\Delta \frac{k}{V_\infty^2} = 0.015, 0.1, 0.4, 0.4$  간격으로 도시하였고, 각 그림에서 난류운동에너지 최대치는 약 0.15, 1, 4, 4이다. Fig. 11의 4가지 그림에서 알 수 있는 바와 같이 난류운동에너지 분포는 궤적선  $W$ 를 따라 극대치를 보이고 있어 상류 동익의 후류는 난류운동에너지의 생성과 천이과정에 주된 영향을 끼치고 있음을 알 수 있다. 블레이드의 흡입면 경계층 내부에서 강한 난류운동에너지를 관찰할 수 있는 것은 상류 동익의 후류가 블레이드 선단에 충돌하여 비정상 와류유동을 일으키고 이 와류가 흡입면 경계층 내부에 유입되면서 자유유동(free

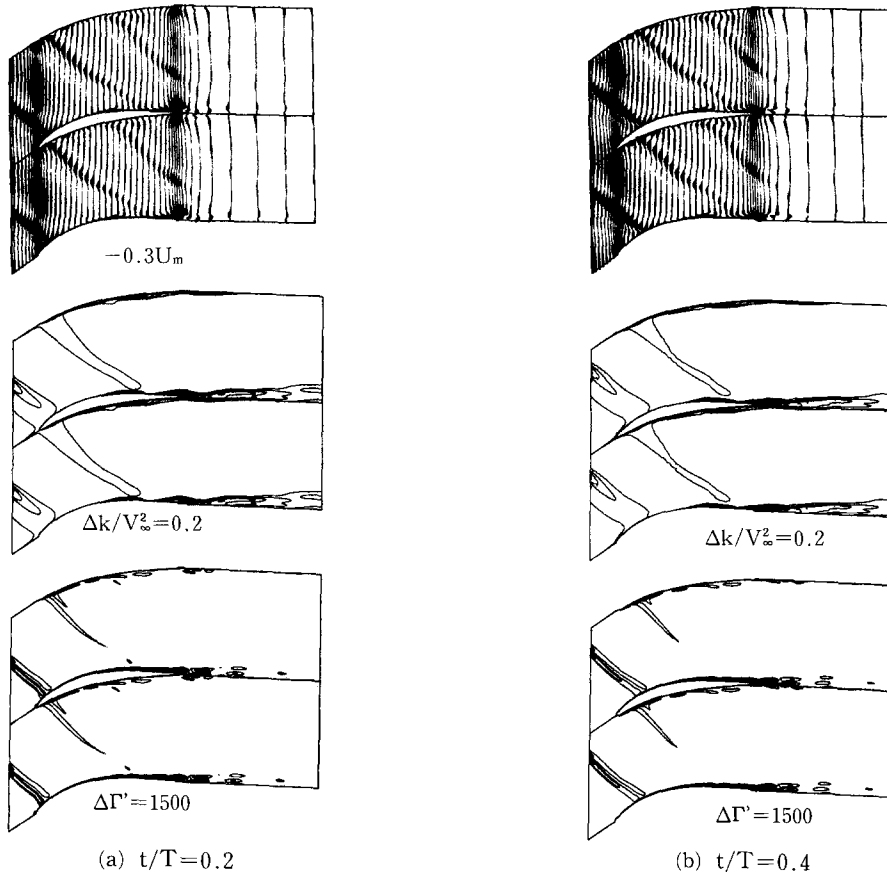


Fig. 12 Time history of unsteady velocity vector, turbulent kinetic energy and unsteady vorticity.

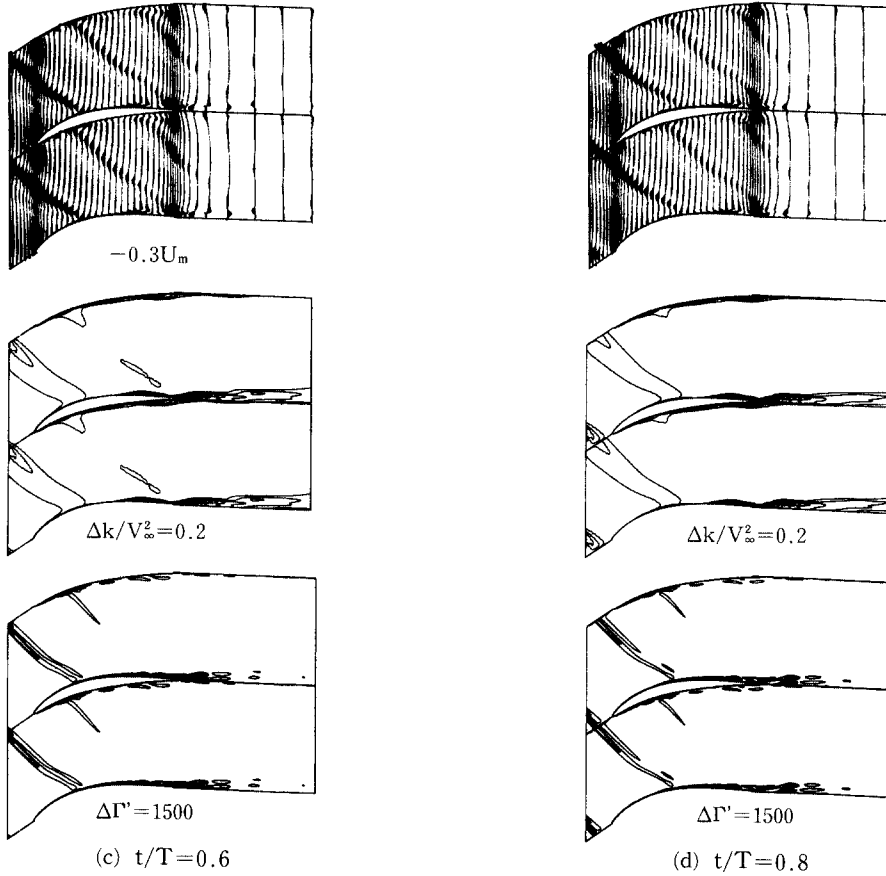


Fig. 12 Time history of unsteady velocity vector, turbulent kinetic energy and unsteady vorticity.

stream)의 난류운동에너지를 대류하고 생성에도 큰 역할을 수행하기 때문으로 판단된다. 이와 같은 판단은 Volkov 등<sup>(29)</sup>과 Chernobrovkin 등<sup>(32)</sup>도 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 유동에 대한 연구에서 제시한 바 있다. 동익의 후류가 블레이드에 충돌하고 갈라지는 유동특성은 Fig. 12에 도시한 비정상 속도벡터, 난류운동에너지 그리고 비정상 와도 분포에서 확인할 수 있다. 여기서 비정상 속도벡터는 순간 속도에서 시간 평균치를 뺀 값을 가리키고,  $T$ 는 동익 후류의 통과주기를 가리킨다. Fig. 12(a)는 무차원 시간  $t/T=0.2$ 에서 비정상 속도벡터, 난류운동에너지 그리고 비정상 와도 분포를 도시한 그림으로 후류가 블레이드에 도착하여 흡입면과 압력면으로 갈라지는 유동특성을 보여주고 있다. 블레이드의 중간 현(midchord) 부근에서는 선착한 후류에 의해 생성된 강한 난류운동에너지를 살펴볼 수 있다. 시간이 경과함에 따라 비정

상 와류는 하류로 이동하며 흡입면 층류 경계층을 천이시킨다. 블레이드의 선단 부근에서 강한 비정상 와류가 존재함에도 불구하고 강한 난류운동에너지를 볼 수 없는 것은 이 유동영역에서는 유동이 블레이드를 따라 가속되기 때문이다(Fig. 7을 살펴보면  $ssc/ssl \approx 0.2$ 까지는 천이를 기대하기 어렵다). Fig. 11에서 특기할 사항은 층류 저층에서의 거동이다. 층류 저층은 완전한 층류 유동영역임에도 후류의 의한 난류운동에너지 때가 관찰된다. 이는 벽면에 계측기구를 설치하여 비정상 천이 유동을 연구할 수 있음을 보여주는 결과로, 실험에서 열필름을 블레이드 표면에 부착하여 비정상 천이 경계층 유동을 연구하는 것이 가능한 실험기법임을 증명하는 결과이기도 하다. Addison 등<sup>(33)</sup>은 열필름을 이용하여 비정상 천이 경계층 유동을 연구할 수 있음을 실험적으로 보인 바 있으며, 본 수치해는 이를 수치적으로 확인한 최초의 결과이다.

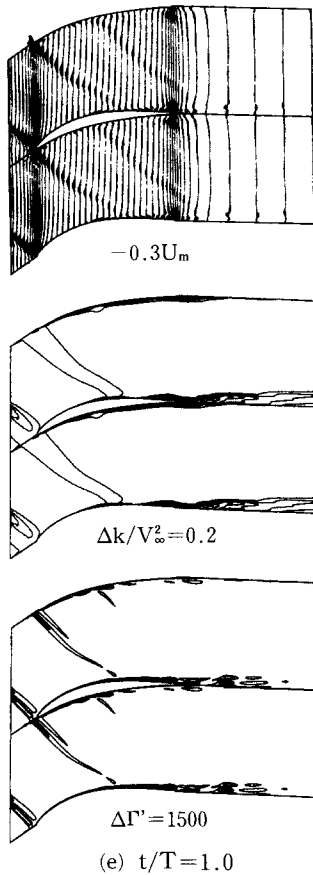


Fig. 12 Time history of unsteady velocity vector, turbulent kinetic energy and unsteady vorticity.

상류 동익의 후류가 천이에 미치는 영향은 Fig. 13에 도시한 그림에서도 확인할 수 있다. Fig. 13은 블레이드를 따른 4가지 위치에서의 난류운동에너지 분포를 시간과  $y$ -축 영역에서 도시한 그림이다. 그림에서 난류운동에너지 분포는  $\Delta \frac{k}{V_\infty^2} = 0.4$  간격으로 도시하였고, 난류운동에너지 최대치는 위치에 따라 변하고 있다. 천이가 시작하는  $ssc/ssl \approx 0.3$  (Fig. 13(a)) 위치에서는 난류운동에너지의 강도가 작을 뿐만 아니라 크기도 작아서 난류핵(turbulent spot)이 막 생성되기 시작하였음을 추측할 수 있다. 특기할 사항은 이 난류핵 강도의 최대치 위치가 후류 통과 주기와 일치한다는 것이다. 즉 동익의 후류에 의해 난류핵이 생성 혹은 성장함을 추측할 수 있다. 천이가 종료되는  $ssc/ssl \approx 0.7$  (Fig. 13(c))까지 난류핵 강도의 최대치 위치는 후

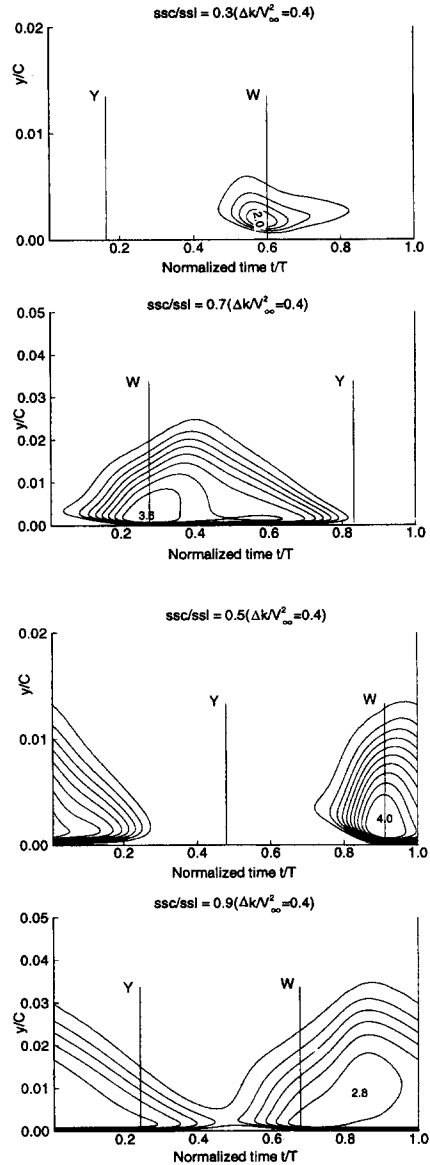


Fig. 13 Time history of turbulent kinetic energy at various chordwise locations.

류 통과 주기와 일치하고 있어 동익의 후류 영향이 천이가 완료되기까지 지속됨을 알 수 있다. 이제, 천이가 종결된 후단 부근인  $ssc/ssl \approx 0.9$  (Fig. 13(d))에서는 더 이상의 일치를 살펴볼 수 없어 후류 확산(wake diffusion)이 진행되어 난류 경계층이 형성됨에 따라 그 영향이 미미해 진 것으로 판단된다.

Fig. 14는 블레이드 표면을 따라 6가지 위치에서

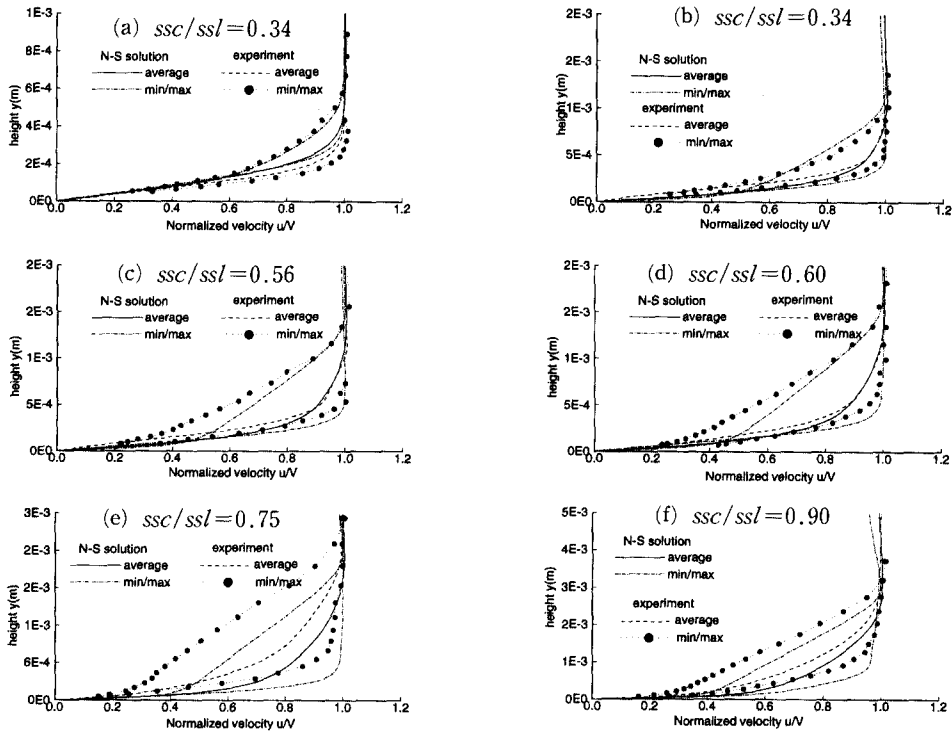


Fig. 14 Comparison of velocity profiles at various chordwise locations.

언은 속도분포를 실험치와 비교하여 도시한 그림이다. 천이 시작점 부근인  $ssc/ssl \approx 0.34$  에서의 경계층 두께는 약 1mm이고 후단 부근에서는 약 2.5 mm로 증가하지만, 여전히 굉장히 얇은 두께임을 지적해 둔다. 본 수치해는 동익 후류에 의한 비정상 속도(시간 평균치로부터의 변동)를 전 영역에 걸쳐 잘 예측하고 있음을 알 수 있다. 시간 평균치는 실험치와 약간의 차이 특히 천이가 끝나는 지점인  $ssc/ssl \approx 0.75$ 에서 다소 큰 차이를 보이는데, 이는 본 수치해와 실험치가 천이 영역 크기와 시작점의 위치에서 다소 차이를 보이기 때문이다. 천이가 대단히 완만히 일어남에 따라 약  $ssc/ssl \approx 0.75$ 까지는 본 수치해와 실험치가 비교적 좋은 일치를 보이지만,  $ssc/ssl \approx 0.75$ 에서 본 수치해는 천이가 완료된 난류 경계층을 예측하지만 실험치에서는 천이가 여전히 진행중임을 보여주고 있다. 실험치도  $ssc/ssl \approx 0.9$ 에 이르면 난류 경계층 형상에 가까운 속도분포를 예측하여 본 수치해와의 차이가 다시 줄어들고 있음을 알 수 있다.

## 6. 결 론

본 논문에서는 Navier-Stokes 코드를 이용하여 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 예측성을 실험치와 Euler/경계층 방정식 수치해법에 의한 수치해와 비교하여 살펴보고, 비정상 천이 경계층의 유동특성을 자세히 연구하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

(1) Navier-Stokes 방정식과 수정 저 레이놀즈 수  $k-\epsilon$  난류모델을 사용한 본 수치해석 방법은 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 주요특성 즉 후류유기천이때와 정속층류유동 등을 예측하였다. 또한 본 수치해는 후류유기천이때의 시작점, 크기, 확산 등에서 기존의 Euler/경계층 방정식 수치해에 비해 크게 개선된 거동을 보여주었다. 다만, 실험치와는 여전히 차이를 보이는데 이는 천이 혹은 난류모델의 문제로 판단된다.

(2) 동익의 후류는 블레이드에 충돌하여 비정상 와류를 발생시키고, 비정상 와류의 경계층 내부로의 유입은 정익 블레이드를 따라 발달하는 경계층

의 주요 유동특성인 후류유기전이때와 정속층류유동 등에 결정하는 주요 인자이다.

(3) 동익의 후류에 의한 유기전이때는 층류 저층에서도 그 흔적을 살펴볼 수 있으며, 이는 열필름과 같은 블레이드 벽면에 부착하는 계측기구를 동익과 정익의 상호작용에 의한 비정상 천이 경계층 유동의 연구에 유용하게 사용할 수 있음을 뒷받침한다.

## 후 기

본 논문은 한국과학재단의 1995년도 후반기 해외 박사후과정 재정지원으로 이루어진 것으로, 관계자 여러분께 감사드립니다.

## 참고문헌

- (1) Mayle, R. E., 1991, "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engines-1991 IGTI Scholar Lecture," *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 509~537.
- (2) Lakshminarayana, B., 1991, "An Assessment of Computational Fluid Dynamics Techniques in the Analysis and Design of Turbomachinery - The 1990 Freeman Scholar Lecture," *ASME J. of Fluids Engineering*, Vol. 113, pp. 315~352.
- (3) Henningson, D. S. and Alfredsson, P. H., 1995, "Stability and Transition," *Turbulence and Transition Modelling* edit by Hallback, M., Henningson, D. S., Jahansson, A. V., and Alfredsson, P. H., pp. 13~80.
- (4) 전 우평, 강 신형, 1995, "CPM을 이용한 평판 위 천이 경계층에서 벽마찰응력의 계측," 대한기계학회논문집, 제19권 제1호, pp. 240~250.
- (5) Schmidt, R. C. and Patankat, S. V., 1991, "Simulating Boundary Layer Transition with Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  Turbulence Models: Part I - An Evaluation of prediction Characteristics," *ASME J. of Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 10-17.
- (6) Cho, J. R. and Chung, M. K., 1992, "A  $k-\epsilon-\gamma$  Equation Turbulence Model," *JFM*, Vol. 237, pp. 301~322.
- (7) Halstead, D. E., Wisler, D. C., Okiishi, T. H., Walker, G. J., Hodson, H. P., and Shin, H. W., 1995, "Boundary Layer Development in Axial Compressors and Turbines Part 1: Composite picture, Part 2: Compressors, Part 3: LP Turbine, Part 4: Computations and Analysis," *ASME, IGTI*, Paper No. 95-GT-(461~464).
- (8) Gaugler, R. E., 1981, "Some Modification to and Operational Experience with the Two-Dimensional Finite Difference Boundary Layer Code, STAN5," *ASME Paper* 81-GT-89.
- (9) Gaugler, R. E., 1985, "A Review and Analysis of Boundary Layer Transition Data for Turbine Application," *ASME Paper* 85-GT-83.
- (10) Simon, F. F., and Ashpis, D. E., 1996, "Progress in Modeling of Laminar to Turbulent Transition on Turbine Vaned and Blades," in preparation.
- (11) Savill, A. M., 1995, "Transition Modeling for Turbomachinery III," *A Final Summary of ERCOFTAC Transition SIG Progress for the 3rd workshop*.
- (12) Savill, A. M., 1992, "Project on Transition Prediction with Turbulence Models in Assessment of Turbulence Models for Engineering Applications," J. M. Burgers Center, Delft University of Technology, Netherlands.
- (13) 강신형, 신상철, 이현구, 1996, "NACA0012 날개 위의 천이 경계층에 관한 실험적 연구," 대한기계학회 논문집, 제20권 제5호, pp. 1689~1699.
- (14) 양경수, 1996, "천이박리유동의 직접수치모사 part I: 주 불안정성, part II: 이차적 불안정성," 대한기계학회논문집, 제20권 제9호, pp. 2965~2980.
- (15) 강동진, 1991, "부분 포물형 Navier-Stokes 방정식을 이용한 천이박리기포의 수치적 해석," 박사학위논문, 한국과학기술원.
- (16) Abu-Ghannam, B. J., and Shaw, R., 1980, "Natural Transition of Boundary Layers-The Effects of Turbulence, Pressure Gradient and Flow History," *J. Mech. Eng. Sci.*, Vol. 22, pp. 213~228.
- (17) Fan, S. and Lakshminarayana, B., 1994,



- “Computation and Simulation of Wake Generated Unsteady Pressure and Boundary Layers in Cascade, Part 1: Description of the approach and validation, Part 2: Simulation of Unsteady Boundary Layer Flow Physics,” *ASME, IGTI*, Paper No. 94-GT-(140, 141).
- (18) Fan, S. and Lakshminarayana, B., and Barnett, M., 1993, “A Low Reynolds Number  $k-\epsilon$  model for Unsteady Turbulent Boundary Layer Flows,” *AIAA Journal*, Vol. 31, No. 10, pp. 1777~1784.
- (19) Speziale, C. G., and Anderson, E. C., 1992, “A Critical Evaluation of Two-Equation Models for Near Wall Turbulence,” *AIAA J.*, Vol. 30, No. 2, pp. 324~331.
- (20) Patel, C. V., Rodi, W., and Scheurer, G., 1985, “Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows : A Review,” *AIAA J.*, Vol. 23, No. 9, pp. 1308~1319.
- (22) Launder, R. E., 1993, “Modelling Convective Heat Transfer in Complex Turbulent Flows,” *Engineering Turbulence Modelling and Experiments II*, pp. 3~22.
- (23) Ho, Y. H., and Lakshminarayana, B., 1993, “Computation of Unsteady Viscous Flow Through Turbomachinery Blade Row Due To Upstream Rotor Wakes,” *ASME Paper* No. 93-GT-321.
- (24) Yu, W. S., and Lakshminarayana, B., 1994, “Numerical Simulation of the Effects of Rotor-Stator Spacing and Wake/Blade Count Ratio on Turbomachinery Unsteady Flows,” *ASME Winter Annual Meeting*, Symposium on Unsteady Flow in Aerospace Propulsion.
- (25) 강 동진, 배 상수, 1996, “일반 비직교 표면 좌표계에서의 비압축성 점성유동의 수치해석 : Hybrid법과 QUICK법의 비교,” *대한기계학회논문집*, 제20권 제5호, pp. 1613~1623.
- (26) Stauter, R. C., Dring, R. P., and Carta, F. O., 1990, “Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 1: Experiment,” *ASME, IGTI*, Paper No. 90-GT-259.
- (27) Dring, R. P., and Joslyn, H. D., 1985, “An Assessment of Single and Multi Stage Compressor Flow Modeling,” *Final Report for Naval Air Systems Command Contract* No. N00014-84-C-0354, AD-B102101.
- (28) Gundy-Burlet, K. L., Rai, M. M., Stauter, R. C., and Dring, R. P., 1990, “Temporally and Spatially Resolved Flow in a Two-Stage Axial Compressor, Part 2:Computational Assessment,” *ASME, IGTI*, Paper No. 90-GT-299.
- (29) Volkov, T., and Tan, C. S., 1995, “Control of the Unsteady Flow in a Stator Blade Row Interacting With Upstream Moving Wakes,” *ASME J. Turbomachinery*, Vol. 117, pp. 97~105.
- (30) Halstead, D. E., 1996, Private Communication.
- (31) Kang, D. J. and Lakshminarayana, B., 1997, “Numerical Prediction of Unsteady Transitional Boundary Layer Flow due to Rotor-Stator Interaction,” *33rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, AIAA 97-2752.
- (32) Chernobrovkin, A., and Lakshminarayana, B., 1997, “Development and Validation of Navier-Stokes Procedure for Turbomachinery Unsteady Flow,” *33rd AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, AIAA 97-3281.
- (33) Addison, J. S., and Hodson, H. P., 1990, “Unsteady Transition in an Axial Flow Turbine : Part 1 : Measurements on the Turbine Rotor,” *ASME Journal of Turbomachinery*, Vol. 112, pp. 206~221.