大韓數學教育學會 論文集 第 8 卷 第 2 號
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
Vol. Ⅷ, No.2, 709-722. December 1998

문제제기 전략을 강조한 수업과 학업 성취도와의 관계분석: 방정식을 중심으로

전 미 라* · 허 혜 자**

Ⅰ. 서론

현대는 과학기술의 비약적인 발전으로 날로 복잡해 가는 산업화 및 정보화 사회로서, 지식의 폭발적 팽창으로 인하여 인간이 암기에 의존하여 지식을 습득할 수 있는 한계를 넘어섰다. 따라서 오늘날 교육은 단순한 지식의 전수에서 지식을 획득할 수 있는 소양을 길러 주는 것으로 방향이 바뀌고 있다. 이러한 시대적 요구에 부응하여 수학교육에서도 학생들이 수업에서 능동적으로 참여하며, 수학을 통해서 학생들의 사고력을 개발하는데 중점을 두고 있으며, 이러한 생각은 6차 교육과정은 물론이고 7차 교육과정에도 반영되어 있다.[1)]

그러나 현재 교육현장에서 행하여지고 있는 수학수업의 형태는 그러한 요구를 만족시키고 있지 못하다. 즉 문제풀이가 중심이 되어 이론을 설명한 후 몇 개의 예제를 풀어주고 학생들로 하여금 연습문제를 풀게 하는 것으로 단원을 마무리하는 고정된 수업형태가 일반화되어 있다. 이것은 교사가 교과서나 참고서의 기성문제[2)]를 풀고 설명하는 것만을 반복하는 수업형태로 이런 형태의 수업은 결국, 학생들로 하여금 문제풀이에만 목적을 두어 수학에 대한 흥미를 잃어버리게 할 뿐 아니라 그들의 지적사고 발달을 해치는 결과가 되고 말 것이다.

이러한 기존 수학교육의 틀에서 벗어난 좀 더 현실화된 전인적, 창의적 교육을 위해서는 새로운 교육적 시도가 필요하다. 또한 살아있는 수학의 근본 목적을 달성할 수 있도록 많은 연구들이 선행되어야 할 것이다.

그 방법중의 하나로 최근 수학교육학자들은 다양한 문제 제시를 통하여 학생 스스로 문제를 분석하고 접근해 가는 자주적이고 합리적인 사고를 할 수 있도록 시도하고 있다. 또한 주어진 문제로부터 출발하여 조건과 특성을 변화시켜 가는 문제 만들기 활동을 통하여 발전

---

* 경포중학교
** 관동대학교

1) 6차교육과정 개정은 급격한 시대적, 사회적, 국제적 변화에 대응한 교육내용의 개혁이 필요함을 전제로 범국민적 기초 소양, 수학적 사고력 신장, 문제해결력 신장, 계산기나 컴퓨터를 수학적 도구로 활용, 다양한 교수 학습 방법과 평가방법이 이용되는 수학교육으로 이루어졌었다. 또한 7차 교육과정은 사회적 변화의 흐름을 주도할 수 있는 기본 능력을 길러줄 수 있도록 교육과정을 구성하는 것을 요구한다.

2) Krulik & Rudnick(1982)는 질문(question)이란 과거 우리들이 학습한 내용, 즉 학습경험을 되살려 대답할 수 있는 것으로서 회상(다시 생각하는 것)과 관계가 깊다고 하였으며, 연습문제(exercise)란 어떤 내용을 학습한 후, 여기에서 얻은 지식을 보다 확실히 정착시키기 위하여 훈련과 연습을 할 때의 물음이고, 문제(problem)란 질문이나 연습문제와는 달리 수학의 내용을 처음에 배우게 될 때, 즉 학습경험이 처음으로 이루어질 때, 그 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 해결방법의 탐구가 이루어지게 되는 것이라고 하였다. 이와 같은 관점에서 볼 때 대부분 수학교과서의 문제는 문제 해결에서 중요시되는 진정한 의미의 문제(problem)가 될 수 없다고 하였다.

적 사고의 육성을 도모해야 한다는 주장이 많이 제기되고 있다.

교과서의 응용 문제 대부분은 교사에 의해 이미 제시된 모델에 의한 방법으로 해결되는데, 학생들은 제시받은 모델을 단순히 적용하기만 하면 된다. 그래서 수학 교육에서는 문제해결 능력을 육성하기 위한 여러 가지 전략 또는 방안들이 논의되어 왔다. 그 중에서 주어진 문제의 해결을 보다 폭넓게 해석하여 문제 해결 후의 재음미 과정에서 반성과 검토 그리고 새로운 전략의 개발 및 문제의 발전적 해석을 통한 보다 높은 차원으로의 통합까지를 포함시켜서 생각하고 실천하는 등, 능동적이고 발전적으로 취급함으로써 문제 해결 능력을 개발할 수 있다는 주장과 함께 그 일환으로 문제제기의 필요성이 대두되었다.

따라서 본 연구는 기존의 설명식 및 주입식 수업형태에서 벗어나 학생 스스로 문제를 찾아 연구하고, 추측하고, 사고하는 문제제기를 강조한 수업을 실시한 후 실제 수업의 평가를 통해 문제제기 전략을 강조한 수업이 학습자들의 학력 신장에 미치는 영향을 다음과 같은 세 가지 점에 중점을 두고 살펴보았다.

첫째, 문제제기 활동을 강조한 수업이 학생들의 학업 성취도에 영향을 미치는가?

둘째, 문제제기 활동을 강조한 수업이 학생들의 수준에 따라, 학업성취도에 미치는 영향이 차이가 있는가?

셋째, 문제제기 활동을 강조한 수업이 수학의 학습영역에 따라 수학 성적에 미치는 영향이 차이가 있는가?

II. 이론적 배경

1. 문제제기의 중요성

수학의 문제나 정리 등을 만들어 가는 것을 의미하는 용어로 problem generation, problem posing, problem formulation 등이 사용되고 있다. 이들 용어는 문제가 확립되어 가는 단계에 따라 problem generation(문제생성), problem posing(문제제기), problem formulation(문제의 형식화)의 순서로 구분 지을 수도 있지만 여기서는 위의 용어와 의미를 포괄적으로 묶어서 문제제기(problem posing)란 용어를 사용하였다.

Brown(1984)은 문제 제기를 몇 가지로 더 세분하여 설명하고 있다. Brown은 먼저 '상황'(situation)과 '문제'를 구별하고 있는데, 그에 따르면 "상황은 문제보다 훨씬 더 '느슨하며' 상황 그 자체는 판에 박은 질문을 요구하지 않는" 것이다. 그는 상황에서 문제로의 이동을 문제 제기(posing)로, 문제에서 상황으로의 이동, 즉 '문제를 중립화하는 것'을 de-posing으로 부르고 있다. 또 de-posing된 상황에서 새로운 문제를 제기하는 것을 re-posing이라 부르고 있다.

이러한 문제제기는 문제해결의 과정에서 문제를 풀려고 시도할 때, 문제를 푸는 과정과 문제를 해결하고 난 후 반성의 과정에서 일어날 수 있다. 즉 문제제기는 문제해결과 밀접히 관련되어 있다. 그러나 문제해결이 1980년 대 이래로 주목을 받아온 것과는 달리 문제제기에 대한 논의는 상당히 미흡하였다. 문제제기의 중요성을 강조하는 몇 가지 주장을 살펴보자.

Butts(1980)는 "수학을 공부한다는 것은 문제를 해결하는 것이다. 그러므로 문제해결 기술을 가르치는 것은 모든 수준에서 수학교사의 의무라고 할 수 있다. 이과정의 첫 단계는 문제를 알맞게 제기하는 것이다(pp.23-33)"라고 언급하면서 문제제기를 문제해결과 관련지었다.

또 Moses et. al (1990)은

학습은 창조적인 행위이다. 꼭 우리는 지

식을 흡수함으로써 학습하는 것이 아니라 지식을 구성함으로써 학습한다. 우리는 단지 해결 전략뿐 아니라 그것을 요구하는 문제를 창조하는데 적극적으로 참여함으로써 수학을 특히 잘 학습하게 된다(p.90).

고 말하면서 새로운 문제를 제기하는 것이 수학을 학습하는 중심이라고 말하고 있다. 실제로 무언가를 '알게 되는 것'은 채워지는 것과는 근본적으로 다르다. Brown & Walter(1990)는 무언가를 알게 되는 것은 '스포츠를 구경하는 것'이 아니라 '스포츠에 참여하는 것'임을 밝히고 있다(p.2). 즉 그것은 우리가 이해하려고 노력하는 대상을 다루어 볼 뿐 아니라 심지어 일부 수정해 보기까지 해야 한다는 것이다. 이러한 태도가 바로 문제제기 활동의 중심이다. 그러나 현재 대부분의 학생들은 그런 경험을 갖지 못하고 있다. 문제해결이 교사가 제기한 문제에 대한 해를 발견하는 것으로 이루어진 수업에서 우리는 학생들 사이에서 많은 불안을 포착할 수 있다. 거기에는 틀리거나 어리석은 아이디어에 대한 두려움이 있었다. 그러나 문제제기는 정답이 없기 때문에 학생들은 그들이 생각한 것을 마음놓고 대답할 수 있고 수학은 덜 "겁을 주는" 것이 될 것이다. 또한 문제제기는 학급 학생들 간의 경쟁보다는 그룹학습을 조장하도록 돕는 역할을 할 수 있다.

2. 문제제기와 문제해결의 관계

문제제기의 중요성을 이해하는 한 방법은 문제해결과 관련지어 생각해보는 것이다. 문제제기는 두 개의 아주 다른 방법으로 문제해결 활동과 관련이 있다.

첫째로 어떤 새로운 잘 알려지지 않은 문제도 풀이과정에서 먼저 새로운 문제들을 제기하여 재구성하지 않고는 풀 수가 없다. 원래 문제를 해결하려고 애쓰면서 "이 문제가 정말로 말하고 있는 게 무엇인가?" "이 문제에서 보이는 요소에서 멀리 떨어져 있는 것처럼 보이는 요소로 초점을 옮기면 어떻게 되는가?" 하고 질문하면서 새로운 문제들을 제기하게 된다.

둘째로 문제를 해결하고 난 후에도 새로운 문제를 만들고 철저히 분석해 보지 않으면 무엇을 하였는지 확실히 이해하지 못하는 수가 있다는 것이다.

Brown & Walter(1990)는 둘 사이의 관계를 사후효과(the after effect)와 사전효과(the prior effect)로 설명하고 있다(pp.117-119).

3. 문제제기를 위한 전략

문제제기의 유형에 공통으로 적용될 수 있는 일반적인 문제제기의 전략 몇 가지를 생각하면 다음과 같다(정지호 · 임문규(1992)).

① 자유롭게 폭 넓고 다양하게 생각할 것
② 자기 스스로도 문제를 만들 수 있다는 자신을 갖고 여러모로 시행착오를 할 것
③ 지금까지의 학습경험 및 지식에서 유사한 문제와 연결시킬 것
④ 여러모로 많은 의문을 품을 것
⑤ 자기 주위의 가까운 것에 대하여 생각할 것
⑥ 자기가 생각한 것은 모두 기록하든지 발표할 것
⑦ 새롭고 발전적인 문제를 만들려고 노력할 것
⑧ 상황 및 속성과 숫자 등을 변경하고 역으로도 생각하여 볼 것
⑨ 처음에는 자기가 풀 수 있는 문제를 만들어 볼 것
⑩ 일반화하든지 특수화 할 것
⑪ 차원을 확대 및 축소할 것

⑫ 다른 도형을 생각해 볼 것
⑬ 다른 단위 및 연산을 생각해 볼 것
⑭ 다른 단원 및 타 교과와 연결 지워 생각해 볼 것(pp.55-62)

이처럼 문제제기 전략은 새로운 문제를 만들기도 하지만 주어진 문제를 새로운 관점에서 보는 전략이기도 하다. Brown & Walter(1990)는 문제제기를 두 가지 단계 즉 "주어진 것"을 받아들이기와 What-If-Not으로 나누고 각각 그 전략을 제시하고 있는데 그들이 제시한 문제제기 전략을 살펴보기로 하자(pp.24-28).

(1) "주어진 것"을 받아들이기

이 전략은 탐구과정에서 주어진 것을 고수함으로써, 문제제기에 대한 시각을 넓히는 것으로서, 다음과 같은 것을 포함한다.

① 관찰과 추측
② 내적 탐구와 외적 탐구
③ 정확한 탐구와 근사적 탐구
④ 역사적 탐구 : 실제와 가상
⑤ 구체적인 것과 특별한 것

(2) "What-If-Not" 문제제기 전략

흔히 우리가 사고하는 방법에 관한 새로운 전망을 열어주는 것은 주어진 것에 '도전하는 것' 이다. 주어진 것을 받아들이는 최초의 단계 뒤에 주어진 것에 도전하는 문제 제기의 두 번째 단계의 전략을 What-If-Not 전략이라고 부른다. 이 전략은 다음과 같이 다섯 가지 전략으로 나눈다.

수준0 출발점 선택
수준1 속성나열
수준2 "What-If-Noting"
수준3 문제질문 또는 문제제기
수준4 문제풀이와 문제제기

수준0인 출발점에서는 주어진 문제를 선택한다. 수준1은 학생들이 주어진 문제를 해결하고 그 문제가 가진 속성을 나열해 보는 단계이고 수준2는 '주어진 속성의 일부나 또는 전부가 사실이 아니라면 어떻게 될까?' 의 의문을 품고 발전적인 문제설정으로 나아가는 기초를 만드는 단계이다. 수준3은 수준2의 기초 위에 발전적인 문제를 만들어 간다. 수준4는 수준3에서 만든 문제를 해결해 가는 과정이다. 또한 Brown & Walter(1990)은 수준4 단계를 거친 후 다른 책략으로 순환(cycling)을 제시하고 있다. 이것은 일부 수정된 속성들이나 의문들을 결합시켜 다른 책략으로 순환시키는 체계적인 방법이다.

Ⅲ. 연구방법 및 절차

1. 연구의 대상

본 연구는 강원도 강릉시에 위치한 K중학교 1학년 네 개 반을 대상으로 실시하였는데 두 개 학급은 실험집단, 두 개 학급은 비교집단으로 하였다. 이 학교의 학급 편성 방법은 1998년 2월 반 편성고사의 성취도에 의한 석차를 중심으로 학급 편성을 하고 있어서 학급별 성적 차가 작은 편이다.

2. 연구방법 및 내용

① 중학교 1학년 과정 중 1학기 부분인 방정식 단원을 주당 4시간 씩 실시하였다.

② 실험집단에서는 문제제기활동을 강조한 수업을 실시하고, 비교집단에서는 전통적 설명식 수업을 진행한 후 두 집단의 학업 성취도의 차이를 검증하였다.

③ 실험집단, 비교집단 모두 협력 학습을

위하여 수학점수가 우수한 중상위 학생과 옆의 학생보다 수학점수가 뒤떨어지는 중하위 학생을 같이 앉도록 좌석 배치를 하였다.

3. 문제제기를 강조한 학습지도 방법 및 절차

(1) 문제제기를 강조한 수업의 전개 방법 및 절차

문제제기를 강조한 수업의 학습 지도 내용은 중학교 1학년 수학교과서의 방정식 진도를 그대로 따랐다. 실험집단과 비교집단 모두 일 차시를 45분으로 하였으며 한 시간의 진도를 맞추려고 노력하였다. 문제제기를 강조한 수업을 실시한 실험집단은 한시간 동안 나가야할 교과서 분량이 너무 많아 주로 과제로 제시하여 다음시간에 확인하거나, 학생들이 만든 문제를 프린트물로 만들어 나누어주는 방법을 취하였고, 전통적인 설명식 방법으로 수업을 진행한 비교집단은 시간이 남아 과제로 제시할 문제를 수업시간 중에 풀도록 하였다.

(2) 수업 전개시 교사의 역할

① 전통적인 설명식 수업에 익숙한 학생들이 처음부터 성공적으로 문제제기를 하게 되지는 않으므로 교사는 학생들이 호기심과 흥미를 가지고 자발적으로 참여할 수 있도록 자유스러운 분위기를 만들어 주어야한다.

② 교사는 학생들이 자유롭게 토론하여 유용한 결과가 나올 수 있도록 유도하여야 한다.

③ 교사는 학생들의 다양한 토론 내용들 중 전혀 기대하지 않던 반응이 나와도 적절히 수용해 주어야 한다.

(3) 문제제기를 강조한 수업의 학습지도안과 수업의 실제

① 단원명: Ⅳ. 방정식

② 단원의 지도 목표

- 등식의 뜻을 이해하고, 방정식과 항등식의 뜻을 알게 한다.
- 방정식의 해와 방정식을 푼다는 말의 의미를 이해하게 한다.
- 등식의 성질을 이해하고, 등식의 성질을 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.
- 이항의 뜻을 알게 하고, 이를 활용하여 방정식을 (일차식)=0 과 같은 모양으로 고칠 수 있게 하고, 이를 일차방정식이라 함을 알게 한다.
- 일차방정식의 뜻을 알고, 그 풀이 방법을 알게 한다.
- 문장제에 방정식을 사용하여 문제를 풀 수 있게 한다.
- 생활 주변에서 흔히 접할 수 있는 수학적인 문제 중 일차방정식을 활용하여 풀 수 있는 문제를 선정하여 주어진 문제의 뜻을 이해하고, 미지수를 알맞게 정하여 방정식을 세운 다음 문제에 맞는 해를 구할 수 있게 한다.

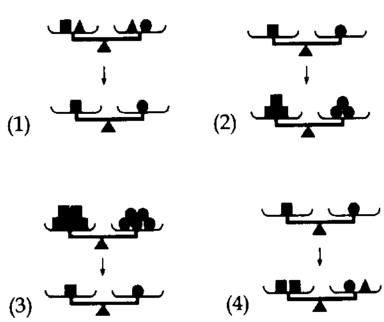
③ 단원지도 계획계통

선수 학습	본 단 원	발 전
[초등학교] 방정식 등식의 성질 x를 사용한 식 방정식의 응용	1. 등식 §1.방정식과 그 해 §2.등식의 성질 2.일차방정식 §1.일차방정식의 풀이 §2.일차방정식의 활용	[중학교2] 연립방정식의 뜻과 풀이 [중학교3] 이차방정식과 이차방정식의 활용 [고등학교] 1차 · 2차 · 고차방정식 연립방정식

④ 단원지도 계획

중단원	소 단 원	교과서쪽수	차 시	학 습 내 용	용어와 기호	비 고
1 방정식	준비 학습	118	1	단원 학습 안내 준비 학습 문제 풀이, 보충, 심화 생각해 봅시다.		초등 학교에서 학습한 등식과 방정식과의 관련
	§ 1. 방정식과 그해	119~121	2~3	등식의 이해 방정식의 뜻의 이해, 방정식의 해의 이해, 방정식을 풀기, 항등식의 이해	등식 좌변,우변,양변, 방정식, 항등식, 미지수, 해, 근, 방정식을 푼다.	
	§ 2. 등식의 성질	122~124	4~5	등식의 성질 알기 등식의 성질을 이용하여 방정식을 변형하기		양변을 0으로 나눌 수 없음을 이해시킨다.
2 일차방정식	준비 학습	126	6	준비 학습 문제 풀이, 보충, 심화 생각해 봅시다.		초등 학교에서 학습한 문장을 방정식으로 나타내기와 방정식 풀기와의 관련
	§ 1. 일차방정식의 풀이	127~130	7~9	이항의 뜻 알기 이항하기 일차방정식의 뜻 알기 일차방정식 풀기	이항 일차방정식	일차방정식에서 계수가 문자인 경우를 다루지 않는다.
	§ 2. 일차방정식의 활용	131~136	10~12	일차방정식을 활용한 문제 풀이 순서 이해, 일차방정식을 활용한 문제 풀이하기		부정, 불능이란 용어를 사용하지 않는다.
확 인 학 습		139	13	단원의 평가		
종 합 문 제		140~141	14	단원의 연습 및 종합 문제		

⑤ 학습지도안 예시

단원	Ⅳ. 방정식 §2. 등식의 성질				
학습목표	등식의 성질을 이해한다.				
과 정	수준	학습활동 (교사)	학습활동 (학생)	시간	지도상의 유의점
출발점 선택	0	· 전시에 배운 방정식과 항등식의 뜻을 물어 본다. · 다음 그림을 칠판에 제시한다. (첫번째 천칭은 수평) 	· 배운 내용을 상기하면서 대답한다.	5분	

과 정	수준	학습활동		시간	지도상의 유의점
		교사	학생		
속성나열	1	· 예를 들어 속성 나열의 의미를 파악하고 주어진 그림을 살펴보고 속성을 찾아 적게 하여 집단별로 토론하게 한다. · 토론되어 정리된 속성들을 발표하게 한다.	· 주어진 그림을 보고 생각한 속성들을 적어본다. [예상되는 속성 예] (속성1) 그림(1)은 수평이다. 왜냐하면 똑같이 ▲를 덜어냈기 때문이다. (속성2)■,●한개씩 무게가 같으므로 세 개씩 즉 세배의 무게도 같다. (속성3)■,●다섯 개씩이 같으므로 한 개 씩 즉 오분의 일도 무게가 같다. (속성4) 그림(4)는 수평이 아니다 왜냐하면 ■,▲는 무게가 다르기 때문이다.	7분	다양한 생각들을 교환하여 토론하도록 자유로운 분위기를 조성한다.
What If Not	2	· 제1수준에서 나열한 속성들이 그렇지 않다면 어떻게될까? 라는 발문을 한다.	· 기록한 속성에 대하여 그렇지 않은 경우를 생각하여 기록한다. [예상되는 기록 예] (~1) ■, ● 무게가 같지 않다. (~2) ■는 두 개, ●는 세 개 주어져 있다. (~3) ■,▲무게가 같다. (~4)■,▲,● 대신 x, y, z를 사용한다.	15분	
문제제기	3	· 제2수준에서 바뀌어진 속성을 이용하여 새로운 문제를 만들어 보게 한다.	· 제2수준에서 찾아낸 사실을 기초로 (~4)에 해당하는 새로운 문제를 만들어 정리한다.	8분	
만든 문제 발표 및 문제분석	4	· 만들어진 문제를 발표하게 한다.	$x+z=y+z \rightarrow x=y$ $x=y \rightarrow 3x=3y$ $5x=5y \rightarrow x=y$ $x=y \rightarrow 2x \neq y+z$	5분	
정리		· 학생들이 질문할 수 있는 시간을 준다. · 등식의 성질에 대하여 정리한다.	· 의문점에 대하여 질문한다.	5분	

⑥ 수업의 실제

문제제기 활동을 강조한 수업을 실시할 때 실제 수업내용을 녹음하였는데 기록하면 다음과 같다.

교사: 전시간에 배운 방정식과 항등식에 대하여 천동이가 얘기해 보자.

천동: 미지수 x의 값에 따라 참도 되고 거짓도 되는 등식을 방정식이라 하고 미지수 x에 어떤 수를 대입하여도 참이 되는 등식을 항등식이라고 합니다.

교사: 참 잘 했어요. 여러분도 전시간에 배운 방정식과 항등식을 확실히 구별할 수 있어야 합니다. 이번 시간에 배울 내용은 등식의 성질인데 이제까지 수업하던 방법과 다르게 칠판에 있는 그림들을 보고 그것들의 특성을 찾아 적어보면서 스스로 등식의 성질을 알아 가는 방법으로 수업을 진행할 것 입니다. 자! 그러면 이제 칠판에 있는 그림들을 보고 생각나는 대로 특성을 나눠준 종이에다 적어 보세요. 이것은 정답이 있는 것이 아닙니다. 두려워하지 말고 적어 보세요. 5분간 시간을 주겠습니다.

교사: 주어진 그림들을 살펴보고 짝과 의논하여 적어 보았지요. 그러면 그림(1)의 특성을 발표해 볼 사람?

기준: 삼각형 모양을 빼도 평형이 된다. 왜냐하면 평형상태에서 똑같은 것을 빼도 여전히 평형이 되기 때문이다.

수영: 양쪽에 같은 무게의 물체가 놓여 있는 상태에서 양쪽에 같은 무게의 물체를 내려놓아도 수평이 된다.

교사: 지금 발표한 학생들과 전혀 다른 새로운 특성을 적은 사람 있습니까? 모두들 비슷하게 적었군요. 그럼 그림(2)의 특성을 발표해 볼 사람?

성민: 네모 추와 동그란 추를 저울 양쪽에 하나씩 올려놓았을 때 평형이므로 양쪽에 똑같이 두 개씩 더 올려놓아도 평형이 된다.

기환: 네모 추와 동그란 추가 무게가 같으므로 네모 추와 동그란 추가 무한개까지도 수민 같으면 평형일 것이다. 그러므로 평형이다.

파랑: 평형이 된다. 무게가 같은 것은 아무리 여러 배해도 평형이 되기 때문이다.

교사: 또 발표할 사람 있습니까? 그럼 그림(3)의 특성을 발표해 볼 사람?

대건: 수평일 것이다. 양쪽에 똑같이 1/5배를 하였으므로

국식: 수평일 것이다. 왜냐하면 양쪽에 똑같이 4개씩을 덜어냈기 때문이다.

허경: 네모 추 다섯 개와 동그란 추 다섯 개가 평형을 이루고 있으므로 네모 추 한 개와 동그란 추 한 개의 무게는 같을 것이다.

교사: 자 이제 마지막으로 그림(4)의 특성을 발표해 봅시다.

용성: 서로 모양이 다른 저울추를 올려놓았으므로 평형이 아닐 것이다.

진규: 양쪽에 같은 무게가 나가는 저울추를 올려놓지 않았으므로 수평이 아닐 것이다.

교사: 이제까지 칠판에 있는 그림들을 보며 그것들의 특성을 찾아 적어보고 발표해 보았습니다. 이번에는 조금 전에 나열한 특성들이 '만약 그렇지 않다면 어떻게 될까?'를 생각하여 짝과 의견을 교환한 후 종이에다 적어 보세요. 이것도 또한 정답이 있는 것이 아니니 자유롭게 상상력과 창의력을 발휘하여 적어보세요.

교사: 기록한 특성들에 대해 만약 그렇지 않을 경우를 생각하여 종이에 적어 보았지요. 그러면 아까 발표했던 사람을 제외하고 누가 발표해 볼까?

찬종: 그림(1)에서 양변에 같은 사각형을 빼주지 않으면 어떻게 될까? 그림(1)에서 양변이 평형이 아니라면 어떻게 될까?

지훈: 그림(2)에서 양쪽에 똑같이 올려놓지 않고 한쪽은 세 개 또 한쪽은 두 개 올려놓으면 어떻게 될까? 그림(2)에서 네모 모양의 저울추 대신 동그란 저울추를 올려놓으면 어떻게 될까?

대준: 그림(3)에서 만약 처음 저울에 동그란 저울추에 네모 모양의 저울추를 한 개 더 올려놓으면 어떻게 될까?

원우: 그림(2)에서 만약 동그란 저울추와 네모 모양의 저울추의 무게가 같지 않다면 어떻게 될까? 또 그림(4)에서 만약 네모 모양의 저울추와 동그란 저울추의 무게가 같지 않다면 각각의 무게는 어떨까?

순호: 그림(3)에서 천칭에서 개수가 다르게 빼면 어떻게 될까?

효섭: 그림(1)에서 세모 모양의 저울추가 모양은 같으면서 무게가 다르면 어떻게 될까?

호용: 모든 그림에서 네모 모양의 저울추, 세모 모양의 저울추, 동그란 저울추 대신에 다른 것들을 사용하면 어떻게 될까?

세영: 그림(4)에서 만약 세모 모양의 저울추 대신 동그란 저울추를 올려 놓으면 어떻게 될까?

교사: 처음 기록한 특성들에 대해 만약 그렇지 않을 경우를 생각하여 기록하고 발표해 보았습니다. 여기서는 여러 학생들의 의견 가운데 호용이 것 - 모든 그림에서 네모 모양의 저울추, 세모 모양의 저울추, 동그란 저울추 대신에 다른 것들을 사용하면 어떻게 될까? - 만을 가지고 새로운 문제를 만들어 보도록 합시다. 다양한 문제들이 나왔으면 좋겠군요. 자 짝과 의논 후 종이에 적으세요.

교사: 이제 그만. 발표해 볼까요?

재완: 저울추 대신에 우리가 일상생활에서 가장 많이 쓰는 것인 동전으로 생각해 보면 어떨까요?

범준: 네모 모양, 동그란 모양, 세모 모양의 저울추 대신에 영어 알파벳 x, y, z 을 사용하면 어떻게 될지 생각해 보았습니다.

교사: 발표한 사람이외에도 여러 가지 새로운 아이디어로 문제를 만든 사람들도 있겠지만 범준이가 발표한 문제를 잘 살펴보고 짝과 의논후 써 보도록 하세요. 이것은 모든 사람들이 거의 다 같게 쓸 것 같군요.

교사: 다 써 보았습니까? 누가 발표해 볼까요?

민규: 그림(1) $x+z=x+y$이면 $x=y$이다.
그림(2) $x=y$ 이면 $3x=3y$이다.
그림(3) $5x=5y$이면 $x=y$ 이다.
그림(4) $x=y$ 이면 $2x \neq x+z$이다.

교사: 여러분도 다 이렇게 나왔습니까? 다르게 나온 사람?

환길: 우리는 그림(3)을 $5x=5y$ 이면 $5x-4x=5y-4y$로 생각해 보았습니다.

교사: 그렇게 생각할 수 도 있겠군요. 어쨌든 동류항끼리 계산하여 결과는 $x=y$로 같지요.

교사: 조금 전에 민규가 발표한 것이 바로 이번 시간에 우리가 배울 등식의 성질을 기호로 나타낸 것이라고 할 수 있습니다.
등식의 성질을 한번 다시 얘기하면
등식의 양변에 똑 같은 수를 더해도 등식은 성립한다.

등식의 양변에 똑 같은 수를 빼주어 도 등식은 성립한다.
등식의 양변에 똑 같은 수를 곱해도 등식은 성립한다.
등식의 양변에 0이 아닌 똑 같은 수를 나눠도 등식은 성립한다.
등식의 양변을 서로 바꿔도 등식은 성립한다.-입니다.

교사: 이번 시간은 등식의 성질에 대하여 공부했습니다. 공부한 내용 중 질문 사항 있습니까? 없습니까? 다음 시간에는 등식의 성질을 이용하여 방정식을 'x = 수' 형태로 변형시키는 것에 대하여 공부하겠습니다. 학습부장은 쉬는 시간에 이번 시간에 작성한 종이를 거둬 가지고 오세요.

Ⅳ. 연구 결과 및 분석

문제제기 활동을 강조한 수업을 실시한 학급과 전통적 설명식 수업을 진행한 두 집단의 학업 성취도 차이를 검증해 고찰하면 다음과 같다.

1. 문제제기 활동을 강조한 수업이 학생들의 학업 성취도에 영향을 미치는가 ?

문제제기 활동을 강조한 수업을 실시한 후 학업 성취에 미치는 영향을 분석하기 위하여 비교집단과 실험집단에서 5월 중간고사 수학성적을 사전 진단검사로 하여 t-검정하고 사후진단검사로 일차방정식의 활용 및 방정식 부분의 성취도 검사 결과로 t-검정으로 분석한 결과는 <표 1>과 같다.[3)]

<표 1> 학업 성취도에 대한 t-검정 결과 비교

구분	집단	N	M	S.D	t	P
중간고사 (100)	비교집단	84	57.67	24.36	-0.03	0.98
	실험집단	84	57.79	26.45		
일차방정식활용(5)	비교집단	84	2.13	1.62	-2.08	0.01
	실험집단	84	2.74	1.48		
방정식 (15)	비교집단	84	6.42	3.14	-1.69	0.09
	실험집단	84	7.29	3.65		

t-검정 결과 유의 수준 5 %에서 사전진단검사인 중간고사에서는 통계적으로는 의미 있는 차이를 보이지 않았지만 일차방정식의 활용에서는 실험집단이 비교집단보다 성적이 향상되어 통계적으로 의미 있는 차가 있음을 알 수 있었다. 또한 방정식에서는 통계적으로 의미있는 차를 보이지는 않았지만 사전진단 검사인 중간고사보다는 차이를 보여주고 있다. 즉, 문제제기 활동을 강조한 수업이 전통적 설명식 수업보다 학력신장에 도움을 준다고 할 수 있다.

2. 문제제기 활동을 강조한 수업이 학생의 수준에 따라, 학업성취도에 미치는 영향이 차이가 있는가 ?

비교집단 실험집단 모두 사전진단 검사인 5월 중간고사 수학성적을 상위, 중위, 하위그룹으로 나누어 비교 분석하였다.

<표 2> 상위 그룹의 학업성취도에 대한 t-검정 결과 비교

구분	집단	N	M	S.D	t	P
중간고사 (100)	비교집단	28	83.93	7.02	-2.55	0.02
	실험집단	28	87.64	6.30		
일차방정식활용(5)	비교집단	28	3.75	1.27	-1.86	0.07
	실험집단	28	4.29	0.85		
방정식 (15)	비교집단	28	9.39	2.66	-1.69	0.10
	실험집단	28	10.57	3.27		

3) <표1~4>에서 N은 표본집단의 크기, M은 평균, S.D는 표준편차, t는 t값, P는 확률값을 나타낸다.

상위 그룹의 학업성취도에 대한 t-검정 결과를 살펴보면, 비교집단보다 실험집단의 평균이 중간고사, 일차방정식 활용, 방정식에서 높게 나타난 것을 알 수 있다<표 2>. 또 통계적으로 의미 있는 평균차이를 보이는지 유의수준 5 %에서 t-검정한 결과 사전 진단검사인 중간고사에서는 통계적으로 의미 있는 차이를 보여주고 있지만 일차방정식활용과 방정식을 살펴보면 방정식보다는 일차방정식활용이 다소 차이를 보여 주기는 하지만 통계적 의미 있는 차를 보이지 않았다. 이러한 결과를 토대로 상위그룹에서는 수업방법에 큰 영향을 받지 않는다는 것을 알 수 있었다.

<표 3> 중위그룹의 학업 성취도에 대한 t-검정 결과 비교

구분	집단	N	M	S.D	t	P
중간고사 (100)	비교집단	28	60.14	8.76	0.54	0.59
	실험집단	28	59.00	9.82		
일차방정식 활용(5)	비교집단	28	1.82	1.09	-2.59	0.02
	실험집단	28	2.54	0.96		
방정식 (15)	비교집단	28	6.14	1.76	-1.55	0.13
	실험집단	28	7.07	2.23		

중위그룹의 학업 성취도에 대한 t-검정 결과를 살펴보면, 사전진단 검사인 중간고사에서는 비교집단보다 실험집단이 평균이 낮았으나 일차방정식의 활용과 방정식에서는 평균이 향상되었음을 알 수 있다<표 3>.

또한 유의수준 5 %에서 t-검정한 결과 사전 진단 검사인 중간고사와 방정식에서는 통계적으로 의미 있는 차를 보이지 않았지만 일차방정식의 활용에서는 통계적으로 의미 있는 차를 나타내었다.

이것으로 중위그룹에서는 문제제기 활동을 강조한 수업이 전통적 설명식 수업보다 학력신장에 도움을 준다는 것을 알 수 있고 특히 방정식 영역 보다 일차방정식 활용 영역에 더 많은 영향을 준다는 것을 알 수 있었다.

<표 4>하위그룹의 학업성취도에 대한 t-검정 결과 비교

구분	집단	N	M	S.D	t	P
중간고사 (100)	비교집단	28	28.03	10.99	0.75	0.46
	실험집단	28	26.71	9.30		
일차방정식 활용(5)	비교집단	28	0.82	0.82	-2.25	0.03
	실험집단	128	1.39	0.83		
방정식 (15)	비교집단	28	3.71	1.80	-0.88	0.39
	실험집단	28	4.21	2,08		

하위그룹의 학업성취도에 대한 t-검정 결과를 살펴보면, 실험집단의 평균이 비교집단의 평균 보다 사전진단 검사인 중간고사에는 낮았으나 일차방정식의 활용과 방정식에서는 높게 나타났음을 알 수 있다<표 4>. 이것은 하위그룹에서 실험집단이 비교집단 보다 성적이 향상되었음을 의미한다. 또 유의수준 5 %에서 t-검정한 결과 중간고사와 방정식에서는 통계적으로 의미 있는 차를 나타내지 않았으나 일차방정식의 활용에서는 통계적으로 의미 있는 차를 나타내었다.

이 그룹 또한 중위그룹과 마찬가지로 일차방정식의 활용 부분에서 문제제기 활동을 강조한 수업이 전통적 설명식 수업보다 학력신장에 영향을 많이 준다는 것을 알 수 있었다.

3. 문제제기활동을 강조한 수학의 학습 영역에 따라 수학 성적에 미치는 영향이 차이가 있는가 ?

문제제기 활동을 강조한 수업이 수학의 학습영역에 따라 수학성적에 미치는 영향을 분석한 결과, 문제제기 활동을 강조하여 수업을 한 방정식과 일차방정식에서는 실험집단이 비교집단 보다 평균이 많이 높아졌다. 특히 일차방정

식 활용에서는 통계적으로 의미 있는 차를 나타내어 학습영역에 따른 영향이 다름을 알 수 있었다.

또한 학생들을 수준에 따라 나눠 보았을 때, 상위그룹에서는 방정식보다 일차방정식 활용에서 차이를 많이 보이기는 하지만 통계적으로 의미 있는 차를 나타내지는 않았으며, 중위그룹은 중간고사와 방정식에서 통계적으로 의미 있는 차는 보이지 않았지만 방정식에서 중간고사보다 평균이 많이 향상되었다. 그리고 방정식 보다 일차방정식 활용에서 통계적으로 의미 있는 차를 나타내었다.

하위그룹은 중위그룹과 마찬가지로 중간고사와 방정식에서 통계적으로 의미 있는 차를 보이지는 않았으나 일차방정식 활용에서는 통계적으로 의미 있는 차를 보였다.

이와 같은 결과를 보면 문제제기 활동을 강조한 수업은 전통적 설명식 수업보다 학력신장에 도움을 줄 수도 있으며 본 연구에서는 문제제기 활동을 강조한 수업이 수학의 학습영역 중 일차방정식 활용 부분에 많은 영향을 주었다는 것을 알 수 있었다. 또한 학생들을 수준에 따라 구분하였을 때 상위그룹보다 중위 및 하위그룹으로 갈수록 더 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있었다.

V. 결론

많은 학생들이 단순한 지식 암기 위주의 일방적 주입식 수업형태 때문에 수학은 지겹고 따분한 과목으로 생각하는 것이 오늘날 수학교육의 현실이다.

본 연구는 교사들이 주로 "이러한 문제는 이렇게 푼다."는 설명을 시범으로 보여주고 기교나 기술을 배우고 익히며 학생 스스로가 문제와 씨름하며 곰곰이 생각해 보는 여유를 모두 빼앗아 가버린 전통적 수업형태와 학생들이 자유스럽게 자발적으로 수업에 참여하여 기본원리를 스스로 파악하고 합리적으로 사고를 할 수 있는 문제제기 활동을 강조한 수업을 통하여 수업방법에 따른 성취도 비교를 통해 영역별, 그룹별로 차이를 규명하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

첫째, 문제제기 활동을 강조한 수업방식은 전통적 설명식 수업보다 학업 성취도를 향상시킨다는 것을 알 수 있었다.

둘째, 수업에서 학업성취도는 영역별로 차이가 나타났으며 일차방정식의 활용부분에서 가장 우수한 효과를 나타내었다.

셋째, 수업에서 그룹별로 보면 상위그룹보다 중위 및 하위그룹의 학력신장에 더 많은 도움이 되었다.

또한 문제제기를 강조한 수업을 실시하는 동안 다음과 같은 긍정적 영향이 있었다.

첫째, 교사 중심의 딱딱한 분위기 속에서 수업을 받아오다 학생들 스스로 자유롭게 참여하여 수학에 대한 관심과 흥미가 높아졌다. 특히 수학에 관심이 없던 학생들이 자유롭게 참여하는 수업 분위기에 동화되어 전체적으로 수업분위기가 좋아졌다.

둘째, 문제제기를 강조한 수업은 학생들의 학력신장에 도움을 주었으며 특히 상위 그룹의 학생보다 중위와 하위 그룹학생들의 학력신장에 더 많은 도움이 되었다.

셋째, 문제를 분석하고 수리적으로 보는 능력과 태도를 기르는데 도움이 되었다.

넷째, 문제 만들기에서 조건을 바꾸는 것만으로 여러 가지 문제를 만들 수 있다는 것을 깨닫게 되어 문장제 문제에 대한 자신감을 가질 수 있음을 알았다.

다섯째, 하나의 문제를 여러 방향으로 생각

할 수 있는 기회를 갖게되므로 유연한 사고력과 창의성이 길러졌다.

여섯째, 평상시 교사의 설명을 잘 이해 못하던 학생들도 2인 1조로 자유롭게 수업이 이루어지다 보니 학생 수준의 대화를 통하여 쉽게 이해하였다.

그러나 이와 같은 긍정적 영향에도 불구하고 문제제기를 강조한 수업을 실시하는데 몇가지 제한점이 따랐다.

첫째, 일반교실에서 2인1조로 이루어진 수업으로 소란스러웠고 다른 반 수업에 지장이 있을까봐 신경이 쓰였다.

둘째, 수업 시간 중 작성하여 수업이 끝나고 제출하는 종이는 2인이 1장을 제출하였으므로 주로 보고서 작성하는 학생들만 수업에 참여하는 경향이 있었다.

셋째, 평상시 수업보다 작은 분량으로 이루어진 수업임에도 시간이 많이 부족하여 문제제기를 강조한 수업을 실시하는데 부담감이 있었다.

넷째, 일부 학생들이 이미 사설교육기관을 통하여 종래의 지식 암기 식으로 습득된 내용이거나 교사 중심의 주입식 수업에 익숙한 학생들이 새로운 수업형태에 적응되지 않아 거부감을 나타내었다.

따라서 이러한 제한점들을 최소화하려면 학습분량이 많은 편이므로 단위 시수를 늘리거나 학습분량이 줄어들어야 한다고 생각한다. 또한 '문제제기'라는 경험을 가지고 있지 않은 많은 학생들이 처음에는 자신이 풀어 본 문제에서 숫자나 속성을 바꾸어 보도록 하여 문제제기에 대한 흥미나 관심을 갖고 스스로 문제를 만들 수 있다는 자신감을 가지게 하는 게 바람직하다고 생각한다. 특히 문제제기를 강조한 수업을 실시하기 위하여 학생들이 지속적으로 수학에 흥미와 관심을 가질 수 있도록 여러 문제점을 보완하여 각 단원별로 문제제기를 강조하는 수업모형을 체계화하는 등 더 많은 연구가 뒤따라야 할 것이다.

참고문헌

강옥기, 정은실, 박교식, 강문봉(1989). 수학적 사고력 신장 프로그램 개발을 위한 방안 탐색, 서울: 한국교육개발원.

구광조, 황선욱(1997). 수학1. 서울: 지학사.

구광조, 황선욱(1997). 수학1 교사용 지도서. 서울: 지학사

김재순(1995). 문제설정 수업을 통한 수학 학력 신장에 관한 연구. 동국대학교 교육대학원 석사학위논문.

박영배(1991). 문제만들기 활동을 통한 발전적 사고의 지도, 제8회 수학교육학 세미나.

이애경(1993). 수학문제 해결 전략의 지도에 관한 연구. 서울대학교 대학원 교육학석사학위논문.

이옥경(1995). 문제제기의 과정을 통한 문제해결 지도가 수학 학습에 미치는 영향에 관한 연구. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위논문

임문규(1992). 수학교육에서의 문제설정과 문제해결의 관련에 관한 연구. 대한수학교육학회 논문집, 13-22.

정은실(1993). 문제제기에 대한 고찰. 대한수학교육학회 논문집, 3(2), 317 - 331

정지호, 임문규(1992). 문제설정의 교수 = 학습에 관하여. 수학교육, 31(3), 55-62.

한옥동, 박혜숙(1997). 수학과 학습에의 문제제기 이론의 적용과 효과 분석. 수학교육 36(1).

Brown, S. I., & Walter, M I.(1990). *The art of* *problem posing.* Hillsdale, VA: Lawrence Erlbaum Associates.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1982). Teaching problem solving to preservice teachers, *Arithmetic Teacher.* Vol. 29, No. 6.

Moses, B., Bjork , E., & Goldenberg, E. P.(1990). Beyond problem solving, problem posing. In T. J. Cooney & C. R. Hirsch(Eds.), *Teaching and learning mathematics in the 1990s.* NCTM Yearbook.

Polya, G. (1957). How to solve it. 우정호(역)(1989). 어떻게 문제를 풀 것인가. 서울: 천재교육.

Stephen I. Brown (1984). The logic of problem generation: Form morality and solving to de-poing and rebellion. *For the Learning of Mathematics* 4(1).

A study of the effects of problem posing strategies on mathematics achievement .

Mi-Ra, Jeon · Hye-Ja, Heo

This thesis is to see if the classes using problem posing is effective to improve the students' grades in math. So I set up research subjects as follows.

1. Do the classes focused on problem posing have any influence on the students' achievement ?

2. Do the classes focused on problem posing have any different influence on the students' achievement according to their levels ?

3. Do the classes focused on problem posing have any different influence on the students' achievement according to the categories in math ?

I chose four classes in the first grade of K middle school in Kangnung, Kangwon province for this thesis.

First I divided them into two groups. Each group consisted of two classes. One is the experimental group. The other is the comparative group. The experimental group was taken classes using problem posing. The comparative group was taken classes by the traditional teaching method. And then I analyzed the difference of the achievement between two groups.

As a result of this research, I came to the conclusion as follows.

First, the classes focused on problem posing is more effective than traditional teaching method for the improvement of the students' achievement. Second, both the classes using problem posing and the traditional teaching method doesn't affect to the advanced students.

Third, the classes using problem posing is more effective to the intermediate students and lower level students than the traditional teaching method.

Especially it is very effective in teaching the students the linear equation.