大韓數學敎育學會 論文集 第 8 卷 第 2 號
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
Vol. Ⅷ, No.2, 663-677. December 1998

열린수학교육과 모델링

조 완 영* · 권 성 룡**

Ⅰ. 수학교육 패러다임의 전환

과학 기술의 발달로 인해 지식 · 정보가 빠른 속도로 팽창하고, 컴퓨터와 정보기술의 발달로 인간 생활의 패러다임이 변화되고 있으며, 그에 따라 교육 패러다임의 변화가 요구된다. 정보화 사회에서는 지적자본 즉, 기술, 지식, 정보가 경제의 주요 요소이며, 사회구성원 모두가 폭발적으로 증가하는 정보에 접해야 하고 지속적으로 변화에 대응할 수 있어야 한다. 따라서 미래 사회의 주역인 학생들이 지식 · 정보를 검색, 평가하고 다양한 사고를 통해 다양한 해결 방법을 제시하며, 더 나아가 가치 있는 새로운 지식을 창출할 수 있는 능력을 기르도록 해야 한다.

이런 문제는 교사 중심의 전통적인 패러다임으로는 달성하기 어렵다. 전통적인 입장에서는 학습자를 수동적인 존재로, 교사는 지식 전달자로 보며, 상황과 관계없이 지식을 습득하면 실질적으로 활용할 수 있다고 생각한다. 따라서 수업은 일반적으로 (1) 학생들이 성취할 분명한 목표를 설정하고 이 목표를 확실히 이해시키며, (2) 잘 조직된 일련의 과제를 제시하고, (3) 학습 내용에 대한 설명과 예를 교사가 시범 보이며, (4) 학생들이 그 과제를 이해하는지를 보기 위해 자주 질문을 하고, (5) 학생들이 배운 것을 풀어볼 수 있는 기회를 자주 제공하는 순서로 이루어진다(허운나, 김영옥, 1997). 이러한 상황에서는 비판적 문제의식을 갖고 스스로 찾아서 학습하는 능동적인 학습이 아니라 기존의 지식을 답습하는 수동적인 학습이 이루어지기가 쉬우며, 학생들이 폭발적으로 증가하는 정보를 평가해서 다양한 문제 상황을 해결하는 능력을 키우기 어렵다.

기존 교육환경이 지닌 문제점에 대한 대안으로 학습자 중심의 교육환경을 강조하는 구성주의 패러다임이 최근 강조되고 있다. 미국의 NCTM의 규준들을 비롯한 각국의 수학 교육 개혁은 학습자 중심의 구성주의 정신 아래 이루어지고 있다. 한국에서도 전달자 중심에서 학습자 중심으로, 닫힌 교육에서 열린교육으로의 전환을 서두르고 있다. 교육개발원(1996)에 따르면 열린교육은 기본적으로 교과를 중시하면서 방법 면에서 아동 개개인의 능력과 관심을 존중하고, 학습에 대한 내재적 흥미를 북돋우기 위한 문제의식에서 출발한 교육이다. 이러한 열린교육의 개념은 학습자가 스스로 지식을 구성한다는 구성주의 패러다임과 그 맥을 같이하고 있다.

그러나 이러한 열린교육이 현장에 도입되는 과정에서 많은 문제를 야기하고 있다. 열린교육이 도입된 지 10년 이상이 지났지만 학교현장에 정착되지 못하고, 교사들의 오해나 거

* 한국교원대 대학원
** 한국교원대 대학원

부감을 불러일으키고 있다. 실제로 열린교육을 실시하는 학교를 보면 교실의 벽을 허물고 교실바닥에 양탄자를 깔고, 원탁을 가져다 놓고 코너 학습을 활용하고 있다. 그러나 이런 것만을 열린교육으로 생각하는 것은 열린교육의 본질을 잘못 이해하는 것이다. 이것은 열린교육이 어떤 고정된 형태를 가진 것으로 믿는 경우라고 할 수 있다. 실제로 열린교육에 대한 시범수업을 보면, 대부분 일단 일제수업으로 시작해서 교사가 사전에 준비한 학습지를 주로 조별활동을 통하여 해결한 다음, 교사나 보조교사들로부터의 확인 또는 발표하는 순서로 진행된다(고원영, 1997). 하지만 열린교육은 다양성을 추구하는 교육이다. 따라서 패러다임의 전환이라는 차원에서 열린교육을 이해하지 않으면 안 된다(강인애, 1997). 현재까지 우리 교육환경이 교사 중심의 교육환경이었기 때문에, 정보화 사회에서 추구하는 학습자 중심의 교육환경으로의 전환은 그리 간단한 문제가 아니다. 패러다임의 전환이란 부분적인 수정·보완이라는 부분적이고 소극적인 변화가 아니라 천동설에서 지동설로 바뀐 코페루니쿠스적 전환과 같은 혁명적인 변화를 의미한다. 따라서 교육 패러다임의 전환에서도 기존의 교육철학, 교육이론, 교육방향, 교육목표 등 총체적인 변화가 요구된다.

1980년대 이후 학교수학은 새로운 상황에 효과적으로 대처할 수 있는 능력을 키우고, 창조적으로 활동할 수 있는 기회를 마련해 주며 수학의 실제적인 응용가능성을 경험하게 해야 함을 강조하면서 문제해결을 강조해 왔다. 그러나 문제해결 또는 수학의 응용을 목적으로 하는 교과서의 문제들은 지나치게 유형화되고 비현실적이어서 학생들이 수학이 자신들의 생활과는 전혀 무관하고 재미없는 과목이라는 배타적인 수학관을 갖게 되는 원인이 되고 있다. 이러한 현실적인 문제를 해결하고 수학의 유용성을 경험하게 할 수 있는 것이 바로 수학적 모델링이다. 학생들의 일상생활과 관련 있고 학생들이 흥미롭게 여기며, 장차 발생할 수도 있는 문제 상황들을 학생들 스스로 탐구하고 해결하는 활동으로서의 수학적 모델링 상황은 학생들 스스로의 활동과 반성을 통한 지식의 자기 구성이라는 열린수학교육의 풍부한 자원이 될 수 있다.

본 글의 목적은 다음 두 가지이다.

첫째, 열린수학교육을 패러다임의 전환 차원에서 해석하고, 열린수학교육에서의 수학교육의 방향을 제시한다.

둘째, 열린수학교육의 한 방법으로서 수학적 모델링을 분석하고 수학적 모델링의 과정에서 컴퓨터와 같은 공학의 역할에 대해서 살펴본다.

II. 패러다임의 전환과 열린수학교육

1. 패러다임의 전환과 열린수학교육

교육을 어떻게 정의하든 간에 인식론의 문제를 떠나서 논의될 수 없을 것이다. 개인의 지식이 성장해 가는 과정을 어떻게 개념화하느냐에 따라 학습자의 역할 및 교육내용과 방법 등에 대한 입장이 달라진다. 인식론적 가정에 따라 객관주의 패러다임과 구성주의 패러다임으로 구분할 수 있다.

객관주의 패러다임에서의 교육관은 인식주체의 앎의 과정이나 의미 해석과 관계없이 객관적인 진리가 존재한다는 절대주의 입장을 그 토대로 하고 있다. 다시 말해서 지식이란 인식주체로부터 독립적으로 존재하는 것으로, 인식

주체의 사회 문화적 차이나 특수성에 전혀 영향을 받지 않는 객관적인 상태로 나타낼 수 있는 것이라고 본다. 이러한 객관주의적 인식론은 행동주의 심리학의 이론적 원리와 그 시각에 부합되면서 구체적으로 교육현장에서 객관주의적 교수·학습이론과 원리로 형상화되어(강인애, 1997), 우리 학교교육의 지배적인 패러다임 즉, 교사 중심의 전달식의 철학적 배경이 되어 왔다.

반면 학습자가 사회적 상호작용을 통해 능동적으로 지식을 구성해 간다는 구성주의 패러다임의 입장에서는 진리 혹은 실재는 그것을 탐구하는 인간의 활동과 관계가 있으며, 완성된 산물로서의 지식을 축적해 가는 과정이 아니라 인식 주체가 상황을 주체적으로 재해석하는 과정을 학습으로 본다. 구성주의 입장은 각 개인은 자신의 역사적, 사회적, 문화적 상황에 따라 현상에 대한 이해나 의미를 다르게 구성할 수 있음을 인정한다.

미국의 NCTM을 비롯한 세계 각국의 수학교육 개혁운동이 이러한 구성주의 패러다임을 배경으로 전개되고 있다. 우리 나라에서도 세계화·정보화 사회에 대비하여 열린교육을 모토로 하는 교육개혁 운동이 일고 있다. 우리나라의 열린교육은 구성주의 패러다임과 그 맥을 같이 한다. 열린교육이란 미리 결정된 교과 중심의 교육과정을 주로 백묵만을 사용하여 이루어지는 교사의 설명 위주 수업에 대한 문제의식으로 출발하여, 아동의 학습속도와 관심에 있어서의 개인차를 인정하고 구체적인 자료를 동원하여 학습환경을 풍부하게 꾸미려는 교육이다(교육개발원, 1996). 이런 개념 정의와 더불어 학습자들의 선택권과 자율성 보장, 학습자의 학습활동을 도와주는 교사의 새로운 역할에 대한 강조, 지역사회와의 밀접한 관계 강조 등 1995년 교육개혁안의 열린교육 실천안은 구성주의가 주장하는 학습환경 그 자체를 의미한다(강인애, 1997). 즉, 열린교육도 객관주의 패러다임에서 구성주의 패러다임으로의 전환이라는 차원에서 이해해야 한다,

대부분의 수학교육 개혁운동들은 기존의 수학교육 현상을 비판적으로 분석하여 지금의 교육과정은 시대에 뒤떨어지고 수학과 수학의 학습 방법에 관한 새로운 아이디어들을 반영하지 못하고 있다는 등의 이유로 개선의 필요성을 주장하면서 시작된다. 다음에는 "새로운 교육과정의 구성"(예, 새수학)에서 "새로운 주제의 도입"(그래프와 논리의 도입)이나 "새로운 방법의 주장" (예, 문제해결, 컴퓨터 이용)에 이르는 대안들이 제시된다. 그러나 대부분 해결책이 무엇이든지 간에 만병통치약으로 시작해서 좌절로 끝나는 것이 보통이다. 이상적으로 바람직하다는 생각으로 교육개혁을 시작하지만 교실에서 성공적으로 실행되는 경우는 드물다(Noss & Hoyles, 1996). Noss & Hoyles (1996)는 그 이유를 교육개혁이 문화적인 요소들을 고려하지 않은 때문이라고 설명하고 있다. 교육개혁의 실행과정에서 목적을 이해하지 못하거나 공감하지 못하는 개혁의 주체들이 개혁 주창자들의 주도하에 이루어지는 교육개혁을 거부하고 변형시켜 처음의 의도나 목적을 달성하기 어렵게 만든다. 그러나 학교나 교사들은 교육개혁의 장애물이 아니며 오히려 교육개혁을 주도하고 실천해 나갈 당사자들이다. 따라서 이들 교육주체들을 비롯한 사회구성원 전체가 개혁의 의도나 목적을 이해할 필요가 있다. 문화의 변화 즉, 전체 패러다임의 인식이 필요한 것이다.

최근 우리 나라 교육계의 큰 변화로 대두되고 있는 열린교육의 문제도 이러한 패러다임의 전환이라는 차원에서 이해하지 않으면 성공하기 어려울 것이다. 실제로 현장 교사들은 열

린교육의 의미를 잘못 이해하거나 거부하는 경우가 많다.

> 우리는 열린교육이 우리나라의 학교에 확산되어 가는 과정에서 약간의 성격적 모호성 혹은 애매성을 지니게 된 점을 인정하지 않으면 안 된다. 열린교육의 방법론적인 독특성 때문에 나타난 현상이기는 하지만 어떤 교사들은 자신들이 실천하고 있는 방법의 교육만이 열린교육이라고 여기는 다소 폐쇄적 혹은 독단적 태도를 보이는가 하면 어떤 교사들은 종래의 전통적 방법만을 벗어나면 어느 것이나 열린교육이라고 주장하는 지나치게 개방적인 태도를 보이기도 한다. 어떤 독선적 태도를 지닌 교사가 취하는 방법에 '열린교육'이라는 이름을 붙이기도 어렵거니와 아무런 교육적 판단의 기준도 없이 이것저것 할 것 없이 모든 새로운 시도를 열린교육의 범주에 속한다고 하기도 어렵다(한국교육개발원, 1997).

'열린교육은 창문을 열고 하는 교육이야'라고 비아냥거리는 의견은 열린교육 개념 자체의 모호성에도 그 원인이 있겠지만 열린교육을 방법적인 측면에서만 생각했기 때문이기도 하다. 열린교육은 방법뿐만이 아니라 교육내용, 평가방법 등 총체적인 변화가 필요하다. 열린교육에 대한 많은 생각들은 패러다임의 전환이라는 차원에서 이해하지 않으면 안 된다.

열린교육의 핵심은 학습자 존중 즉, 지금까지의 획일화된 교육에서 학습자 개개인의 개성을 존중하는 데 있다. 다시 말하면 교사 중심의 전달식 교육에서 학습자 중심의 교육체제로의 전환이다. 이것은 구성주의의 입장과도 일치하며 따라서 열린교육을 구성주의 패러다임에서 해석할 수 있다. 다음절에서는 구성주의 패러다임으로의 전환이라는 차원에서 열린수학교육이 지향해야 할 방향을 제시한다.

2. 열린수학교육의 방향

앞 절에서 열린수학교육을 패러다임의 전환이라는 차원에서 이해해야 한다는 점을 주장해 왔다. 패러다임의 전환은 교육철학, 교육이론, 교육방향, 교육목표 등 총체적인 변화를 의미한다. 교육 내용이나 교육 방법도 예외일 수는 없다. 최근 각국의 수학교육 개혁운동에서 21세기를 살아가야 할 학생들은 일상생활에서든 직업생활에서든 수학적 지식을 자신 있게 사용할 수 있어야 한다는 점을 강조하면서 실생활에서의 수학이 강조되고 있다(NCTM, 1989). 또 교수학습 방법의 핵심으로 학습자 중심의 상호작용을 통한 협동학습이 강조되고 있다. 구성주의 패러다임의 입장에서 열린수학교육의 교수학습원리를 다음과 같이 정리할 수 있다.

첫째, 학습자가 주체가 되어야 한다. 구성주의에 따르면 지식은 학습자에 의해 능동적으로 구성되며, 학습은 완성된 산물로서의 지식의 습득이 아니라 정보의 해석을 통한 반영적 추상화에 의해 지식을 구성해 가는 과정이다. 따라서 학습자의 관심, 의도가 고려되고, 학생들의 개성이 존중되며, 학습자의 자기 주도적 학습이 강조되어야 한다.

둘째, 집단활동이 강조되어야 한다. 전통적인 입장에서는 수학 학습을 사회나 문화와 고립된 개인의 학습으로서의 개별학습으로 본다. 그 결과로 학생들은 수학을 어렵고 두려운 것으로 여기게 되며 수학 불안의 한 가지 원인이 되기도 한다. 여러 사람이 모여 복잡하고, 불확실한 문제 상황을 해결하는 활동을 하게 되면, 인지적 부담이 줄뿐만 아니라 서로의 아이디어를 공유하고 갈등을 해결하는 과정에서 수학적 발달이 이루어진다. 비고츠키나 피아제 모두 사회적 상호작용이 지적 발달에 중요한 역할을 하는 것으로 보고 있다. 최근 일반 기업체에서 이루어지고 있는 팀 단위의 프로젝트 해결과

정, 팀 티칭도 이러한 관점에서 해석될 수 있다. 열린수학교실에서도 이러한 집단활동이 더욱 강조되어야 한다. 더욱이 21세기의 학교는 학생들의 학습은 물론 학습 사회의 구성원인 산업인력의 재교육, 더 나아가서 평생교육까지 책임을 져야 하는 장이 되어야 한다. 학습사회란 어느 특정인의 두뇌만을 활용하는 것이 아니라 모든 구성원의 지능과 개성을 최대한도로 높이고자 하는 사회이다. 따라서 개인의 능력뿐만 아니라 팀 전체의 문제해결 능력 또한 매우 중요하다(허운나 · 김영옥, 1998).

셋째, 상황적인 과제들이 보다 강조되어야 한다. 학교수학은 탈맥락화된 과제 중심으로 구성되어 있어 학생들이 수학의 유용성이나 가치를 인식하기 어렵게 한다. 따라서 학생들은 수학을 자신들의 미래의 직업이나 일상생활에 꼭 필요하다고 생각하기보다는 시험의 필수과목이라 어쩔 수 없이 학습해야 한다고 생각하는 경우가 많다. 비교적 수학과 밀접한 관계에 있는 사람들도 자신의 전문적 또는 일상 생활에 수학적 차원이 존재한다는 것을 깨닫지 못하는 경우도 많다(Noss & Hoyles, 1996). 그러나 수학은 상황과 밀접한 관련이 있으며, Resnick(1991)에 따르면 “모든 인지적 행위는 특수한 환경에 대한 반영으로 간주되어야 한다. 환경과 상황에 대한 참여자의 구성을 이해해야만 인지적 활동에 대한 타당한 해석이 가능하다.” NCTM(1989)은 “모든 사람들을 위한 수학”과 “수학적 연결성”을 강조하고 있다. 수학적 연결은 일상생활과의 연결, 타교과와의 연결, 수학 사이의 연결 등을 의미하며, 특히 실제 상황과 수학적 모델 사이의 연결이 중요하다. 그러나 여기에는 아직 많은 논란이 따르며 대표적인 것이 일상생활과 중 · 고등학교의 학교 수학을 연결시키기가 어려운 경우가 많이 있다는 점이다. 분명한 점은 학생들의 비형식적 수학이 형식적인 학교 수학의 출발점이 될 수 있다는 점이다. 따라서 단순히 추상화를 통해서 형식적으로 수학을 가르치기보다는 실제 상황과 수학을 연결시키려는 노력이 필요하다.

넷째, 지식의 전달자로서의 교사가 아니라 학생들의 학습활동을 안내해 주는 안내자로서의 교사의 역할이 강조되어야 한다. 많은 사람들이 구성주의 학습이나 열린교육에서는 교사들이 할 일이 별로 없는 것으로 인식하기 쉽다. 그러나 구성주의 패러다임에서의 교사의 역할은 학습할 내용을 구조화해서 전달하는 데 치중하는 전통적인 입장에서의 교사의 역할 보다 더욱 중요하다. 구성주의 입장에서는 학습환경을 설계하고 구성하는 주도적인 역할을 하는 사람이 다름 아닌 교사이며, 학생들의 발달수준, 추론 방법 등을 관찰하고 학생과의 또는 학생간의 상호작용을 적극적으로 유도하는 역할도 교사가 할 일이다. 따라서 열린교육에서의 교사의 역할은 더욱 중요해진다.

다섯째, 첨단 교육공학을 활용해야 한다. 정보공학의 수학 교육적 활용문제에 대한 원칙적인 합의는 이미 오래 전에 이루어졌다고 할 수 있다. 그러나 그 구체적인 방법론적인 문제는 아직 미흡한 상태다. 또, 웹에 기초한 수업방법에 관한 논문이 많이 발표되고 있을 만큼 연구에서는 앞서가고 있지만 수학교육 현장에서는 이를 따라 가지 못하고 있다. 현행 교육과정과의 관계, 소프트웨어의 부족, 교사교육의 문제, 교사들의 컴퓨터 활용의 효율성에 대한 의심과 컴퓨터에 대한 거부감 등 여러 가지 요인으로 인해 교육 현장의 변화는 아주 느린 편이다. 그러나 정보화 사회에서 컴퓨터를 이용한 수학교육은 거스를 수 없는 흐름이며, 이에 대한 대비가 시급하다

열린수학교육에서의 교수학습 원리를 다섯가지로 요약하였다. 원론적인 수준이긴 하지만

패러다임의 전환이라는 차원에서 구체적인 연구와 수학교육계의 합의가 필요하다. 다음절에서는 이러한 교수학습 원리를 기본 가정으로 하는 모델링을 이용한 열린수학교육 방법을 제안한다.

Ⅲ. 수학적 모델링

시대에 따라 조금씩 다르기는 하겠지만 수학교육의 목표는 크게 두 가지 즉, 문화의 전달이라는 측면과 수학의 실용성이라는 측면에서 논의될 수 있다. 이것은 이론수학과 실제수학의 구분을 의미하는 것으로 어느 쪽을 강조하는가에 따라 수학교육이 상당히 다를 수 있다. 1960년대의 수학교육 현대화 운동이 그 이전의 수학의 실용성의 강조에 대한 반동으로 이론수학을 강조한 것이라면, 1980년대의 문제해결 운동은 이론수학보다는 수학의 실용성에 초점을 두고 있다. 그러나 이론수학과 실제수학 사이의 상호작용을 통하여 수학의 발달이 이루어졌으며, 수학교육에서도 이 두 가지를 분리해서 생각할 수 없다. 최근 NCTM(1989)의 규준집에서도 수학교육의 중요한 목표로 수학적 연결을 들고 있으며, 이론수학과 실제 수학의 연결도 수학적 연결의 일부로 자리 매김하고 있다.

실제수학과 이론수학을 연결하는 여러 과정중의 하나가 수학적 모델링이며, 따라서 수학적 모델링은 수학교육의 중요한 대상이 된다. 수학적 모델링 과정에는 학습자들이 활동할 수 있는 자원이 풍부하게 내포되어 있다. 따라서 학생들에게 의미 있는 상황을 설정한다면 학생들의 적극적인 관심과 참여를 이끌어낼 수 있다. Ⅲ장에서는 열린수학교육의 한가지 좋은 모델로서 수학적 모델링에 관하여 논의한다.

1. 수학적 모델링이란 무엇인가?

우리가 흔히 수학이라고 부르는 순수수학 그 자체는 실생활에 그에 대응하는 실제 대상을 지니고 있지 않다(Deakin, 1990). 일반적으로 순수수학의 대상은 주로 추상적인 실체나 관계이며 논리적인 일관성만 지니고 있으면 된다. 예를 들면 위상에서의 클라인병, 사영평면은 그 자체로서 수학의 연구 대상이 된다. '2+8=10'이라는 관계는 우리가 세고자 하는 어떠한 대상과도 독립적으로 존재하는 자연수들간의 관계이다. 수학에 대한 이런 견해는 독일의 수학자인 Karl Weierstrass(1815-1897)에 의해서 처음으로 언급된 것으로 비교적 최근의 일이라고 할 수 있다(Deakin, 1990).

그러나 길이를 재거나, 회계장부를 기록·정리하고, 땅의 넓이를 측량하거나, 일년 중의 날짜를 기록하고, 태양의 고도를 재고, 소의 마리 수를 세는 등의 실생활의 필요에 바탕을 둔 수학도 있다. 이런 실생활에서의 필요는 아직도 수학의 발전에 큰 원동력이 되고 있다(Deakin, 1990). 이런 실생활에서의 필요에 따라 수학은 실생활의 여러 가지 문제 상황을 해결하는데 이용되어 왔다.

이런 이중적인 수학의 역할이 바로 수학적 모델이라는 개념에 내재되어 있다(Deakin, 1990). 어떤 것을 이해한다는 것은 자신이 알지 못하는 것을 자신이 알고 있는 것을 관련시키는 활동이다. 이런 활동을 통해서 이해는 이루어진다고 할 수 있다. 예를 들면, 우리나라에 처음 열차가 부설되었을 때 사람들은 열차를 철로 된 말이라고 했다. 우리 역시 새로운 것을 예전의 것과 관련시킴으로써 우리의 이해영역을 확장시키곤 한다. 우리가 알지 못하는 것을 U(unknown)라고 하고 우리가 알고 있는 것을 K(known)라고 하자. 그러면 U에 대한 이해

는 다음과 같이 생각하는 것으로부터 시작된다고 할 수 있다.

"U는 K와 비슷하다."

그러나 구체적인 수학적 모델링의 경우 K는 우리가 알고 있는 수학적인 체계의 일부분이 된다. 더 구체적으로 말하면 추상적 체계로 알려진 수학적인 이론(정리, 알고리즘 등)이라고 할 수 있다. 이런 수학적인 이론 체계의 일부분과 실생활의 문제 상황을 비교함으로서 우리는 실생활 상황의 전형적인 예라고 할 수 있는 P(prototype)에 접근하게 된다. 이런 수학적인 이론 체계의 일부분을 P의 수학적인 모델이라고 하고 M(model)으로 나타낸다. 따라서 P에 대한 수학적인 이해나 분석은 다음과 같은 문장으로 시작된다.

"P는 M과 비슷하다."

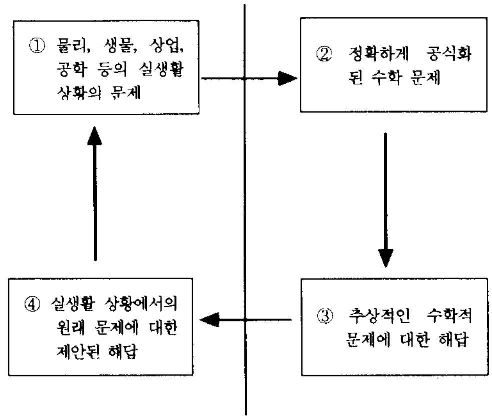
다음의 예를 생각해 보자: 할아버지의 나이는 손자 나이의 12배이고 이 둘의 나이의 합은 78이다. 두 사람의 나이를 구하여라.

문장으로 기술되어 있는 위 문제를 해결하기 위해서 우리는 먼저 수학적 모델 M과 위 문제를 관련 시켜야만 한다.

손자의 나이를 A라고 하자. 그러면 할아버지의 나이는 손자 나이의 12배이므로 12A가 된다. 따라서

$$12A + A = 78 \qquad (1)$$

위 식은 할아버지와 손자의 나이를 간략하게 나타내고 있다. 좌변은 사람에 관련된 것이고 우변은 실제 수에 관한 것이다. (1)번 식과 같은 추상적인 진술은 물건 값, 밀가루와 설탕의 무게, 닭과 돼지의 마리 수 등과 같이 다른 상황에서도 똑같이 잘 적용된다. 이 경우에는 할아버지와 손자의 나이문제를 (1)번 식과 관련시켰다.



<그림 1>

이런 문제들은 친숙하기는 하지만 학생들에게 쉽고 간단한 문제는 아니다. 학생들이 특히 어려워하는 것은 문제를 수학적인 용어나 기호로 바꾸는 것이다. (1)번 식을 해결할 수 있었던 많은 학생들조차도 방정식을 세우는데 어려움을 느꼈다(Deakin, 1990). 그렇지만 이 과정이 수학적 모델링에서 가장 중요한 과정이다. 실생활 상황을 수학적인 용어로 이해하려고 한다면 언제나 실생활과 수학, 즉 P와 M사이의 대응이나 사상의 관계를 설정해야만 한다. 이것이 수학적 모델링에서 가장 중요한 측면이며, 그와 동시에 수학을 실생활에 활용하는 과정에 있어서 가장 중요한 측면이기도 하다. 그러나 이것이 전부가 아니다. 수학적 모델링을 좀 더 완전하게 나타내면 위의 <그림 1>과 같다(Deakin, 1990).

위의 그림은 수학적 모델링을 가장 단순하게 나타낸 그림이다. 그림의 왼쪽 위칸부터 살펴보면 ①번 칸은 우리가 직면한 해답이 요구

되는 실생활 상황의 문제를 나타낸다. 수학적 모델링의 첫 번째 단계는 이 실생활 문제를 위의 예에서 보았던 방정식과 같이 수학적인 문제로 바꾸는 것이다. 이 단계가 바로 오른쪽 위칸인 ②번이다. 이 과정을 완성하기 위해 앞에서 만들었던 수학 문제에 대한 해답을 찾아보자. 위의 예에서 제시된 (1)번 식은 쉽게 해결할 수 있다.

$$A = 6 \qquad (2)$$

이 예에서 (2)번 식은 오른쪽 아래 칸 즉 ③번에 해당된다. 이 단계는 아직도 추상화된 수학적인 영역에 있는 것이다. 따라서 원래 문제에 대한 해답을 완성하기 위해서는 이 수학적 해답을 일상적인 언어로 다시 바꾸는 과정이 필요하다. 즉 (2)번 식이 의미하는 것을 원래 문제에 맞게 다시 해석하는 과정이 필요하다. 이 경우에는 다음과 같은 해석이 가능하다:

"손자의 나이는 6살이고 할아버지의 나이는 72살이다."

이 과정을 통해서 그림에서 실세계에 대응되는 왼쪽 아래 칸으로 되돌아오게 된다. 이제 구한 해답이 합리적인 지를 점검하는 것으로 이 과정은 끝이 난다. 위의 경우에는 문제가 단순하기 때문에 점검하는 과정 역시 몇 번의 암산으로 할 수 있다.

$$72 = 6 \times 12, \qquad 72 + 6 = 78$$

위의 네 단계에는 다음과 같은 활동이 내재되어 있다(Open University, 1990):

* Pose - 문제 제기하기
* Model - 문제를 해결하기 위한 적당한 모델 만들기
* Analyse - 모델 분석하기
* Interpret - 모델 분석 결과 해석하기

일반적으로 이런 수학적 모델링 과정에는 사상적 특성(mapping property), 단축적 특성(shortening property), 실용적 특성(pragmatic property)(Blum, 1989)이 포함되어 있는데, 첫 번째 가장 기본적인 단계는 P에서 M으로의 사상(mapping)과정이라고 할 수 있다. 이 과정에는 근사치와 부정확성이 게재되어 있다. 문제가 단순할 때에는 정확한 대응이나 동형 사상이 이루어질 수 있으므로, P와 M을 관련시킬 때에는 간단한 것을 선택하는 것이 가장 일반적인 방법이다. 이런 대응을 위해서 P의 요소들 가운데 중요하다고 생각하지 않은 측면들을 배제(shortening)하게 된다. 무엇을 배제하고 어떤 것을 유지시킬 것인가 하는 것은 원래 문제의 성질과 문제해결계획에 따라서 달라질 수 있으며, 이것에 따라서 모델 역시 달라진다. 그리고 각 모델들은 어떤 것이 맞고 틀린 것보다는 목적에 따라 각기 유용(pragmatic)하게 이용될 수 있다.

Carr(1990)는 위의 수학적 모델링의 과정을 좀 더 상세화하여 다음과 같이 나타냈다:

* 실제적인 문제 구체화하기
* 수학적 모델 만들기
* 수학적 문제 해결하기
* 해답 해석하기
* 실제와 비교하기
* 결과 전달하기

위의 절차를 보면 수학적 문제해결이 수학적 모델링 과정의 일부분이라는 것을 알 수 있다.

모델링은 문제의 성격이나 문제해결자의

경험과 능력에 따라 서로 다른 형태를 가질 수 있다. 이런 문제해결자의 경험과 능력을 문제 해결자의 직관적 토대(intuitive base)라고 한다 (Open University, 1990). 어떤 종류의 문제를 해결하든 간에 문제해결자는 자신의 직관적인 기초로부터 문제해결활동을 시작하게 된다. 이런 직관적인 토대는 문제를 해결하는 방법을 제시해줄 뿐만 아니라 얻은 답이 합리적인 지를 판단하는 기초가 된다. 대부분의 아동들은 직관적인 수준에서 세상을 이해한다. 따라서 학교 교육의 기능은 이런 아동들의 이해를 형식화하고 더 명확하게 해서 지식과 사고에 대해서 반성할 수 있도록 하는 것이다.

한편 문제해결자의 직관적인 토대에 따라서 문제를 해결하기 위한 모델링 방법이 달라질 수 있다. 이런 모델링 방법에는 다음의 세 가지가 포함된다(Open University, 1990). 이 세 가지의 방법은 전문적인 수학적 복잡성의 정도에 따라, 대상 모델링, 경험적 모델링, 이론적 모델링을 들 수 있다. 그러나 이 세 가지 방법은 모델링 과정에 관련된 전략의 복잡성의 정도라는 측면에서 볼 때에는 모두가 상당한 정도의 수학적 사고가 요구된다(Open University, 1990).

1) 대상 모델링

주어진 문제를 해결하기 위해서 또 다른 물리적인 대상을 활용해서 모델링 하는 것을 말한다. 이런 대상 모델링은 원래 문제에서 언급된 것과는 다른 대상을 가지고 활동하는 것과 관련되어 있다. 일반적으로 대상 모델링 방법은 정확한 것이 아닐 수도 있으며, 주어진 문제상황에서는 좋은 모델링이 될 수 있지만 다른 상황에서는 그렇지 못할 수도 있다. 이런 상황에 따른 변화는 모델링에 이용한 대상의 특성으로부터 기인된 것이다. 또, 대상 모델링은 왜 답이 그렇게 되는지를 설명해 주지 못한다.

2) 경험적 모델링

경험적 모델링은 체계적인 시도를 실제로 해 봄으로써 관계에 대한 정보를 얻어내려는 모델링 방법으로, 문제에서 나타난 관계에 좀 더 직접적으로 초점을 맞추는 것이다. 대상 모델링과는 달리 주어진 상황을 일반화할 수 있다. 그러나 일상생활에서 경험적 모델링을 위한 실험을 할 수 있는 입장에 있는 사람은 거의 없다. 즉, 실험장치가 없을 뿐만 아니라 실험을 할 수 있는 기능 역시 부족하기 때문이다. 그렇지만 머릿속으로는 얼마든지 많은 실험을 행할 수 있다. 따라서 어떻게 실험을 할 것이며 문제에서 관련된 수치들에 대해서 생각해 봄으로써 찾고자 하는 관계에 대해서 더 자세히 알 수 있다.

3) 이론적 모델링

주어진 상황이나 문제를 해결하기 위해 수학적인 이론이나 공식을 활용하는 방법을 이론적 모델링이라고 한다. 이런 이론적 모델링은 더 일반적인 문제들을 해결하고 그 관계가 왜 그런지를 설명해 줄 수 있다. 그러나 이론적인 모델링은 실제에 대한 근사이므로 계산에서 오류가 없다고 할지라도 어떤 가정을 바탕으로 하느냐에 따라서 부정확한 결과를 초래할 수도 있다. 또 이론적 모델링에는 대수적인 계산이 포함되기 때문에 학생들에게 어렵다. 대부분의 수학강좌에서 문제해결을 위해 이론적인 모델링을 심도 있게 가르치고 있다. 그러나 학생들이 이론적인 모델링을 잘 하지 못한다는 것을 보여주는 증거들이 많이 있다(Open University, 1990). 게다가 이런 수학강좌에서는 단순히 추상적인 모델링 기능을 활용하는 것을 연습시키

기 위해 문제를 제시하는 경우가 많다.

문제해결자는 문제의 특성과 문제에서 요구하는 것, 그리고 자신의 수학적인 수준에 적당한 수학적인 모델링 방법을 선택하게 된다. 대상 모델링은 특정한 문제를 해결하거나 구체적인 질문에 답하는데 유용한 반면에, 경험적 모델링은 문제에서 주어진 일반적인 관계를 설명해준다. 한편 이론적인 모델링의 장점은 좀 더 일반적인 문제를 해결할 수 있다는 것과 문제에 포함된 관계들이 왜 그런지에 대해서 설명해준다는 것이다.

경험적 모델링은 대상 모델링과 마찬가지로 실세계에 대한 활동이 포함되어 있기는 하지만 좀 더 체계적이고 일반적이다. 대부분의 학생들에게 있어서 이론적인 모델링방법은 너무 추상적이고 실제적이지도 못하며 비현실적이다. 또 어려운 대수적인 계산이 포함되어 있다. 따라서 많은 경우에 있어서 이론적인 모델링보다 경험적 모델링과 대상 모델링을 통해서 더 정확하고 유용한 결과를 얻을 수 있기 때문에 대부분의 문제해결자들은 이런 더 직접적이고 직관적인 두 가지의 방법을 선호한다.

2. 열린 수학 수업에서의 수학적 모델링

그렇다면 이런 수학적 모델링을 통해서 우리는 학생들이 무엇을 학습하기를 원하는 것인가? Mason(1990)은 다음과 같이 주장하고 있다.

* 수학적인 기능들을 적용하여 실제적인 문제에 대한 유용한 해답을 얻기 위함.
* 설명하고 예상하는 등 수학이 활용되는 것을 보기 위함.
* 수학에 관심을 가지고 참여하기 위해서 그리고 이후에 수학을 더 탐구하도록 하기 위함.
* 문제를 해결하는데 수학을 더 잘 활용하도록 하기 위함.

위에 제시된 것들이 주로 수학적 모델링에 관련된 책에 나열된 이유들이다. 그렇지만 이런 이유들은 매우 피상적이다. 학생들이 '왜 이런 것들을 해야만 하나요?'라고 물을 때, '그건 철강산업에 매우 중요하단다'라는 대답으로는 학생들을 만족시키지 못한다. 학생들은 수학수업 시간에 행해지는 수학적 내용과 교사가 얘기한 것과의 관련성을 상실했기 때문에 더 이상은 수학을 하려고 하지 않는다. 수학을 학생들과 관련시키려는 대부분의 시도는 실패할 수 밖에 없다. 왜냐하면 관련성은 수학의 특성이 아니기 때문이다. 또, 수학을 특정한 물리적인 상황에 적용하는 것 역시 수학의 특성이라고 보기는 어렵기 때문이다(Mason, 1990). 관련성은 특정한 수학적인 주제의 특성과 그것을 파악하는 사람의 특성사이의 대응이라고 할 수 있으며 따라서 상대적인 개념이므로 내용적 측면과 학습자 측면 사이의 관계라고 할 수 있다.

일상생활과 수학을 관련짓기만 하면 학생들이 수학 학습에 참여할 것이라는 믿음은 잘못되었다(Mason, 1990). 학생들이 수학 학습에 참여하기 위해서는 학생들 내부로부터 참여하려는 의지와 동기가 있어야만 한다. 이런 의지와 동기는 아동들이 호기심과 의문을 가질 때 가장 확실하게 나타나므로 우리가 학생들을 위해서 할 수 있는 일은 의문과 호기심을 가지도록 하는 것이다.

실생활적인 활동에는 아동들이 잘 참여할 것이라는 생각은 잘못되었다. 아동들 자신이 의문과 호기심을 가지고 있을 때만 활동에 참여하게 될 것이다. 왜냐하면 자기 자신의 의문

과 호기심이 있으므로 의도적인 회피를 하지 않는 한 이런 의문과 호기심을 해소하는 활동에 참여하게 될 것이기 때문이다. 일상생활과 관련성이 있다고 해서 특정한 자료와 함께 제시되면 모든 혹은 대부분의 학생들이 참여할 것이라고는 생각할 수는 없다. 관련성은 학생과 내용간의 관계를 나타내는 것이므로 내용 그 자체가 관련성을 보증하지는 못한다. 따라서 학생이 특정한 주제나 질문에 참여하기 위해서는 이런 주제나 질문이 자신과 관련되어 있다고 느껴야만 한다. 반대로 어떤 것이 관련되어 있다고 한다면 참여의 길이 열려있는 것이다(Mason, 1990). 교사의 노력만으로 학생을 참여시킬 수는 없으며 단지 참여하고자 하는 학생들의 참여를 촉진시킬 수 있는 상황을 조성하는 것뿐이다. 어떤 방법을 쓰든 간에 내용에만 관심을 가질 것이 아니라 학습자와 내용의 관계에 관심을 가지게 되면 좀 더 성공적으로 학생의 참여를 높일 수 있을 것으로 생각된다.

'학생들을 수업활동에 참여하게 이끌 수 있다'는 믿음은 학생들을 수동적인 도구로 보는 것이다. 과거에는 아동들을 단순히 전수된 지식을 담는 그릇으로 생각했었다. 이런 시각은 교사들에게는 편리한 학습모델이었다. 왜냐하면 학생들이 무엇인가를 학습하지 못했을 때, 교사는 설명을 명확하게 잘 했는데 학생이 잘 못해서 학습하지 못한 것으로 생각할 수 있었기 때문이다. 그러나 이런 시각은 학습자의 출발점을 고려하지 않은 것이며 동시에 학생들은 현재 가지고 있는 지식과 직관에 비추어서 획득한 정보를 처리한다는 것을 고려하지 않은 것이다. 학생들을 수동적으로 보는 이런 믿음은 학생들에게 정당한 것이 아닐 뿐 아니라 교사들의 시간과 정력을 낭비하는 것이 될 수도 있다. 왜냐하면 모든 학생들은 능동적이기 때문이다. 그들은 의미를 만드는데 기여하지 못하는 부분들은 무시하면서 계속적으로 의미를 구성해 나가는 주체들이기 때문이다.

우리는 아동들이 탐구하기를 원한다. 왜냐하면 탐구는 모델링과 관련이 되어 있기 때문이다(Mason, 1990). 일반적으로 의문은 다른 사람에 의해서 제기될 수 있다. 그러나 다른 사람이 제기한 의문을 음미하고 받아들이기 위해서는 학생들 스스로 문제를 인식할 수 있는 능력을 개발하도록 도와주어야 한다. 질문을 인식하는 것은 일반적인 현상의 특정한 예에 초점을 맞추는 것이다. 일반성을 알아차리는 것은 매우 중요하다. 그렇게 해야만 일반적인 질문들을 할 수 있기 때문이다. 전부는 아니더라도 많은 수학적인 질문이 반복되는 현상을 설명하거나 예상하는 것과 관련이 있기 때문에 이런 질문들은 근본적으로 일반적인 성질의 질문들이라고 할 수 있다. 학생들이 특정한 상황에 대한 사전 경험이 없거나 학생들이 일반성을 배제할 만큼 특정한 예에 몰입되어 있다면 일반성을 파악하기 어렵다. 따라서 특정한 것으로부터 일반적인 것을 파악할 수 있도록 아동들에게 기회를 제공해 주어야 한다. 특히 학생들에게 특정한 모델을 제시해주는 모델링 과정에서는 더욱 그렇다. 모델을 제시하는 사람에게 있어서 모델은 모델링이라고 불리는 일반적인 과정의 특정한 예에 지나지 않지만, 학생들에게 있어서 이 모델은 이해하고 학습해야할 내용이 된다.

실생활과 관련성만 가지면 아동들이 능동적으로 활동에 참여할 것이라는 생각은 잘못된 것이다. 이런 관련성이 자신의 관심사가 아닌 한 아동들의 참여를 보장하기는 힘들다. 따라서 교사로서 우리는 아동들이 자신의 문제라고 인식할 수 있도록 해야한다. 그렇게 될 때만이 진정으로 강한 구성이 이루어질 수 있으며

(Confrey, 1993), 학습에서의 자율성을 보장할 수 있는 길이다.

지금까지의 모델링은 주로 이론적인 모델링에 초점을 맞추어 왔다. 그 이유는 이론적인 모델링이 좀 더 일반적인 문제들을 해결할 수 있다고 생각하기 때문이었다. 그러나 위에서 언급했듯이 각각의 모델링 전략은 나름대로의 장·단점이 있으므로 학습자가 문제의 성격과 문제에서 요구하는 것을 판단하여 자신의 직관적인 토대에 적합한 모델링을 할 수 있는 기회를 제공해 주어야 한다.

모델링 활동 자체가 아동들의 참여를 보장하지는 못한다. 따라서 모델링 과정에서 가장 중요한 것은 학습자가 모델링 과정에서 스스로 문제를 인식할 수 있는 기회를 제공해주는 것이다. 이것이 곧 학습자의 강한 구성을 촉진하는 길이며 동시에 학습에서의 학습자의 자율성을 기를 수 있는 기회가 된다.

3. 열린 수학 교육과 모델링: 공학의 역할

아동들은 수학을 어려워한다. 이런 어려움을 초래하는 요인에는 여러 가지가 있지만 기본적으로 수학이 추상적인 학문이기 때문이다. 수학의 추상성은 한편으로는 추상적인 수학적 대상을 포함하고 있기 때문이며, 다른 한편으로는 학문으로서 수학의 완전성을 보이기 위해 더 추상화되고 형식화된 체계를 갖추려고 시도함으로써 심화되었다고 할 수 있다.

이런 추상화되고 형식화된 수학적 체계에 의미를 부여하여 학습자의 이해를 돕고자 하는 시도는 여러 형태로 이루어졌는데, 이런 것들 가운데 하나가 바로 수학과 일상생활과의 관련성을 통해서 일상생활 문제를 수학적으로 모델링 하려는 시도였다. 형식화되고 추상화되고 일반화된 수학은 어떤 측면에서 보면 더 많은 상황에 적용될 수 있는 가능성을 가지고 있다. 그러나 학습자에게 있어서 수학의 추상성, 형식성, 일반성 그 자체가 다양한 상황에의 수학의 적용을 보장하지는 못한다.

현실의 세계와 분리되어서 수학자들과 같은 제한된 사람들에 의해서만 접근이 가능했던 하나의 고립된 섬과 같은 수학의 세계로 또는 그 반대로의 연결통로를 찾아주려는 시도가 바로 모델링이라고 할 수 있는데, 이런 연결통로를 만들어 줄 수 있는 최상의 매체는 바로 컴퓨터를 포함하는 공학이라고 할 수 있다.

컴퓨터를 포함한 공학을 이런 시도에서 최적의 매체로 생각할 수 있는 것은 다음과 같은 글에서 찾아볼 수 있다.

> 컴퓨터가 가지는 다양한 기능은 추상적인 수학내용을 시각화하여 지도할 수 있을 뿐만 아니라, 그 시각화가 학생들의 직접적인 경험이나 통제를 통해 이루어질 수 있다는 점에서 수학학습의 어려움을 완화시켜 준다. 특히, 형식적인 증명이나 개념학습의 전 단계에서 그래픽이나 애니메이션, 시뮬레이션을 통한 직관적 탐구적 활동은 수학의 역동적이고 발생적인 측면을 부각시킬 수 있다. 또, 산술적인 계산뿐만 아니라 대수적 문자식의 변환도 신속히 처리할 수 있게 됨으로써 수학교육을 종래의 계산기능 위주에서 사고력 중심으로 옮겨갈 수 있게 되었다. 또한, 컴퓨터 프로그래밍 활동은 오류수정의 기회를 통해 사고력 향상을 위한 기회로 활용할 수 있다. 오류는 예상하지 못한 곳에서 일어나기 때문에 학생들의 흥미를 끌 수 있으며, 그 오류를 제거하기 위해 반드시 무엇을 할 수밖에 없기 때문에 자신의 행동에 대한 새로운 통찰로 이끌 수 있다. 수학은 매우 추상적인 학문이기 때문에 학생들에게 이해시키기 어려운 특성이 있다. 컴퓨터의 시각적, 조작적 기능은 학생들로 하여금 추상과 구체의 만남을 통해 수학을 보다 쉽게 접근할 수 있게 해준다(신동선, 류희찬, pp. 1-2).

컴퓨터가 가진 다양한 기능들은 지금까지의 추상적인 수학을 좀 더 구체화시키는 기회를 제공함으로써 강력한 문제해결도구로서의 역할을 할 수 있다. 일반적인 모델링의 과정에 문제해결과정이 포함되는 것을 감안할 때 컴퓨터는 지금까지의 다른 매체가 제공해 주지 못했던 다양한 그래픽, 애니메이션, 시뮬레이션 기능을 통해서 수학적 모델링 과정에서 중요한 역할을 할 수 있는 매체이며, 지금까지 수학화 할 수 없었던 다양한 상황을 수학화할 수 있는 가능성을 제시함으로써 수학의 활용성의 범위를 확대시키며 동시에 수학자체의 영역 또한 확대시킴으로써 더 많은 상황을 수학적으로 모델링할 수 있는 길을 열어주었다고 할 수 있다.

Ⅳ. 결론

이전의 학교교육은 "인간은 개인으로서나 집단으로서나 학습해야 한다. 그런데 인간은 스스로 학습하지 않으므로 교육해야 한다"(김신일, 1994)는 전제 아래 교육과정을 얼마나 잘 포장하고 전달하느냐에 초점을 맞추어 왔다. 그러나 예측과 통제가 어느 정도 가능했던 산업사회와는 달리 정보화 사회에서는 상황이 복잡해지고 불확실해짐에 따라 교사 중심의 전달식 교수가 학생 중심의 학습으로 전환되고 있다. 이러한 움직임중의 하나가 바로 구성주의의 광범위한 지지를 받고 있는 열린교육이다. 열린교육이 주는 주요 시사점은 "인간의 잠재적인 학습 능력과 자발성을 신뢰하고 존중하며 주체적 학습활동을 정당화(김신일, 1994)"하는 학습주의 철학의 복권에 있다.

오래 동안 지배적 이론과 접근방식으로 확고 부동한 위치를 차지하여 왔던 기존의 객관주의 패러다임에 대한 새로운 시각과 접근이 필요해진 것이다. 열린교육을 패러다임의 전환이라는 차원에서 이해하지 않으면 안 되는 이유도 여기에 있다. 열린교육에서의 "열린"이란 의미는 교육방법에서의 열림 이상의 보다 다양한 수준과 다양한 차원에서의 "열림"을 의미한다. "열림"의 의미는 교육기회, 교육시간과 장소, 교육기관, 교육방법, 교육자원, 교육과정, 교육행정의 열림은 물론이고 사고방식의 열림도 포함한다(허운나, 김영옥, 1998).

수학교육에서도 예외일 수는 없다. 재능이 있는 소수의 학생들을 대상으로 하는 수학교육이 아니라 모든 학생들을 위한 수학교육이 이루어져야 한다는 것을 믿는다면 수학교육 패러다임을 전환해야 한다. 열린수학교육 문화로의 전환과정에서도 이런 측면이 고려되어야 한다. 학생들에게 의미 있는 수학 교육이 이루어지기 위해서는 실제 상황과 수학을 연결하는 모델링을 강조할 필요가 있다. 모델링 활동시 학생들 스스로일상생활과 관련 있고, 장차 발생할 수 있으며 흥미로운 문제 상황들을 탐구하고 해결하는 활동이 강조되어야 한다. 수학적 모델링 상황은 학생들 스스로의 활동과 반성을 통한 지식의 자기 구성이라는 열린수학교육의 풍부한 자원이 될 수 있다.

교육개혁은 교사와 함께 하는 개혁이어야 하며 그렇게 할 때만이 교사들이 개혁의 주체로서 개혁에 대한 소유의식(ownership)을 가질 수 있다. 열린교육으로의 변화 역시 교사와 함께 하는 개혁이어야 한다. 열린교육이 성공을 거두려면 교사, 학생, 학부모, 관리자들이 열린교육의 진정한 의미를 이해하여야 한다.

참고문헌

강인애(1997). 왜 구성주의인가?. 서울: 문음사.

강인애(1997). 문제중심학습과 구성주의. (김영수외 편저). 21세기를 대비한 교육공학의 이론과 실제. 서울: 교육과학사.

고원영(1997). 중등학교에서의 열린교육. 충청북도교육청.

교육개발원(1996). 열린교육 현장연구. 연구보고 RR 96-10.

교육개발원(1997). 열린교육 입문. 서울: 교육과학사.

김신일(1994). 학습주의 관점에서 본 현대 교육 제도의 문제. 이성진(편). 한국교육학의 맥. 서울: 나남사

신동선, 류희찬(1998). 수학교육과 컴퓨터. 경문사.

주미경(1990). 학교수학에서의 응용과 모델링 지도에 관한 고찰. 서울대 석사 학위 논문

허운나, 김영옥(1998). 정보시대와 미국의 교육혁명. 서울: 교육과학사.

Blum, W., & Berry, J. S(1989). *Applications and modelling in learning and teaching mathematics.* Chichester, UK: Ellis Horwood Limited.

Confrey, J.(1987). The current state of constructivist thought in mathematics education. *Paper presented at the annual meeting of the international Group for the Psychology of Mathematics Education,* Montreal.

Deakin, M.(1990). What is mathematical modelling. In Blane, D & Evans, M(Eds.), *Mathematical modelling for the senior years*(pp.1-6). The mathematical Association of Victoria Clunies Ross Ho-Use, Parkville: Acacia Press.

N.C.T.M.(1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics.* Reston, VA: Auther.

Noss, R., & Hoyles, C.(1996). *Windows on mathematical meanings.* Dordrecht: KAP.

Mason, J. H.(1990). Modelling: What do we really want students to learn. In Blane, D & Evans, M(Eds.), *Mathematical modelling for the senior years*(pp.7-21). The mathematical Association of Victoria Clunies Ross Ho-Use, Parkville: Acacia Press.

Open university(1990). Some approaches to modelling. In Blane, D & Evans, M(Eds), *Mathematical modelling for the senior years*(pp.43-55). The mathematical Association of Victoria Clunies Ross Ho-Use, Parkville: Acacia Press.

Resnick, L.(1991). Shared cognition: Thinking as a social practice. In L. Resnick, J. Levine, & S. Teasley(Eds.), *Perspectives on socially shared cognition*(pp. 1-20). American Psychological Association.

Open mathematics education and Modelling

Cho, wan-young · Kwon, sung-lyong

The development of Science and Technology and the social change require new paradigm in Education. In a traditional paradigm, learners have been regarded as a passive being and knowledge

could be transmitted to learner. But within this paradigm, it is difficult to confront the social change and to develop problem solving skills in various context. This results in a new, alternative perspective, Constructive paradigm.

As an alternative to the traditional settings, Constructive paradigm emphasizes the learner-centered instruction. The reform movement in mathematics education including NCTM's standards revolves around this paradigm and the open education movement in our educational system is based on it. Open education values learner's interest, autonomy and internal motivation in learning. However, open education has been misunderstood by most of the teachers. It should be understood as the change of paradigm.

In this study, as a way of helping students connect mathematics to their everyday lives and construct meaningful mathematical knowledge and concept, mathematical modelling is suggested. It consists of posing and specifying the real problem, formulating and constructing a mathematical model, analyzing and solving a mathematical problem, interpreting the solution and comparing with reality and communicating results. In this process, technology like computer can be a powerful tool. It can help students explore various problems more easily and concretely.