

혼합층에서의 큰-크기구조의 역할

서 태 원*
(1997년 4월 10일 접수)

The Role of Large-Scale Structures in Mixing Layers

Seo, Taewon

Key Words: Mixing Layer(혼합층), Large-Scale Structures(큰-크기 구조), Fundamental Wave Mode(기본파진동 모드), Subharmonic Wave Mode(분수조화파 진동 모드)

Abstract

Abstract The objective of this study is to investigate the role of large-scale coherent structures in a spatially developing plane mixing layers. To achieve this, we have to look into the mutual interactions between three-dimensional large-scale coherent structures and the mean flow. Our attention will be focused on the energy exchange mechanism between the various modes, and the effects of the nonlinear evolution of the phases of the interacting modes. Linear stability of the three-dimensional viscous shear layer is formulated and solved as the basis for the solution of the nonlinear formulation based on the energy method. The importance of the initial conditions that may affect the evolution of the flow has been examined. It has been numerically calculated the nonlinear effects arising from the interactions among the three-dimensional large-scale coherent structures in a spatially developing plane mixing layers. The results of this study provide useful parametric information for the control of shear layer in practical applications in the mixing and transport augmentation.

1. 서 론

자유전단층은 경계층에서 유동박리를 방지하기 위하여 난류로의 빠른 천이가 요구되는 유동 또는 연소 효율을 높이기 위하여 빠른 혼합이 요구되는 유동등 많은 분야에서 실제적인 중요성을 가지고 있다. 따라서 이 전단층의 혼합, 구조 및 성장을 제어하는 능력은 많은 공학적인 응용분야에서 중요하게 인식되어 오고 있다.

과거 20여년동안 자유전단층은 난류유동으로 천이되는 과정을 규명하는 주요한 메카니즘이 되는

*회원, 안동대학교 기계공학부

큰-크기구조(large-scale structure)가 발견된 이후 활발하게 연구가 진행되고 있다.⁽¹⁻³⁾ Townsend⁽⁴⁾의 "Large Eddies Hypothesis"에 따르면 임의의 유동은 평균유동과 큰-크기구조(large-eddy)와 작은-크기(small-scale) 난류유동으로 구성된 파동(fluctuation)으로 구성되어 있다. Kline⁽⁵⁾은 유동 가시화 연구를 통하여 난류경계층에서 큰-크기 구조의 존재를 발견하였으며 Winant과 Browand⁽⁶⁾은 혼합층에서 큰-크기 2차원 와류 구조가 여러 레이놀드 수에서 형성되는 것을 발견하였다. Gaster, Kit 그리고 Wygnanski⁽⁷⁾은 선형 안정성 이론을 이용하여 큰 레이놀드 수에서 난류 혼합층안에서 일어나는 큰-크기 구조를 모사하였다. Ni-

kitopoulos와 Liu⁽⁸⁾는 공간적으로 발전하는 혼합층에서 3개 모드의 상호 작용에 대하여 연구하였으며 Lee와 Liu⁽⁹⁾는 라운드 젯(round jet)에서 5개 모드의 상호작용에 대하여 연구하였다.

Zhang, Ho와 Monkewitz⁽¹⁰⁾의 2차원 혼합층에 대한 실험적 연구에서 서브하모닉 모드(subharmonic mode)의 진폭은 그것의 위상에 따라 30%까지 변한다는 것을 발견하였다. Hajj, Mksad와 Powers⁽¹¹⁾은 그들의 실험을 통하여 펀더멘탈-서브하모닉 (fundamental-subharmonic) 공명 메카니즘은 펀더멘탈 모드에서 서브하모닉 모드로 에너지가 전달된다는 것을 알아냈다. 큰-크기 구조는 초기 조건에 크게 영향을 받고 있다는 것을 많은 실험들^(10, 12, 13)을 통하여 알려지고 있다.

이 연구의 목적은 공간적으로 발전하는 혼합층에서 큰-크기 구조의 역할을 규명하는 것이다. 이를 위하여 이 연구에서는 3차원 큰-크기 구조와 평균 유동간의 상호작용을 조사하고 여러 모드들사이의 에너지 교환 메카니즘과 상호작용하는 모드들의 비선형 발전의 효과에 대하여 연구한다.

2. 이론해석

지배방정식을 유도하기 이전에 이 연구의 초점은 평균유동과 큰-크기구조들 사이의 상호작용 또는 5개의 큰-크기모드들 상호작용을 연구하는 것이다. 그러므로 이 연구에서는 작은-크기 난류(small-scale turbulence)의 유동장에 미치는 영향은 무시한다. 자유전단층의 초기 발전단계에서는 큰-크기 구조와 평균유동의 상호작용이 지배적이며 이 영역에서는 작은-크기 난류는 단지 큰-크기구조와 평균 유동으로부터 미소한 양의 에너지를 소산시키는 매체로 작용하기 때문에 무시한다. 따라서 Townsend⁽⁴⁾의 "Large Eddies Hypothesis"에서 작은-크기 난류를 무시하면 각 유동량은 평균유동과 큰-크기 구조로 나누어지게 된다(Nikitopoulos와 Liu,⁽⁹⁾ Seo와 Nikitopoulos,^(14, 15) 일반적으로 시간과 z방향 평균값은 식 (1)과 같이 표시된다.

$$Q(\vec{x}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{LT} \int_0^L \int_0^T q(\vec{x}, t) dt dz \quad (1)$$

여기서 L 은 z 방향 큰-크기구조의 wavelength로 $2\pi/\gamma$ 로 나타내며 γ 는 z 방향 wave 수를 나타낸다. 평균유동과 큰-크기구조에 대한 지배방정식은 식

(1)을 이용하여 Navier-Stokes방정식으로부터 유도된다.

- 평균유동 운동량방정식

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_0} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) \quad (2)$$

- 큰-크기구조 운동량 방정식

$$\begin{aligned} \frac{D\tilde{u}_i}{Dt} + \tilde{u}_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = & -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j^2} \\ & - \frac{\partial}{\partial x_j} (\tilde{u}_i \tilde{u}_j - \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j}) \end{aligned} \quad (3)$$

식 (2)와 (3)에 각각 U_i 와 \tilde{u}_i 를 곱함으로서 다음과 같은 평균유동과 큰-크기 구조에 대한 운동에너지 방정식을 얻을 수 있다.

- 평균유동 운동에너지 방정식

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} - \frac{U_i^2}{2} = & -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[P U_j + \overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} U_i - \frac{1}{Re_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{U_i^2}{2} \right) \right] \\ & - \left(-\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{1}{Re_0} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)^2 \end{aligned} \quad (4)$$

- 큰-크기구조 운동에너지 방정식

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\tilde{u}_i^2}{2} \right) = & -\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\tilde{p} \tilde{u}_j + \frac{\tilde{u}_i \tilde{u}_j^2}{2} - \frac{1}{Re_0} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\tilde{u}_i^2}{2} \right) \right] \\ & + \left(-\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \left(\overline{\tilde{u}_i \tilde{u}_j} \right) \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \\ & - \frac{1}{Re_0} \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \right)^2 \end{aligned} \quad (5)$$

큰-크기구조들간 상호작용에 대한 연구를 위하여 큰-크기구조는 시간 t 와 z 방향에 따라 주기적이고, Fourier series로 전개되며 이들 중 모드들간 에너지 상호작용 메카니즘을 해석하기 위해 5개 모드만을^(9, 16, 18) 선택하였다. 따라서 큰-크기구조는 Fourier식에 의해 주파수(β)와 z 방향 wave수에 따라 식 (6)~(9)와 같이 5개 모드로 분해하여 표현할 수 있으며,⁽¹⁸⁾ 5개 모드중 모드 20, 21과 22는 펀더멘탈(fundamental)모드이고 10과 11은 서브하모닉(subharmonic)모드라 부른다. 펀더멘탈모드의 주파수는 서브하모닉모드 주파수의 2배이다. 이들 5개 모드는 Nikitopoulos와 Liu⁽¹⁷⁾에 의해 발표된 2개 모드 상호작용의 확장이며, Stuart⁽¹⁸⁾에 의해 사용된 방법과 일치하며 큰-크기구조는 아래 식 (6)~(9)와 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tilde{u} = & (u_{10} e^{-i\beta t} + u_{10}^* e^{i\beta t}) + (u_{20} e^{-i2\beta t} + u_{20}^* e^{i2\beta t}) \\ & + (u_{11} e^{-i\beta t} + u_{11}^* e^{i\beta t}) \cos(\gamma z) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + (u'_{21}e^{-i2\beta t} + u'^*_{21}e^{i2\beta t}) \cos(\gamma z) \\ & + (u'_{22}e^{-i\beta t} + u'^*_{22}e^{i\beta t}) \cos(2\gamma z) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{v} = & (v'_{10}e^{-i\beta t} + v'^*_{10}e^{i\beta t}) + (v'_{20}e^{-i2\beta t} + v'^*_{20}e^{i2\beta t}) \\ & + (v'_{11}e^{-i\beta t} + v'^*_{11}e^{i\beta t}) \cos(\gamma z) \\ & + (v'_{21}e^{-i2\beta t} + v'^*_{21}e^{i2\beta t}) \cos(\gamma z) \\ & + (v'_{22}e^{-i\beta t} + v'^*_{22}e^{i\beta t}) \cos(2\gamma z) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \bar{p} = & (p'_{10}e^{-i\beta t} + p'^*_{10}e^{i\beta t}) + (p'_{20}e^{-i2\beta t} + p'^*_{20}e^{i2\beta t}) \\ & + (p'_{11}e^{-i\beta t} + p'^*_{11}e^{i\beta t}) \cos(\gamma z) \\ & + (p'_{21}e^{-i2\beta t} + p'^*_{21}e^{i2\beta t}) \cos(\gamma z) \\ & + (p'_{22}e^{-i\beta t} + p'^*_{22}e^{i\beta t}) \cos(2\gamma z) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{w} = & (w'_{11}e^{-i\beta t} + w'^*_{11}e^{i\beta t}) \sin(\gamma z) \\ & + (w'_{21}e^{-i2\beta t} + w'^*_{21}e^{i2\beta t}) \sin(\gamma z) \\ & + (w'_{22}e^{-i\beta t} + w'^*_{22}e^{i\beta t}) \sin(2\gamma z) \end{aligned} \quad (9)$$

식 (6)~(9)에서 (*)는 공액복소수를 나타내고 u' , v' , p' , w' 은 복소수의 x 와 y 함수이며, Lee와 Liu⁽⁹⁾가 제시한 방법에 따라 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} u'(x, y) \\ v'(x, y) \\ p'(x, y) \\ w'(x, y) \end{pmatrix} = A(x) \begin{pmatrix} \bar{u}(y) \\ \bar{v}(y) \\ \bar{p}(y) \\ \bar{w}(y) \end{pmatrix} \quad (10)$$

식 (6)~(10)을 수학적으로 조합하면 모드 mn 에 대한 식 (11)과 (12)를 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_{mn} \\ \bar{v}_{mn} \\ \bar{p}_{mn} \end{bmatrix} = |A_{mn}(x)| e^{i\psi_{mn}(x)} \begin{bmatrix} \bar{u}_{mn} \\ \bar{v}_{mn} \\ \bar{p}_{mn} \end{bmatrix} e^{-i\beta_{mn}t} \cos(n\gamma z + \phi_{mn}) + cc \quad (11)$$

$$\bar{w}_n = |A_{mn}(x)| e^{i\psi_{mn}(x)} \bar{w}_{mn} e^{-i\beta_{mn}t} \sin(n\gamma z + \phi_{mn}) + cc \quad (12)$$

식 (11)과 (12)에서 $m \in [1, 2]$, $n \in [0, 2]$ 이고, $m=1$ 은 서브하모닉모드, $m=2$ 이면 펀더멘탈모드를 나타내며 $n=0$ 이면 2차원 모드를, $n \neq 0$ 이면 3차원 모드를 나타낸다. 서브하모닉의 주파수는 펀더멘탈모드 주파수의 1/2이다. \bar{u}_{mn} , \bar{v}_{mn} , \bar{w}_{mn} , \bar{p}_{mn} 은 국부 선형 안정성해석에 의해 계산될 복소수 아이겐함수(eigenfunction)이며 β_{mn} 은 모드 mn 의 주파수이며 $n\gamma$ 는 웨이브 수(Wave number)를 나타낸다. 식 (11)과 (12)에서 알 수 있듯이 z 방향의 위상각(ϕ_{mn})은 3차원 모드가 존재할 경우에 의미를 가지게 된다. 복소수 진폭 $A_{mn}(x)$ 는 크기

($|A_{mn}(x)|$)와 위상각($\phi_{mn}(x)$)으로 나타낼 수 있으며 이는 평균유동의 에너지 방정식, 큰-크기모드의 에너지 및 위상각 방정식들에 의하여 와류두께(Vortex Thickness), $\delta(x)$ 와 함께 계산될 것이다. 전단층을 따른 평균에너지는 식 (13)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E_{mn}(x) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} (\bar{u}_{mn}^2 + \bar{v}_{mn}^2 + \bar{w}_{mn}^2) dy \quad (13)$$

식 (11)과 (12)을 식 (4)와 (5)에 대입한 후 전단층을 따라 적분을 하면 전단층의 두께, $\delta(x)$, 모드 에너지, $E_{mn}(x)$, 및 위상각, $\phi_{mn}(x)$ 에 대한 미분방정식을 아래와 같이 얻을 수 있다.

- 평균유동에 대한 에너지 방정식

$$I_{aM} \frac{d\delta}{dx} = \frac{1}{Re_\delta} \Phi_M - \frac{1}{\delta} \sum_{k=1} E_{mn} I_{MWmn} \quad (14)$$

- 모드에너지 방정식

$$\begin{aligned} I_{apWmn} \frac{dE_{mn}}{dx} = & -\frac{1}{\delta} E_{mn} I_{MWmn} \\ & - \frac{1}{\delta Re_\delta} E_{mn} I_{vWmn} \\ & + \mathcal{I}(EWW_{mn}) \end{aligned} \quad (15)$$

- 위상방정식

$$\begin{aligned} P_{aWmn} \frac{d\psi_{mn}}{dx} = & \beta_{mn} + \frac{P_{WMMn}}{\delta} + \frac{1}{E_{mn}} \frac{dE_{mn}}{dx} P_{pWmn} \\ & - 2 \frac{\alpha_{rnn} \alpha_{imn}}{\delta Re_\delta} + \mathcal{I}(EWW_{mn}) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (14)~(16)의 계수들은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} I_{OpWmn} = & \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} U (|\bar{u}_{mn}|^2 + |\bar{v}_{mn}|^2 + |\bar{w}_{mn}|^2) dy \\ & + \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\bar{u}_{mn} \bar{p}_{mn}^*) dy \end{aligned}$$

$$I_{MWmn} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\bar{u}_{mn} \bar{v}_{mn}^*) \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

$$\begin{aligned} I_{vWmn} = & 2 \left[|\alpha_{mn}|^2 + 2\gamma^2 n^2 + \int_0^\infty \left(\left| \frac{\partial \bar{u}_{mn}}{\partial y} \right|^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \left| \frac{\partial \bar{v}_{mn}}{\partial y} \right|^2 + \left| \frac{\partial \bar{w}_{mn}}{\partial y} \right|^2 \right) dy \right] \end{aligned}$$

$$P_{WMMn} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\bar{u}_{mn} \bar{v}_{mn}^*) \frac{\partial U}{\partial y} dy$$

$$P_{pWmn} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{I}(\bar{u}_{mn} \bar{p}_{mn}^*) dy$$

\mathcal{I} 는 복소수의 실수부를, \mathcal{I} 는 복소수의 허수부를

각각 나타내며 (*)는 공액복소수를 가리킨다. $\delta(EWW_{mn})$ 은 모드들간의 상호작용을 나타내며 $\gamma(EWW_{mn})$ 은 모드들간 상호작용 때문에 모드 mn에 야기되는 위상변화를 나타낸다.

EWW_{mn} 에 대한 수식은 식 (17)에 나타내었다.

$$\begin{aligned} EWW_{10} &= -S_{10}^{10}D_{20} - S_{10}^{21}D_{11} \cos(\phi_{21}) \\ &\quad - S_{10}^{11}D_{21} \cos(\phi_{21}) \\ EWW_{20} &= -S_{10}^{10}D_{20} + S_{11}^{11}D_{20} \\ EWW_{11} &= -S_{10}^{21}D_{11} \cos(\phi_{21}) - S_{11}^{11}D_{20} \\ &\quad - S_{11}^{10}D_{21} \cos(\phi_{21}) - S_{11}^{11}D_{22} \cos(\phi_{22}) \\ EWW_{21} &= -S_{10}^{11}D_{21} \cos(\phi_{21}) + S_{11}^{10}D_{21} \cos(\phi_{21}) \\ EWW_{22} &= -S_{11}^{11}D_{22} \cos(\phi_{22}) \end{aligned} \quad (17)$$

ij 모드와 kl 모드사이의 에너지 상호작용은 kl 모드의 전단율(rate of strain), D_{kl} , 에 작용하는 ij 와 pq 모드 사이의 관계로부터 야기되는 응력, S_{pq}^{ij} 에 의하여 생성된다는 것을 기호 $S_{ij}^{pq}D_{kl}$ 로 표시하였다. 모드-모드 상호작용은 작용하는 모드들의 진폭과 위상의 함수로 식 (14)와 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} S_{ij}^{pq}D_{kl} \\ = |A_{ij}| |A_{pq}| |A_{kl}| e^{-i(-1)^j\phi_{ij} + (-1)^p\phi_{pq} + (-1)^k\phi_{kl}} \Sigma_{ij}^{pq} \Delta_{kl} \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $\Sigma_{ij}^{pq} \Delta_{kl}$ 은 Seo와 Nikitopoulos^(14, 16)에 의해 표시된 적분계수이며 위상각과 함께 모드들간에 에너지유통의 방향을 결정하는 중요한 인자가 된다.

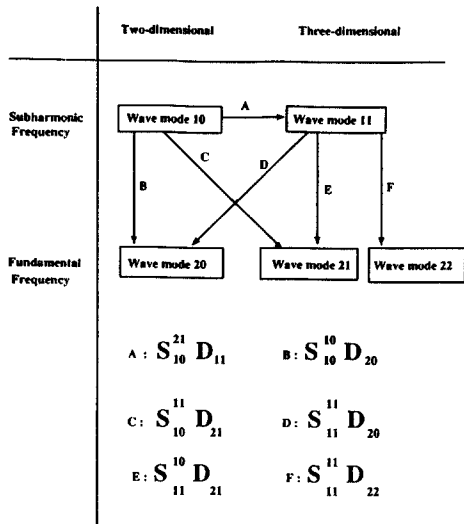


Fig. 1 Diagram of nonlinear energy exchanges among the wave modes.

다.

Fig. 1은 모드들간의 상호작용에 대한 그림을 나타낸 것이다. 각 서브하모닉(subharmonic)모드 10과 11은 2차원 펀더멘탈(fundamental)모드와 직접 상호작용을 하고 있으며 2차원 10모드가 2차원 20모드와 3차원 21모드와 상호작용하는 동안 3차원 11모드는 모든 펀더멘탈모드(20, 21, 22)와 상호작용을 한다. 10모드와 11모드 역시 서로 상호작용을 하고 있으며 22모드는 오로지 11모드와만 상호작용을 하고 있다. 여기서 21모드는 10모드와 11모드사이의 상호작용을 연결하는 매체로서 작용을 하게되며 21모드의 강도가 약하면 이들 사이의 상호작용도 상대적으로 약해지게 된다.

3. 해석결과 및 고찰

2차원 및 3차원 모드를 포함하여 자연계에서는 많은 모드들이 존재하게 된다. 그러나 이 연구에서는 큰-크기구조는 10, 20, 11, 21, 22의 5개 모드로 구성되어 있다고 가정하였으며 앞에서 언급하였듯이 10과 11모드는 서브하모닉(subharmonic)모드이고 20, 21과 22는 펀더멘탈(fundamental)모드를 나타낸다. 국부 선형 안정성 이론에 의한 복소수 아이겐값에 대한 계산은 Vax 8800에서 수행되었으며, 계산시간은 대략 7시간 정도 소요되었다. 유통방향에 대한 전단층의 발전은 선형 안정성 이론에 의해 계산된 아이겐값을 이용하여 5개모드들의 초기조건에 따라 식 (10)~(12)을 적분함으로써 계산되며, 계산시간은 대략 10분정도 소요되었다. 수치해석의 검증을 위하여 계산된 아이겐값은 Michalke⁽¹⁹⁾의 비점성유통장에 대한 수치해석 결과와 비교하였다.

3.1 z방향 위상각의 영향(ϕ_{21})

z방향 위상각의 변화에 따른 모드에너지 및 위상 방정식을 계산함으로써 3차원 모드들의 비선형 상호작용의 영향에 대하여 고찰하였다.

위상각 ϕ_{21} 은 10과 11모드의 간접적인 상호작용뿐만 아니라 10과 11모드의 21모드와의 상호작용을 제어한다. 위상각 ϕ_{22} 는 단지 11과 22모드간의 상호작용을 제어하고 22모드는 큰 주파수와 짧은 파장(wavelength)를 가지고 있고 다른 모드들에 비하여 성장이 저조하므로 위상각 ϕ_{22} 의 모드들 상호작용에 대한 영향은 ϕ_{21} 에 비하여 적으므로 여기서

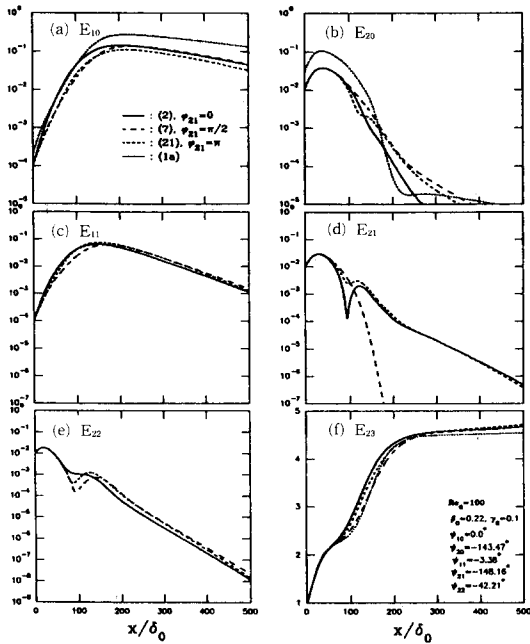


Fig. 2 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{21} : Development of the modal energy densities and the growth of the shear layer.

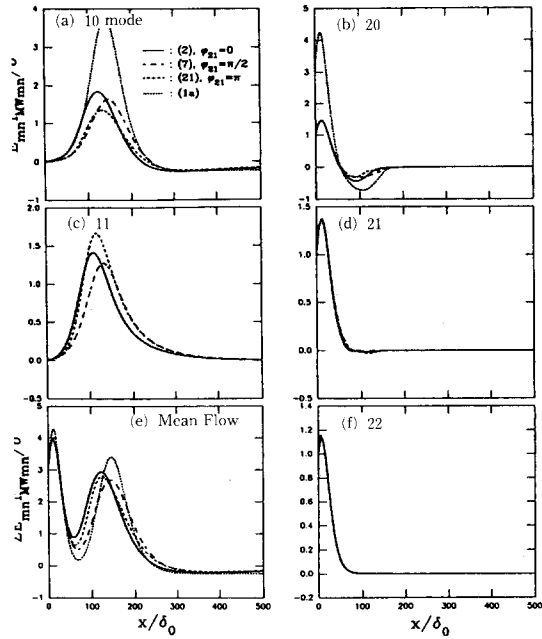
는 ϕ_{21} 의 영향에 대해서만 언급하였다.

Fig. 2는 3가지 경우의 위상각, ϕ_{21} 에 대하여 모드에너지와 전단층의 발전에 대한 결과를 나타내었다.

Fig. 3에서 보는바와 같이 편타모드의 진폭은 초기영역에서 평균유동으로부터 에너지를 받기 때문에 서브하모닉모드들에 비하여 강세를 보인다.

Fig. 3~5에서 이 영역에서의 편타모드의 에너지 생성($E_{mn}I_{vwmn}/\delta$)은 점성소멸항($E_{mn}I_{vwmn}/(Re_0\delta^2)$)과 비선형항(EW_{mn})에 비하여 크다는 것을 알 수 있다. 특히 짧은 파장을 가지고 있는 3차원 모드는 높은 점성소멸에 의하여 성장율이 감소하게 된다. 따라서 모든 편타모드들은 극대값에 도달할때까지 균등하게 성장하지 않는다. 그러나 편타모드들의 성장은 위상각 ϕ_{21} 의 영향을 많이 받지 않는 것처럼 보이는 데 그 이유는 서브하모닉과의 에너지 교환은 많은 에너지를 포함하고 있는 편타모드에 비하여 약하기 때문이다. 위상각 $\phi_{21}=0$ 인 경우 에너지는 초기에는 서브하모닉으로 전달이 되며 $\phi_{21}=\pi$ 인 경우는 편타모드들이 에너지를 전달받는다.

초기영역에서 편타모드로서의 에너지전달은



Terms have been multiplied by a factor of 10^3 .

Fig. 3 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{21} : Energy interaction with the mean flow.

Fig. 5(a), (c)와 (d)에 잘 설명되고 있다. 이는 또한 Fig. 2(a)와 (c)에 표시된 바와 같이 서브하모닉모드들의 성장율이 감소하는 원인이기도 하다. 이 경우에 비록 ϕ_{21} 에 의하여 제어되는 에너지는 서브하모닉으로부터 편타모드로 전달된다하더라도 이 상황은 위상각이 변함에 따라 역전되어 에너지는 편타모드에서 서브하모닉으로 전달된다(참조 Fig. 5). 전단층은 초기영역에서는 약한 서브하모닉모드와 작은 양의 에너지교환이 이루어지므로 전단층은 초기영역에서는 주로 편타모드에 의하여 발전하게 된다.

유동이 하류로 진행함에 따라 Fig. 5에서 보는 바와 같이 비선형 모드-모드 상호작용의 영향이 커지며 편타모드들의 발전은 비선형 모드-모드 상호작용에 크게 의존하게 된다. 그림 2에서 편타모드들의 두 번째 극값은 서브하모닉에서 편타모드로 에너지가 전달되기 때문에 나타나는 현상이다. ϕ_{21} 이 증가함에 따라 전단층의 성장은 평균유동과 모드들 그리고 모드들 서로의 상호작용이 감소하기 때문에 하류영역에서 지연되는 현상을 보이고 있다.

전단층은 서브하모닉이 지배하는 영역에서 3차원

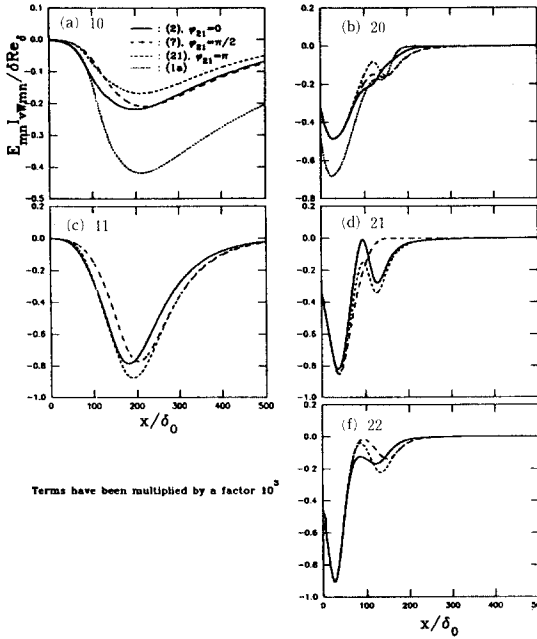


Fig. 4 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{21} : Viscous dissipation.

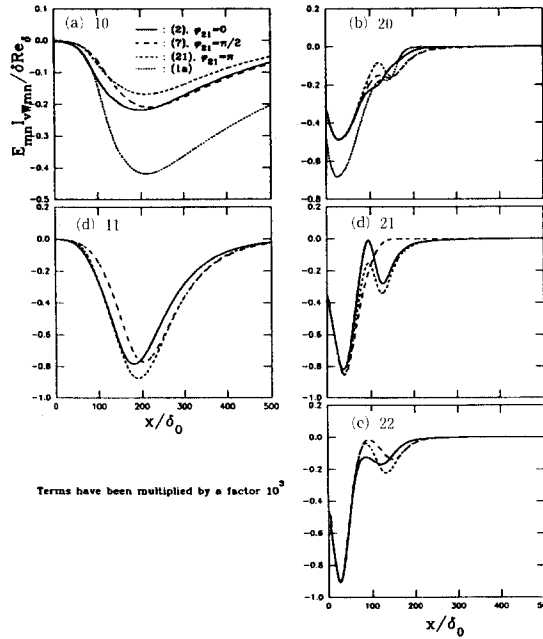


Fig. 5 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{21} : Net energy interaction between modes.

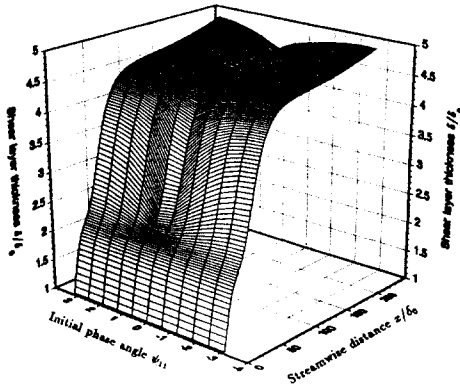


Fig. 6 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{11z} : On the growth of the shear layer.

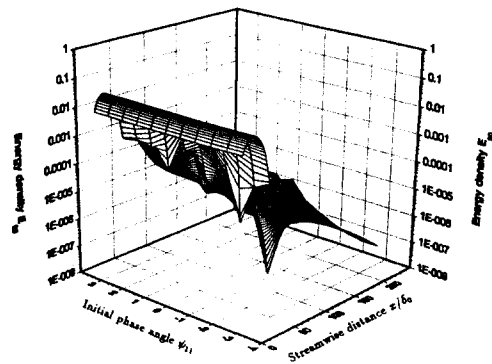


Fig. 7 Effect of the spanwise phase angle ϕ_{11z} : Development of energy density E_{20} .

모드의 존재에 의하여 빠르게 성장한다. 전단층의 발전에서 21모드와 비선형 상호작용의 역할은 Fig. 2(f)에 잘 나타나 있으며 특히 $\phi_{21} = \pi/2$ 인 경우 전단층의 성장은 2차원 모드에 의한 전단층 성장의 경우와 비교할 때 큰 차이가 없다. 따라서 21모드는 10과 11모드 상호작용 또는 20과 22모드 상호작용보다도 더 중요한 작용을 한다고 믿어진다.

3.2 초기위상각의 영향(ϕ_{11z})

3차원 11모드는 모든 다른 모드들과 상호작용을 하기 때문에 전단층의 발전은 초기 위상각 ϕ_{11z} 의 영향을 많이 받으리라 예측된다.

Fig. 6~11은 서브하모닉의 초기 주파수가 0.22, 레이놀드 수가 100 그리고 z 방향 웨이브수 (spanwise wave number)가 0.1인 경우 초기 위상각 ϕ_{11z} 이 $-\pi$ 에서 π 까지 변할 때 전단층 두께와 모드에너지를 계산한 결과이다. Fig. 7~9에 따르

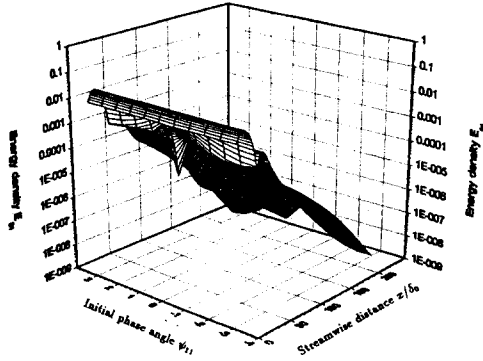


Fig. 8 Effect of the spanwise phase angle ψ_{11} : Development of energy density E_{21} .

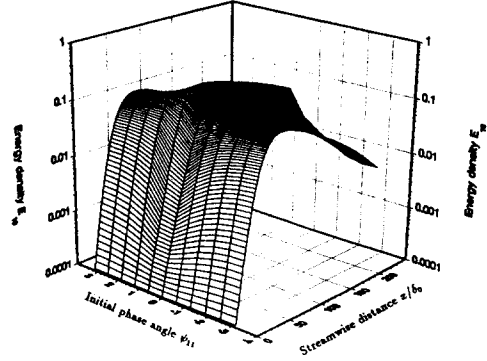


Fig. 10 Effect of the spanwise phase angle ψ_{11} : Development of energy density E_{11} .

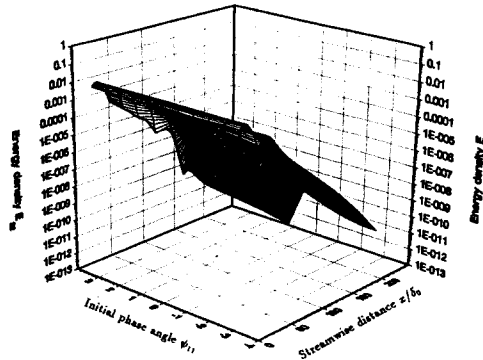


Fig. 9 Effect of the spanwise phase angle ψ_{11} : Development of energy density E_{22} .

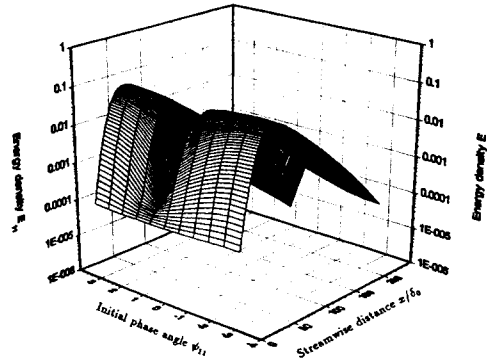


Fig. 11 Effect of the spanwise phase angle ψ_{11} : Development of energy density E_{11} .

면 펀더멘탈은 서브하모닉이 약한 초기영역에서는 ψ_{11} 의 영향을 받지않는다. 즉 20과 21모드는 평균 유동에 에너지를 주고 22모드는 점성에 의하여 에너지를 소산시키는 동안 ψ_{11} 은 비선형 모드-모드 상호작용에 의해 펀더멘탈의 재충전 및 성장율의 변화에 영향을 미친다. 이 현상은 서브하모닉이 강해지는 하류에서 상호작용이 강하게 일어나기 때문이며 이 결과를 통하여 서브하모닉의 세기에 따라 펀더멘탈이 영향을 받는다는 것을 알 수 있다(참조 Fig. 7~11).

3차원 11모드의 세기는 평균유동으로부터 에너지를 많이 전달받지 못하고 다른 모드들과의 에너지 상호작용에서 주로 다른 모드들에게 에너지를 전달하기 때문에 ψ_{11} 이 $\pi/5$ 에 근접함에 따라 감소하게 된다.

또한 Fig. 10에서 보는것과 같이 초기 영역에서는 에너지를 펀더멘탈에게로 전달하기 때문에 10모드 역시 에너지가 감소하게 된다. 이 결과 비록 10

모드의 성장율이 먼 하류에서 증가한다 하더라도 전단층 두께는 $\psi_{11}=\pi/5$ 근처에서 상당히 서서히 성장을 한다 (참조 Fig. 6). 3차원 11모드는 초기 위상각 ψ_{11} 가 변함에 따라 전단층의 하류에서의 발전을 조절하는데 중요한 역할을 한다.

3.3 초기 웨이브 수의 영향(γ_i)

Fig. 12는 서로 다른 4경우의 초기 웨이브 수 (Initial Spanwise Wave Number) γ_i 에 대한 비선형 연구에 대한 결과를 보여주고 있다. 3차원 모드들의 초기 에너지 세기는 2차원 모드들에 비하여 크며 z 방향 초기 위상각($\phi_{21}=\phi_{22}$)은 0으로 하였다.

초기 웨이브 수가 증가함에 따라 선형이론에 의하면 3차원 모드의 준안정(Neutral point)이 되는 점은 상류쪽으로 이동한다. 따라서 웨이브 수가 증가하면 3차원 모드는 급격히 소멸된다. 비록 이들의 성장이 비선형적이라 하더라도 Fig. 12에서 보

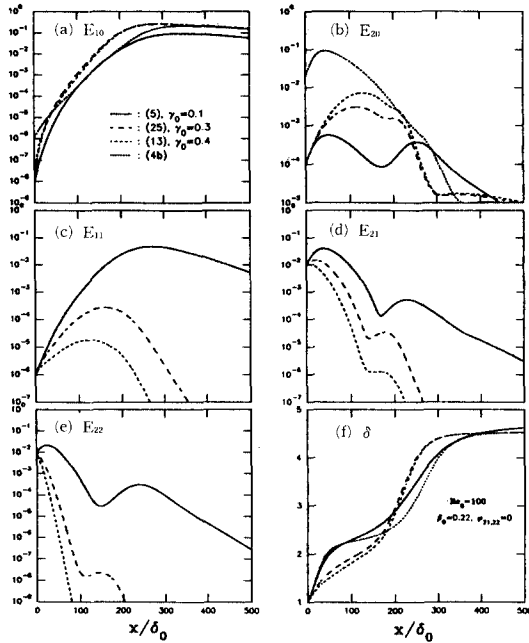
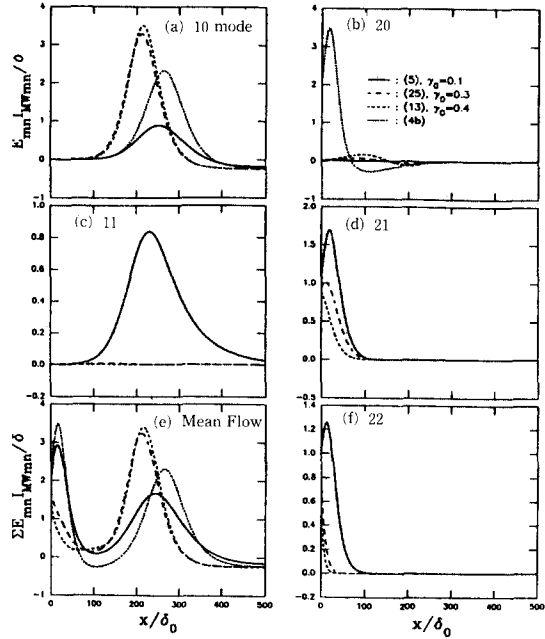


Fig. 12 Effect of the spanwise wave number γ_i : Development of the modal energy densities and the growth of the shear layer.

는 바와 같이 웨이브 수가 증가하면서 3차원 모드의 진폭은 전반적으로 약해지게 된다. 평균유동으로부터 3차원 모드들에 얻어진 에너지는 Fig. 13(c), (d)와 (f)에서 보는 바와 같이 초기 웨이브 수가 증가함에 따라 현저하게 감소함을 알 수 있다. 초기영역에서 3차원 모드 21과 22는 평균유동으로부터 에너지를 전달받는 주 매체이고 같은 영역에서 20모드는 초기영역에서 약하기 때문에 평균유동으로부터 21과 22모드와 같은 양의 에너지를 전달받지 못한다. 따라서 전단층 두께는 초기영역에서는 3차원 21과 22모드에 의하여 성장하게 된다. γ_i 가 증가함에 따라 Fig. 13에서 보는 바와 같이 21과 22모드는 평균유동으로부터 적은 양의 에너지를 받기 때문에 전단층의 초기성장은 지연되게 된다.

2차원 모드들의 세기의 증가는 모드들간에 보다 강한 상호작용을 야기시키며 Fig. 14(a)와 (b)에서 볼 수 있듯이 2차원 모드들의 상호작용은 2차원 모드들만이 존재하는 경우 보다 초기 웨이브 수가 큰 3차원 모드들이 존재하는 경우에 더 강하게 작용한다. 따라서 10과 20모드의 직접 상호작용은 초기 웨이브 수가 큰 경우와 모든 다른 3차원 모드들이



Terms have been multiplied by a factor of 10^3 .

Fig. 13 Effect of the spanwise wave number γ_i : Energy interaction with mean flow.

약할 경우 중요한 작용을 한다. 모든 3차원 모드들의 상호작용은 γ_i 가 작은 경우에 강하게 작용한다.

작은 γ_i 와 하류영역에서 3차원 11모드는 전단층의 성장에 크게 기여를 한다. 대조적으로 큰 γ_i 에서 전단층 두께의 하류영역에서의 발전은 2차원 서브하모닉에 의하여 진행되고 이 2차원 모드의 영향 때문에 전단층의 급격한 성장이 하류영역에서 이루어진다.

4. 결론

이 연구로부터 얻은 가장 일반적인 결론은 초기 조건과 관계없이 펀더멘탈과 서브하모닉의 비선형 상호작용은 서브하모닉이 지배하는 전단층의 먼 하류영역에서는 펀더멘탈에게로 에너지가 전달된다는 것이다. 서브하모닉과의 상호작용이 없다하더라도 평균유동과의 상호작용이 그들에게 전달되므로 먼 하류에서도 펀더멘탈은 보존이 된다. 이는 먼 하류에서 가장 진폭이 큰 주파수의 하모닉(Harmonic)을 생성하는 유체유동 메커니즘이 존재한다는 것을 암시한다. 다시 말하면 비선형 모드-모드 상호작용

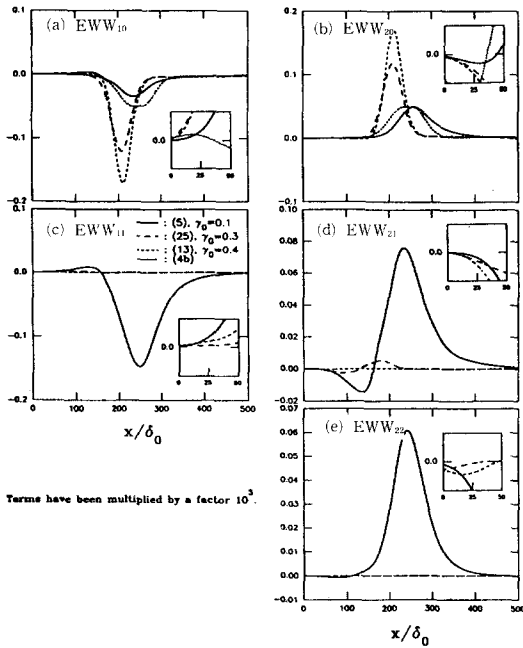


Fig. 14 Effect of the spanwise wave number γ_i :
Net energy interaction between modes.

은 편더멘탈이 지배하는 초기영역 발전동안 서브하모닉에게로 에너지가 전달된다는 것을 말한다. 그러나 초기 상호작용의 방향은 먼 하류에서 편더멘탈에게로 에너지가 반드시 전달된다는 것을 의미하지는 않으며 단지 초기 상호작용의 방향은 초기 조건에 매우 민감하다고 할 수 있다.

z 방향 위상각 ϕ_{21} 은 10과 11모드의 간접 상호작용뿐만 아니라 10과 11모드의 21모드와의 직접 상호작용의 방향을 제어한다. 3차원 21모드에 의한 3모드 상호작용(three-wave interaction)은 10과 11모드 상호작용 및 20과 22모드 상호작용등 2모드 상호작용(two-wave interaction)에 비하여 보다 중요하다는 결론을 얻을 수 있다.

전단층의 성장은 또한 초기 웨이브 수에 매우 민감하다는 것을 이 연구를 통하여 알았다. 웨이브 수의 전단층에서의 영향은 3차원 모드들의 세기가 2차원 모드들의 세기보다 강할 때 현저하게 나타난다.

후 기

이 연구는 한국학술진흥재단 신진연구 공모과제의 일환으로 이루어졌기에 이에 관계자 여러분들께

감사를 드립니다.

참고문헌

- (1) Liu, J. T. C., 1988, "Contribution to the Understanding of Large-scale Coherent Structures in Developing Free Turbulent Shear Flows," *Adv. Appl. Mech.*, 26, 183.
- (2) Fiedler, H. E. and Fernholz, H. H., 1991, "On Management and Control of Turbulent Shear Flows," *Prog. Aerospace Sci.*, 27, 305.
- (3) Liu, J., Piomelli, U. and Spalart, P., 1996, "Interaction between a Spatially Growing Turbulent Boundary Layer and Embedded Streamwise Vortices," *J. Fluid Mech.*, 326, 151.
- (4) Townsend, A. A., *The Structure of Turbulent Shear Flow*, First ed., Cambridge Univ. Press
- (5) Kline, S. J., Reynolds, W. C., Schraub, F. A. and Rundstadler, P. W., 1967, "The Structure of Turbulent Boundary Layers," *J. Fluid Mech.*, 30, 741.
- (6) Winant, C. D. and Browand, F. K., 1974, "Vortex Pairing: The Mechanism of Turbulent Mixing Layer Growth at Moderate Reynolds Number," *J. Fluid Mech.*, 63, 237.
- (7) Gaster, M., Kit, E. and Wagnanski, I., 1985, "Large-scale Structures in a Forced Turbulent Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, 150, 23.
- (8) Nikitopoulos, D. E. and Liu, J. T. C., 1990, "Nonlinear Coherent Mode Interactions and the Control of Shear Layers," *In Structure of Turbulence and Drag Reduction*, Springer Verlag, 119.
- (9) Lee, S. S. and Liu, J. T. C., 1993 "Multiple Large-scale Coherent Mode Interactions in a Developing Round Jet," *J. Fluid Mech.*, 248, 383.
- (10) Zhang, Y. G., Ho, C. M. and Monkewitz, P., 1985, "The Mixing Layer Forced by Fundamental and Subharmonic," *Proceeding of IUTAM Symposium on Laminar-Turbulent Transition, USSR*.
- (11) Hajj, M. R., Miksad, R. W. and Powers, E. J., 1992, "Subharmonic Growth by Parametric Resonance," *J. Fluid Mech.*, 236, 385.
- (12) Weisbrot, I. and Wagnanski, I., 1988, "On

- Coherent Structures in a Highly Excited Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, 195, 137.
- (13) Tung, S. and Kleis, S. J., 1996, "Initial Streamwise Vorticity Formation in a Two-stream Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, 319, 251.
- (14) Seo, T. W. and Nikitopoulos, D. E., 1994, "The Large-scale Coherent Structure Interactions in a Spatially Developing Viscous Shear Layer," *Proceeding of the Third JSME-KSME Fluid Engineering Conference*, Sendai, Japan.
- (15) Seo, T. W. and Kim, K. H., 1995, "Effects of the Initial Reynolds Number in the 3-Dimensional Shear Layer," *J. of KSME* Vol. 9.
- (16) Seo, T. W. and Nikitopoulos, D. E., 1997, "Nonlinear Multi-mode Interaction in a Developing Shear Layer," *International Conference on Fluid Engineering Toward the 21st Century*, Tokyo, Japan.
- (17) Nikitopoulos, D. E. and Liu, J. T. C., 1987, "Nonlinear Binary-mode Interactions in a Developing Mixing Layer," *J. Fluid Mech.*, 179, 345.
- (18) Stuart, J. T., 1962, "On Three-dimensional Nonlinear Effects in the Stability of Parallel Flows," *Adv. Aeronautical Sci.*, 3, 121.
- (19) Michalke, A., 1965, "On Spatially Growing Disturbances in an Inviscid Shear Layer," *J. Fluid Mech.*, 23, 521.