

레이놀즈응력모델을 이용한 압력구배가 있는 난류경계층의 유동장 해석

이성혁* · 유홍선** · 최영기**

(1997년 1월 16일 접수)

Numerical Analysis of a Turbulent Boundary Layer with Pressure Gradient Using Reynolds-Stress-Transport Turbulence Model

S. H. Lee, H. S. Ryou and Y. K. Choi

Key Words: RSM(레이놀즈응력모델), Turbulent Flows(난류유동), Isotropy(등방성), Anisotropy(비등방성), Longitudinal Vortices(종방향와류), Turbulent Boundary Layer(난류경계층), Extra Rates of Strain(부가변형율)

Abstract

Numerical study on turbulent and mean structures of a turbulent boundary layer with longitudinal and spanwise pressure gradient is carried out by using Reynolds-stress-model(RSM). The existence of pressure gradient in a turbulent boundary layer causes the skewing or divergence of rates of strain, which contributes to production of turbulent kinetic energy. Also, this augmentation of production due to extra rates of strain can increase the turbulent mixing and cause the anisotropy of turbulent intensities in the outer layer. This paper uses the Reynolds Stress Model to capture anisotropy of turbulent structures effectively and is devoted to compare the results computed by using RSM and the standard $k-\epsilon$ model with experimental data. It is concluded that the RSM can produce the more accurate predictions for capturing the anisotropy of turbulent structure than the standard $k-\epsilon$ model.

기호 설명			
B	: 채널높이	n	: 표면에서 인접한 격자까지의 수직 거리
W	: 채널 폭	P	: 정적압력
C_f	: 표면 마찰계수 ($=2\tau_w/(\rho U_m^2)$)	P_{ij}	: 생성율 텐서
C_1, C_2, C_μ	: 모형상수	$Re_{B/2}$: B/2에 기준할 레이놀즈수 ($=U_e B/(2\nu)$)
C_{w1}, C_{w2}	: 모형상수	S_{ij}	: 평균변형율텐서
$C_{\epsilon1}, C_{\epsilon2}$: 모형상수	t	: 시간
d_{ij}	: 확산텐서	U_i	: 평균속도벡터텐서
k	: 난류운동에너지	$\overline{u'_i u'_j}$: 레이놀즈응력텐서
l	: 난류혼합길이	u', v', w'	: 축방향, 수직방향 및 횡방향으로의 난류섭동성분

*회원, 중앙대학교 대학원

**회원, 중앙대학교 기계공학과

그리스문자

ϵ	: 난류운동에너지의 소멸율
ϵ_{ij}	: 난류운동에너지의 소멸율 텐서
ϕ_{ij}	: 압력-변형율 텐서
ϕ_{ij1}	: 저속등방성회귀 성분
ϕ_{ij2}	: 고속평균변형 성분
ϕ_{ijw}	: 압력변형율텐서의 벽면수정항
χ	: von Karman 상수
μ	: 층류점성계수
μ_t	: 난류점성계수
ν	: 동점성계수
ρ	: 유체의 밀도
$\sigma_k, \sigma_\epsilon$: 난류프란틀수
$\tau_{x,w}$: 벽면전단성분의 x 방향성분
$\tau_{z,w}$: 벽면전단성분의 z 방향성분

1. 서 론

3차원 난류경계층 유동은(이하 3DTBLs) 터빈 블레이드, 비행기날개 주위의 유동 및 기타 공학적으로 응용되는 많은 유동형태에서 관찰될 수 있으며 일반적으로 복잡한 유동형태를 가지고 있기 때문에 정확한 난류구조 및 유동장을 규명하여 이론적인 자료를 제공하는 것은 유체기계설계에 있어서 매우 중요하다. 특히 압력구배가 존재하는 경우, 압력에 의한 유동의 휨현상은 기존 유동장에 부가 변형율(extra rates of strain)을 부여함으로써 난류운동에너지를 증가시키고 난류혼합을 활발하게 할 수 있다. 또한, 난류경계층에 종방향와류와 같은 강한 이차유동이 포함되어 있는 경우, 경계층이 하류방향으로 발달하면서 증가하는 주유동방향의 압력구배는 횡방향으로의 부가변형율 $\partial W/\partial y$ 뿐만 아니라 방사방향으로의 발산(divergence)을 야기시켜 평균유동장과 난류구조에 현격한 변화를 일으키게 된다.

일반적으로 3차원 난류유동장은 난류구조의 비등방적인 성질을 가지고 있으며 부가적인 변형율과 같은 3차원 난류성질을 예측하는 데에 있어서 2차원 난류모델에서 확장된 모델을 이용하는 것은 물리적으로 많은 문제점을 안게 된다. 또한, 일반적으로 표준 $k-\epsilon$ 모델과 같은 Boussinesq 가정에 기초한 모델들은 평균변형율의 갑작스런 변화 혹은 3차원 유동 및 이차유동을 포함하는 유동과 같이 부

가변형율이 존재하는 유동장을 적절히 모사하기 어려운 것으로 알려져 있다.⁽¹⁾ 그러나, 레이놀즈응력 모델은 레이놀즈응력텐서에 대한 수송방정식을 직접적으로 계산할 수 있을 뿐만 아니라 난류운동에너지의 생성율항을 직접적으로 처리할 수 있다는 장점이 있다. 또한, Watkins 등⁽²⁾은 레이놀즈응력 모델을 이용하여 엔진내의 난류유동장을 해석하였으며 난류강도를 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 보다 적절하게 예측하고 있음을 보여주었다. 또한, Luo 등⁽³⁾은 180° 곡관에서의 난류덕트유동장에 대해 레이놀즈응력모델과 다른 난류모델들을 상호 비교하였다. 그들은 평균유동장의 예측에 있어서는 모델들간의 현격한 차이를 보이지 않는 반면 난류응력의 결과에서는 레이놀즈응력모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 정확한 예측을 하고 있음을 보여주었다. Hogg 등⁽⁴⁾과 Lin⁽⁵⁾은 각각 2차원, 3차원의 선회류가 포함된 유동을 수치해석 하였으며 레이놀즈응력모델이 난류구조의 비등방성을 효과적으로 예측하고 있음을 보인 바 있다. 그러나 레이놀즈응력모델 역시 난류 유동에너지를 소멸 및 압력-변형율항에 대한 모델링에 대한 연구가 지속적으로 수행되고 있다.^(6,7) 이상의 많은 문헌들에서 지적인 바와 같이 레이놀즈응력모델은 3차원 난류유동 및 회전유동 또한, 곡률과 선회류가 포함된 유동장 등과 같은 복잡한 난류유동장에서 표준 $k-\epsilon$ 모델보다 우수한 결과를 얻을 수 있을 것으로 사려된다.

따라서 본 논문에서는 레이놀즈응력모델을 이용하여 두 가지의 압력구배 형태에 대한 수치모사를 하였다. 먼저, 본 논문에서는 30°로 휘어진 영역에서 발생하는 횡방향압력구배에 의한 3차원 난류경계층의 난류구조 및 평균유동장을 해석하고자 한다. 형상에 의해 발생하는 횡방향의 압력구배는 평균변형율벡터의 방향을 회계 하여 부가적인 변형율을 야기시키게 되는데 이러한 변형율은 휨영역에서의 난류혼합을 증가시키게 되고 난류구조 역시 비등방적인 형태를 유발시키게 된다. 따라서 본 연구에서는 Schwarz와 Bradshaw⁽⁸⁾의 실험에 근거하여 표준 $k-\epsilon$ 모델과 레이놀즈응력모델을 이용하여 계산하고 상호 비교함으로써 난류모델의 성능을 고찰하고 횡방향의 압력구배가 난류구조에 미치는 영향을 살펴보고자 한다.

본 논문에서 해석하고자 하는 두번째 유동형태는 터빈 익형 및 비행기 날개에서 자주 나타나는 종방향의 와류가 함축된 난류경계층 유동이다. Fig. 10

에서 볼 수 있듯이 2차원 난류경계층은 종방향와류와의 상호작용으로 인하여 기존의 2차원 경계층이 아닌 이차유동이 포함된 3차원 난류유동으로 발달하게 된다. 이러한 유동형태에서는 주유동방향의 국부적인 역압력이 종방향와류의 중심에 영향을 미침으로써 와류를 점차 방사방향으로 확산시키는 역할을 하게 된다. 또한, upwash 및 downwash 영역에서는 이차유동으로 인한 난류구조의 비등방성이 강하게 나타나고 있음을 실험결과 및 수치해석 결과에서 볼 수 있다. 따라서 본 연구에서는 Pauley와 Eaton⁽⁹⁾의 실험에 근거한 수치해석을 수행함으로써 난류구조의 비등방성에 대한 해석 및 난류모델간의 상호비교를 수행하고자 한다.

본 연구는 횡방향 혹은 종방향의 압력구배에 따른 난류경계층의 난류구조변화에 대한 수치해석을 통하여 난류유동에 대한 정성적 자료를 제공함과 동시에 난류모델링에 대한 적용성에 대한 이해를 증진시키는 데에 주목적에 있다.

2. 지배방정식 및 난류모델링

본 논문에서는 정상상태 및 비압축성유동의 경우, 레이놀즈 시간 평균된 연속방정식 및 완전 Navier-Stokes 방정식, 그리고 레이놀즈응력수송

방정식과 소멸율방정식을 이용하여 수치해석 하였다.⁽⁶⁾ 본 계산에서 사용된 레이놀즈응력모델은 기본적으로 Gibson과 Launder⁽¹⁰⁾의 모델을 이용하였으며 압력-변형률 상관관계식 (pressure-strain correlation terms)은 LRR모델⁽¹¹⁾을 사용하였다.

연속방정식 :

$$\frac{\partial U_j}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes방정식 :

$$\rho \frac{\partial (U_j U_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu S_{ji} - \overline{\rho u'_j u'_i}) \quad (2)$$

레이놀즈응력수송방정식 :

$$U_k \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_j u_i}) = P_{ij} + d_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\nu \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right) \quad (3)$$

식 (3)에 나타난 각 항들은 Table 1에 정리되어 있다.

한편, 난류운동에너지는 아래와 같이 레이놀즈 수직응력들의 합으로 구할 수 있다.

$$k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (4)$$

난류소멸율 수송방정식 :

Table 1 Turbulence modeling.

Terms	Definitions	Modeling
P_{ij}	Production	$-\left[\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right]$
ε_{ij}	Dissipation	$\frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon$
d_{ij}	Turbulent diffusion	$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{C_u}{\sigma_k} \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} \right)$
ϕ_{ij}	Pressure-strain correlation term	$\phi_{ij,1} + \phi_{ij,2} + \phi_{w,ij}$
$\phi_{ij,1}$	Slow pressure-strain (return-to-isotropy)	$c_1 \frac{\varepsilon}{k} [\overline{u'_i u'_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k]$
$\phi_{ij,2}$	Rapid pressure-strain	$-c_2 [P_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \overline{u'_i u'_m} \frac{\partial U_l}{\partial x_m}]$
$\phi_{w,ij}$	Wall-reflection correction term	$c_{w1} \frac{\varepsilon}{k} [\overline{u'_k u'_m n_k n_m} \delta_{ij} - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_i} n_k n_j - \frac{3}{2} \overline{u'_k u'_j} n_k n_i] f$ $+ c_{w2} [\phi_{km,2} n_k n_m \delta_{ij} - \frac{3}{2} \phi_{ik,2} n_k n_j - \frac{3}{2} \phi_{jk,2} n_k n_i] f$

$$\rho U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} = c_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \left(-\rho \overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - c_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) \quad (5)$$

위 식에서 사용된 모델상수는 Table 2와 같다.

3. 수치해석 및 경계조건

3.1 수치해석법

보존형 미분방정식은 유한체적법(FVM)을 이용하여 이산화되었으며 대류항에 대해서는 하이브리드도식(hybrid scheme)을 이용하였다. 또한, 계산 영역에서 종속변수들의 배치는 Fig. 1에서와 같이 엇갈림격자제를 이용하였다. 이러한 격자배치는 압력과 속도와의 관계를 물리적으로 타당하게 나타낼 수 있으며 많은 보간식을 피할 수 있는 장점이 있다. 또한, 난류전단응력들은 속도사이의 위치에 배치시킴으로써 운동량방정식은 물리적으로 타당한 의미를 가질 수 있다. 그러나 최근에 들어서 Shinosuke와 Peric⁽¹²⁾은 기억용량의 최적화 및 경계조건 처리를 용이하게 하기 위해서 비엇갈림격자제를 이용한 레이놀즈응력모델에 대한 연구를 수행한 바 있다. 한편, 본 연구에서는 압력장의 해석에 대해서 SIMPLE알고리즘을 이용하였다.

3.2 경계조건

본 연구에서 사용된 방정식들은 타원형(elliptic)의 방정식이므로 경계조건의 적절한 결정은 수렴해의 정확도에 있어서 매우 중요하다. 실제로 모든 입구조건은 현시적으로 결정되어야 한다. 그러나 실험값들에 대한 데이터가 부족한 경우에는 입구경계에서 모든 변수들을 실험값으로 결정하는 것이 매우 힘든 일이다. 따라서 본 연구에서는 각각의 경우에 따라서 실험값이 없는 변수들은 적절한 가

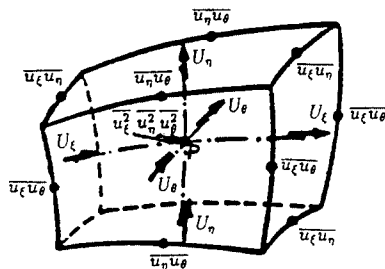


Fig. 1 Staggered grid arrangement.

정을 통한 경험식들을 이용하여 입구경계조건을 결정하였다.

case 1의 경우, 입구에서 유입되는 2차원 난류경계층이 횡방향의 압력구배로 인해 3차원 난류경계층이 생성되므로 입구경계에서 속도, 수직난류응력 및 전단응력 $\overline{u'v'}$ 등은 Schwarz와 Bradshaw⁽⁶⁾에 의한 실험값에 의해 결정된다.

또한, case 2의 경우, 속도 및 난류운동에너지 등은 Pauley와 Eaton⁽⁹⁾의 실험값에 의해 입구경계조건이 결정되었으며, 수직난류응력에 대한 입구조건은 등방성난류라는 가정을 이용하여 아래와 같이 결정될 수 있다.

$$\overline{u' u'_j} = \frac{2}{3} \delta_{ij} k_{intet} \quad (i=j) \quad (6)$$

한편, case 2의 경우, 입구의 전단응력 $\overline{u'v'}$ 은 에디점성관계식에서 얻어질 수 있으나 본 연구에서는 $-\overline{u'v'} = 0.3k$ 라는 2차원 경계층의 경험식을 이용하여 전단응력에 대한 입구조건을 결정하였다. 한편, case 1과 2의 경우, 입구의 난류운동에너지 소멸율은 다음과 같이 혼합길이 및 난류운동에너지 값으로 계산하였다.

$$\varepsilon_{intet} = \frac{k^{3/2}}{L} \quad (7)$$

여기에서 $L = C_\mu^{-3/4} l$ 이며 l 은 난류혼합길이를 나타낸다. 한편, 출구경계조건은 종속변수들의 주유동 방향의 구배가 영(zero)이라는 조건을 이용하였다.

본 연구에서 사용된 난류모델들은 모두 고레이놀즈모델이기 때문에 벽근처영역에서의 저레이놀즈영역의 점성효과로 인한 운동량확산을 적절하게 나타낼 수 없다. 실제로 이러한 영향을 고려하기 위해서는 저레이놀즈형 모델을 이용해야 하지만 상당한 비용이 소요되며 격자의 밀집성으로 인한 많은 문제점이 야기될 수 있다. 따라서 본 연구에서는 벽효과를 고려하기 위해서 벽함수(wall function)를 이용하였으며 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\tau_{x,w} = \frac{C_\mu^{1/4} k_p \chi U_p}{\ln(Ey^+)}, \quad \tau_{z,w} = \frac{C_\mu^{1/4} k_p \chi W_p}{\ln(Ey^+)} \quad (8)$$

여기에서 y_p^+ 는 식 (9)와 같이 정의된다.

$$y_p^+ = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (9)$$

여기에서 χ 는 von Karman 상수이며 0.42로 처리하였다. 한편, 윗 식의 아래첨자 p는 벽면에 인

접한 격자점을 나타낸다. 또한, 인접격자점에서의 난류소멸율은 아래와 같이 나타낼 수 있으며 식 (10)은 소멸율방정식의 벽면경계조건으로 사용된다.

$$\epsilon_p = C_\mu^{3/4} \frac{k_p^{3/2}}{\chi y_p} \quad (10)$$

4. 계산결과 및 고찰

본 논문에서는 3차원 난류경계층이 횡방향의 압력구배를 받는 경우와 종방향의 역압력구배를 받는 경우에 대한 수치해석을 수행하였으며 아래와 같이 두 가지의 경우로 나누어 생각할 수 있다.

case 1	30도로 휘어진 형상내에서 횡방향의 압력구배를 받는 3차원 난류경계층유동장
case 2	종방향와류가 포함된 난류경계층 해석

본 연구에서는 case 1의 경우, 공기를 작동유체로 하여 실험조건⁽⁸⁾과 동일한 레이놀즈수 $Re_x = 0.147 \times 10^7$ 를 기준으로 계산하였으며, case 2의 경우, $B/2$ ($B=13$ cm)를 기준으로 한 레이놀즈수 $Re_{B/2}$ 가 67,000이며 그 외의 조건들은 실험⁽⁹⁾과 동일하게 주었다.

본 연구에서 계산수렴조건은 이산화방정식의 모든 계산점에서의 잔류오차의 합이나 관찰점에서 중

속변수 값의 변화가 0.001 이하가 되면 수렴된 것으로 판단하였다. 계산시간은 case 1의 경우, 레이놀즈응력모델은 HP720 컴퓨터로 약 22-23시간이 소요되었으며 표준 k-ε 모델은 약 15시간이 소요되었다. 한편, case 2의 경우에는 레이놀즈응력모델의 경우, CRAY-YMP 컴퓨터로 약 4시간이 소요되었으며 표준 k-ε 모델의 경우는 Jeong과 Ryou⁽¹³⁾에 의해 계산된 결과를 이용하여 상호 비교하였다.

4.1 case 1에 대한 고찰

Fig. 2는 case 1에 대한 개략도를 보여주고 있다. 그림에서 볼 수 있듯이 2차원 난류경계층이 30°로 휘어진 영역으로 들어오면서 곡물에 의한 횡방향의 압력구배를 받게 되며 벽면에서부터 유체의 휨(skewing)현상이 발생하게 되어 3차원 난류경계층으로 발달하게 된다. 수치해석 결과는 Fig. 2에서 처럼 경계층의 중심축 x를 따라서 826[mm], 2075[mm], 2948[mm]의 위치에서의 계산값들을 실험값과 상호 비교하였다. 또한, 횡방향으로 $Z = \pm 381$ [mm]인 평면에서는 벽경계조건을 이용하였고 경계층의 성장하는 Y방향의 밑면은 벽면으로 처리하였으며 윗면은 대칭면으로 처리하였다.

한편, 주유동방향으로 826[mm]의 위치에서는 횡방향의 압력구배를 받지 않고 있기 때문에 2차원 난류경계층의 성질을 가지고 있다. 그러나, $x = 2075$ [mm]에서는 30°로 휘어진 영역으로 형상에

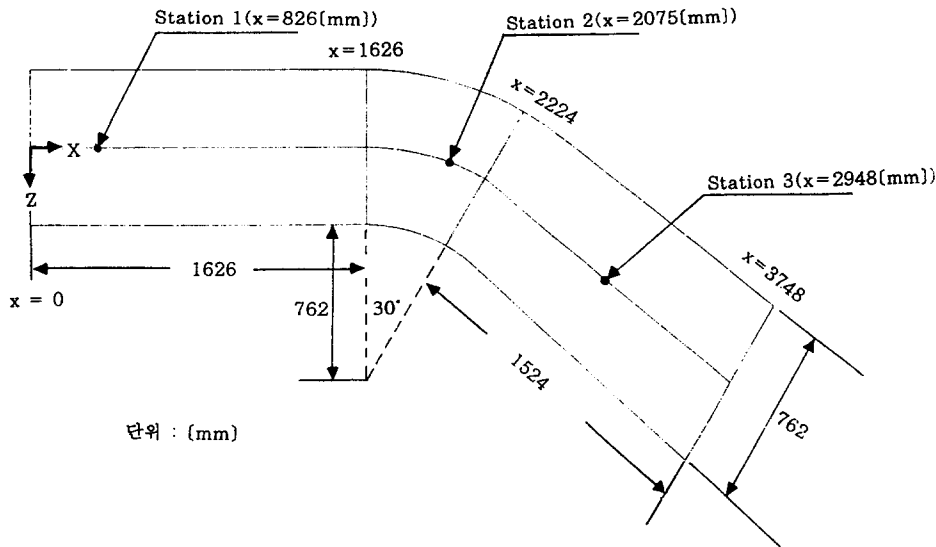


Fig. 2 Schematic diagram of the computational domain (case 1).

Table 2 Turbulence model constants.

C_μ	$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2}$	C_1	C_2	C_{w1}	C_{w2}	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.8	0.6	0.5	0.3	1.0	1.3

Table 3 Grid independence test cases.

	TYPE A	TYPE B (present case)	TYPE C	TYPE D
x	35	35	35	35
y	40	55	70	90
z	21	21	21	21

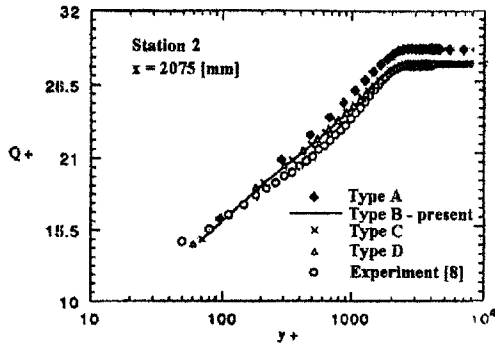


Fig. 3 Grid independence test.

의한 횡방향의 압력구배를 받는 영역이며 이 영역에서 주유동방향으로의 와류가 벽면근처에서 발생하게 된다. 즉 이 영역에서는 부가적인 평균변형율 $\partial W/\partial y$ 에 의해 난류운동에너지가 크게 증가하게 되며 비등방적인 난류구조를 가지게 된다. 또한, $x=2948$ [mm]의 위치에서는 압력구배에 의해 유동장에 부가되는 평균변형율이 제거되는 영역이며 점차적으로 기존의 순수경계층유동으로 복원되어 가는 영역이다.

우선, 계산격자의 최적화를 위한 격자독립성시험(grid independence test)을 고찰하기 위해서 Table 3에서 볼 수 있듯이 4가지 경우에 대한 시험을 수행하였다.

Fig. 3은 각각의 격자체계에 대한 속도분포를 실험값과 비교하고 있다. 여기에서 정의된 무차원 속도 Q^+ 는 다음과 같이 정의된다.

$$Q^+ = \frac{Q}{(\tau_w/\rho)^{1/2}} = \frac{\sqrt{U^2 + V^2 + W^2}}{(\tau_w/\rho)^{1/2}} \quad (11)$$

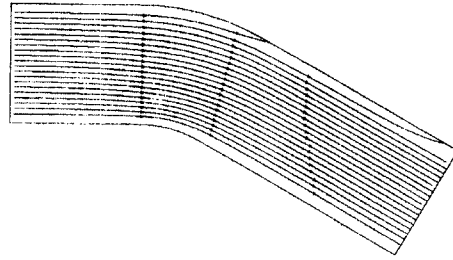


Fig. 4(a) Streamlines (free stream region).

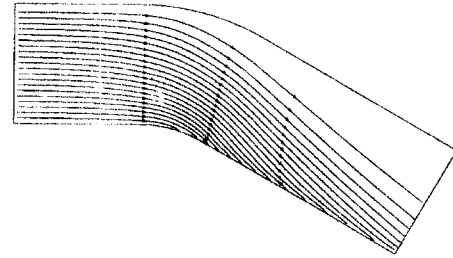


Fig. 4(b) Streamlines (near wall region).

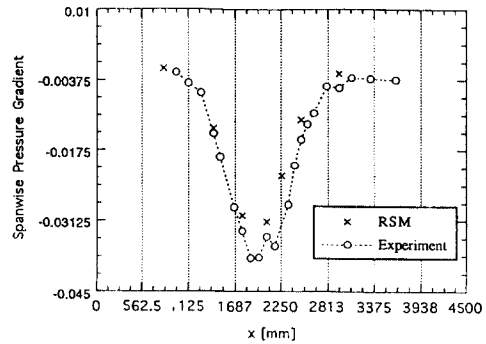
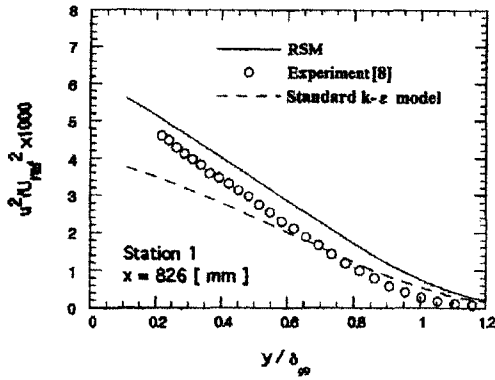


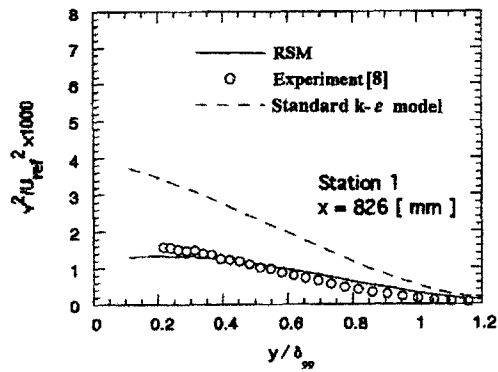
Fig. 5 Spanwise pressure gradient.

그림에서 볼 수 있듯이, 국소적으로는 약간의 차이는 있으나 $35 \times 55 \times 21$ 의 격자 이상에서는 계산결과가 격자수에 거의 의존하지 않음을 알 수 있다. 따라서 본 연구의 이후 모든 계산은 $35 \times 55 \times 21$ 의 격자계를 이용하여 수치계산을 하였다.

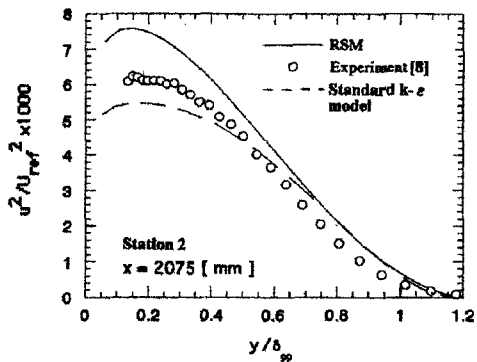
Fig. 4는 평균속도의 유선을 나타낸 그림이다. 그림에서 볼 수 있듯이 벽면 근처의 영역에서는 자유유동영역에 비해 운동량이 상대적으로 적기 때문에 압력구배의 영향을 훨씬 강하게 받고 있음을 볼 수 있다. 이러한 유선의 휨(skewing)현상은 부가적인 변형율의 존재를 나타내는 것이며 따라서 이러한 영역에서의 유동장은 복잡한 난류구조를 지니게 된다. Fig. 5는 횡방향의 압력구배를 실험값과 비교한 것이다. 부가변형율이 제거된 하류영역 및



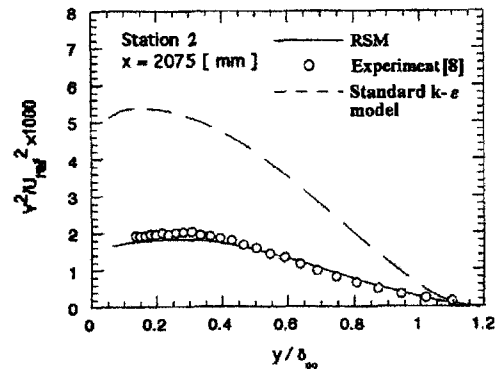
(a)



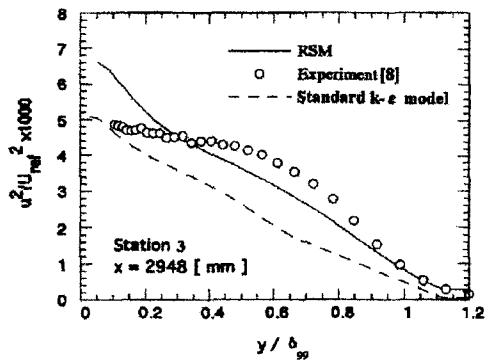
(a)



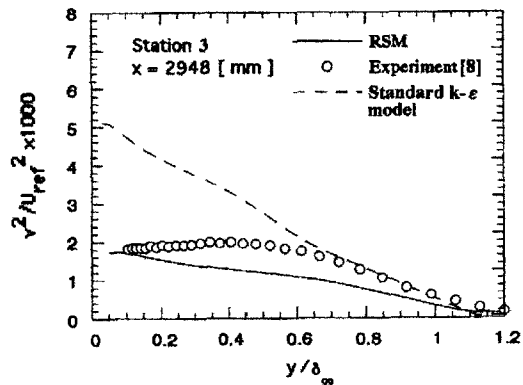
(b)



(b)



(c)



(c)

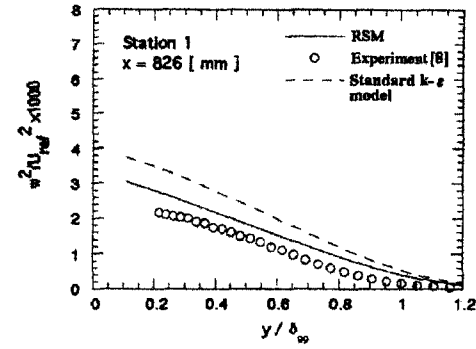
Fig. 6 Comparisons of $\overline{u^2}$ at selected locations.

Fig. 7 Comparisons of $\overline{v^2}$ at selected locations.

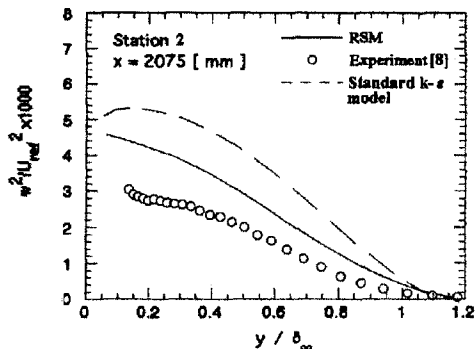
곡률부분에서 실험값과 다소 차이를 보이고 있지만 정성적으로 실험값에 잘 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 6~8은 난류수직응력에 대한 결과를 실험값과 비교한 그림이다. 그림에서 볼 수 있듯이 압력 구배를 받는 횡영역에서는 난류수직응력의 값이 크

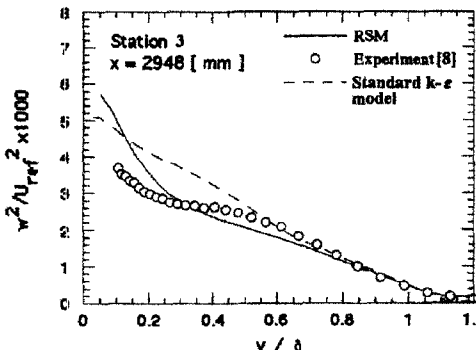
게 증가하고 있음을 볼 수 있는데 이것은 $\partial W/\partial y$ 와 같은 부가적인 변형율이 난류수직응력 $\overline{u^2}$ 과 $\overline{w^2}$ 의 생성을함을 증가시키기 때문이다. 또한, 경계층유동의 경우, 생성항이 존재하지 않는 $\overline{v^2}$ 의 증가현상은 부가변형율에 의해 증가된 주유동방향 및 횡방향의 난류강도가 압력-변형율 상관관계항의



(a)



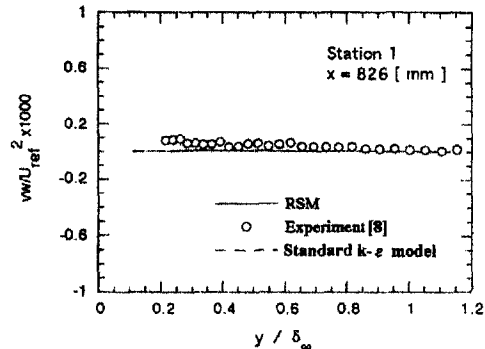
(b)



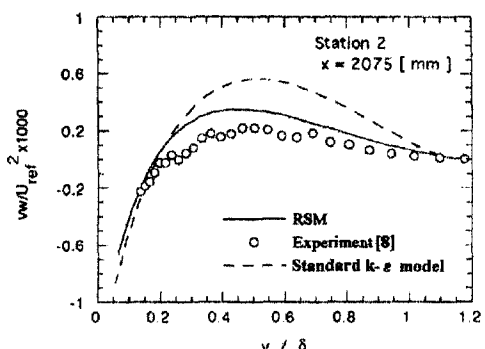
(c)

Fig. 8 Comparisons of $\overline{w^2}$ at selected locations.

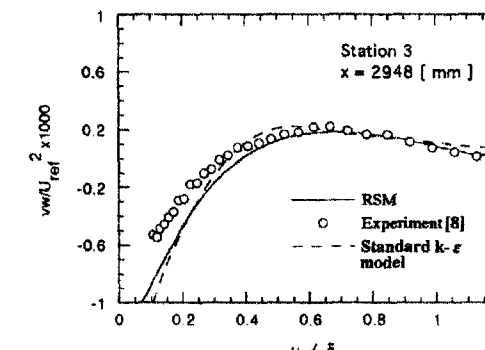
저속등방성회귀성분에 의해 에너지가 재분배되면서 발생하는 것이다. 그러나, 레이놀즈응력모델에 의해 계산된 각각의 난류수직응력들은 최대값의 예측에 있어서 실험값과 오차를 보이고 있는데 이와 같은 현상은 압력변형율항의 모델의 부정확성에 기인된 것으로 판단된다. 한편, 표준 $k-\epsilon$ 모델의 경우, 경계층 외층의 난류수직응력들의 비등방적인



(a)



(b)



(c)

Fig. 9 Comparisons of $\overline{v'w'}$ at selected locations.

성질을 거의 예측하고 있지 못하고 있음을 볼 수 있다. 그 이유는 표준 $k-\epsilon$ 모델의 경우, Boussinesq 가정에 대한 기초하고 있기 때문이며 수직방향의 평균변형율의 오차(order)가 난류운동에너지에 비해 상대적으로 매우 작기 때문으로 사려된다. 반면, 레이놀즈응력모델은 정성적, 정량적으로 난류구조의 비등방적 성질을 적절히 예측하고 있음을

볼 수 있다.

Fig. 9는 각각의 영역에서의 $\overline{v'w'}$ 값을 상호 비교한 것이다. 일반적으로 2차원 난류경계층에서는 $\overline{v'w'}$ 응력 값이 존재하지 않는다. 따라서 상류영역에서는 거의 값을 가지고 있지 않음을 알 수 있다. 그러나, 30°로 굽은 영역에서는 레이놀즈수직응력들을 증가시키게 되고 압력-재분배효과로 인해 증가된 v'^2 응력이 $\overline{v'w'}$ 의 생성을향인 $\overline{v'^2 \partial W / \partial y}$ 를 증가시키므로써 $\overline{v'w'}$ 의 값을 증가시키게 된다. 또한, 압력구배에 의한 변형이 제거된 후에는 점차 그 값이 감소하고 있음을 볼 수 있다.

한편, Boussinesq 관계식으로부터 얻어진 $\overline{v'w'}$ 에 비해 레이놀즈응력모델에 의해 계산된 값이 실험값에 보다 잘 일치하고 있어 레이놀즈응력모델이 레이놀즈수직응력의 거동을 보다 잘 예측할 수 있음을 알 수 있다. 실제로 표준 k-ε 모델의 경우, 각각의 속도섭동에 대한 상관관계를 방정식에서 직접적으로 다루지 못하고 있으며 난류전단응력은 등방성가정에 기초한 에디점성에 의해 간접적으로 계산된다. 그러나 레이놀즈응력모델은 섭동성분들간의 상관관계에 대한 방정식을 직접적으로 해결하고 있기 때문에 근원적으로 등방성가정에 기초하고 있지 않다. 이러한 이유로 인해, 레이놀즈응력모델이 수직응력들의 비등방성 및 난류전단응력의 예측에 있어서 효과적인 결과가 얻어지는 것으로 사려된다.

4.2 case 2에 대한 고찰

Fig. 10은 앞에서 언급한 case 2 즉, 종방향와류가 난류경계층에 포함되어 있는 경우 주유동방향의 압력변화가 평균유동장 및 난류구조 변화에 미치는 영향을 계산하기 위한 계산영역의 개략도를 보여주고 있다. Pauley와 Eaton⁽⁹⁾은 이차유동이 강한 경우, 로그영역에서의 2차원 난류경계층의 상사성이 파괴된다고 지적한 바 있다. 실제로 2차원 경계층 내에 포함된 종방향의 와류는 기존의 2차원 난류유동을 3차원 난류유동으로 변화시키게 되며 강한 이차유동으로 인해 경계층의 변화를 발생시키게 된다. 본 연구에서 계산된 결과는 Pauley와 Eaton⁽⁹⁾의 실험과 비교하였으며 계산조건 및 형상은 실험과 모두 동일하게 주었다. Fig. 11에서, 윗면과 바닥면(Z=±H/2, H=61 cm)은 벽면으로 처리하였으며 남쪽 경계는 벽면 처리하였고 북쪽경계는 대칭면으로 처리하였다. 또한, 입구조건은 x=97[cm]에서의 Pauley와 Eaton⁽⁹⁾의 속도분포를 보간하여 사용하였으며 계산된 결과는 x=142[cm]와 x=188[cm]의 위치에서 얻어진 실험값과 상호 비교되었다. 또한, 표준 k-ε 모델의 결과는 이전에 수행된 Jeong과 Ryou⁽¹³⁾에 의한 결과와 상호 비교되었다. Fig. 11에서 볼 수 있듯이 case 2의 경우, 본 연구에서는 주로 세 영역을 중점적으로 고찰하였다. 즉, 자유유동영역(free stream)에서의 유체가 이차유동에 의해 벽면으로 내려오는 downwash 영역(DW ; z=6cm)과 벽면근처영역에서의 유체가 자유유동영역으로 올라가는 upwash 영역(UW ; z

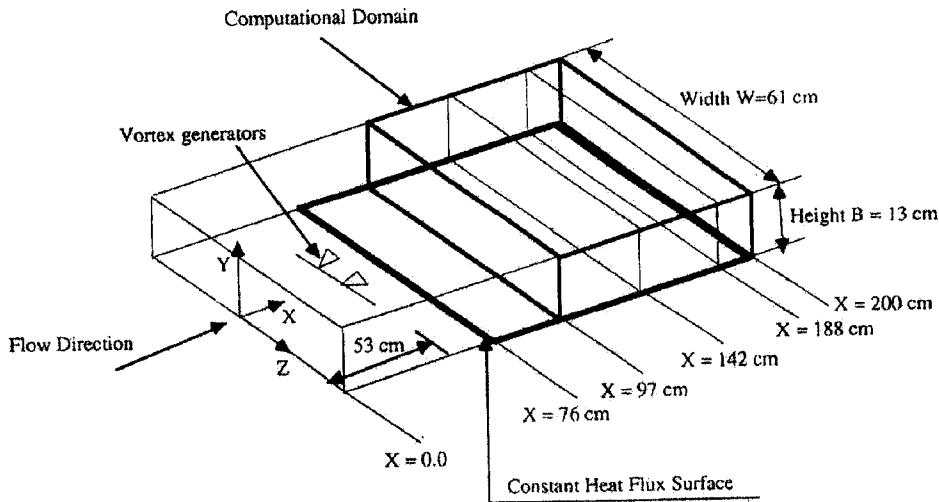


Fig. 10 Schematic diagram of the computational domain (case 2).

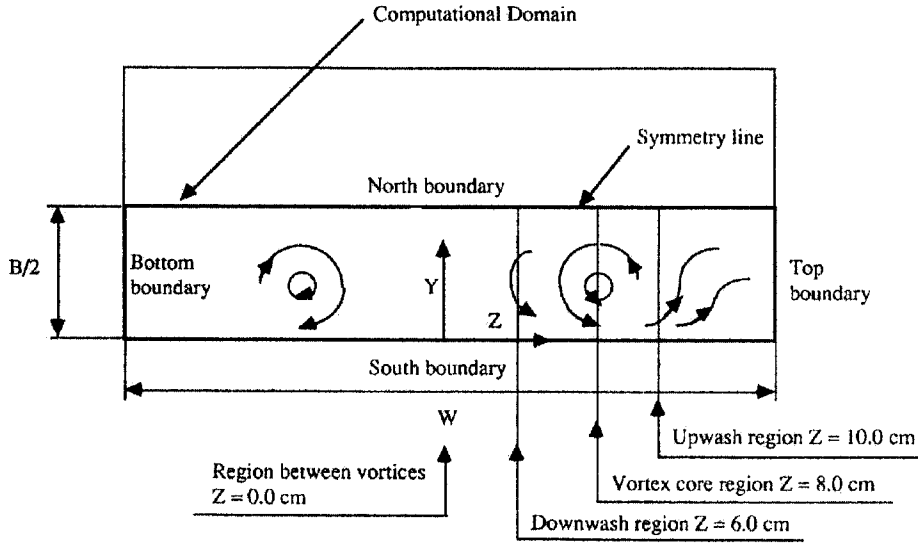


Fig. 11 Cross-section of the computational domain (case 2).

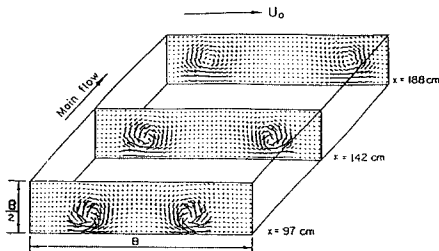


Fig. 12(a) Secondary velocity at selected locations (Experiment).

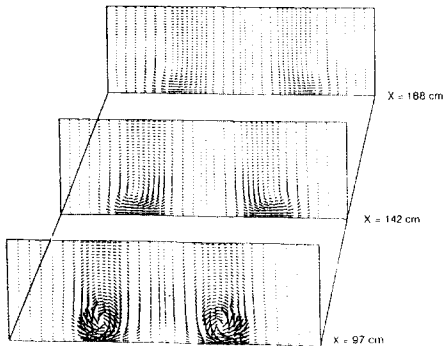
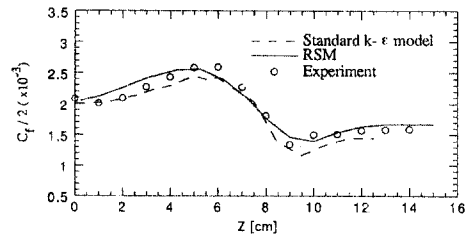
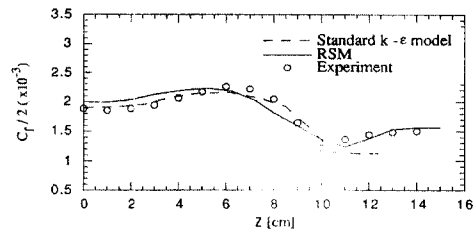


Fig. 12(b) Calculated secondary velocity at selected locations (RSM).

=8cm) 그리고 와류의 중심영역(CR; $z=10$ cm)에 대해 고찰하였다. 한편, Pauley와 Eaton⁽⁹⁾은 그들의 실험에서 와류의 중심영역은 거의 등방성의 성질을 지니고 있는 반면 upwash영역과 downwash영역에서는 비등방적인 난류구조의 성질을 가지고



(a) At $x=142$ cm

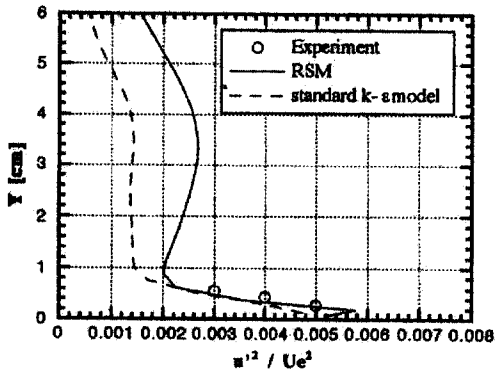


(b) At $x=188$ cm

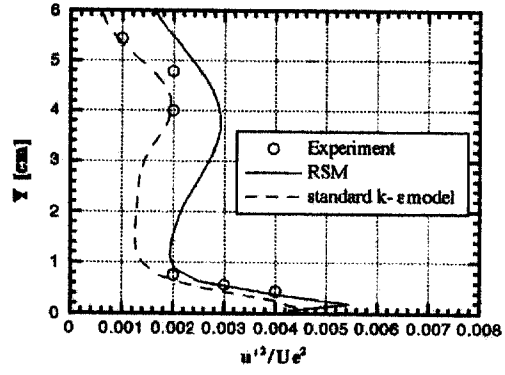
Fig. 13 Comparisons of the skin friction coefficient at $x=142$ and 188 cm downstream.

있다는 것을 보인 바 있다.

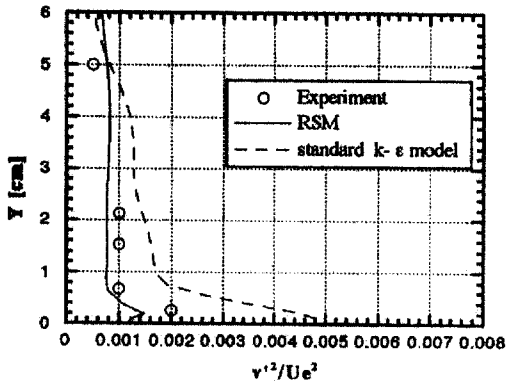
Fig. 12는 레이놀즈응력모델에 의해 계산된 이차 속도분포를 나타내고 있다. 상류영역에서의 와류중심 영역에서의 주유동방향 속도가 하류영역으로 갈수록 점차 감소하고 있음을 볼 수 있으며 와류의 형상이 방사방향으로 점차 확산하고 있음을 볼 수 있다. 이러한 현상은 난류경계층이 하류로 진행하면서 발생하는 국부적인 주유동방향의 역압력구배



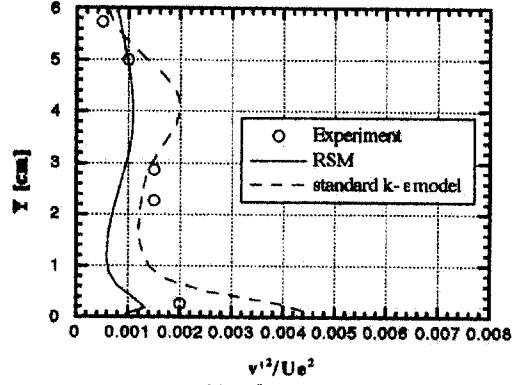
(a) u^2 stress



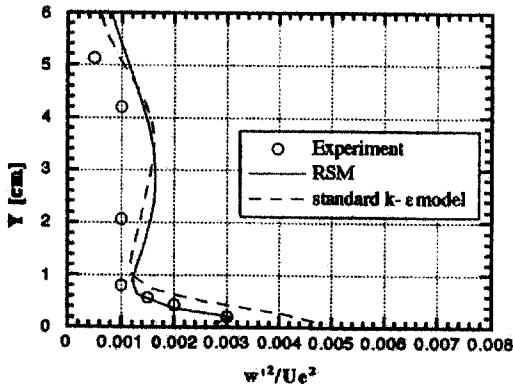
(a) u^2 stress



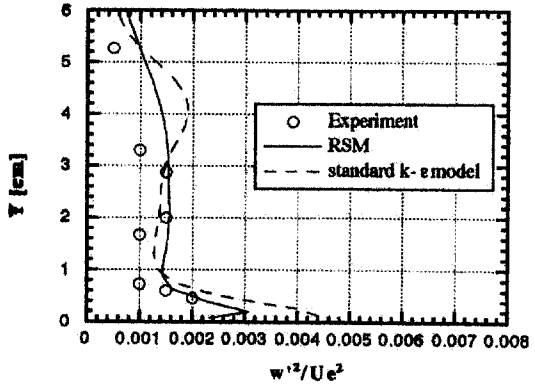
(b) v^2 stress



(b) v^2 stress



(c) w^2 stress



(c) w^2 stress

Fig. 14 Comparisons of the Reynolds normal stresses in the downwash region ($z=6$ cm) at $x=188$ cm.

Fig. 15 Comparisons of the Reynolds normal stresses in the vortex core region ($z=8$ cm) at $x=188$ cm.

가 와류중심영역에 영향을 미침으로써 야기되는 현상으로 각운동량보존을 만족하기 위해서 와류의 반경이 점차적으로 확장하게 됨을 볼 수 있다. 그러나 계산된 와류의 확산정도가 실험값에 비해 다소

과장 예측됨을 볼 수 있다.

Fig. 13은 주유동방향으로 142 [mm]와 188 [cm]에서의 표준 $k-\epsilon$ 모델과 레이놀즈응력모델에 의해 계산된 표면마찰계수 C_f 를 횡방향에 대해서 실험값

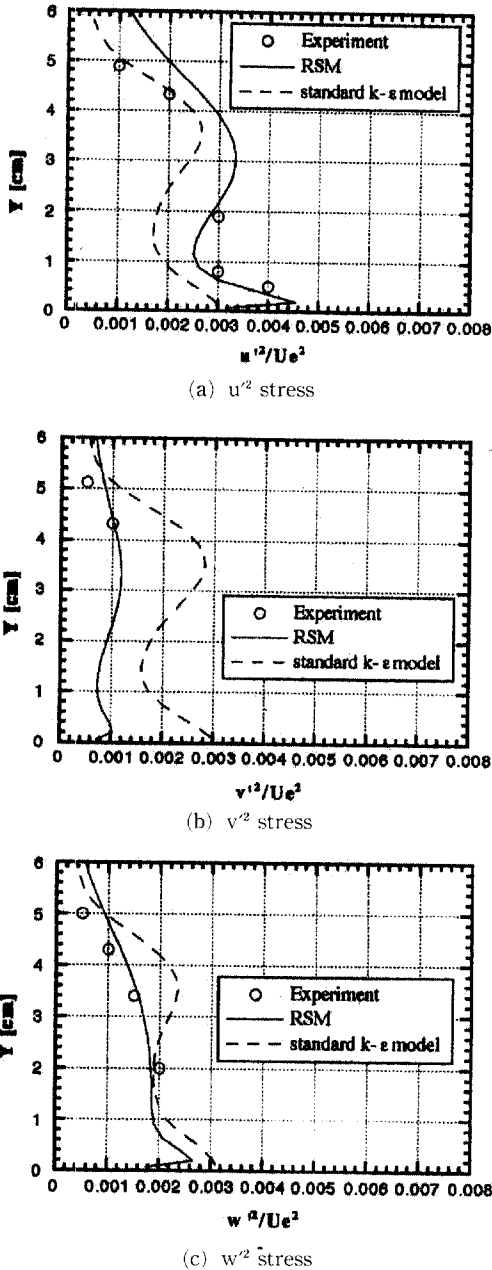


Fig. 16 Comparisons of the Reynolds normal stresses in the upwash region ($z=10$ cm) at $x=188$ cm.

과 상호 비교한 것이다. 전단응력의 최대값, 최소값은 각각 downwash영역 및 upwash영역에서 발생되는데 이것은 경계층두께의 이차유동에 의한 변화 때문이다. 또한, 현격한 차이점을 보이고 있지는 않지만 $x=188$ cm에서 upwash영역에서는 레이

놀즈응력모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델의 결과보다 효과적인 예측을 하고 있음을 알 수 있다. 그러나 와류중심영역에서는 오히려 표준 $k-\epsilon$ 모델이 실험값에 잘 일치하고 있음을 알 수 있는데 레이놀즈응력모델이 와류중심영역에서 난류수직응력들의 비등방적인 성질을 오히려 과장예측하기 때문으로 사려된다.

Fig. 14~16은 레이놀즈수직응력들에 대한 수치해석결과를 주유동방향 188 cm에서 실험값과 상호 비교한 그림이다. Pauley와 Eaton⁽⁹⁾의 실험에서 주어진 입구영역에서의 와류중심의 난류운동에너지 값은 다른 영역에 비해 매우 큰 값을 가지고 있다. 그러나 그림에서처럼 하류영역인 188 cm에서의 값들은 벽근처영역을 제외하고는 거의 동일한 크기의 값을 가지고 있음을 알 수 있다. 특히, 와류중심영역에서의 수직응력들의 감소는 와류 확산에 기인된 것으로 upwash 및 downwash 영역에서의 크기와 거의 동일한 크기를 가지고 있음을 알 수 있으며 수직응력의 $\overline{v'^2}$ 의 값이 다른 값들에 비해 벽근처영역에서 작게 나타나는 것은 벽근접영향(wall-proximity effect)에 기인된 것이며 $\overline{v'^2}$ 의 감소는 $\overline{u'^2}$ 와 $\overline{w'^2}$ 의 증가를 수반하게 된다. 또한, 와류중심에서 수직응력들의 크기가 거의 동일하게 나타나고 있는데 이것은 Pauley와 Eaton⁽⁹⁾이 지적한 바와 같이 와류중심영역의 난류가 거의 등방적인 성질을 가지고 있음을 나타내는 것이다. 따라서 등방성 가정에 기초하고 있는 표준 $k-\epsilon$ 모델은 이 영역에서 레이놀즈응력모델에 비해 정성적으로 더 나은 결과를 보이고 있지만 비등방적인 성질을 가지는 upwash 및 downwash 영역에서는 레이놀즈응력모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 실험값에 잘 일치하고 있다. 또한, 레이놀즈응력모델이 표준 $k-\epsilon$ 모델에 비해 벽면 근처영역에서 실험값에 상당히 잘 일치하고 있다는 것은 매우 흥미있는 사실이며 난류모델성능면에서 매우 고무적이라 할 수 있다. 결론적으로 이차유동에 의해 발생하는 벽근처영역에서의 비등방적인 난류구조를 레이놀즈응력모델이 본질적으로 잘 예측하고 있음을 알 수 있는 반면 표준 $k-\epsilon$ 모델은 거의 등방적인 성질을 나타내고 있음을 알 수 있다.

5. 결론

- (1) 전반적으로 압력구배를 받는 3차원 난류유동

의 비등방적인 현상을 레이놀즈응력모델이 적절하게 모사하고 있음을 알 수 있었다. 표준 $k-\epsilon$ 모델은 근본적으로 등방성에 기초하고 있기 때문에 레이놀즈수적응력을 적절하게 예측하고 있지 못하고 있다. 그러나, 레이놀즈응력모델 역시 압력-변형률 항의 모델에 대한 연구가 지속되어야 한다고 생각된다.

(2) case 1의 경우, 2차원 난류경계층유동이 갑자기 30°로 휘어진 영역으로 들어오면서 형상에 의한 횡압력구배를 받게 되는데, 이때 발생하는 평균 변형률의 휨(skewing) 현상은 부가변형률 $\partial W/\partial y$ 을 발생시키게 되며 벽면근처영역에서 유선을 강하게 휘게 함을 볼 수 있었다. 또한, 횡방향의 압력구배를 받는 영역에서는 부가변형률이 난류운동에너지의 생성율을 증가시켜 난류강도가 입구영역에 비해 현저히 증가하고 있음을 볼 수 있었다. 따라서 이러한 횡방향의 압력구배는 난류혼합을 증가시키게 되며 2차원 난류경계층에서는 무시되는 $\overline{v'w'}$ 와 같은 응력들이 상당히 중요한 역할을 할 수 있음을 예측할 수 있었다.

(3) case 2의 경우, 주유동방향의 압력구배는 주유동방향의 속도성분을 감소시키는 방해력으로 작용하여 결과적으로 방사방향으로 와류를 확산시키는 역할을 하게 되어 하류로 갈수록 이차속도가 감소하게 된다. 또한, upwash 영역에서 전단력의 최소값을, downwash 영역에서는 최대값을 예측할 수 있었으며 이 영역들에서는 강한 이차유동에 의한 비등방적인 난류구조의 형태를 가지고 있음을 알 수 있었다. 본 수치해석 결과 레이놀즈응력모델은 이러한 경향을 정성적으로 적절하게 예측하고 있다.

후 기

본 연구는 1995년도 교육부의 학술연구조성비(기계공학분야: ME95-B-10)의 지원으로 수행되었으며 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

(1) Wilcox, D.C., 1993, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, Inc.
 (2) Watkins, A.P., Bo, T. and Lea, C.J., 1996, "Turbulent Flow Simulations in Model Reciprocating Engines with a Differential Stress Model," C499/005/96, IMechE, pp. 281~290.

(3) Luo, J. and Lakshminarayana, B., 1997, "Prediction Strongly Curved Turbulent Duct Flows with Reynolds Stress Model," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 1, pp. 91~98.
 (4) Hogg, S. and Leschziner, MA., 1989, "Second-Moment-Closure Calculation of Strongly Swirling Confined with Large Density Gradients," *Int. J. Heat and Fluid Flow*, Vol. 10, No. 1, pp. 16~27.
 (5) Lin, C.A., 1990, Three-Dimensional Computations of Injection into Swirling Cross-Flow Using Second-Moment Closure, Ph.D. Thesis, UMIST, Manchester, England.
 (6) Djenidi, L. and Antonia, R.A., 1997, "Modeling of the Reynolds Stress Transport Equation," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 3, pp. 450~455.
 (7) Durbin, P.A., 1992, "Reynolds Stress Closure Modeling in Wall-Bounded Flows," *CTR Annual Research Briefs*, pp. 185~197, Stanford Univ./NASA Ames.
 (8) Schwarz, W.R. and Bradshaw, P. 1992, "Three Dimensional Turbulent Boundary Layer in a 30 Degree Bend: Experiment and Modeling," Rept. MD-61, Thermosciences Division, Stanford Univ.
 (9) Pauley, W.R. and Eaton, J.K., 1988, "The Fluid Dynamics and Heat Transfer Effects of Streamwise Vortices Embedded in a Turbulent Boundary Layer," Rept., MD-51, Dept. of Mech. Engg., Stanford Univ.
 (10) Gibson, M.M. and Launder, B.E., 1978, "Ground Effects on Pressure Fluctuations in the Atmospheric Boundary Layer," *J. Fluid Mech.*, Vol. 86, pp. 461~511.
 (11) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W., 1975, "Progress in the Development of a Reynolds Stress Turbulence Closure," *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, pp. 537~566.
 (12) Shinnosuke, O. and Peric, M., 1991, "Second-Moment Calculation Procedure for Turbulent Flows with Collocated Variable Arrangement," *AIAA Journal*, Vol. 29, No. 4, pp. 585~590.

- (13) Jeong, J.Y. Ryou, H.S., 1997, "Numerical Simulation of Heat Transfer and Flow Structure in 3-D Turbulent Boundary Layer with Imbedded Longitudinal Vortex," *Numerical Heat Transfer, Part A*, Vol. 31, pp. 433~450.