

요동이 있는 밀폐용기내 낮은 Pr 액체의 자연대류에 관한 수치적 연구

모 정 하*

(1997년 8월 2일 접수)

A Numerical Study of Natural Convection for Low Pr Liquids in Enclosures with Rocking

Jeong-Hah Moh

Key Words : Rocking(요동), Oscillatory Convection(진동대류), Chaotic Convection(혼돈대류), Coriolis Force(코리올리력), Spectral Collocation Method(분광배열법), Phase Trajectory(위상궤적)

Abstract

This study deals with the interaction between buoyancy-induced convection and externally imposed excitation in the form of harmonic rocking and the effect of the interaction upon heat transfer in low-Pr liquids. A wide array of system responses are discussed using the spectral collocation numerical technique. The superposition of buoyancy and Coriolis forces leads to complex fluid flow and heat transfer. The transition to chaotic convection is accelerated, and heat transfer rates are reduced as the enclosure is excited at the fundamental frequency of oscillation associated with the pure buoyancy-driven case. Average heat transfer rates are correlated for Pr = 0.02 and 0.03. The heat transfer is affected more in the Pr=0.03 liquid than the case of Pr = 0.02.

기 호 설 명	
Ar	: 종횡비 (= L_y/L_x)
f	: 진동수
g	: 중력가속도
Gr	: Grashof 수 [= $g\beta(T_H - T_C)(2L_x)^3/\nu^2$]
L_x, L_y	: 용기의 x방향 및 y방향 절반길이
Nu	: 공간평균 Nusselt 수
P	: 압력
Pr	: Prandtl 수 (= ν/α)
Ra	: Rayleigh 수 (= GrPr)
Re	: Reynolds 수 (= $2[2L_y]^2\Omega/\nu$)

t	: 시간
T	: 온도
u, v	: x, y 방향의 속도
x, y	: 직교좌표계

그리스문자

α	: 열확산율
β	: 열팽창계수
θ	: 경사각
ν	: 동점성계수
ρ	: 밀도
Ψ	: 무차원 유동함수
Ω	: 각속도

*회원, 원광대학교 공과대학 기계공학과

상점자 및 하점자	
avg	: 시간평균
c	: 입계
C	: 저온
H	: 고온
max	: 최대
p-p	: 피크-피크
ref	: 기준
*	: 기본

1. 서 론

낮은 Pr의 자연대류는 액체금속이나 반도체제조와 같은 응용분야에서 지대한 관심의 대상이 되고 있다. 지금까지 많은 연구자들이 저온 및 고온으로 가열된 용기와 같은 일반적인 또는 단순한 기하학적 형상에 대하여 정상상태에서 진동(oscillation) 상태로 진동상태에서 혼돈(chaos)상태로 변하는 천이과정을 연구하였다.⁽¹⁻⁸⁾ 이와같은 연구에는 상이하게 가열된 밀폐용기내의 2차원 자연대류에 대한 수치해석도 포함되어 있다.

주조품을 다루는 산업체에서는 양질의 제품생산을 위한 하나의 공법으로 용기를 흔들어주는 방법을 사용하고 있다.⁽⁹⁾ 용기에 요동(rocking)을 가하게 되면 유동장 및 열전달률의 변화로 인하여 금속의 응고과정동안 고체입자의 크기에 영향을 미친다. Neilson 및 Incropera⁽¹⁰⁾는 간헐성 회전에 의한 주조용 모듈드의 요동이 제품의 품질에 미치는 영향을 알아보기 위하여 적절한 Pr을 갖는 비공정 액체에 대한 응고실험을 하였으며 실험 결과 용기의 간헐성 회전이 제품의 결함을 줄일 수 있다는 사실을 관찰하였다. 그러나 이들 연구에서는 요동이 있는 용기내의 유동현상 및 열전달 특성을 전혀 밝히지 못하였다. 현재까지 자연대류에 대한 광범위한 연구가 진행되어 왔지만 밀폐용기의 요동이 자연대류에 미치는 상호작용을 연구한 논문^(11,12)은 매우 미미한 실정이다.

본 연구에서는 낮은 Pr의 액체금속이 들어있는 용기에 요동을 가했을 때 나타나는 유체유동 및 열전달 특성에 대해 중점적으로 분석하였다. 문제의 해석을 위해서는 많은 매개변수가 필요하지만 본 연구에서는 종횡비 1에 대하여 Pr, Ra 및 용기의 최대경사각 θ_{max} 의 변화에 따른 자연대류문제에 국

한하였다. 종횡비가 1인 밀폐용기에 대하여 낮은 Pr 액체의 순수자연대류(외부요동이 없는 경우)인 경우 $Pr_c=0.025$ 를 기준으로 물리적 거동이 변한다는 사실⁽⁷⁾이 알려져 있기 때문에 일반적인 대류 형태의 고찰을 위하여 $Pr=0.02$ 및 $Pr=0.03$ 인 두 개의 경우만을 고려하였다. 각각의 Pr에 대하여 Ra 및 θ_{max} 의 변화에 따른 유동 및 온도특성을 살펴보고 평균 Nu에 대한 상관관계식을 제시하였으며 외부입력 크기 및 진동수를 고찰하였다. 그리고 수치해의 정확성을 알아보기 위하여 기존의 수치해석방법에 의한 결과와 비교 검토를 하였다.

2. 지배방정식

본 연구에서 해석하고자 하는 기하학적 모델은 낮은 Pr의 유체로 채워진 2차원 직각밀폐용기이다. 용기는 Fig. 1과 같이 용기의 가운데에 위치한 축을 중심으로 진동하며 시간평균 용기의 위치는 $\theta=0^\circ$ 이다. 용기의 상, 하면은 단열되어 있고 좌측면은 저온으로 우측면은 고온으로 일정하게 유지된다. 따라서 부력은 반시계방향으로 대류를 발생시키고 코리올리력은 용기의 순간각속도 방향에 따라 시계방향으로 순환을 증진시킨다. 이러한 가정에 기본방정식을 기술하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - (2v\Omega + x\Omega^2 + y \frac{\partial \Omega}{\partial t}) = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - g\beta(T_{ref} - T) \sin \theta \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - (2u\Omega + y\Omega^2 + x \frac{\partial \Omega}{\partial t})$$

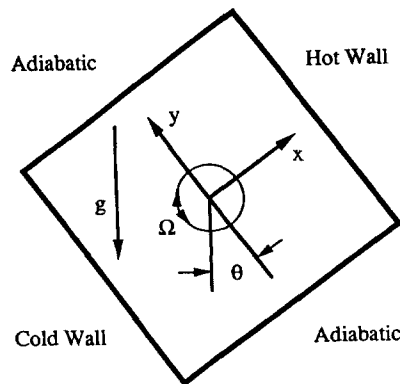


Fig. 1 Schematic of the physical system.

$$= \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g\beta(T_{ref} - T) \cos \theta \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

$$\Omega(t) = 2\pi f \cdot \theta_{max} \cos(2\pi ft) \quad (4)$$

길이, 시간, 압력, 속도, 가속도 및 온도의 무차원수를 각각 $-L_x$, L_x^2/ν , $\rho v^2/L_x^2$, $-v/V_x$, ν/L_x^2 및 T_c 로 정의하면 기본방정식은 다음과 같이 무차원방정식으로 변환된다.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v}{Ar} \frac{\partial u}{\partial y} - (2u\Omega + x\Omega^2 + Ar \cdot y \frac{d\Omega}{dt}) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{Ar^2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{Gr}{8} (0.5 - T) \sin \theta \quad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v}{Ar} \frac{\partial v}{\partial y} - (2u\Omega - Ar \cdot y\Omega^2 + x \frac{d\Omega}{dt}) = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1}{Ar^2} \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} - \frac{1}{Ar} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{Gr}{8} (0.5 - T) \cos \theta \quad (6)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v}{Ar} \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{Pr} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{Ar^2} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (7)$$

3. 수치해석방법

본 연구에서 사용한 수치해석방법은 분광배열법 (spectral collocation method)⁽¹³⁻¹⁷⁾이다. 이는 최근에 개발된 수치해법으로서 복잡한 유동형태, 다성분의 복합대류 또는 낮은 Pr의 대류해석에 적합한 방법으로 알려져 있다. 그러나 개발된 기간이 짧기 때문에 정규좌표계를 제외한 불규칙한 형상에 대해서는 해석이 불가능한 단점이 있다.

해석방법을 간략히 소개하면 다음과 같다. 먼저 속도, 압력 및 온도성분을 Chebyshev의 다항식⁽¹⁶⁾으로 표현하고 운동량방정식 및 에너지방정식을 2계후진 Euler기법⁽¹⁷⁾을 이용하여 시간항으로 적분하면 각각의 시간에 대하여 풀게 될 2차원 Helmholtz방정식이 된다. 그리고 행렬대각화 알고리즘⁽¹⁶⁾을 사용하여 Helmholtz방정식을 풀면 모든 종속변수에 대한 대수방정식으로 변환된다. 마지막으로 대수방정식을 이용하여 속도, 압력 및 온도를 매 시간간격마다 각각의 배열점에 대하여 구한다.

수치해석을 위하여 격자수는 Pr=0.02인 경우 33×33을 Pr=0.03인 경우 39×39를 사용하였으며 시간간격은 모든 경우에 대하여 10⁻⁶을 사용하였

다. 위의 조건으로 수치해석한 결과 안정된 해를 얻을 수 있었다.

4. 계산결과 및 고찰

4.1 모델 검증

수치해석의 타당성을 검증하기 위하여 몇개의 독립된 결과를 본 연구모델과 유사한 기존의 연구결과와 비교 검토하였다.

먼저 요동이 없는 경우 ($\theta_{max}=0$)에 대한 \overline{Nu}_{avg} 값을 Pr=0.02 및 Pr=0.03인 경우에 대한 연구결과와 비교하였다. 밀폐용기 벽면에서의 평균 Nu는

Table 1 Comparison of averaged Nusselt number in the case of no rocking.

Pr	Ra	\overline{Nu}_{avg}	
		Ball and Bergman ⁽⁷⁾	Present work
0.02	60,000	3.455	3.062
0.03	300,000	4.847	4.667

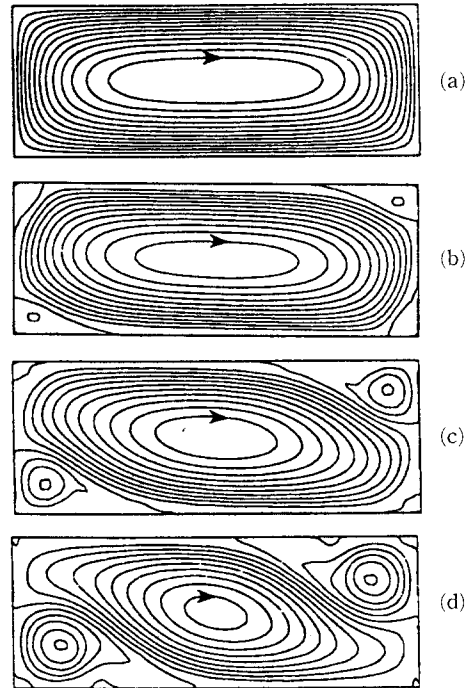


Fig. 2 Predicted streamline distributions for Ar=3 and Re=5000 at (a) t=0, t=5, (c) t=10, and (d) t=15.

식 (8)로 정의하였으며 Table 1에 이들 값을 나타냈다.

$$\overline{Nu}_{avg} = \int_0^1 \frac{\partial T}{\partial x} dy \quad (8)$$

본 연구에서 예측된 \overline{Nu}_{avg} 값은 Pr=0.02, Ra=60,000 및 Pr=0.03, Ra=300,000인 경우에 대하여 참고문헌⁽⁷⁾과 12%이내에서 일치하였다.

본 논문에서 가장 크게 중점을 둔 연구는 순수부력과 코리올리력간의 상호작용을 밝히는 것이다. Fig. 2는 중횡비=3 및 Re=5000 조건에서 가운데 축을 중심으로 용기가 회전할 때 시간의 흐름에 따른 용기내의 2차원 유동형태를 보여준 것이다. 각각의 시간에 대하여 참고문헌⁽¹⁸⁾의 유동형태와 완전한 일치가 됨을 알 수 있었다.

격자수의 변화에 따른 수치해의 안정성을 알아보

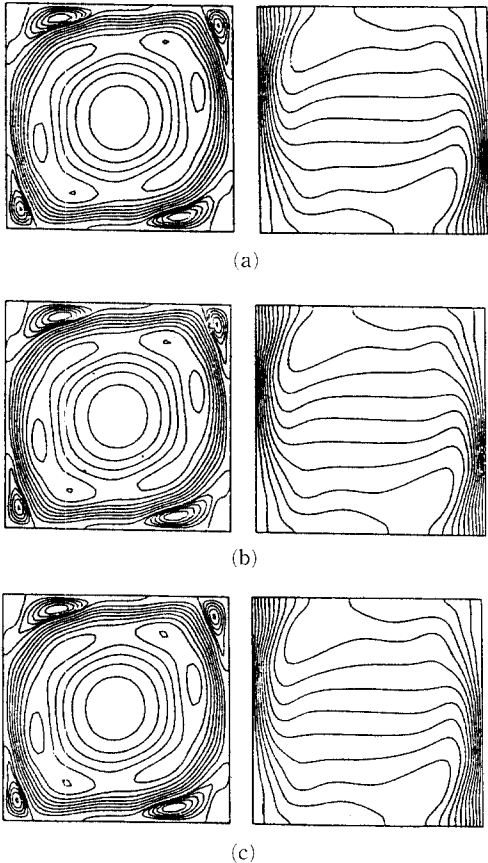


Fig. 3 Comparison of streamline and isotherm distributions with a variation of spatial distribution for Pr=0.03, Ra=650,000, $\theta_{max}=5^\circ$ at $\theta=0^\circ$ (a) 39×39, (b) 45×45, and (c) 51×51.

기 위하여 Pr=0.02, Ra=120,000, $\theta_{max}=10^\circ$ 및 Pr=0.03, Ra=650,000, $\theta_{max}=5^\circ$ 의 경우를 선정하였으며 대표적인 결과를 Fig. 3에 도시하였다. Fig. 3은 Pr=0.03인 액체에 대하여 시간간격은 10^{-6} , 격자수는 39×39, 45×45 및 51×51을 사용하였을 때 $\theta=0^\circ$ 에서의 유동장 및 온도장을 나타낸 것이다. 유동함수의 최대값 및 최소값은 각각 209.0(-57.4), 210.6(-58.8) 및 210.8(-58.5)이다. 따라서 Pr=0.03인 경우 39×39의 격자수에서도 만족할만한 결과를 얻을 수 있었다. 그리고 Pr=0.02인 경우 27×27, 33×33 및 39×39의 격자수를 사용하여 계산을 수행하였으며 33×33의 격자수 이상만 되면 해의 변화가 없음을 확인할 수 있었다.

한편 무차원 시간간격으로 Pr=0.02인 경우 $t < 10^{-5}$ 을 Pr=0.03인 경우 $t < 10^{-6}$ 을 사용하여 해석한 결과 안정된 수치해를 얻을 수 있었다.

본 연구에서 사용한 수치해석방법에 대한 해의 정확성을 알아보기 위하여 분광배열법과 자연대류 수치해석시 많이 이용하는 유한체적법⁽¹⁹⁾에 의한 수치해를 비교 분석하였다. 분광배열법에 의한 수치해의 정확성은 문헌^(7,14,15)을 통하여 이미 입증된 바 있다. Fig. 4는 Pr=0.02, Ra=120,000 및 $\theta_{max}=0^\circ$ 인 경우에 대한 유동장 및 온도장을 Fig. 5는 Pr=0.03, Ra=650,000 및 $\theta_{max}=0^\circ$ 인 경우에 대

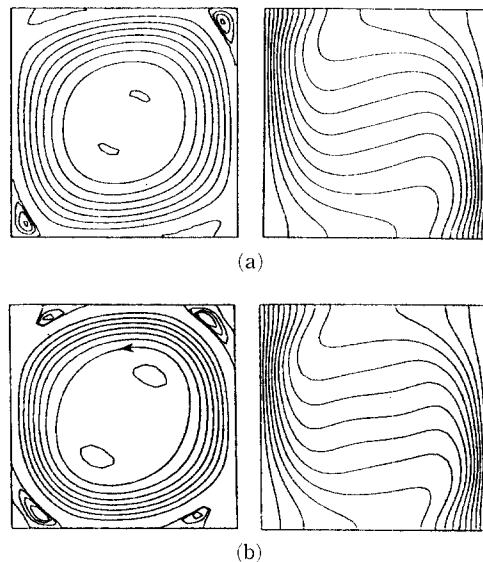


Fig. 4 Comparison of streamline and isotherm distributions at $t=0.5$ for Pr=0.02, Ra=120,000 and $\theta_{max}=0^\circ$ (a) FVM and (b) spectral methods.

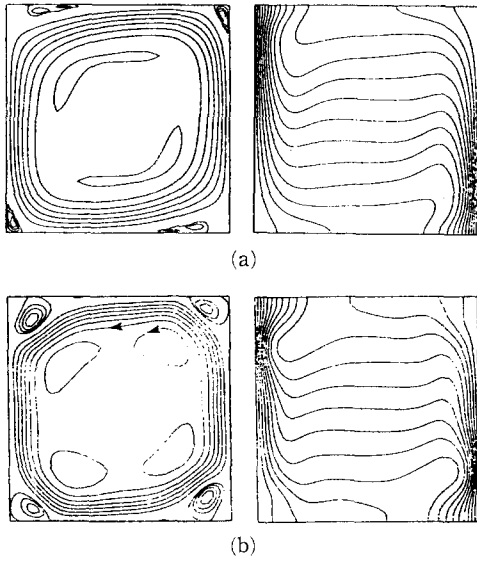


Fig. 5 Comparison of streamline and isotherm distributions at $t=0.5$ for $Pr=0.03$, $Ra=650,000$ and $\theta_{max}=0^\circ$ (a) FVM and (b) spectral methods.

한 유동장 및 온도장을 나타낸 것이다. $Pr=0.02$ 인 경우 두 방법에 의한 유동함수의 최대 및 최소값은 각각 $345.8(-7.83)$ 및 $404.6(-3.78)$ 이다. 전반적인 유동패턴은 비슷한 모습을 보이고 있으나 벽 모서리 부근의 재2차유동은 약간 상이한 모습을 나타내고 있는데 이는 수치해의 해상도에 의한 차이에서 기인하는 것으로 판단된다. 그러나 온도장은 상단 및 하단의 가운데 부분을 제외하고는 거의 일치하는 모습을 보이고 있다. $Pr=0.03$ 인 경우 유동함수의 최대 및 최소값은 각각 $328.8(-6.91)$ 및 $371.98(-37.76)$ 이며 $Pr=0.02$ 인 경우에 비하여 많은 차이를 나타낸다. 유한체적법에 의한 유동은 중심부에서 반시계방향으로 회전하는 두 개의 셀이 관찰되나 분광배열법에 의한 유동은 중심부에서 네 개의 셀이 관찰된다. 그리고 벽 모서리 부근에서 재2차유동이 활발하게 발달하고 있음을 알 수 있다. 한편 온도장의 경우 분광배열법에 의한 온도분포는 벽 왼쪽 상단과 오른쪽 하단부근에서 심한 온도구배를 보이고 있는 반면 유한체적법에 의한 온도분포는 벽 부근에서 상대적으로 완만한 온도구배를 보이고 있다. 위의 결과로부터 Pr 이 낮은 자연대류 해석시 분광배열법에 의한 수치해석이 요망된다.

Table 2 Fundamental frequencies for $Pr=0.02$ and 0.03 for various Rayleigh numbers.

Pr	Ra	f^*
0.02	(58390)	271.30
	60,000	272.78
	90,000	300.39
	120,000	329.60
0.03	(281545)	585.87
	300,000	598.09
	650,000	829.88
	1,000,000	1967.86

(Values in parentheses are for Ra_c)

4.2 임계진동수

고려할 수 있는 많은 조건을 줄이기 위하여 부력에 의한 순수대류($\theta_{max}=0$)와 연관된 기본진동수(f^*)에서 요동이 발생하는 경우만을 고찰하였다.

외부입력이 $\theta_{max}=0$ 인 경우의 기본진동수로 가지지기 때문에 해석의 첫번째 단계는 각각의 Ra 및 Pr 과 연관된 f^* 를 결정하는 것이다. $Ra < Ra_c$ 인 경우(진동이 없는 정상유동) 외부입력은 f_c^* 값으로 하였다.

기본진동수는 임의의 속도성분을 스펙트럼해석하여 결정되며 여러범위의 Ra 에 대한 기본진동수값을 Table 2에 표시하였다. Ra_c 값은 임의의 지점에서 국소속도의 최대값과 최소값의 차이를 2배한 값과 Ra 값을 선형외삽법을 이용하여 계산하며 속도가 영이되는 점에서의 값을 Ra_c 값으로 결정하였다. f_c^* 값은 Ra_c 값을 기준으로 하여 외삽법으로 구하였다. $Pr=0.02$ 및 $Pr=0.03$ 에서의 Ra_c 및 f_c^* 값은 참고문헌⁽⁷⁾과 잘 일치하였다. 외부요동이 없는 경우 천이에서 혼돈상태로의 과정은 $Pr=0.02$ 인 경우 $1.2 \times 10^5 < Ra < 1.5 \times 10^5$, $Pr=0.03$ 인 경우 $1 \times 10^6 < Ra < 1.2 \times 10^6$ 범위에서 발생하였다.

4.3 Pr의 영향

Pr 의 변화에 따른 유동 및 온도특성을 고찰하기 위하여 먼저 $Pr=0.02$ 인 경우를 고려하였다. Figs. 8~10은 $\theta=0$ 및 $\pm 0.5 \cdot \theta_{max}$ 와 연관된 시간에 대하여 $Ra=0$ 및 120,000 그리고 $\theta_{max}=0^\circ$ 및 10° 인 경우의 유동장 및 온도장을 나타낸 것이다. 이때의 기본진동수 f^* 는 329.6이다.

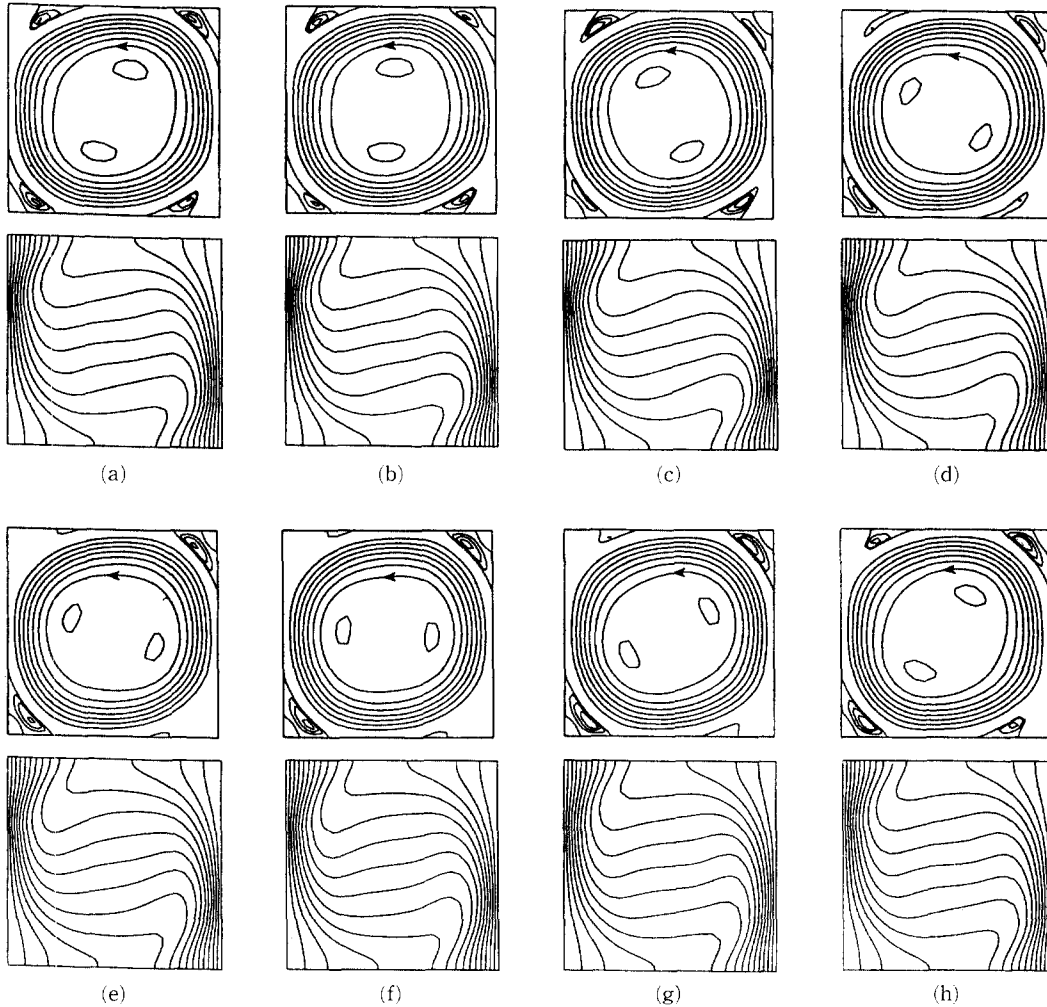


Fig. 6 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.02$, $Ra=120,000$, $\theta_{max}=0^\circ$ at (a) $t=0.5006$, (b) $t=0.5009$, (c) $t=0.5014$, (d) $t=0.5019$, (e) $t=0.5021$, (f) $t=0.5024$, (g) $t=0.5029$ and (h) $t=0.5034$.

순수자연대류의 경우(요동이 없는 경우) 반시계 방향으로 순환이 이루어지고 네 모서리 부근에서 간헐적인 재순환유동이 발생하였다(Fig. 6). 온도 분포를 자세히 관찰하면 맥동현상이 나타남을 알 수 있으며 용기내부에 순회하는 2개의 작은 재순환 유동이 존재하였다. Fig. 7은 $Ra=0$ 및 요동이 있는 경우의 유동 및 온도특성이다. 이러한 조건에서 모든 대류는 코리올리력만으로 발생된다. 등온선에 표시된 화살표는 용기회전의 순간방향을 나타낸 것이며 주유동방향이 $\theta = \theta_{max}$ 에서 바뀌는 것을 관찰할 수 있었다(Fig. 7(c) 및 Fig. 7(g)). 한편 온도 분포는 주로 전도에 의해 지배되지만 코리올리력에

의한 확산으로 약간 휜 경향을 보였다.

요동과 부력에 의한 대류가 중첩이 될 때(Fig. 8) 중심부의 주유동은 부력의 영향으로 반시계방향으로 회전한다. 부력에 의한 주유동(Fig. 6)이 반시계방향으로 회전하고 이와 반대로 코리올리력에 의한 유동(Fig. 7)이 시계방향으로 회전할 때 네 모서리 부근에서 순수부력에 의한 경우보다 활발한 재순환유동이 존재함을 관찰할 수 있었다. 용기의 경사각 θ 가 10° (Fig. 8(c))에 이르게 되면 코리올리력에 의한 유동(Fig. 7(c))과 부력에 의한 유동(Fig. 6(c))의 회전방향이 반시계방향으로 일치하여 모서리 부근에서 재순환유동이 사라지며 영값의

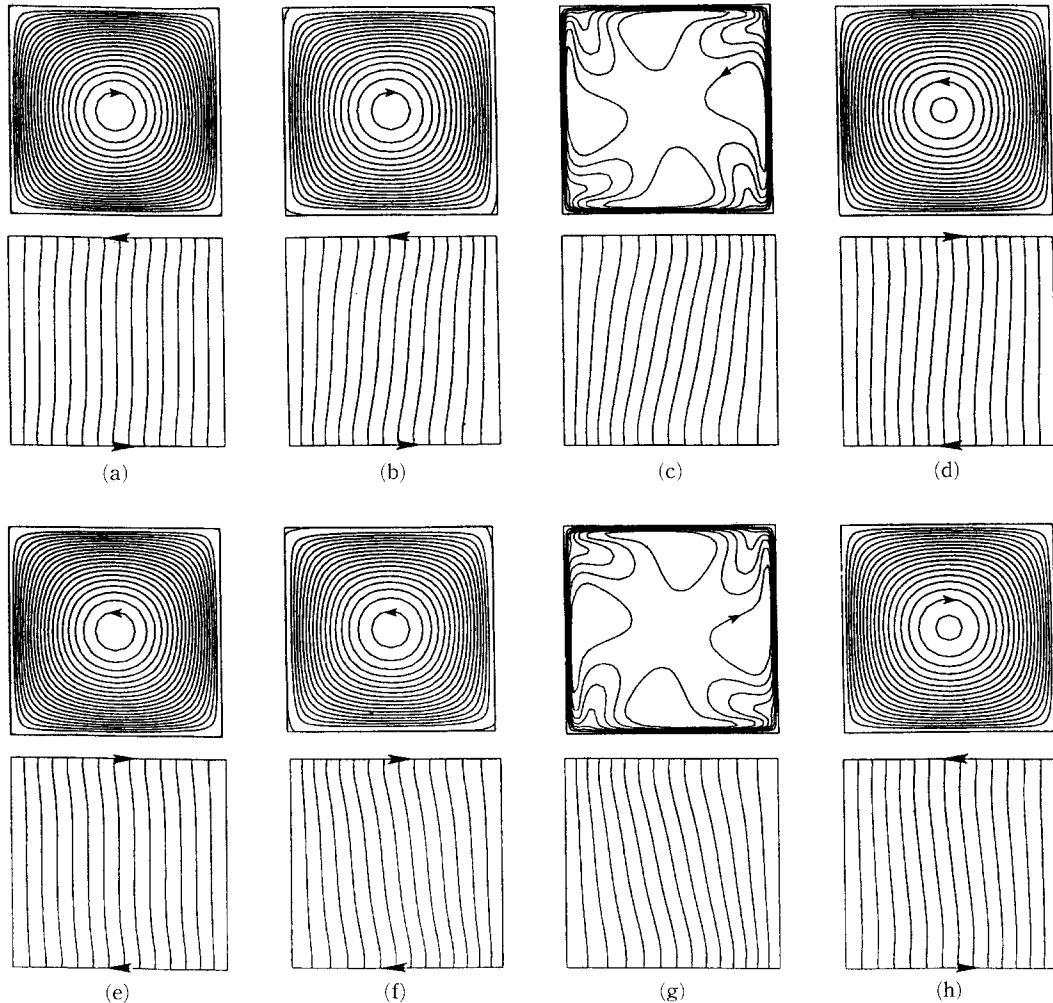


Fig. 7 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.02$, $Ra=0$, $\theta_{max}=10^\circ$ at (a) $t=0.5006$, $\theta=0^\circ$, (b) $t=0.5009$, $\theta=5^\circ$, (c) $t=0.5014$, $\theta=10^\circ$, (d) $t=0.5019$, $\theta=5^\circ$, (e) $t=0.5021$, $\theta=0^\circ$, (f) $t=0.5024$, $\theta=-5^\circ$, (g) $t=0.5029$, $\theta=-10^\circ$ and (h) $t=0.5034$, $\theta=-5^\circ$.

유동함수가 용기의 네 모서리 부근에 위치함을 관찰할 수 있었다. 그림에는 나타나있지 않으나 극히 얇은 막이 용기의 네 벽면을 따라 반시계방향으로 회전하며 반시계방향의 매우 작은 재순환유동이 네 모서리 부분에 존재하는 것으로 판단되었다. 그리고 Fig. 8(d)를 통하여 영값의 유동함수가 네벽면에 있으며 고온벽과 저온벽 부근의 유체는 정체상태에 있음을 알 수 있었다.

Figs. 9~11은 $Pr=0.03$ 인 경우에 대하여 $Ra=0$ 및 $650,000$ 그리고 $\theta_{max}=0$ 및 5° 인 경우의 유동장 및 온도장을 표시한 것이다. 이때의 기본진동수 f^* 는 829.88 이다.

$Pr=0.03$ 인 경우 $Ra=10^6$ 에 대해서는 $\theta_{max}>1^\circ$ 그리고 $Ra=650,000$ 에 대해서는 $\theta_{max}=10^\circ$ 에서 혼돈상태가 존재하였다. 이에 반하여 $Pr=0.02$ 인 경우 $\theta_{max}=10^\circ$ 보다 큰 범위에서 용기를 유동하여도 혼돈이 발생하지 않을 것으로 판단된다. 그러므로 $Pr=0.03$ 인 경우에는 $Pr=0.02$ 인 경우와 달리 약간의 요동만 가하여도 난류대류로의 천이과정이 쉽게 발생하며, 변화하는 주기가 2배로 된다. 이러한 이유로 $\theta_{max}=0^\circ$ 및 $Ra=0$ 인 경우 유동함수 및 온도분포를 $\theta=0^\circ$ 및 $\pm 5^\circ$ 와 연관된 시간에 대하여만 도시하였다.

$\theta_{max}=0^\circ$ 인 경우(Fig. 9) 반시계방향으로 회전하

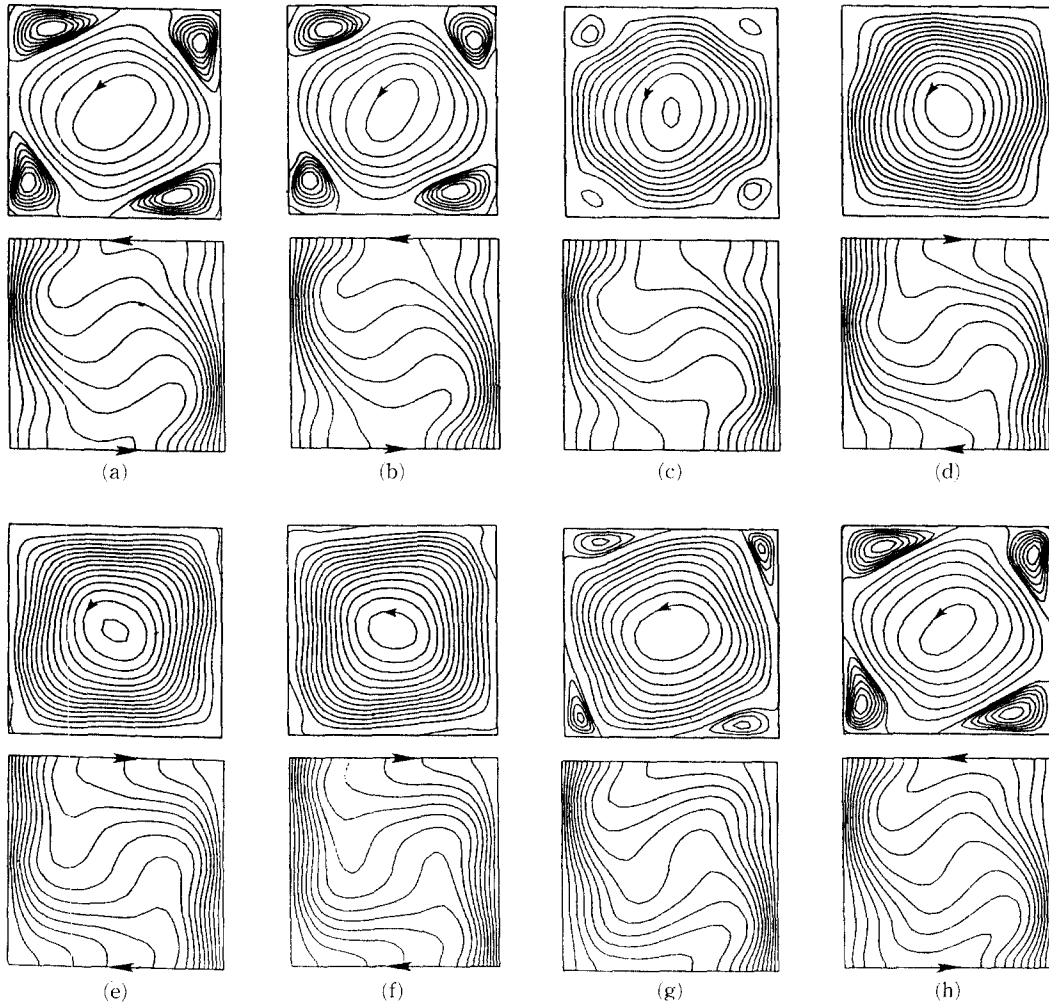


Fig. 8 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.02$, $Ra=120,000$, $\theta_{max}=10^\circ$ at (a) $t=0.5006$, $\theta=0^\circ$, (b) $t=0.5009$, $\theta=5^\circ$, (c) $t=0.5014$, $\theta=10^\circ$, (d) $t=0.5019$, $\theta=5^\circ$, (e) $t=0.5021$, $\theta=0^\circ$, (f) $t=0.5024$, $\theta=-5^\circ$, (g) $t=0.5029$, $\theta=-10^\circ$ and (h) $t=0.5034$, $\theta=-5^\circ$.

는 네 개의 셀이 유체의 중심부에 존재하며 네 모서리부근에서 재순환유동이 간헐적으로 성장했다가 사라지는 현상을 보였다. 비교적 Pr이 크기 때문에 온도분포는 Fig. 6의 $Pr=0.02$ 인 경우와 유사한 모습을 나타냈다.

$Ra=0$ 인 경우(Fig. 10) 유동장 및 온도장은 $Pr=0.02$ 인 경우와 유사한 모습을 보였다. 다만 유동함수의 최대값은 입력값(진동수)이 커짐에 따라 증가하였다.

부력과 요동이 중첩될 때(Fig. 11) 계는 매우 복잡한 현상을 나타냈다. 첫 번째로 두 번의 용기진동후에 나타나는 반복거동과 함께 주기배중(period

doubling)이 관찰되었으며 $5^\circ < \theta_{max} < 10^\circ$ 범위에서 혼돈대류로의 급속한 천이현상이 발생하였다. 두 번째는 $Pr=0.02$ 인 경우와 달리 유동이 대칭이 아니라는 점이다. 세 번째는 θ_{max} 값이 Fig. 8의 반절에 불과하지만 코리올리력이 강하여 중심부의 유체가 시계방향으로 회전하게 된다. 이는 Fig. 9에서 열적으로 성층화된 중심부의 존재로 유체의 활동이 약화된 결과라고 판단된다. $Pr=0.03$ 인 경우 모서리 재순환유동은 $Pr=0.02$ 인 경우에 비하여 활발하지 못한 반면에(Fig. 11(b), Fig. 11(f)) 중심부 회전은 현저하게 상이하였다.

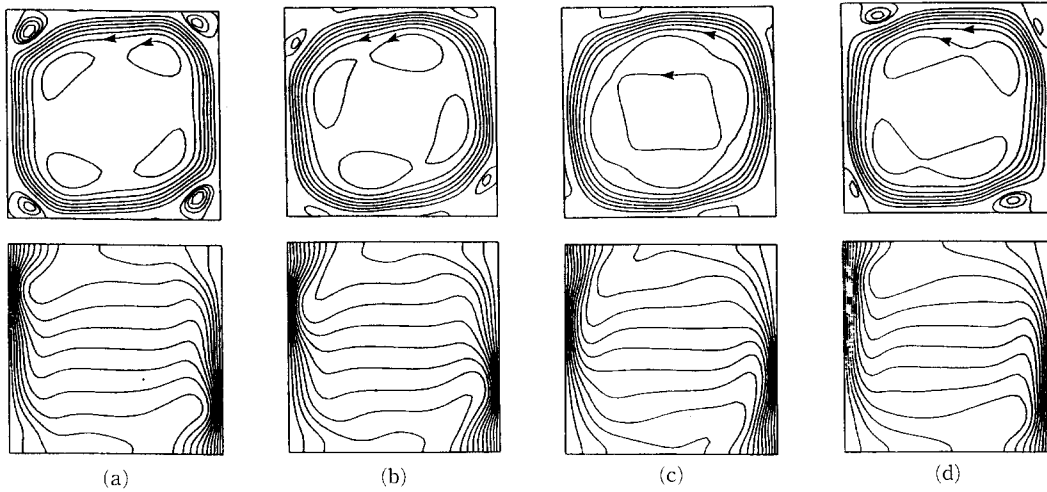


Fig. 9 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.03$, $Ra=650,000$, $\theta_{max}=0^\circ$ at (a) $t=0.5$, (b) $t=0.5004$, (c) $t=0.5007$ and (d) $t=0.501$

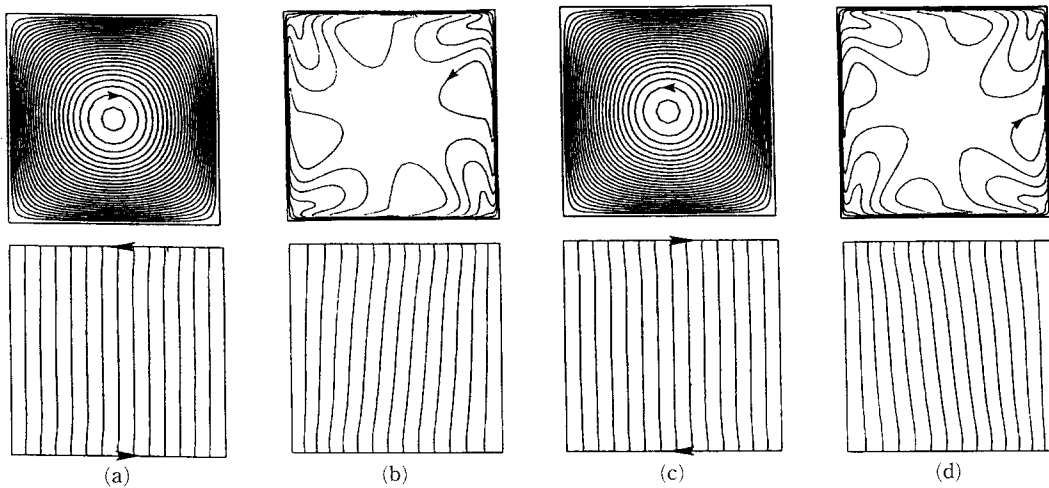


Fig. 10 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.03$, $Ra=0$, $\theta_{max}=5^\circ$ at (a) $t=0.5$, $\theta=0^\circ$, (b) $t=0.5004$, $\theta=5^\circ$, (c) $t=0.5007$, $\theta=0^\circ$ and (d) $t=0.501$, $\theta=-5^\circ$.

4.4 위상궤적

임의의 지점에서 시간의 흐름에 따른 국소속도 변화 즉 위상궤적(phase trajectory)을 관찰하면 각각의 Pr 에 대한 주기변화를 확인할 수 있다.

Fig. 12는 $Pr=0.02$ 인 경우에 대하여 10주기 동안에 변화한 임의의 두 국소 속도를 이용하여 도시한 위상궤적을 나타낸 것이다. 각각의 경우에 혼돈상태가 존재하지 않으며 속도성분의 크기가 일정함을 알 수 있었다. $Pr=0.02$ 인 경우 본 연구에서 고려한 Ra , f 및 θ_{max} 의 모든값에 대해서 혼돈상태가 존재하지 않았다. 그러나 몇몇의 경우에는 단일

크기의 속도신호가 아닌 다중속도신호가 존재하였다(예를 들면 $Ra=90,000$, $\theta_{max}=5^\circ$ 의 경우). Fig. 13은 $Pr=0.03$ 인 경우의 위상궤도를 나타낸 것으로서 $\theta_{max}=0^\circ$ (Fig. 13(a)) 및 $Ra=0$ (Fig. 13(b))인 경우의 위상궤적은 $Pr=0.02$ 인 경우와 비슷한 경향을 보이지만 부력과 요동이 복합된 경우(Fig. 13(c))는 전술한 바와 같이 복잡한 모습을 보였으며 다중주기가 관찰되었다.

4.5 열전달 특성

Fig. 14(a)는 $Pr=0.02$ 인 경우에 대하여 용기 벽

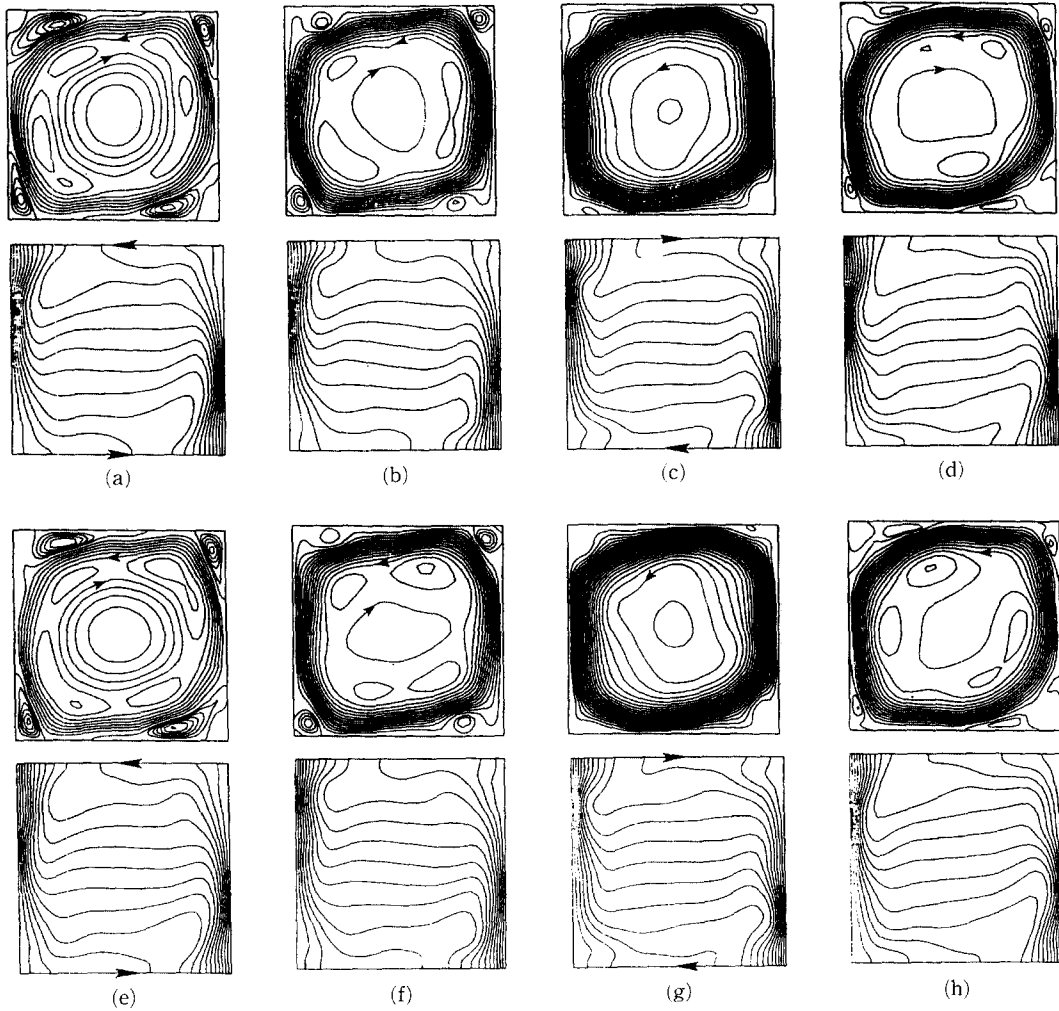


Fig. 11 Predicted streamline (top panels) and isotherm (bottom panels) distributions for $Pr=0.03$, $Ra=650,000$, $\theta_{max}=5^\circ$ at (a) $t=0.5$, $\theta=0^\circ$, (b) $t=0.5004$, $\theta=5^\circ$, (c) $t=0.5007$, $\theta=0^\circ$, (d) $t=0.501$, $\theta=-5^\circ$, (e) $t=0.5013$, $\theta=0^\circ$, (f) $t=0.5016$, $\theta=5^\circ$, (g) $t=0.5019$, $\theta=0^\circ$ and (h) $t=0.5022$, $\theta=-5^\circ$.

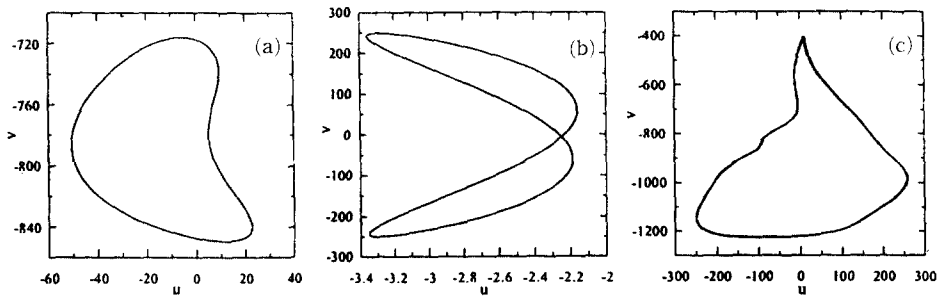


Fig. 12 Phase trajectories for $Pr=0.02$ cases: (a) $Ra=120,000$, $\theta_{max}=0^\circ$, (b) $Ra=0$, $\theta_{max}=10^\circ$ and (c) $Ra=120,000$, $\theta_{max}=10^\circ$.

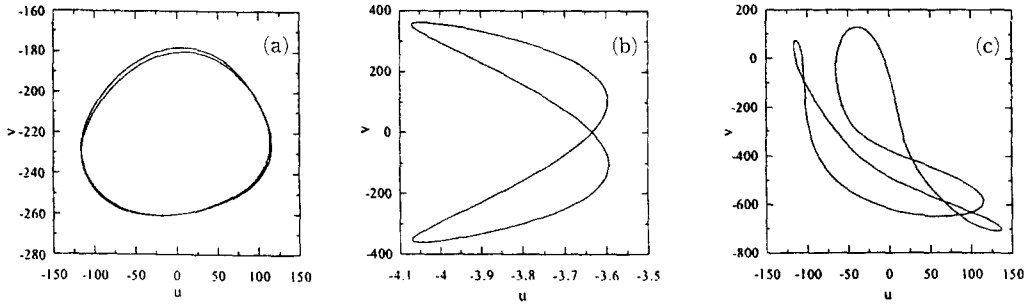


Fig. 13 Phase trajectories for Pr=0.03 cases: (a) Ra=650,000, $\theta_{max}=0^\circ$, (b) Ra=0, $\theta_{max}=5^\circ$ and (c) Ra=650,000, $\theta_{max}=5^\circ$.

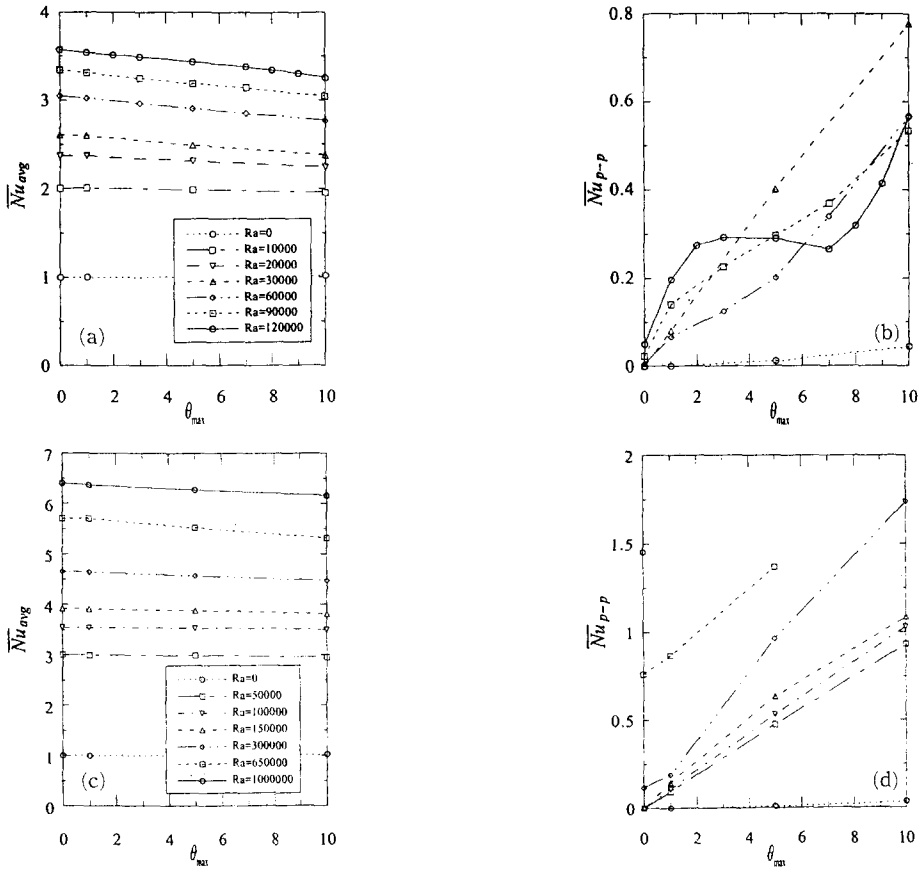


Fig. 14 Time-averaged (left) and peak-to-peak (right) Nusselt numbers versus θ_{max} and Ra for (a and b) Pr=0.02 and (c and d) Pr=0.03. The legends for the \overline{Nu}_{p-p} plots are shown in the corresponding \overline{Nu}_{avg} figures.

면에서의 \overline{Nu}_{avg} 값을 나타낸 것이며 Fig. 16(b)는 \overline{Nu}_{avg} 에서 피크-피크값(\overline{Nu}_{avg} 에서 최대값과 최소값의 차)을 나타내는 \overline{Nu}_{p-p} 를 도시한 것이다. f^* 에서 용기의 요동은 Ra=0인 경우를 제외하고 열전달률의 감소를 유발하였으며 \overline{Nu}_{p-p} 의 증가에도 불구하고 열전달률의 감소가 발생하였다(Fig.

14(b)). 열전달률이 떨어지는 이유는 Fig. 8(a) 및 Fig. 8(h)에 도시된 바와 같이 모서리에 큰 재순환 유동이 생성되어 고온유체 혹은 저온유체의 흐름이 저해를 받기 때문이다. 그리고 용기에 외부입력을 가했을 때 순수 코리올리력이 작용하는 경우(Ra=0)보다 부력이 있는 경우에 계의 특성변화가 심하

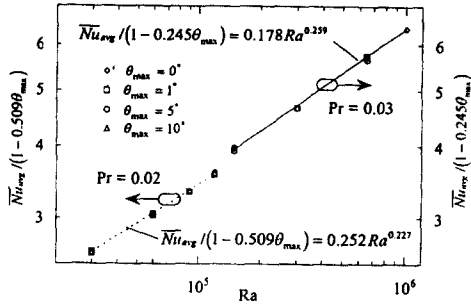


Fig. 15 Correlation of time-averaged heat transfer rates for Pr=0.02 and Pr=0.03.

였다.

Fig. 14(c) 및 Fig. 14(d)는 Pr=0.03인 경우에 대하여 \overline{Nu}_{avg} 및 \overline{Nu}_{p-p} 를 도시한 것으로서 Pr=0.02인 경우와 비슷한 거동을 나타냈다. \overline{Nu}_{avg} 값은 θ_{max} 의 증가에 반비례하여 감소하였지만 \overline{Nu}_{p-p} 의 변화는 θ_{max} 의 커짐에 따라 증가하였으며 Ra=0인 경우에는 거의 변화가 없었다. 한편 용기의 요동에 따른 \overline{Nu}_{avg} 의 변화는 Pr=0.03인 경우보다 Pr=0.02인 경우가 심하였다.

Fig. 15는 본 논문에서 고려한 모든 경우에 대하여 \overline{Nu}_{avg} 값을 나타낸 것이며 Pr=0.02인 경우 식 (9)로 Pr=0.03인 경우 식 (10)으로 표현이 가능하였다. 본 수치해석에서 구한 \overline{Nu}_{avg} 값과 식 (9) 및 식 (10)으로 계산한 \overline{Nu}_{avg} 값의 차이를 비교하면 최대오차 및 평균오차는 Pr=0.02인 경우 $0^\circ < \theta_{max} < 10^\circ$, $10,000 < Ra < 120,000$ 범위에서 각각 5.06% 및 0.9%를, Pr=0.03인 경우 $0^\circ < \theta_{max} < 10^\circ$, $50,000 < Ra < 1,000,000$ 범위에서 각각 4.75% 및 1.47%를 나타냈다.

$$\overline{Nu}_{avg} = 0.252(1 - 0.509\theta_{max}) Ra^{0.227} \quad (9)$$

$$\overline{Nu}_{avg} = 0.178(1 - 0.245\theta_{max}) Ra^{0.259} \quad (10)$$

앞에서 기술한 바와 같이 Fig. 15는 Pr=0.02인 액체가 θ_{max} 의 변화 및 Ra의 변화에 대하여 민감한 반응을 나타냄을 보여주고 있다.

Fig. 16은 $\theta_{max}=5^\circ$ 및 Pr=0.02인 경우에 대하여 진동수의 변화에 따른 \overline{Nu}_{avg} 값을 나타낸 것이다.

\overline{Nu}_{avg} 값은 기본진동수 f^* 또는 f^* 부근에서 외부 요동의 영향으로 크게 변화하였지만 f^* 부근을 제외하고는 진동수 변화에 관계없이 거의 일정한 값을 나타냈다.

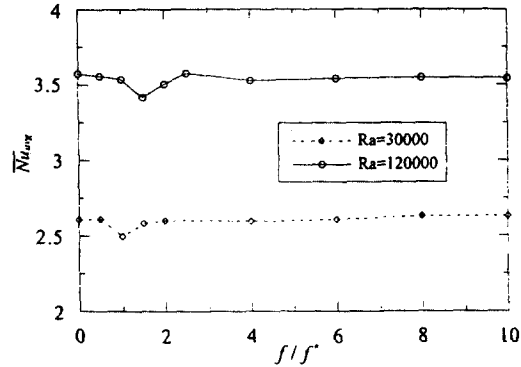


Fig. 16 Variation of time-averaged Nusselt number with f/f^* for Pr=0.02, Ra=120,000, $\theta_{max}=5^\circ$.

5. 결론

본 연구에서는 낮은 Pr의 액체층속이 들어있는 용기에 요동을 가했을 때 Ra 및 θ_{max} 의 변화에 따른 유체유동 및 열전달 특성을 고찰하였으며 다음과 같은 결과를 얻었다.

- (1) 용기내의 네 모서리 부근에서 활발한 재순환 유동이 존재하였으며 특히 Pr=0.03인 경우 유동이 비대칭으로 나타나는 특성을 보였다.
- (2) Pr이 높은 액체일수록 열전달은 코리올리력에 의한 대류에 대하여 덜 민감하였지만 혼돈대류로의 천이과정은 더욱 빨라졌다.
- (3) Pr=0.03인 경우 주기배증이 관찰되었으며 $5^\circ < \theta_{max} < 10^\circ$ 범위에서 혼돈대류로의 급속한 천이 현상을 나타냈다.
- (4) 평균열전달률은 Ra=0을 제외한 모든 Ra에서 θ_{max} 의 증가에 반비례하여 감소하였으며 Ra가 클수록 감소 정도가 심하였다.
- (5) 각각의 Pr에 대하여 Ra 및 θ_{max} 의 변화에 따른 평균열전달률의 상관관계식을 제시하였다.

후 기

본 연구는 1997년도 원광대학교의 교비지원에 의해 수행되었으며 관계자 여러분에게 감사드립니다.

참고문헌

- (1) Hart, J., 1983, "A Note on the Stability of Low-Prandtl-Number Hadley Circulations," *J. Fluid Mech.*, Vol. 132, pp. 271~281.

- (2) Roux, B., Hadid, H. B. and Laure, P., 1989, "Hydrodynamical Regimes in Metallic Melts Subject to Horizontal Temperature Gradient," *Eur. J. Mech. B*, Vol. 8, pp. 375~396.
- (3) Kamotani, Y. and Sahraoui, T., 1990, "Oscillatory Natural Convection in Rectangular Enclosures Filled with Mercury," *J. Heat Transfer*, Vol. 112, pp. 253~255.
- (4) Pulicani, J. P., Crespo Del Arco, E., Ranzaniampianina, R., Bontoux, P. and Peyret, R., 1990, "Spectral Simulations of Oscillatory Convection at Low Prandtl Number," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 8, pp. 375~396.
- (5) Mohamed, A. A. and Viskanta, R., 1991, "Transient Natural Convection of Low Prandtl Number Fluids in a Differentially Heated Cavity," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 13, pp. 61~81.
- (6) Mohamed, A. A. and Viskanta, R., 1993, "Modeling of Turbulent Buoyant Flow and Heat Transfer in Liquid Metals," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 2815~2826.
- (7) Bergman, T. L. and Ball, K. S., 1994, "Transition to Oscillatory Natural Convection in Low Pr Liquids Subject to a Horizontal Temperature Gradient," *Heat Transfer 1994: Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 7, pp. 7~12, Taylor & Francis, Washington, D. C.
- (8) Esposito, P. G. and Behnia, M., 1994, "Transition to Unsteadiness in Three-Dimensional Low Prandtl Natural Convection," *Heat Transfer 1994: Proc. 10th Int. Heat Transfer Conf.*, Vol. 7, pp. 43-48, Taylor & Francis, Washington, D. C.
- (9) Pearce, J. T. H. and Dudley, J. J., 1980, "Foundry Metallurgy, in P. D. Webster(ed.)," *Fundamentals of Foundry Technology*, p. 179, Portcullis Press, Redhill.
- (10) Neilson, D. G. and Incropera, F. P., 1993, "Effect of Rotation on Fluid Motion and Channel Formation During Unidirectional Solidification of a Binary Alloy," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 36, pp. 489~505.
- (11) Moh, J. H., Bergman, T. L. and Kuo, D. C., 1997, "Simulation of Two-Dimensional, Low-Pr Natural Convection in Harmonically Oscillated, Differentially Heated Enclosures," *Numer. Heat Transfer Part A*, Vol. 31, pp. 1~19.
- (12) 모정하, Bergman, T. L., 1997, "주기적으로 진동하는 밀폐용기내의 낮은 Pr를 갖는 액체의 자연 대류 열전달," 대한기계학회 춘계학술대회 논문집 B, pp. 516~521.
- (13) Le Quere, P. and Pecheux, J., 1989, "Numerical Simulations of Multiple Flow Transitions in Axisymmetric Annulus Convection," *J. Fluid Mech.*, Vol. 206, pp. 517~544.
- (14) Hyun, M. T., Kuo, D. C., Bergman, T. L. and Ball, K. S., 1995, "Direct Simulation of Double Diffusion in Low Prandtl Number Liquids," *Numer. Heat Transfer Part A*, Vol. 27, pp. 639~650.
- (15) Hyun, M. T., Kuo, D. C., Bergman, T. L. and Ball, K. S., 1995, "Simulation of Thermosolutal Convection in Pb-Sn: FVM and Spectral Predictions," *Proc. 30th National Heat Transfer Conf.*, HDT-Vol. 306, Vol. 4, pp. 63~69, ASME, New York.
- (16) Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A. and Zang, T. A., 1988, *Spectral Methods in Fluid Dynamics*, Springer, New York.
- (17) Ehrenstein, U. and Peyret, R., 1989, "A Chebyshev Collocation Method for the Navier-Stokes Equations with Application to Double-diffusive Convection," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 9, pp. 427~452.
- (18) Suh, Y. K., 1994, "Numerical Study on Two-Dimensional Spin-Up in a Rectangle," *Phys. Fluids*, Vol. 6, pp. 2333~2344.
- (19) Patankar, S. V., 1980, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, McGraw-Hill, New York.