

수학 교수 학습에서의 의사소통에 관한 연구

이 증 희* · 김 선 희**

I. 서론

인간은 의사소통을 통해 숫자를 말하고, 문제를 풀고, 개념들을 연결시키고, 컴퓨터를 사용하거나 프로그래밍 한다. 인간이 사회생활을 하는 가운데 필수적인 의사소통은 수학 수업에서도 항상 이루어지고 있는데 수학에서 그리고 수학 교수 학습 과정에서의 의사소통은 주로 형식적이고 추상적인 기호의 사용에 집중되어 교수 학습이 의사소통을 통해 이루어진다는 사실은 많은 주목을 받지 못해왔다. 그러나 NCTM(1989)의 “수학교육과정과 평가의 새로운 방향”에서 강조된 이후 수학 교수 학습에서 의사소통의 중요성은 이제 폭넓게 인식되고 있으며, 최근 NCTM(1998)의 “학교 수학을 위한 원리와 기준: 토론용 초안”에서도 수학교육의 질과 목표, 변화를 촉진하는 기준의 하나로써 의사소통을 제안하고 있다.

수학적 의사소통(mathematical communication)이란 학생들 간에 그리고 학생 자신과, 교사와 학생간에 수학에 관한 정보, 아이디어, 느낌, 수학 기호 등을 교환하기 위해 읽고, 쓰고, 아이디어를 토론하는 활동 또는 과정이다. 수학에 대한 생각과 이해 정도를 표현할 수 있는 지속적인 기회를 갖는다면 학생들은 수학을 아는 것이 수학을 행하는 것임을 깨닫고 수학을

다른 영역으로까지 연결짓고 확장시킬 수 있을 것이다. 따라서 학생들은 누구나 수학적 아이디어를 이해할 수 있도록 표현하고 그 표현을 이해하는 능력을 배워야 하며, 교사는 그 모델이 됨과 동시에 의사소통을 가르칠 필요가 있다. 학생들은 수학을 탐구하고, 조사하고, 설명하고, 수학에 관한 글쓰기를 하고, 소그룹에서 다른 사람들과 함께 아이디어를 토론하고, 학급 전체 토론에 참여하면서 의사소통을 학습할 수 있다.

최근의 연구들은 수학 학습에서 의사소통의 역할을 조사하고(Moynihan, 1994), 일지 쓰기(journal writing)가 수학 학습에 긍정적인 영향을 주며(최인숙, 1998), 수학팬팔과 수학일기, 협동학습 등을 통한 의사소통의 방법이 수학적 의사소통의 학습 방법으로 의미가 있다는 결과들을 얻었다(김선희, 1998).

본 연구에서는 수학적 의사소통이 실제 교수 학습에서 더 활발히 실행되고 연구되기를 바라면서 일반적으로 의사소통은 무엇인지, 수학 학습을 통해 도달해야 할 학생들의 목표를 NCTM의 기준들을 따라 짚어보고, 의사소통의 형태, 의사소통의 지도방법, 의사소통의 가치에 관한 최근의 이론들을 정리하고자 한다. 본 연구는 수학 학습-지도를 위한 의사소통 모형을 만들기 위한 기초자료가 될 수 있을 것이다.

* 이화여자대학교

** 용곡중학교

II. 일반적 의사소통

인간은 의사소통을 통하여 정보를 제공하고, 교육하고 학습하며, 설득하고 합의하면서 살아간다. 김후자(1987)는 여러 학자들의 견해를 종합하여 의사소통이란 “유기체가 기호를 통하여 서로 정보나 메시지를 전달하고 수신해서 서로 공통된 의미를 수립하고, 나가서는 서로의 행동에 영향을 미치는 과정 및 행동”이라고 정의하고 있다. 인간의 의사소통은 의사소통자, 메시지, 매체, 수용자, 과정 등을 통해 이루어지는데, Shannon & Weaver(김후자, 1987)는 인간의 의사소통에 응용될 수 있는 의사소통 모형을 정보이론에 입각하여 다음의 <그림 1>과 같이 제시하고 있다.

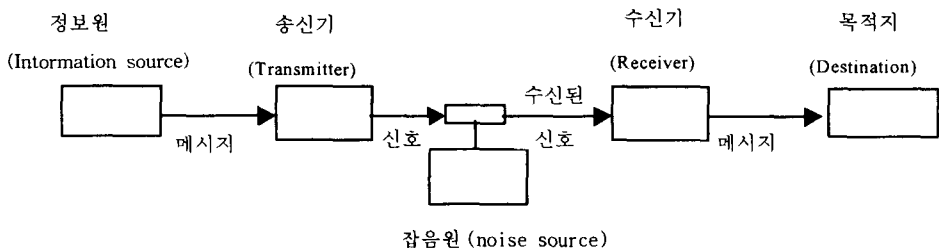
그러나 위의 Shannon과 Weaver의 일반적인 의사소통 모형은 교육, 특히 교수 학습이 고려된 것이 아니며, 수학 교수 학습 상황에서 일어나는 더 복잡한 상호작용을 설명하지는 못한다. 수학 교수 학습에서 의사소통은 교사와 학생, 학생들간의, 학생 자신과 이루어지며, 말하기, 듣기, 쓰기, 읽기 등의 형태를 통해 정보, 사고, 느낌, 수학기호를 주고받는다. 의사소통의 학습이 이루어지기 위해서는 환경적인 요소인 사전지식, 학습도구, 학습내용, 태도, 의사소통의 경험을 잘 조직하여 학습이 극대화되도록 하여야 한다.

III. 수학적 의사소통을 통해 도달해야 할 학습목표

학생들의 수학적 개념은 수학 언어를 사용할수록 발전하고, 수학 언어는 의사소통을 통해 다루어지며, 이 의사소통은 다시 이해를 하도록 하고 사고를 명확히 하도록 도움을 준다. 또한 수학 시간에 의사소통을 강화하는 것은, 모든 것을 교사에게 의존하는 상황에서 학생들이 그들 자신의 생각을 타당화하는데 대해 책임을 지는 상황으로 바꾸는 데에도 도움을 줄 것이다(NCTM, 1989, p.113). 의사소통이 강조된 수학 교수 학습에서 학습의 결과로 도달해야 할 사항들을 NCTM에서는 다음과 같이 제시하고 있다.

NCTM(1989)의 기준에 의하면 5-8학년의 수학교육과정에 의사소통을 하는 기회가 포함되어 다음의 것들을 학생들이 할 수 있어야 한다고 말하고 있다.

- 말과 글로, 구체물을 사용하여, 도식이나 그래프로, 대수적인 방법을 사용하여 상황을 모델링할 수 있어야 한다.
- 수학적인 문제상황과 아이디어에 대하여 자신의 사고를 반성하고 명료화 할 수 있어야 한다.
- 용어의 정의를 포함하여 수학적인 개념을 일반적으로 이해할 수 있어야 한다.



< 그림 8 > Shannon과 Weaver의 의사소통 모형(김후자, 1987)

수학적인 아이디어를 해석하고 평가하는 데에 읽고, 듣고, 관찰하는 기능을 이용할 수 있어야 한다.

- 수학적 아이디어를 토의하고, 가설을 설정하고, 설득력 있는 주장을 펼 수 있어야 한다.
- 수학 기호가 수학적 아이디어를 발달시키는 것을 인식할 수 있어야 한다.

9-12학년 수학교육과정에서 수학적 아이디어를 의사소통하기 위해 언어와 기호를 개발하는 것이 포함됨으로써, 학생들은 다음의 것을 할 수 있어야 한다(NCTM, 1989).

- 수학적 아이디어와 관계에 대한 그들의 생각을 반성하고 명료화할 수 있어야 한다.
- 수학적 정의를 내리고, 탐구 활동을 통해 발견한 일반화를 표현할 수 있어야 한다.
- 수학적 아이디어를 말과 글로 표현할 수 있어야 한다.
- 글로 쓰여진 수학적 표현을 이해할 수 있어야 한다.
- 글들이 읽었거나 들었던 수학에 관련된 질문을 명료화하고 확장할 수 있어야 한다.
- 수학적 기호의 경제성과 위력과 우아함 그리고 수학적 아이디어가 발달하는 데 있어서 기호의 역할을 음미할 수 있어야 한다.

이 수학적 의사소통 능력의 평가에 관해서 NCTM(1989)의 6번째 평가 기준은 다음의 증거들이 제공되기를 바라고 있다.

- 수학적 아이디어를 말하고, 쓰고, 설명하고, 시각적으로 표현할 수 있다.
- 글이나 말 또는 시각적으로 표현된 수학적 아이디어를 이해하고 해석할 수

있다.

- 수학적 어휘와 기호 체계, 구조를 사용하여 아이디어를 표현하고 관계를 기술하며 상황을 모델링할 수 있다.

또한 '학교 수학에 대한 원리와 기준(NCTM, 1998)'에서도 수학의 이해를 증진시키기 위해 수학 교수 프로그램이 의사소통을 사용해야 하며, 모든 학생들이 다음의 것들을 할 수 있어야 한다고 말한다.

- 다른 사람과의 의사소통을 위해 자신의 수학적 사고를 조직하고 굳건히 한다.
- 동료, 교사, 다른 사람에게 수학적 아이디어를 일관성 있고 명백하게 표현한다.
- 다른 사람들의 사고와 전략을 고려하여 자신의 수학적 지식을 확장시킨다.
- 수학적 표현의 정확한 수단으로서 수학적 언어를 사용한다.

IV. 의사소통의 형태

앞절에서 살펴본 학습목표에 도달하기 위해 의사소통이 교수학습에서 어떤 형태로 이루어지는지 고려해야 할 것이다. 인간의 의사소통은 크게 언어적 의사소통과 비언어적 의사소통으로 나눌 수 있는데 언어적 의사소통은 말과 글로써 표현하고 받아들이는 형태이며, 비언어적 의사소통은 몸짓이나 의성어 등을 통해 이루어진다. 그러나 대부분의 의사소통은 언어를 통해 이루어지며 특히 수학에서의 표현은 언어적 의사소통이기 때문에, 수학 교수학습에서의 의사소통 형태는 말하기, 듣기, 쓰기, 읽기 네 가지 형태로 이루어진다고 할 수 있다. 다음에서 각 의사소통의 형태가 수학 학습에 어떻게 이루어지고, 실제로 적용할 수 있는지 논의하기로 한다.

1. 쓰기

수학 교실에서 쓰기는 모든 학생들이 학습 활동에 참여할 수 있게 하는 교수 전략이다. 수학을 쓰면서 학생들은 정보를 수집하고 발견한 결과를 다른 사람에게 전달할 수 있으며, 자신의 생각을 말로 표현하는 데에 불안을 느끼는 학생들은 쓰기를 함으로써 심리적으로 보다 편안한 상태에서 이해한 것을 표현할 기회를 얻게 한다. 더구나 쓰기를 통해 교사들은 학생의 인지적, 정서적 세계를 알 수 있으며, 학생들은 분석, 평가, 종합 같은 더 높은 수준의 사고 기술에 참여하는 기회를 갖기도 한다.

쓰기 활동은 교실 크기와 수업 목적에 따라 융통성 있게 사용될 수 있다. 언어와 학습의 관계에 관한 가장 영향력 있는 이론가 중 James Britton은 인간은 언어를 사용할 때, 언어를 도구로 활동적인 참여를 하거나 또는 관찰자로서 활동을 이해하며 반성하게 된다고 했다(Rose, 1989). 이 두 가지 기능으로부터 Britton은 문어(written language)를 교류적인(transactional) 것과 표현적인(expressive) 것으로 분류하였다. 수학 교실에서 자주 사용되는 형태인 교류적인 쓰기는 공식적인 것으로 다른 사람에게 읽히도록 쓰여지는 것이며, 요약, 설명하기, 정의하기, 보고서, 프로젝트, 에세이, 노트필기 등의 형식이다. 이렇게 수학적 개념, 과정, 적용의 경험을 쓰는 것은 개인의 기록으로 복습에 참고로 이용할 수 있고 문장을 더 유창하게 표현할 수 있도록 한다.

표현적인 쓰기는 아이디어를 탐구하고 새로운 이해를 창조하기 위한 글로서 교류적인 쓰기에 비해 비형식적이다. 학생들은 수학 문제에의 접근, 모순된다고 생각되는 내용, 아는 것과 알지 못하는 것 등을 세분화하여 쓸 수 있고, 이를 통해 이해를 더 명확히 하고 더 높

은 확장의 단계까지 이를 수 있다(Powell & Ropez, 1989). 수학 교실에서 표현적인 쓰기로는 자유롭게 쓰기(free-writing), 편지 쓰기, 자서전 쓰기, 일지 쓰기(journal writing)를 사용할 수 있다(Rose, 1989). 이 표현적인 쓰기 혹은 비형식적인 쓰기는 사고 과정을 명확히 하도록 의도된 것으로 학생들이 수학자가 되도록 돕는 역할을 할 수 있다. 다음에서는 수학 교실에서 유용하게 쓸 수 있는 쓰기의 종류에 대해서 알아본다. 여기에서 이력서 쓰기는 교류적인 쓰기로, 반으로 접은 노트(divided-page), 자유롭게 쓰기, 편지 쓰기, 일지 쓰기, 비형식적인 쓰기는 표현적인 쓰기로 분류될 수 있다.

(1) 이력서 쓰기(Waters & Montgomery, 1993)

수학이력서는 수학의 성장과 이해를 파일로 기록한 것으로 일종의 포트폴리오라 할 수 있다. 처음에 학생들은 '수학자'로서 자신을 가장 잘 표현할 수 있도록 이력서에 무슨 내용을 쓸 것인지 결정한 후, 한 해 동안 경험한 수학에 대해 알아낸 내용을 편집하고 정리하여 자신의 이론을 만들어간다. 설명을 쉽게 하기 위해 예제들을 삽입할 수도 있다. 이 활동을 통해 학생들은 모르는 것을 깨닫고 의미를 이해해서 글로 써 두려는 노력을 하게 되고 따라서 내면화된 탐구 내용을 자신 있게 쓸 수 있게 된다.

(2) 반으로 접은 노트(Tobias, 1989)

학습과제에 더 집중할 수 있는 방법으로 학생들은 수업 중의 감정, 불안과 혼란스러움 등을 써놓을 수 있다. 이 노트의 목적은 학생들이 문제를 정확히 이해하고 교사들에게 더 많은 도움을 얻도록 하는 것이다. 방법은 노트의 반을 접어 왼쪽은 "생각나는 대로 쓰기"를 하고, 오른쪽에는 문제, 계산, 과정 등을 쓰게

한다. 문제를 풀지 못해 고민하는 학생들은 왼쪽 편에 문제와 관련된 생각과 느낌들을 쓰고 그 과정에서 얻은 아이디어로 오른쪽에 풀이를 시도해본다. 이 방법은 모든 학생들이 문제풀이에 참여할 수 있게 할 수 있는 장점이 있다. 처음에는 감정적인 내용이 많지만 학생들은 '이 문제에서 어려운 것이 무엇인가, 문제를 쉽게 하기 위해서 무엇을 해야 하는가' 등으로 내용을 발전시켜 나간다.

(3) 자유롭게 쓰기

종이 위에 생각나는 것은 무엇이든 적어두는 것이다. 대부분 짧게, 검사하지 않고, 점수도 없는 3-7분간의 활동으로 절차보다는 내용과 아이디어를 문장 형식에 얽매이지 않고 쓴다. 주제가 있을 수도 없을 수도 있으며, 목적과 내용에 따라 수업 시작 전, 수업 중간, 수업이 끝날 때 등 여러 시기에 이용할 수 있다. 자유롭게 쓰기는 혼란스럽고 어려운 부분에 학생들이 더 집중하도록 도움을 주며 학생들은 수학적 개념과 과정에 대한 아이디어를 자유롭게 쓰기에서 얻을 수 있다. Bell & Bell(1985)은 수학적 개념이나 기술을 학습자가 익히도록 글을 쓰는 과제를 주는 것이 모든 수학 교실에서 일상적인 생활의 부분이 되어야 한다고 제안하였다.

(4) 편지 쓰기

표현적인 쓰기 방법의 하나로 편지 쓰기를 생각해 볼 수 있다. 쓰기 과제의 본질 뿐 아니라 글을 읽는 대상도 학생들이 쓰는 글의 깊이와 명확성에 영향을 준다. Kennedy(1985)는 수업이 끝나는 10분 동안 수업에 관해서 무엇을 이해하였는지, 이해하지 못한 것은 무엇인지, (특정한 문제에 대해서) 궁금한 것은 무엇인지에 관하여 교사에게 편지를 쓰라고 중학교 학

생들에게 요구했다. 학생들이 수업 중에는 이해하지 못한 것을 시인하지 않아서 파악할 수 없었던 것을 교사는 이 편지를 통해 알게 되었다고 한다(Rose, 1989, 재인용). Pearce & Davidson(1988)은 교사가 아닌 대상에게 글을 쓰는 활동이 학생들에게 더 흥미롭고 가치 있으며, Miller & England(1989)는 교사가 아닌 대상에게 학생들이 쓰기를 더 잘 한다고 하였다(Phillips & Crespo, 1996, 재인용). 수학적으로 의사소통하는 것의 학습은 진정 의사소통이 필요한 상황에서 가장 잘 이루어진다는 것을 인식할 때 편지 쓰기 활동은 유용하다(NCTM, 1989). 실제로 김선희(1998)는 수학펜팔을 한 두 학생의 편지를 QCAI(Cai 등, 1996)에서 제시한 수학적 의사소통의 평가 기준으로 분석하여 시간이 흐를수록 의사소통 능력이 향상되고, 학생들이 문제의 해결뿐만 아니라 발견한 것, 수학에 대한 느낌, 생각들을 더 잘 설명할 수 있었다고 하였다.

(5) 일지 쓰기

쓰기 활동을 하면서 학습자는 다른 사람과 의사소통하는 것에 익숙해지지만 자신과의 의사소통을 가끔 무시할 때가 있다. 일지 쓰기는 수학에서 발전 가능한 사고의 패턴을 발견하도록 도울 수 있는 기록이 될 수 있다. 보통 일기는 '나는 무엇을 했다'에 초점을 맞춘 것이지만, 일지는 '내가 한 것에 대해 무엇을 생각했는지'에 관한 것이라 할 수 있다.

자유롭게 쓰기처럼, 일지 쓰기 또한 개인적이며 수학을 발전시키는 활동이다. 잠재적인 아이디어를 표출하면서 맞춤법이나 문장 구조 등 문법적인 오류에 대한 걱정이 사라진다면, 학생들은 교사에게 배우는 것보다 훨씬 강력하고 중요한 수학적 발전을 이룩하며, 자신과의 브레인스토밍의 기회도 얻는다. 최인숙(1989)은

초등학생을 대상으로 일지 쓰기를 한 그룹과 그렇지 않은 그룹간에 학업성취와 수학적 태도에서 유의미한 차이가 있음을 확인하였으며, 일지 쓰기가 수학적 사고의 명료화와 개념의 이해에 도움을 준다고 하였다.

(6) 비형식적인 쓰기

Connolly(1989)는 수학 학습에서 유용한 비형식적인 쓰기의 형태를 다음과 같이 들고 있다.

- ① 수업 시작할 때의 자유롭게 쓰기- 수업의 방해를 제어하고 집중하게 한다.
- ② 용어, 이슈, 질문이나 문제의 연구를 시작하게 하며, 연구를 계획하는 주제가 있는 자유롭게 쓰기.
- ③ 다음과 같은 질문을 통해 학습의 재능에 영향을 주는 태도를 발견하기 위한 태도적(attitudinal) 쓰기: 이것을 읽을 때 생각난 경험이나 기대하는 것은 무엇입니까? 이 개념을 이해하는 데 어려움이 있었나요? 이 단원에서 가장 어려웠던 것은 무엇입니까? 무엇을 변화시킬 필요가 있을까요?
- ④ 전체 토론이나 초점을 벗어난 토론에 중심을 잡아줄 반성적인 쓰기
- ⑤ 어떻게 읽고, 예를 들고, 문제를 풀고, 쓰고, 생각하는지 관찰하기 위한 메타인지 과정 쓰기.
- ⑥ 시험이나 과제의 오류 설명하기- 어디서 왜 잘못되었는지를 교사와 학생이 깨닫게 되는 과정 쓰기
- ⑦ 학생이 의심스러워 보류했고 혼동했던 것을 깨닫게 하는 숙제나 수업 마무리의 질문하기(과정 쓰기의 또 다른 형태).
- ⑧ 수업시간에 들은 것이나 읽은 것 요약하기
- ⑨ 정의하기- 교과서 용어의 암기 대신 학

습자 나름대로의 정의

- ⑩ 문제 만들기- 다른 사람의 질문에 대답하는 대신 자신의 문제와 이슈를 명확히 하기
- ⑪ 읽은 것을 쓰기- 공책에 저자가 무엇을 말한 것인지 요약하고, 그것에 대한 자신의 생각 쓰기. 이것은 태도적인 쓰기, 질문하기, 요약하기와 과정 쓰기를 통합할 수 있다.
- ⑫ 학습일지, 소 주제, 동료와 함께 하는 문제 해결 등

2. 읽기

읽기는 다른 수학적 의사소통의 형태와 연결되고 영향을 주는 형태로, Preston(1968)은 읽기가 다른 교육 수단보다 더 많은 것을 가져다 주는 힘을 갖고 있다고 하였다(Moynihan, 1994, 재인용).

교과서의 내용과 문제들은 읽고 쓰는 것과 관련이 있다. Tobias(1989)에 따르면 수학 교과서는 저자가 “독특한 문법에 따른 규칙을 사용하기” 때문에 다른 분야의 읽기와 다르다고 하였다. 그러나 학생들은 수학 교과서에서 형식적이고 기호로 표현된 수학을 읽을 수 있어야 하며, 교사는 교과서를 이해하는 방법을 보여주는 모델로서의 역할을 해야 한다. 이런 의사소통의 기회를 학생의 경험에 포함시키는 것은 교사의 책임이다. 수업 시작 전에 교과서를 읽고 배울 내용을 생각해 보고, 수업 후 다시 읽어보는 것은 수학 교과서를 해석하는 기회를 제공할 것이다. 또한 학생들의 개인적인 글은 수학에 관한 책과 마찬가지로 학습자 자신, 동료, 교사에게 의해 읽혀져야 한다. 학생들은 동료의 글을 읽음으로써 수학을 이해하는 방법을 배울 수 있으며, 그런 활동적인 읽기는 사고의 반성과 새로운 시도를 유발시킨다. 또한 자신의 글을 읽음으로써 자신의 이해 정도를 판단

할 수 있으며, 교사로부터 피드백을 받음으로써 수학적 발전을 이룩할 수 있다.

3. 듣기

수학 분야에서 듣기만을 독자적으로 연구한 것은 거의 없다. 듣기와 말하기는 동시에 일어나는 것이기 때문에 쓰거나 읽기처럼 듣기를 하나의 독립적인 것으로 연구하기는 어렵다. 그러나 언어는 듣기 활동을 통하여 인지 구조로 전환되는 것이므로 듣기는 수학교육과 의사소통에 있어 중요한 역할을 한다. 언어로 된 의사소통의 형태에 포함된 듣기 과정의 역할에 대하여 Hoyles(1985)는 듣는 동안과 그 후에 존재하는 침묵의 시간 동안 학습이 실제로 어떻게 일어나는지를 설명하였다. 그는 학습과정에서 듣기는 다른 사람의 생각을 자신과 통합하는 활동이므로 자신의 의견을 말하도록 자극하면서 논쟁의 초점을 다시 바라보게 한다고 하였다. 따라서 교사나 동료의 말을 듣는 태도와 방법이 지도되어야 함은 당연하다. 교사는 학생들에게 동료가 무슨 말을 했는지 질문해 보거나 문제를 말로 제시함으로써 듣기 능력을 향상시킬 수 있을 것이다. 다른 사람의 생각을 듣는 것은 자신의 생각을 재평가할 수 있는 접근 수단이다. 듣기를 통해 학생들은 사람들마다 생각이 다르고 많은 상황들에 다양하고 타당한 접근 수단이 많다는 것을 깨달을 수 있다.

4. 말하기

학생들이 수학에 대해 말할 기회는 수학의 기호, 용어, 개념 학습을 발전시키지만, 현실적으로 수학 교실에서 학생들이 수학에 대해 말할 기회는 제한되어 있다. 교사는 모든 학생과 말할 수 없고, 그들의 말을 모두 들어 줄 수도

없다. 말하기의 의사소통으로 학생들의 이해가 촉진된다면 말하기는 장려되어야 하며, 그 대안으로 협동학습을 제안할 수 있다. 협동학습에서 학생들은 동료들과의 대화를 통해 자신의 지식을 구성하고, 다른 사람의 수학적 아이디어에 대한 생각을 배우고, 자신의 사고를 명확히 할 수 있다. 또 서로의 생각을 이해하고 격려하게 된다. 게다가 파트너의 설명을 듣고 이해하는 과정에서 자신의 인지 구조를 표현하고 재개념화함으로써 자신의 이해를 더 명확하게 할 수 있다.

V. 의사소통의 지도방법

교사는 질문을 하거나 학생들 스스로 문제를 구성해 보도록 하는 등 학생들이 적극적으로 참여할만한 문제상황을 제공함으로써 수학의 의사소통을 증진시킬 수 있다(NCTM, 1989). 학생들이 수학적 의사소통을 경험하게 할 수 있는 지도 방법을 각각의 의사소통 형태에 따라 알아본다.

1. 쓰기(writing)의 지도

학생들에게 처음 수학에 관한 글을 쓰게 할 때 무엇을 어떻게 하게 해야 할 지 고민이 될 수 있다. 수학에 대해 글을 쓰는 방식 중 가장 간단한 것으로 학생들이 수학 학습에 참여한 후 방금 학습한 것에 대한 글을 쓰게 할 수 있으며, 이러한 학습 직후의 쓰기는 활동적인 학습이 이루어질 수 있어 효과적이다. 학생들이 무엇에 관하여 쓸지 불확실할 때는 배운 것이 무엇인지 그림을 그리고 그것을 설명하라고 제안할 수도 있다. 또 개념을 설명하려는 목적에서나 또는 글을 더 구체적으로 설명하기

위해 그림을 그리게 할 수도 있다.

이렇게 쓰기 과제를 학생들에게 제시하면서 교사는 어떤 쓰기의 종류를, 어떤 주제와 내용에 대해서, 언제 제시하고, 피드백을 어떻게 줄 것인지, 학생들이 글을 쓰도록 하기 위해 무엇을 해야 할 지를 고려해야 한다. 쓰기의 종류에 대해서는 이력서 쓰기, 반으로 접은 노트, 자유롭게 쓰기, 편지 쓰기, 일지 쓰기, 비형식적인 쓰기 등으로 위에서 언급한 바 있으며, 쓰기의 주제와 내용, 제시하는 시기, 피드백, 쓰기가 이루어지기 위한 여러 조언들을 다음에서 살펴본다.

(1) 쓰기의 주제와 내용은 쓰기의 종류와 학습 목표, 쓰기에 걸리는 시간을 고려하여 제시해야 한다.

① 문제해결에 관한 내용을 쓰게 할 때는 다음의 내용을 쓰게 한다(Marwine, 1989, p.67).

- 전에 풀었던 것과 어떻게 다른지, 아니면 어떻게 같은지
- 문제 풀이를 어떻게 시도할 것인지, 어떤 전략을 사용할 것인지
- 문제를 풀려고 하는 동안 알아냈거나 생각난 것이 무엇인지
- 실제 사용한 전략이 문제 풀이에 맞는 전략이었는지

② 수학 수업시간 내에서 할 수 있는 쓰기 활동의 주제로 다음의 것을 생각해 볼 수 있다(Keith, 1989, p.138).

- 설명하기
- 형식적 정의나 정리 진술하기
- 개념을 일반화시키기
- 시각적 이미지를 언어로 번역하기
- 문제 해결 전략 요약하기

- 알고리즘 쓰기
- 특정한 대상에게 자신의 생각을 전달하기
- 그룹 프로젝트에서 겪은 협동 과정에 관하여 쓰기
- 이해한 것을 정리하고 평가하기

③ 그룹이나 개인에게 시간적 여유를 두고 과제로 제시할 프로젝트 쓰기에 관련된 주제들로 다음을 생각해 볼 수 있다(Kenyon, 1989, p.75).

- 수학에 관련된 분야의 직업 조사
- 수학이나 컴퓨터에 관계된 책이나 글을 읽고 보고서 쓰기
- 돈을 어떻게 벌고, 저축하고, 운영할 지에 관한 재정 계획서의 개요
- 보험 분야에서 사용되는 통계학에 관한 보고서
- 수학 불안에 관한 보고서
- 수학이 지능, 수학적 능력, 다른 분야의 태도를 평가하는데 어떻게 사용될 수 있는지에 관한 보고서
- 대수 등과 같은 수학 분야의 역사적 발전에 대한 보고서
- 교육과정에 포함되어 있지 않은 주제에 관한 수학 교과서 단원 만들기. 그 단원을 만드는 과정 동안 가졌던 느낌과 생각들도 일지로 써서 함께 요약하기
- 컴퓨터 과학에서의 새로운 발전에 관한 보고서
- 수학에 대해 어떻게 느끼는지 친구에게 편지 쓰기
- 친구에게 어떤 문제를 해결하는 데 필요한 충고를 하는 편지 쓰기
- 수입과 지출을 고려하여 은퇴한 사람의 예산 짜기

- 긴 수학 문제의 해를 설명하는 보고서. 추론과정을 단계적으로 표현하면서 해결방안을 수학기호가 아닌 말로 쓰기
- 특정한 측정량에 관한 보고서; 예를 들어 하루의 길이를 초단위로 계산
- 도형 단원 등을 배워야 하는 이유를 법률가, 치과의사, 목수의 입장에서 설명하는 편지

(2) 쓰기 활동을 제시할 때는 언제 학생들에게 쓰게 할지, 쓰기에 시간을 얼마나 할당하고 설명을 해야 할지 등을 고려해야 한다.

① 수업시간 전체에 걸쳐 쓰기를 적용할 때는 시간을 잘 배분하여 수업을 계획해야 한다. 예를 들어, 다음은 방정식 단원에서 풀이를 명확하게 설명할 수 있는 글을 쓰게 하는 수업 계획의 예이다(Kenyon, 1989, p.79).

- 반성(reflection) 단계-10분. 이 시간에 학생들은 개별적으로 학습하면서 방정식을 푸는 다양한 방법을 검토하고 주어진 문제의 풀이방법을 생각한다. 도움이 되는 그림을 그려보고 자료를 요약하기도 한다. 생각할 수 있는 모든 상황들을 메모하면서, 다양한 풀이 방법을 구나질, 완전한 문장들로 간단히 써 둔다.
- 명확화(clarification) 단계-5분. 교사와 함께 풀이 과정을 생각하고 모두 이해할 수 있는지 확인하면서 글로 표현하는데 필요한 질문들을 하고, 교사는 완벽한 글을 쓸 수 있도록 조언을 한다.
- 초안(draft) 단계-15분. 다시 개별적으로 학습한다. 방정식의 풀이 방법과 다른 방법들에 대해 알고 있는 모든 것을 쓰고 대략적으로 글을 완성한다. 아직은 완벽한 글이 아니므로 다시 쓰고, 첨가

하고, 삭제하고, 수정할 시간이 있다. 몇 가지 혼란스런 것들을 적어두고 동료의 자문을 다음 단계에서 구한다.

- 동료의 질문(peer inquire) 단계-10분. 2-5명의 그룹이 함께 모인다. 각 학생들의 글을 그룹에서 함께 읽으면서 동료의 글에 대한 구체적인 조언과 편집에 대한 제안을 한다.
- 교정(revision) 단계-5~10분. 동료의 충고를 참고하여 글을 완벽하게 다시 쓴다. 구체적으로 자세하게 방정식을 푸는 방법을 쓰고 함께 발표해 본다.

② 수업의 일부분을 활용하여 즉흥적인 쓰기를 시작하고자 하는 교사들에게는 다음의 제안들이 있다(Miller, 1991).

- 쓰기를 하는 데 걸리는 시간을 정한다.
- 수업 계획을 준비할 때 그 수업에 관계된 주제들을 써둔다.
- 유연하게 대처하라. 수업 중에 떠오른 생각이 있다면 미리 준비한 것보다는 그 생각을 사용한다.
- 누군가에게 글을 쓰도록 한다면 더 많이 쓰게 되므로 친구, 가족, 이웃 아이에게 글을 쓰도록 요구한다.
- 수업을 준비하기 위해 시작할 때 쓰게 하고 전 수업이나 이전활동으로부터 현재 과제로의 전이를 유도한다.
- 그날 수업이 어떻게 진행되었는지, 이해한 것이나 감상을 평가하기 위해서는 수업이 끝날 때 쓰게 한다.
- 서로의 글을 돌려보고 교사의 관점으로 피드백을 친구에게 쓰게 한다. 학습자가 느낌과 태도를 쓸 때는 교사도 교사로서의 느낌과 태도를 써 준다. 매일 쓰기를 할 시간이 없다면 가끔씩 한다. 그것

도 교사들에게 도움이 될 수 있다.

- 점수로 외적 보상을 하지 않으며, 쓰기의 목적에 대하여 말해 주어야 한다.
- 쓰지 않는다고 벌을 주지 않는다.
- 참는다. 학생들은 수학 수업에서의 쓰기에 먼저 익숙해져야 한다. 처음엔 매우 간략하고 의미 없어 보일 수 있지만 쓰기의 장점을 얻을 시간을 학생들에게 주어야 한다.

(3) 교사의 피드백

학생의 글에 대한 교사의 피드백은 학생들에게 관심을 받고 있다는 증거를 주며, 쓰기 활동에 더 열심히 임하게 할 수 있다. 또 교사는 학생들의 글을 읽음으로써 개개인에 대한 인지적, 정의적 판단을 할 수 있으며, 수업의 계획에 대한 정보도 얻을 수 있다. 매시간 노트 검사를 하여 풀이 과정을 수정해 주는 것은 굉장한 노력과 수고가 필요하지만, 학생들의 글을 읽는 것은 그만큼 시간이 소모되지 않으므로 매시간은 아니더라도 규칙적인 피드백은 필요하다. 그리고 점수를 매기거나 비판적인 내용은 삼가고 용기와 격려를 하여 수학에 대한 흥미와 관심을 높여 학생들이 교사의 피드백을 기대하며 글을 쓸 수 있게 해야 한다.

(4) 학생들은 처음에는 글을 쓰는데 서툴고 거부감을 느끼기도 한다. 글을 쓰는 것이 학습에 도움이 된다는 것을 학생들이 인식하고 글 쓰기를 즐길 수 있도록 인도해야 한다. Rose(1989)는 효과적인 쓰기 활동을 위한 여러 의견들을 모아 다음과 같이 제안하고 있다.

- 교사들이 쓰기 과제에 함께 참여하고 글을 나누어야 한다(Mcmillen, 1986).
- 학생들은 수학 쓰기의 이 새로운 모험을 시작할 때 도움과 용기가 필요하며,

교사로부터 규칙적인 피드백을 받을 필요가 있다(Countryman, 1987).

- 학생들이 쓰기 학습의 탐구적인 면과 인간적인 면에서 어려움을 겪는다면, 교사는 신뢰적인 분위기를 조성할 필요가 있다(Kennedy, 1985).

학생들은 글을 잘 쓰지 못 하고 글로 자신을 표현하는 데 어려움을 겪을 수도 있다. 그러나 수학 수업에서 그것은 잘못된 것으로 인식되어서는 안 된다. 글을 쓰는 것으로 수학 지식을 의사소통하지 못한다면, 수학 용어의 완벽한 이해는 힘들어진다. 일단 수학 쓰기의 습관이 들면, 지식의 재구성을 능가하는 활동도 시도해 볼 수도 있다. 다양한 시도는 쓰기를 새롭게 하며, 학생들은 작가와 어린 수학자로 성장할 수 있다. 학생 스스로 문제를 만들어 보고, 풀이 과정을 써 보게 하는 것도 좋을 것이다. 또 한가지 언어로만 제한할 필요는 없으며 자신이 표현하고 싶은 대로 영어 단어와 ‘..’, ‘..’ 등과 같은 기호도 함께 섞어 쓰는 것도 쓰기를 확장시킬 수 있다. 대규모 수업에서 교사가 수학에 대해 모든 학생들의 말을 듣는 것은 어렵지만 규칙적으로 모든 학생들의 글을 읽는 것은 가능하다. 수학 수업에서 쓰기는 학생들에게 적절한 언어를 사용하게 할 뿐 아니라 수학적 용어의 이해를 평가하는 비형식적인 평가도 가능하게 한다.

2. 말하기와 듣기의 지도 - 협동학습

수학 교실에서 학생들은 교사의 설명을 듣고 질문하고, 동료와 토론하면서 의사소통을 한다. 교사의 설명을 듣고 그대로 실행하는 일제학습에 대한 비판이 일면서 학생들끼리 수학에 대해 질문하고 설명하는 것이 수학을 더 잘 이해하고 개념을 명확히 한다는 주장들이 많

다. 교사에게 말을 하는 것만이 수학에 대해 말하는 유일한 방법은 아니며, 동료와의 토론이 수학 용어를 연습하고 수학의 형식적 언어를 의미 있게 구성하게 하는 또 다른 방법이 될 수 있다.

수학은 토론을 이끌 수 있는 흥미롭고 도전적인 아이디어들로 가득 차 있다. 수학 문제들은 객관적으로 증명될 수 있는 해답을 갖고 있기 때문에 그룹 토의를 하기에 이상적이며, 종종 몇 가지 접근으로 해결될 수도 있고, 그룹에서 학생들은 서로 다르게 제안된 풀이과정의 장점을 토론할 수 있다. 모든 학생들이 소그룹에서 의견을 나누고 열의를 갖고 참여한다면 인지적, 정의적 영역에서 그 결과는 긍정적이 될 수 있다. 모든 수학 교육과정에서 이루어 질 수는 없지만, 협동학습을 학생들에게 일주일에 한 번 정도 시행하는 것은 학생들을 더 활동적으로 의사소통하고 학습에 참여하게 하며 수학 수업에 활력을 줄 수 있을 것이다.

(1) 협동학습 모형

실제 교실에서 협동학습이 어떻게 이루어질 수 있는지 알아보기 위해 협동학습의 모형들과 그 방법을 제시해 본다(Slavin, 1995).

① Student Teams-Achievement Division(STAD)

STAD의 학생들은 4-5명의 이질적인 팀으로 구성되며, 모든 팀 구성원이 수업을 완전히 이해하도록 팀 내에서 공부한다. 그리고 팀 동료의 도움이 없는 개별 평가를 시행한다. 지난 평균과 비교하여 향상된 정도에 따라 점수가 계산되며, 이 점수가 팀 점수로 더해져서 점수가 가장 높은 팀이 보상을 받게 된다. 이 방법은 교사가 설명한 것을 내용으로 팀 구성원이 서로 돕고 격려하게 한다. 전통학습에서처럼 교과내용을 전달하는 부분을 포함하고 있어 가

장 쉽게 접근할 수 있는 방법이다.

② Teams-Games-Tournaments(TGT)

STAD와 같이 교사가 과제를 제시하고 팀 학습이 이루어진다. 그리고 학생들은 다른 팀의 친구들과 일주일마다 토너먼트로 퀴즈 게임을 한다. 이전 퀴즈에서 점수가 비슷한 친구 3명이 한 테이블에 모여 퀴즈 게임을 하고 가장 높은 점수를 받은 사람은 그 위 단계로 가고 낮은 점수를 받은 사람은 아래 단계로 가는 방식으로 진행된다. 비슷한 수준의 친구와 토너먼트를 하기 때문에 성공의 기회는 똑같으며, STAD처럼 팀 보상이 있다. 팀 내에서 게임을 서로 준비시키고 문제를 설명하지만, 게임을 할 때에는 도움을 줄 수 없다.

③ Jigsaw II

STAD와 TGT처럼 4명의 이질적인 팀에서 학생들은 공부한다. 팀의 구성원들은 각자 맡은 부분에서 전문가가 되어야 한다. 내용을 읽은 후, 다른 팀의 전문가들과 공통된 주제를 토론하기 위해 만나고, 팀으로 다시 돌아와 그 주제를 가르친다. 모든 주제에 대한 퀴즈나 평가가 있으며 점수 계산은 STAD와 같이 한다.

④ Team Accelerated Instruction(TAI)

TAI는 개별화된 수업과 협동학습을 결합하고 있으며, 특히 수학 과목에만 적용된다. 학생들은 각자의 점수에 따른 개별화된 과정에 들어가 자신의 속도에 맞추어 단계별로 과정을 진행한다. 팀 구성원들은 각각 다른 학습과제를 공부하고 평가지를 사용하여 서로의 수준을 체크하며, 팀 구성원의 도움 없이 마지막 평가를 받는다. 문제지는 모두 학생 모니터에 의해 점수가 더해지므로 교사는 학생들을 개별적으로나 그룹별로 지도하면서 다음 단원을 준비할

수 있다. 매주 교사는 모든 팀의 점수를 합하여 팀 보상을 한다. 학급이 매우 이질적이고 학생들의 관계가 우호적일 때 적합하다.

⑤ Group Investigation(GI)

협동 과제, 그룹 토론, 프로젝트를 사용하여 소그룹에서 학생들이 학습하게 하는 일반적인 교실-조직 계획이다. 학생들은 2-6명의 그룹을 이루고, 그룹들은 전체 수업에서 배울 단원 내에서 주제를 선택하고, 이 주제를 개별 과제로 나누어 그룹 보고서를 준비하는데 필요한 활동에 참여하게 된다. 각 그룹은 전체 수업에서 그룹 보고서 내용을 제시하고 발표한다. GI에서 보상은 구체적으로 주어지지 않는다.

(2) 협동학습의 지도방법

협동그룹에서 공부하고, 아이디어를 표현할 많은 기회는 학습을 효과적으로 만든다. 학생들은 적절한 과제를 협동으로 공부할 수 있어야 하며, 협동그룹 토론에서 오개념을 드러내고 그것들을 해결한다. 선행지식을 다양하게 갖고 있는 그룹이라면 설명을 주고받는 활동이 더 알차게 이루어질 수 있다. 긍정적인 효과를 얻은 그룹들은 더 많이 말하고, 정확하든 정확하지 않든 자주 개념을 말하고, 조작의 순서와 협동이 잘 이루어지지 않는 이유를 명확히 토론한다. 토론에 참여하는 적절한 지식을 갖고 있으며, 필요할 때 적절한 설명을 받고, 새롭게 정확한 아이디어를 사용하고, 토론에서 무시되거나 제외되지 않도록 충분한 사전 지식을 나누는 것은 학습을 증진시키는 요인들이다 (Gooding & Stacey, 1993, p.41). 협동학습 지도에서 고려해야 할 사항인 교사의 역할, 협동을 증진시키기 위한 방법, 그룹의 크기와 구성, 평가, 협동학습의 빈도에 대해 살펴본다.

① 교사의 역할(Davidson, 1990)

협동학습의 각 모형은 지도력과 그룹의 운영으로 구성된다. 이것은 일반적으로 교사에 의해 조정되며 그 중 몇 가지는 학생에게 위임되어야 하는데, 다음과 같은 요소들이 있다;

- 그룹을 만든다
- 그룹 활동을 시작하게 한다
- 협동그룹을 위한 안내방침을 설명한다
- 협동하고 서로 돕는 그룹을 위한 기준을 만든다
- 도움이 되는 아이디어들을 제시한다
- 숙제나 교실 내의 과제를 할당한다
- 학생이 수행한 것을 평가한다

이 기능들 각각은 협동 그룹 모형에 따라 여러 방법으로 다양하게 적용될 수 있다. 교사의 역할은 새로운 것을 소개하고, 그룹활동을 촉진하고, 요약하는 등 교수 방법에 따라 다양하다. 그러나 어떤 경우든 학생들이 문제 상황을 이해하도록 하는 것이 가장 필수적이다.

교사는 협동그룹 활동을 하는 동안 안내하고, 지지하고, 그룹의 상호작용과 그들의 해답을 관찰한다. 그리고 그룹들을 방문하여 과정을 체크하고, 힌트를 주고, 개념을 명확히 하고, 수정하고, 질문을 한다. 또 교사는 학생들을 격려하고, 토론에 참여하게 하고, 더 협동적인 그룹을 만들도록 돕는 사회적 기능을 수행한다. 교사는 친근하고 구성적인 방법으로 행동해야 하고, 도움이 너무 많거나 적지 않도록 조절해야 한다.

일제학습에서 교사는 질문에 대답하고, 학생들이 알아낸 것이 무엇인지 명확히 하고 요약할 필요가 있다. 그룹내의 학생들은 숲을 보지 않고 나무를 보는 경향이 있으므로 교사가 전체적인 조직을 해 주는 것도 때때로 필요하다. 가끔 협동그룹이 얻은 결과를 발표하고 듣는 것도 좋을 것이다. 이것은 그룹들이 일반화

를 끌어내는 상황 등 서로 다른 면에서 각자 고민하고 있을 때 도움이 된다. 그러나 이런 정리 시간은 항상 필요하지 않으며, 의례적인 필요도 없다.

② 협동을 증진시키기(Davidson, 1990)

학생들이 서로 협동하는 방법을 배우게 하기 위해 교사는 그룹 활동을 위한 방침을 갖게 해 주어야 한다.

- 그룹에서 함께 공부하라. 모든 구성원이 수학 문제와 그 해결방법을 확실히 이해하도록 그룹 구성원들이 함께 공부해야 한다
- 그룹의 다른 구성원과 협동하라
- 각 문제의 해를 그룹 내에서 꼭 구하라
- 다음 과정을 진행하기 전 모두가 그 해를 이해했는지 확인하라
- 다른 사람의 의견을 신중히 듣고 가능할 때마다 아이디어를 내라
- 모두 그룹의 리더가 될 수 있다
- 모든 사람이 참여하고 한 사람에게 독점되지 않도록 하라
- 구성원 모두 다른 사람의 관점을 보고 이해해야 한다
- 자신의 그룹에 맞는 속도로 진행하라
- 조장이 없더라도 모든 그룹 구성원들은 특별한 역할이 있음을 주지하라(예를 들어, 기록자, 시간을 상기시키는 사람, 명확히 하는 사람, 문제를 제기하는 사람, 칭찬하는 사람)
- 그룹의 모든 사람이 의문을 제기했을 때에만 교사에게 질문할 수 있다

이뿐만 아니라 다른 방침들도 가능하며, 그룹 상호작용에서 생기는 어려움은 보통 이 방침들을 학생들에게 상기시킴으로써 분석되고 분명해진다.

각 그룹에서 일어나는 의사소통과 상호작용 과정을 반성하도록 구성원들에게 그룹의 성공을 위해 어떻게 기여할 것이며, 더 나은 협동을 위해 무슨 기능을 만들면 좋을지 생각하게 하는 것도 좋을 것이다.

토론이 잘 이루어졌는지 알기 위해 교사는 다음의 질문들을 학생들에게 해 볼 수 있다.

- 과제 중 적어도 한 가지는 성취했는가
- 구성원 모두가 그 해를 이해했는가
- 이해하지 못 했을 때 질문을 하였는가
- 설명을 분명하게 했는가
- 모두가 아이디어 개발에 기여했나
- 서로의 말을 집중하여 잘 들었나
- 어떤 사람이 그룹을 이끌었나
- 그룹은 정말로 과제에 열심히 임했나
- 설명할 충분한 시간을 가졌는가

③ 그룹 크기와 구성(Davidson, 1990)

그룹의 크기가 클수록 활동적인 참여의 기회는 줄어들기 때문에, 작은 크기의 그룹을 형성하는 것이 필요하다. 수학 수업에서 4명 정도의 그룹은 문제의 해결과정과 생각을 토론하는데 충분하며 칠판에 나와 함께 발표하고, 조직적인 구조를 정교화하는 데에도 적당한 크기이며, 가끔 계산 문제나 간단한 적용 문제는 둘씩 나누어 풀 수도 있어 좋다.

그룹이 임의로 형성된다 하더라도 성취도, 성에 따른 이질적인 그룹이 되어야 한다. 학생들이 그룹을 선택할 기회도 가끔 사용하는 것이 가능하지만, 동질 그룹은 바람직하지 않다고 본다. 또한 대규모 수업에서 교사는 그룹을 감독할 조력자가 있으면 더욱 좋으며 나아가 많은 학생들을 활용하는 것이 도움이 될 수도 있다.

④ 평가(Davidson, 1990)

다양한 평가는 협동그룹 수행, 교실 내의 시험과 퀴즈를 포함하여 숙제, 수업태도(출석, 참여, 협동 등), 자기 평가, 동료 평가 등으로 이루어질 수 있다. 교사가 테스트하는 날짜 전에 모든 그룹은 그 과제를 끝냈어야 하며, 교사가 수업태도에 점수를 준다면 수업 중 개인의 행동을 점수 매겨서는 안 된다. 그것은 경쟁을 유발하고, 협동을 저해할 수 있으므로 교사는 모든 학생들이 평등하게 점수를 받을 수 있도록 가끔 그룹 테스트와 그룹 프로젝트 평가를 해서 그룹내의 학생들이 같은 점수를 받도록 해야 한다.

⑤ 얼마나 자주 사용하는가(Davidson, 1990)

협동학습은 전체 교수 체제나 다른 방법과 함께 사용될 수 있다. 그리고 특정한 시간에, 수업시간의 부분적으로 또는 특정한 주제에 사용될 수 있다(Davidson, 1990).

결론적으로 협동그룹이 효과적으로 학습할 수 있게 하는 교수 방법의 주요 요소는 다음과 같다(Gilbert-Macmillan & Leitz, 1986).

- 그룹 과제를 명확히 한다
- 그룹의 구성원은 각기 독특한 능력을 갖고 있다는 것을 깨우쳐주어야 한다. 어떤 사람은 읽기를 잘 하고, 계산을 잘하고, 다이어그램을 잘 그릴 수 있고, 그룹의 과정 활동(답을 기록하고 모니터 하는 것을 포함하여)을 잘 한다.
- 학생들은 서로로부터 배울 수 있고, 각 문제를 푸는 방법을 배워야 할 책임을 갖고 있다는 것을 강조한다.
- 어떤 행동이 협동그룹에서 특별히 중요한지 학생들에게 말해 준다. 예를 들어 다른 사람이 말할 때 신중하게 듣기, 각 구성원이 자주 참여하게 하기. 그룹들이 질문을 하고, 자세히 생각을 설명하고,

그림을 그리고, 답을 주장한다면 더 효과적일 것이다.

VI. 의사소통의 가치

의사소통을 수학 교수학습에 도입했을 때 얻을 수 있는 가치들을 생각해 보면, Rowan등(1990)은 수학학습에 있어서 의사소통이 수학의 이해를 증진시키고, 수학의 이해를 확립하도록 도움을 주며, 학습에 편안한 환경을 조성하고, 학생들에게 학습자로서의 권한을 줄 수 있으며 교사가 학생들의 사고에 관한 정보를 얻을 수 있다고 하였다. 이러한 의사소통의 가치를 학습자 측면에서 보았을 때 여러 관점에 따라 생각해 볼 수 있으며, 각 의사소통 형태에서의 가치를 다음과 같이 논의해 볼 수 있다.

1. 의사소통의 가치에 관한 관점 (Moynihan, 1994)

(1) 구성주의적 관점

구성주의는 모든 지식이 구성되며, 구성 과정에서 활동하는 인지구조가 존재하며, 그 인지구조는 지속적인 발전을 하고, 인지적 면에서 방법론적 구성주의(methodological constructivism)를 수용한다는 입장을 취하고 있다. 의사소통의 여러 형태를 가치 있다고 여기고, 자주 그리고 규칙적으로 의사소통을 실행하는 환경을 만드는 것은 구성주의 관점에서 지식의 구성에 학생들을 참여하게 하는 데 매우 도움이 된다. 이것은 교사와 학생 모두에게 관련된 역할을 재확인시킬 수 있다.

(2) 메타인지적 관점

메타인지란 자신의 인지과정이며 그와 관

련된 지식이다. 메타인지는 어떤 구체적인 목적이나 목표를 위해 인지 대상이나 자료에 관한 과정을 통합하고 활동적으로 모니터하고, 규칙을 찾는 것을 의미한다. 메타인지가 학생들의 수학 학습에 이익을 준다는 연구는 많이 있다. 메타인지를 발전시키는 데에 있어서 의사소통의 가치는 크다. 말하고 듣고, 쓰고 읽는 활동들은 무엇을 어떻게 생각하고 있는지, 어떻게 왜 행동하는지, 무엇을 왜 느끼고 믿고 있는지 깨닫도록 돕는다. 말하고 듣고, 쓰고, 읽는 활동을 통해 의사소통을 요구하고 격려하고 증진시키는 것은 수학적 사고의 발전과 성취를 도울 것이다.

(3) 정의적 관점

학생들의 정의적인 면은 학생들의 수학 학습의 발전에 중요한 영향을 미친다. 의사소통의 형태들은 수학 학습의 정의적인 차원에 도움을 줄 수 있다. 학생들이 수학에 대한 신념과 자신에 대한 신념을 표현하기를 바라고, 교실에서 그들의 감정을 드러내고 의사소통하기 바란다면, 그리고 그들의 태도가 다른 사람들이 듣고 관심을 갖고 대답하기에 충분한 취지와 중요성을 갖는다고 판단된다면, 의사소통은 학생의 심리적인 성장과 발전에 도움을 줄 수 있을 것이다.

2. 쓰기의 가치

수학에서 글쓰기는 교사와 학생 모두 이득을 얻을 수 있다. 학습자는 쓰기 활동을 통해 적극적으로 학습에 참여할 수 있고, 아이디어와 개념을 명확히 하면서 토론하고 표현할 기회를 제공받는다. 또한 수학적 개념을 번역 또는 해석하고, 창조하고 발견하며, 최근 공부했거나 오랫동안 생각해 온 주제를 다시 생각하

고 검토할 수 있으며, 수학적 과정, 알고리즘, 개념의 기록을 간직할 수 있다. 쓰기는 학습자에게 수학의 아름다움에 대한 표현과 기쁨뿐만 아니라 부정적인 느낌과 좌절을 표현하는 적당한 매개체를 제공하기도 한다.

교사는 학생의 글을 통하여 학생이 수학을 표현할 기회를 즐기고 있다는 것을 알 수 있고, 학생의 오개념과 문제를 진단하며, 그를 통해 교수 방법을 향상시키고, 연구의 자료를 수집할 수도 있다. 또한 교사가 학생에게 글을 써 줌으로, 학생들은 교사가 자신의 글을 읽고 관심을 갖고 있다는 것을 깨달을 수도 있다.

3. 협동학습의 가치

협동 학습을 통해 학생들은 질문하고, 아이디어를 토론하고, 다른 사람의 아이디어를 듣는 것을 배우고, 비판하고, 발견한 것을 글로 요약할 수 있는 기회를 얻는다. 동료와의 상호작용으로 관점이 변화되고 언어가 세련됨으로써 학습 기회가 많아 지고, 직접적으로 서로의 상황을 이해하고 상호지지하는 활동에 임하게 할 수 있으며, 종종 개인의 능력을 넘는 상황에 도전하게도 한다. 또한 학습과제, 수업활동, 교사나 동료들에 대한 학습자의 태도는 협동수업 상황에서 긍정적으로 형성되며, 심리적 긴장감이나 불안의 수준도 낮아지고 자아존중감도 쉽게 길러진다.

그룹 내에서 교사의 역할은 설명하거나 평가하는 것이기보다는 학생끼리의 의사소통을 촉진하는 것이다. 따라서 교사는 학생 개인이 아닌 그룹과 관계를 맺음으로써 많은 학생들을 효과적으로 동시에 지도할 수 있다.

협동 학습은 모든 수준의 학생들에게 수학의 모든 내용에 걸쳐 적용될 수 있으며, 효과적인 수학적 의사소통, 문제해결, 논리적 추론,

수학적 연결성을 증진시키는 데 사용될 수 있다. 협동학습은 의사소통의 기회를 주면서 모든 학생들에게 수학에서 성공할 기회를 제공하고, 그룹의 상호작용을 통해 개념과 문제 해결 전략을 배우게 함으로써 인지적, 정의적, 사회적 면에서 긍정적인 효과를 가진다.

Ⅷ. 결론 및 제언

본 연구는 수학 교수 학습에 있어서 의사소통이 무엇이고 어떤 역할을 하는지, 그리고 의사소통을 확장시키기 위한 교수 방법을 생각하고 의사소통이 학습에 있어 어떤 가치가 있는지에 대해 알아보았다. 현재 수학 교수 학습에 있어서 중요한 부분으로 인식되고 있는 수학적 의사소통은 사고를 명확히 하고 개념과 과정의 이해를 도우며 더 형식적인 기호 언어 체계와 수학적 직관을 통합한다. 의사소통은 또한 수학을 하는 사람이자 학습자로서 자신을 느끼고, 신뢰하고, 인식하게 할 뿐 아니라 무엇을 알고, 알기를 원하는지 확신할 기회를 또한 교사에게 제공한다.

의사소통을 증진시킬 수 있는 몇 가지의 방안을 생각해 보면 다음과 같다(Rowan 등, 1990).

첫째, 학생들이 자연스런 상황에서 조작물을 설명하고, 조작물을 통해 발견한 성질을 말하게 하고, 그것으로 무엇을 했는지 학생들에게 요구할 수 있는 물리적 도구가 필요하다. 이것은 수학 언어를 발전시키고, 공간 관계, 의사소통을 격려한다. 패턴 블록이나 구체적 조작물로 도형을 만들고, 다른 사람에게 설명하게 하고, 글로 쓰거나 전화를 받는 상황으로 제시할 수 있다.

둘째, 학생들에게 흥미있는 조사, 프로젝트

작업, 과제들은 학생 주도의 의사소통을 증진시키는 이상적인 매개체이다. 예를 들어 학생들의 돈에 대한 관심을 이용한 활동 등은 삶에 유용한 과목으로 수학을 가치있게 여기게 하고, 자연스런 호기심을 유발한다.

셋째, 자신의 대답을 합리화하고, 확장적이고 창조적인 사고를 격려하는 개방형(open-ended) 문제들을 제시하는 것은 의사소통을 위한 장을 제공한다. 학생들에게 문제를 제안하게 하는 것은 흥미로운 발견들에 도전하게 하고, 힘있는 수학적 사고를 이끌어 학생들은 주어진 문제에서 시작하여 자신의 연구문제를 생각해내고 확장할 수 있다.

넷째, 의사소통을 증진할 수 있는 방법으로 글쓰기는 중요하다. 학생들은 쓰기에 익숙해지면, 수학을 하는 과정으로 쓰기를 생각하게 되고, 여기서 교사는 학생들이 왜 쓰기를 해야 하는지 가르쳐 줄 필요가 있으며 쓰기의 목적은 학생에게 명백해야 한다.

다섯째, 협동학습을 통하여 말하기와 듣기의 의사소통이 향상된다. 그룹을 조직해서 의사소통이 가능한 상황을 제시하여 그룹 구성원에게 아이디어를 탐구할 기회를 제공한다. 학급 토론은 자료 수집 같은 협동과제나 아이디어를 비교하고 대조하는데 사용될 수 있다. 의사소통은 스스로 탐구하고, 쓰고, 읽을 개인의 시간과 공간을 줌으로써 증진될 수 있다.

연구를 마감하면서 수학 교실에서 의사소통이 어떻게 이루어져야 하는가에 관한 의사소통의 모형을 만드는 것과 각 단원이나 학년별로 유용한 의사소통의 형태와 그 방법에 관한 연구가 후속되기를 바란다.

참 고 문 헌

- 김선희(1998). 의사소통 지도가 수학 학습에 미치는 효과. 이화여자대학교 석사학위논문.
- 김후자(1987). 의사소통론. 수문사.
- 최인숙(1998). 수학 학습 과정에서 일지 쓰기 (journal writing)의 효과에 관한 연구. 이화여자대학교 석사학위논문
- Bell, E. S., & Bell, R. N. (1985). Writing and mathematical problem solving: Arguments in favor of synthesis. *School Science and Mathematics*, 85, 210-221.
- Cai, J., Lane, S., & Jakabcsin, M. S.(1996). The role of open-ended tasks and holistic scoring rubric: Assessing students' mathematical reasoning and communication. *Communication in mathematics, K-12 and beyond. 1996 Yearbook*. VA:NCTM. 137-145.
- Connolly, P.(1989). Writing and the ecology of learning. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*. (pp.1-14). New York: Teachers Colledge Press.
- Davidson, N. (1990). Small-group cooperative learning in mathematics. *Teaching and learning mathematics in the 1990s*. 1990 yearbook. VA: NCTM. 52-61.
- Gilbert-Macmillan, K., & Leitz, S. J.(1986) Cooperative small groups: A method for teaching problem solving. *Arithmetic Teacher*, 33(7), 9-11.
- Gooding, A., & Stacey, K. (1993). How children help each other learn in groups. In M. Stephens et.al.(Eds.), *Communicating mathematics; Perspectives from classroom practice and current research*. Australian Association of Mathematics.
- Hoyles, C. (1985). What is the point of group discussion in mathematics? *Educational Studies in Mathematics*. 16, 205-214.
- Kenyon, R. W.(1989). Writing is problem solving. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp. 73-87). New York : Teachers College Press.
- Keith, S. (1989). Exploring mathematics in mathematics. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp. 134-146). New York : Teachers College Press.
- Marwine, A. (1989). Reflections on the uses of informal writing. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp.56-69). New York : Teachers College Press.
- Miller, L.D. (1991). Writing to learn mathematics. *Mathematics Teacher*, 84, 516-521.
- Moynihan, C. M. (1994). *A model and study of the role of communication in the mathematics learning process*. Ph.D., Boston University.
- NCTM(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. 구광조, 오병승, 류희찬 (공역). (1991). 수학교육과정과 평가의 새로운 방향. 서울: 경문사.
- NCTM(1998). *Principles and standards for school mathematics: discussion draft*. 대한수학교육학회 1998년 동계 집중 세미나. 학교 수학을 위한 원리와 기준: 토론용의 초안.
- Phillips, E., & Crespo, S. (1996). Developing written communication in mathematics through math penpal letters. *for the Learning of Mathematics*, 16(1), 15-22.
- Powell, A. B., & Lopez, J.A.(1989). Writing as a vehicle to learn mathematics: A case study.

- In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp. 157-177). New York : Teachers College Press.
- Rose, B. (1989). Writing and mathematics; theory and practice. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp. 15-30). New York : Teachers College Press.
- Rowan, T. E., Mumme, J., & Shepherd, N.(1990). Communicating in mathematics. *Arithmetic Teacher*, 38(1), 18-22.
- Slavin, R. E.(1995) *Cooperative learning*(2nd ed.). Allyn and Acon.
- Tobias, S. (1989). Writing to learning science and mathematics. In P. Connolly & T. Vilardi(Eds.), *Writing to learn mathematics and science*(pp. 48-55). New York : Teachers College Press.
- Waters, M., & Montgomery, P. (1993). Mathematics: Multiplying the Learning. In M. Slepheus et al.(Eds.), *Communicating Mathematics. Perspectives from classroom practice and current research* (pp. 191-208). Australian Assouatim of Mathematics Teachero.

A study of communication in Teaching and Learning of Mathematics

Lee, Chong Hee · Kim, Sun Hee

The purpose of this study is to review mathematical communication theories. This study has the content of general communication, communicative learning goals in mathematics, modes of communication, methods of teaching communication and values of communication.