

조작적 구성주의와 사회적 구성주의에서 구성의 의미와 과정

임재훈* · 홍진곤**

1. 서론

구성주의는 최근 시대 사조의 성격을 띠며 많은 수학교육 연구자들에게 수용되고 있는 철학이다. 구성주의, 특히 급진적 구성주의와 사회적 구성주의는 수리철학으로서 아직 큰 힘을 갖고 있지 못하지만, 수학교육 연구자들 사이에서는 광범위한 호응을 받는 수학교육 철학이 되었다.

지금까지, 구성주의에 기초한 수학 교수-학습 이론이 연구자들에 의해 탐색되어 왔다. 국내의 연구를 보면, 박경미(1995)는 구성주의적 입장에서 고려할 수 있는 지도 방침을 다음과 같이 다섯 가지로 제시한 바 있다. 첫째, 인지적 갈등을 해결하기 위한 모색을 통해 구성 활동이 활발하게 일어나므로, 학생들이 문제 의식을 갖고 반영적 추상화를 시도할 수 있게 문제 상황을 조성해 준다. 둘째, 학생들에게 자치권을 주어 스스로 문제를 책임질 수 있게 한다. 그런 가운데 교사는 학생들이 자신의 사고를 표현하게 하고, 왜 그렇게 생각하는지, 또 다른 개념과의 연관성은 어떠한지 질문하여 구성 활동의 보조 역할을 한다. 셋째, 학생들의 수학적 개념화 과정과 유사한 은유를 줌으로

써, 이를 사고에 투영시켜 구성 활동이 일어나도록 유도한다. 넷째, 소집단 상호작용이나 협조가 원활하게 이루어지도록 학습 상황을 조성해 준다. 개개인의 학습으로 구성 활동이 일어나는 경우도 있지만, 소집단에서 의견 교환을 하며 토의하는 과정을 통해서 구성 활동이 가속화될 수 있으므로 그러한 학습 여건이 가능하도록 해준다. 다섯째, 면접이나 관찰과 같이 과정에 중점을 둔 평가 도구를 활용한다. 한편, 박영배(1996)는 수학교육학적 구성주의¹⁾의 교수-학습 원리로 학생 중심적 개별화의 원리, 발문 중심적 상호작용의 원리, 의미 지향적 활동 중심의 원리, 반영적 추상화의 원리의 네 가지를 들고, 구성주의적 수학 교수-학습 유형으로 갈등 교수-학습 방법과 문제 중심 교수-학습 방법을 제시하였다.

이상의 제 원리들은 다양한 구성주의를 구성주의라는 하나의 이름 아래 포섭 고찰하여 수학교육의 실제에 도움이 될 원리를 도출하려는 시도의 결과로 제시된 것들로서, 구성주의로부터 도출될 수 있는 수학 교수-학습에의 시사를 포괄적인 형태로 잘 담고 있다고 할 수 있다.

그런데 본 고의 연구 방향은, 이상과 같이 구성주의를 포괄적으로 이해하고 그로부터 도출

* 한국교육과정평가원

** 용산공업고등학교

1) 박영배는 다양한 구성주의로부터 수학교육의 실제에 적용가능한 수학 교수-학습 이론을 도출해 내기 위해 구성주의의 많은 내용 중에서 그러한 목적에 부합하는 내용을 부각시키기 위하여 수학교육학적 구성주의를 설정하였다.

될 수 있는 포괄적인 교수-학습 원리를 탐색하는 방향은 아니다. 본 고가 취하는 방향은 다양한 구성주의를 포괄적으로 고찰하는 것이라기보다는 분석적으로 고찰하는 것이다. 이러한 방향의 고찰은, 구성주의의 포괄적 이해를 통해 포괄적인 수학 교수-학습 원리를 추출하는 데에는 부적절한 방식이나, 오히려 그렇기 때문에, 구성주의에 대한 포괄적 접근 방식에 대해 보충이 된다고 말할 수 있다. 적어도 본 고에서 따르는 방향은, 포괄적인 접근에서 자칫 그 의미가 불분명해지기 쉬운 ‘구성’이라는 말의 의미를 보다 명료히 생각하는데 도움이 될 수 있다.²⁾

구성주의에는 소박한 구성주의(trivial constructivism)로부터 급진적 구성주의(radical constructivism)에 이르기까지 상당히 많은 종류의 분과가 있지만, 수학교육 연구 분야에서 자주 거론되고 있는 구성주의는 세 가지로 대별해 볼 수 있다. 첫 번째는 삐아제(Piaget)로 대표되는 조작적 구성주의이다. 두 번째는 폰 글라저스펠트(von Glasersfeld)로 대표되는 급진적 구성주의이며, 세 번째로는 어니스트(Ernest) 등에 의해 주장되고 있는 사회적 구성주의이다.³⁾ 본 고에서는 이 세 가지 구성주의 중 조작적 구성주의와 사회적 구성주의라는 두 가지 구성

주의가 구성을 어떠한 것으로 생각하고 있으며 구성의 과정을 어떻게 설명하고 있는가를 살펴보고자 한다.⁴⁾ 그리고, 이 두 구성주의가 수학적 지식의 성격을 적절히 설명하고 있는 것이며, 수학교육의 장에 적절한 제안을 하고 있는 것인지를 더불어 생각해 보고자 한다.

II. 조작적 구성주의에서의 구성⁵⁾

(1) 조작적 schème

삐아제는 수학적 개념이 지닌 조작적 본성을 밝히고자 하였다. 삐아제는 사과의 ‘조작적 측면’과 ‘형상적 측면’을 구분하고 있는데, 조작적 측면은 행동이나 조작으로 상태의 변환과 관계되며, 형상적 측면은 지각된 이미지와 같이 상태의 정적인 표상과 관련된다.

삐아제는 사과의 조작적 측면을 ‘schème’, 형상적 측면을 ‘schéma’라는 말로 표현하기도 한다(우정호, 1998). Schème은 행동과 조작을 가능하게 하고 그것을 일반화할 수 있게 하는 ‘행동과 조작의 일반적 구조’를 가리킨다. Schéma는 특정한 행동이나 조작의 결과의 표상⁶⁾, 즉 이미

2) 오늘날 수학 교사나 연구자들에게 구성주의라는 말은 열린 교육이나 수준별 교육과 마찬가지로 널리 알려져 있는 말이다. 그러나, 많은 경우 그들에게 구성주의라는 말이 의미하는 것은 ‘학생들이 구성하도록 수학을 가르치자’는 슬로건이다. 그 결과, 혹자는 구성이라는 말이 자신의 설명식 강의를 듣는 동안 학생들 속에서 일어나는 이해의 과정을 의미하는 것으로 생각하고 설명식 강의를 하기도 하며, 혹자는 구성은 학생 자신이 해야 하는 것이므로 교사는 그저 환경을 조성해 주면 된다고 생각하고 소집단 편성을 하고 문제를 내준 후 학생들끼리 소위 ‘놀게’ 하기도 한다.

3) 수학교육 철학 분야에서 수식어 없이 그냥 구성주의라고 말할 때는 보통 뒤의 두 가지 구성주의, 곧 급진적 구성주의와 사회적 구성주의를 일컫는 것이다.

4) 본 고에는 급진적 구성주의에서의 구성의 의미와 과정에 대한 고찰이 빠져 있다. 그러나 급진적 구성주의가 조작적 구성주의와 사회적 구성주의의 구성에 대한 견해와 구별되는 구성의 의미와 과정에 대한 고유한 견해를 가지고 있는지는 분명하지 않다. 급진적 구성주의는 구성의 의미와 과정을 명료히 하는데 그다지 관심을 가지고 있지 않아 보이며, 이보다는 다른 곳, 곧 지식에 대한 기존의 실재론적 관점을 격파하는데 관심을 가지고 있는 것으로 보인다. 급진적 구성주의에서의 구성의 의미와 과정을 포함하여 급진적 구성주의의 의미와 문제점에 대한 고찰은 별도의 기회로 미루고자 한다.

5) 우리나라 수학교육학계에서 삐아제의 발생적 인식론은 조작적 구성주의(operational constructivism)라고 불리고 있다.

6) 여기서, 표상이라는 말은 ‘시각적 이미지(image)’와 같은, 좁은 의미로 쓰였다.

지를 나타낸다. 삐아제는 사고의 이 두 측면 가운데 조작적 측면, 곧 내면화된 능동적인 행동적 측면을 지능의 본질적인 것으로 본다.

삐아제에 의하면, 지식의 본질은 조작적 schème이다. 지적 발달 또는 학습은 행동 양식의 발달, 곧 행동 schème의 변화를 뜻하며, 지적 활동은 내면화된 행동, 곧 조작적 schème의 작용을 말한다. Schème은 행동과 조정의 내면화의 산물로서, 학습자의 활동 없이는 생기지 않는다. Schème은 대상에 행동하고 대상을 변형시키는 과정을 통해서 주체가 스스로 구성하는 것이다.

이와 같은 schème에 관한 삐아제의 견해를 수학교육과 관련하여 중요한 의미를 갖는 것은 다음과 같은 이유에서이다. 삐아제에 의하면, 논리-수학적 개념은 '행동과 조작의 일반적 조정으로부터 반영적 추상화를 통해 형성된 조작적 schème'이다. 예컨대, 논리-대수적 조작은 순수한 조작적 schème이고, 기하학적 조작은 표상을 수반하는 조작적 schème이다. 수학의 본질은 조작적 schème이며, 수학적 활동은 schème을 구성하고 적용하는 것이다.

삐아제의 입장에서 보면, 학습은 schème의 변화이며 그것은 동화와 조절이라는 인지 기능에 의한 것이므로, 학습 상황에는 주체가 가지고 있는 schème과 당면한 사태 사이에 불일치가 있어야 한다. 이러한 불일치에 직면했을 때, 동화와 조절 기능이 작용하여 schème의 변화가 일어나 새로운 schème이 구성되고 (일시적인) 균형이 확립되게 된다.

그런데, schème과 관련된 삐아제의 견해를 schéma와 관련하여 해석하면, 대상으로부터의 추상에 의한 정적인 이미지인 schéma는 수학적 개념의 구성에서 그다지 본질적인 것이 아니라는 주장으로 해석할 수 있다. 만일, 삐아제를 이렇게 해석할 수 있다고 하면, 수학적 사고에

서 개념 표상을 중시하는 입장, 브루너(Bruner)의 EIS 이론이나 딘즈(Dienes)의 다양성의 원리, 사회가 개인의 인식에 영향을 미치는 수단으로 언어 등의 표상을 강조하는 사회적 구성주의의 입장은 삐아제를 충실히 반영한 수학교수-학습 이론이라고 보기 어려운 바 없지 않다(우정호, 1998).

예를 들어, 딘즈(1960)는 수학적 개념의 형성과 관련하여 '놀이 경험을 통한 학습'과 '다양성의 원리에 기초한 다양한 교구의 사용'을 강조하고 있는데, 다양성의 원리는 수학적 다양성의 원리와 지각적 다양성의 원리로 나누어진다. 수학적 다양성의 원리는 수학 내용과 관계된 것으로서, 변인을 포함하는 개념은 가능한 한 변인을 여러 가지로 변화시켜가며 학습되어야 한다는 원리이다. 지각적 다양성의 원리는 아동의 개인차와 관계된 것으로서, 개념 형성에서 개인차를 고려해 주기 위해서는 같은 개념적 구조의 가능한 한 많은 지각적 동치물, 곧 다양한 지각적 표상을 제시해야 한다는 것이다. 다양성의 원리를 통하여, 아동은 다양한 표상들 사이에 공통점이 있다는 것을 배우게 되는데, 딘즈에 따르면, 수학적 개념이라는 것은 바로 이와 같은 공통의 특성이다. 그런데, 상이한 지각적 표상으로부터 공통 성질의 추상은 삐아제가 말하는 '경험적 추상화'에 가까운 성질의 것으로 보인다. 우정호(1998)가 지적하고 있듯이, 삐아제 심리학에 근거한 많은 활동주의 교수 이론이 경험론에 빠지고 있는지도 모른다.

(2) 사물로부터의 추상화와 행동으로부터의 추상화

삐아제 이전에는 대체로 數나 도형과 같은 수학적 개념은 사물들로부터 무게, 색과 같은

질적 성질을 무시하여 얻어진, 곧 물리적 실체로부터의 추상화에 의해 얻어진 것으로 생각되었다. 이러한 추상화에 대한 견해는 아리스토텔레스적인 것인데, 이를 ‘사물로부터 공통 성질의 추상화’라고 할 수 있을 것이다. ‘삼각형 개념은 많은 다양한 삼각형 속에서 각각의 삼각형 모양이 지닌 상이한 속성들을 무시하고 공통 성질을 뽑아낸 것’이라고 설명하는 것은 아리스토텔레스 식의 경험론적인 추상화 이론에 따른 설명이다.

그러나, 삐아제는 수학적 추상화에는 아리스토텔레스가 말하는 것과 같은 ‘사물로부터의’ 추상화 이상의 보다 중요한 본질이 있다고 보고 있다. 이를 설명하기 위하여, 삐아제는 사물로부터의 추상화와 행동으로부터의 추상화를 구분한다. 삐아제는 일단의 지각할 수 있는 대상으로부터 공통 성질을 이끌어내는 것을 경험적 추상화라고 부르고 행동과 조작의 일반적 조정으로부터의 추상화를 반영적 추상화라고 부른다(Beth and Piaget, 1961).

삐아제는 경험을 물리적 경험과 논리-수학적 경험으로 구별한다. 물리적 경험은 사물로부터 속성을 발견하는 것이다. 예를 들어, 사물의 무게를 비교하여 가장 큰 것이 가장 무겁지는 않다는 것을 발견하는 것이다. 그런데 논리-

수학적 경험에서 추상화 과정은 앞의 경우와 같이 사물을 지향하고 있는 것이 아니라 사물과 관련되어 있는 행동을 지향한다. 예를 들어, 조그마한 돌맹이들을 어떻게 늘어 놓고 세나 그 개수가 동일하다는 것을 아는 것이다(Piaget, 1969).

큰 돌맹이가 작은 돌맹이보다 무겁다는 것은 아동이 돌맹이를 들어 보기 전에도 돌맹이가 갖고 있던 성질이다. 그러나, 돌맹이를 어떤 모양으로 늘어 놓고 어떤 순서로 세어보아도 같은 수가 된다는 성질은 돌맹이 자체와는 무관한 것이다. 주체가 대상을 다루고 대상에 대한 관찰을 하기는 하지만, 數라는 성질은 이전부터 대상 가운데 존재한 것이 아니라 주체의 행동의 조정에 의해서 도입된 것이다. 수의 보존 개념은 물리적 사물에서 추상된 것이 아니라 주체의 행동에서 추상된 것이다. 삐아제는 이러한 행동으로부터의 추상화를 ‘반영적 추상화’라고 부르며, 수학적 추상화는 본질상 ‘반영적 추상화’라고 보고 있다⁷⁾

(3) 반영적 추상화의 과정

삐아제는 논리-수학적 개념의 ‘구성’ 또는 ‘발생’을 ‘반영적 추상화(abstraction réfléchissante)’

7) 삐아제의 구성주의는 현대 구성주의의 상대주의적 경향과는 달리 ‘객관주의적’인 것이다. 삐아제에 의하면, 수학적 인식의 구성은 반영적 추상화가 시작되는 구조에 의해 결정된 가능성들의 틀구조 내에서 이루어진다. 삐아제는 기초적인 구조는 가능한 모든 발달을 아직 실현되지 않은 가능성의 형태로 포함하며 보다 나중에 나타나는 구조의 새로운 단지 그 가능성들 중 일부를 실현한 것이라고 가정하였다. 삐아제는 다만 이렇게 나중에 나타난 구조가 생득적인 것이라는 주장을 발생적인 이유로 반대할 뿐이다(Beth and Piaget, 1961). 삐아제는 급진적 구성주의나 사회적 구성주의처럼 수학적 구조가 갖는 본질적 객관성을 포기하지 않는다. 오히려 행동과 조작의 일반적 조정은 모든 주체들에게 공통된 ‘인식적 주체(epistemic subject)’의 것이고, 이러한 조정은 ‘개인적 주체(individual subject)’의 임의적인 명령에 따르지 않는 것이라고 하고 있다(Beth and Piaget, 1961). 그러므로, 그의 인식론에 따를 경우 플라톤의 이데아와 같은 인식 대상의 외적인 존재성을 가정하지 않아도 인식의 객관성은 여전히 확보된다. 이는 삐아제 이후의 구성주의와 삐아제의 조작적 구성주의를 구분하는 중요한 준거가 된다고 할 수 있다(Woo, 1995; 홍진곤·임재훈, 1997). 객관적 구성주의는 구성주의가 거부하는 객관적 인식론과 다를 바 없으므로, 교육 현장의 변화를 추구하는 입장에서 볼 때 객관적 구성주의의 교육학적 전개는 배제하는 것이 적절하다는 견해도 있으나(목영해, 1998), 삐아제의 발생적 수학 인식론이 갖는 수학교육적 가치를 생각할 때 삐아제의 조작적 구성주의가 객관적 구성주의라고 하여 이를 굳이 배제하려고 할 필요는 없을 것으로 생각된다.

로 설명하고 있는 바, 여기에서는 이러한 반영적 추상화의 과정을 고찰해 보기로 한다.

반영적 추상화는 항상 분리될 수 없는 두 가지의 특징을 포함한다. 선행하는 수준으로부터 빌린 무엇인가를 더 높은 수준으로 投射(project)한다는 의미에서의 ‘反射(réfléchissement)’와, 전이되어진 것에 대한(다소 의식적인) 인식적 재구성 또는 재조직이라는 의미에서의 ‘反省(réflexion)’이 그것이다. (Piaget, 1975)

반영적 추상화는 ‘반사’와 ‘반성’이라는 분리할 수 없는 두 요소로 이루어진다. 반사된 ‘내용(contenu)’⁸⁾은 반성에 의하여 새로운 ‘형식(form)’의 구성을 이끌어내게 되며, 반사와 반성의 순환으로써 “내용→형식→보다 정교해진 내용→새로운 형식→…”과 같은 끊임없는 교대가 이루어져 개념 영역이 점점 확장되어 간다.

(a) 반사(réfléchissement)의 과정 - 내면화와 주제화

‘반사’가 시작되는 가장 기초적인 단계는 감각 운동적 움직임에서 출발하는 일련의 행동(action)들을 개념화의 시초인 표현(représentation)으로 이끌어가는(投射하는) 것이다. 예를 들어, 아동에게 빨간 칩과 노란 칩들을 마음대로 늘어 놓게 했다고 하자. 빨간 칩만을 계속 늘어 놓던 아동이 “이제는 노란 칩을 놓는다”라는 말을 했다면, 이는 아동이 빨간 칩을 놓고 있던 자신의 행동을 의식하기 시작한 것이며, 그

행동을 표현(représentation)한 것이다. 이러한 아주 초보적인 표현도 ‘반사’의 첫 단계가 시작되었음을 의미한다고 볼 수 있다.

‘반사’의 초기 단계는 행동의 ‘내면화(intériorisation)’⁹⁾라는 용어로도 설명할 수 있다 (Piaget et al., 1977). ‘내면화’는 반사의 과정에서만 나타나는 것은 아니며, 행동이 ‘내면화’되었다는 것은 행동에 관련된 어떤 내적 구성이 이루어져서 이를 통해 행동을 의식하고 그 행동을 다른 행동과 결합할 수 있게 하는 것으로서(Duvinsky, 1991) ‘행동’이 ‘조작’이 되기 위한 필수적인 과정이기 때문에 인지 발달의 모든 단계에서 나타나는 것이기도 하지만, 특별히 ‘반사’의 과정은 반드시 내면화로부터 시작되어야 한다.

그런데, ‘반사’가 이루어진 상위 단계에서 ‘반성’이 이루어지기 위해서는 하위 단계에서 사고의 도구였던 것이 사고의 대상이 되어야 한다. 삐아제는 이것을 ‘주제화(thématisation)’라고 설명하는데(Piaget et al., 1977), 예를 들면 덧셈을 하고 난 뒤 덧셈에 대해 반성(réfléchir)하기 위해서는 덧셈의 ‘과정’을 새로운 사고의 ‘대상’으로 변환시켜야 한다는 것이다. 결국 ‘반사’는 이전 단계의 행동이나 조작을 사고의 대상으로 만드는 ‘주제화’로 귀착되어서 상위 단계에서의 ‘반성’을 가능하게 하는데, 반성에 의해 구성된 새로운 형식은 보다 정교해진 내용을 다시 반사할 수 있게 하므로 ‘내면화→주제화’의 순환이 계속 반복되어 일어나게 된다.

8) ‘내용(content)’과 ‘형식(form)’ 사이의 구별은 인식론의 역사만큼이나 길게 논의되어 온 것이다. 간략히 설명하면, ‘내용’은 ‘인식의 재료가 되는 것’이라 할 수 있고 ‘형식’은 ‘그 내용에 질서를 부여하는 능동적인 기능’이라고 할 수 있다. 예를 들어 칸트는 인간의 인식 능력을 감성과 오성으로 나누고 감성의 형식을 시간과 공간으로, 오성의 형식을 12개의 범주로 설명한 바 있다. 한편, 이 ‘내용’을 경험적 추상화와 반영적 추상화를 구분하는 삐아제의 맥락에서 보자면, 경험적 추상화의 경우에 ‘내용’은 ‘관찰가능한 것(observables)’으로 이루어지지만, 반영적 추상화의 경우에는 ‘주체의 행동’이나 ‘조작’이 ‘내용’의 역할을 하게 된다.

9) 이홍우(1978, p.216)는 ‘내면화’한다는 것을 일상적인 표현으로, 인지의 대상을 “머리 속에 넣는다”는 말로 풀이할 수 있다고 설명한다.

반영적 추상화는 아주 어린 나이에에서의 논리-수학적 개념 형성 뿐 아니라 수학 발달의 전체 역사까지도 설명할 수 있는 메커니즘이며, '내면화→주제화'의 과정은 수학 학습의 상황에서 흔히 볼 수 있는 과정이기도 하다. 예를 들어, 어떤 정리의 증명을 이해하고자 할 때, 증명의 세부적인 각 단계들은 모두 이해한 것 같은데 증명 전체를 이해하지 못했다고 생각하는 경우, 이는 전체 과정을 내면화하여 하나의 단일 과정으로 주제화하지 못했다는 것을 의미한다.

결국, 반사의 과정은 '내용'에 대한 내면화로부터 출발하여 주제화로 귀착된다고 할 수 있으며, 이렇게 주제화된 '내용'은 반영적 추상화의 다음 단계인 '반성'에 의해 새로운 '형식'을 구성하게 하는 재료가 되는 것이다.

(b) 반성(réflexion)의 과정 - 동화와 조절

'반사'가 이루어지고 나면, 즉 하위 단계의 행동이나 조작이 내면화되어 상위 단계에서 사고의 대상이 되는 주제화가 이루어지고 나면, 이 주제화된 것을 새로운 평면 위에서 재구성하는 '반성'이 이루어지게 된다. 그런데 반성의 과정은 반사와는 달리 새로운 형식을 창조적으로 구성하여 그 형식이 점점 풍부한 구조를 가지게 하는 특징이 있으며, 이러한 반성 과정의 고유한 창조성으로 인해 반영적 추상화는 비로소 생산적인 힘을 갖게 된다고 할 수 있다.

'반성'에 의하여 생겨나는 이러한 '새로운 것'은 동화와 조절 사이의 평형화(équilibrage) 과정에서 나타나게 되는데, 이 평형화는 하위 단계의 구조를 반사에 의해 다음 단계로 옮기는 것이 자연스럽게 새로운 차원에서 고려해야 할 여러 가지 불균형을 야기하게 됨으로써 비롯되는 것이다. 동화와 조절의 결과로 이루어지는 평형을 빼아제는 '인식적 평형(équilibre cognitif)'이라 부르며, 이러한 평형의 조건은 대

상에 대한 schème의 조절 능력과, 하위 체계 schème들 사이의 상호 동화로부터 출발한다고 한다(Piaget et al., 1977).

그런데 경험적 추상화와 비교해 볼 때, 반영적 추상화 과정에서 점점 풍부해지는 '형식'은 외부 대상에 대한 schème의 조절로부터 얻어진다기 보다는 schème들 사이의 상호 동화(assimilation réciproque)에 주로 의존하는 것이며, 반영적 추상화에 의해 생기는 '새로운 것'들은 이전 수준의 구성에 의해 열리는 가능성의 실현이라는 점에서 내생적인 것이라고 할 수 있다. 한편, 반영적 추상화에 의한 '형식'의 구성이 내생적이라는 사실은, 이 구성된 체계가 유지하는 정합성에 대한 설명도 제공하는데, 이는 '반성'의 과정이 이전의 구조를 '포괄하면서' 새로운 구조를 재구성하기 때문이다. 수학의 경우, 새로 증명된 정리가 앞에서 정당화된 정리와 상충되는 경우가 일어나지 않는다는 것이 그 한 예가 될 수 있을 것이다.

이렇게 반성에 의하여 구성적으로 창조된 새로운 '형식'은 다음 단계의 반사 과정에서는 보다 세련된 '내용'으로 기능하여 결과적으로 끊임없는 반사와 반성의 순환이 이루어지게 하며, 수준이 높아질수록 '주제화'로 귀착되는 '반사'에 비하면 창조적인 재구성을 이루는 '반성'의 비중이 점점 커지게 된다.

(c) 표현(représentation)

'표현'으로 번역된 단어는 불어의 représentation, 영어의 representation으로서, 표상이라고 번역되기도 한다. 표상 또는 표현은 매우 다양한 의미로 사용되고 있다. 좁은 의미로는 시각적 이미지와 유사한 어떤 것을 가리키는 말로 쓰이는 한편, 넓은 의미로는 시각적, 조작적, 언어적, 기호적 표현을 통칭하는 말로 쓰인다.

그런데, 위에서의 '표현'은 시각적 이미지나

언어적 표현과 같은 특정한 표현 양식을 의미하기 이전에, 인식의 재료(내용)를 정신의 반성의 대상이 되도록 정신 자신에게 '다시(re-) 제시하는(present)' 것을 일컫는다. 앞에서 언급한, 조그마한 돌맹이들을 여러 가지 방법으로 늘어놓고 세어보는 행동으로부터 수의 보존 개념을 알게 되는 경우를 예로 하여 보자. 이 때 이러한 행동들로부터 수의 보존 개념을 추상하기 위해서는, 돌맹이들을 여러 가지로 늘어놓고 세어보는 행동을 사고의 대상으로 정신에 가지고 들어오는, 즉 정신에 '다시(re-) 떠올리는(present)' 과정이 필요하다. 인식의 재료인 내용을 정신에 다시 제시하여 '사고의 대상으로 삼는 것', 이것이 표현(re-presentation)이다¹⁰⁾.

내용이 정신에 표현된 다음에 이루어지는 사고의 과정을 반성이라고 할 수 있다. 앞의 돌맹이의 예를 가지고 말한다면, 돌맹이를 여러 가지로 배열하고 세어보는 행동들을 사고의 대상으로 가져온 후에(표현한 후에), '그 행동들 속에 존재하는 일종의 불변인자라 할 수 있는 개수의 보존 개념을 뽑아내는(추상하는) 과정'을 반성이라고 할 수 있다. 요약하면, 내용은 인식의 재료이며, 표현은 내용을 인식의 대상으로 가져오는(삼는) 것이며, 반성은 표현된 내용을 대상으로 의식적으로 사고하는 것이라 할 수 있다.

III. 사회적 구성주의에서의 구성

사회적 구성주의는, 급진적 구성주의와 마찬가지로 주관과 독립적으로 외부에 존재한다는 의미에서의 객관성은 반대하나, 객관성의 의미를 수정하여 수학적 지식이 종래와는 다른 의미에서 객관적인 것이 되게 한다. 사회적 구성주의는 객관성을 '한 개인을 넘어선 사회 공동체가 옳다고 인정하는' 또는 '역사와 문화를 통해 인정된'과 같은 의미로 사용한다. 결국 사회적 구성주의에서 말하는 '객관성'은 '사회적 합의 가능성'의 다른 표현이다. 그러면 이러한 객관성, 곧 합의 가능성의 근거는 어디에 있는가? 사회적 구성주의는 합의 가능성의 근거로 자연 언어의 共有性을 든다(Ernest, 1991).

사회적 구성주의는 지식의 형성에 관여하는 사회의 역할을 강조한다. 사회가 개인의 지식 형성에 개입하는 수단을 '넓은 의미에서의 표상'이라고 할 수 있다. 표상 중에 대표적인 것으로 언어를 들 수 있다. 사회적 구성주의자들은 개인의 지식 구성에 있어 언어의 역할을 강조하며, 언어가 사고에 중요한 영향을 미친다는 비고츠키(Vygotsky, L. S.)의 이론을 의미 있게 받아들인다(Ernest, 1994). 비고츠키(1985)는 사고가 사회의 역사 문화적 과정에 의해 결정된다는 견해를, 아동의 논리 발달은 사회화된 언어의 직접적 결과이며 아동의 지적 성장은 사고의 사회적 수단, 즉 언어를 숙달하는 것에 따른다고 하여 주장한 바 있다. 언어를 사고의 본질로 보는 비고츠키의 견해는 행동(조작)을 사고의 본질로 보는 삐아제의 견해와

10) 인식의 재료가 되는 내용을 정신에 다시 제시하는 '표현'은 반영적 추상화에만 있는 과정은 아니다. 예를 들어, 예전에 먹은 사과 맛을 떠올리는 것도 일종의 표현이라고 말할 수 있다. 두 개의 사과 맛을 비교하기 위해서는 첫 번째 사과 맛에 대한 기억을 정신 활동의 대상으로 '가져와야' 한다. 첫 번째 사과 맛을 떠올려 정신에 다시(re-) 제시해야(present) 하는 것이다. 이 두 사과 맛을 비교하는 예는, 글라저스펠트(1991)가 반성에 대하여 설명하는 가운데 들고 있는 예이다. 글라저스펠트가 들고 있는 두 사과 맛을 비교하는 예로부터 그가 반영적 추상화의 과정을 경험적 추상화→표상→반성으로 설명하였다고 해석할 수도 있으나, 글라저스펠트가 이 예를 반영적 추상화의 예로 들고 있는 것인지는 확실하지 않다. 표면상 글라저스펠트는 이 예를 반성(reflection)이 무엇인지를 일반적인 수준에서 설명하기 위한 간단한 예로 들고 있다.

미묘하게 대비된다.

지식에 관한 언어의 영향은 언어와 관련된 사회 공동체의 영향, 비트겐슈타인(Wittgenstein)이 말하는 '삶의 형식'을 공유하는 사회의 영향을 의미하기 때문에 단순히 언어적 영향뿐만 아니라 여러 측면의 사회 문화적 영향을 뜻하는 것으로 볼 수 있다.

수학교육과 관련된 사회적 구성주의의 입장은 다음과 같이 정리될 수 있다(유연주·임재훈, 1997).

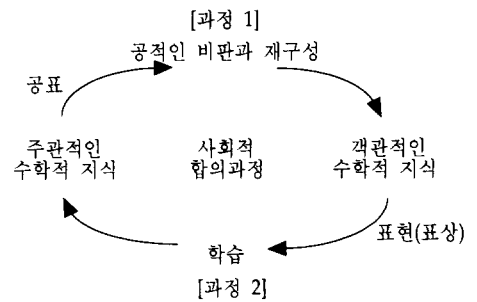
1. 수학은 사회적 구성물로서, 절대화된 수학적 지식은 없으며 지식은 오류가능하다.
2. 수학이 사회적 구성물이라는 사실은 수학이 언어에 기초하며 언어가 사회적 산물이라는 점에 의해 뒷받침된다.
3. 객관성은 사회적 합의 가능성을 의미한다.
4. 개인의 주관적인 수학적 지식은 공표를 통해 사회에 알려지고 라카토스(Lakatos)의 발견술을 거쳐서 객관적인 수학적 지식이 된다. 이러한 객관적 지식은 다시 개인에게 주관적 지식으로 내면화된다.
5. 수학은 사회적 환경에 따라 상대적이므로 다른 수학이 구성될 수 있다.
6. 수학은 가치 독립적이지 않으며 다른 지식과 문화, 이데올로기 등과 관련된다.

이제 사회적 구성주의에서 말하는 구성의 의미에 대하여 생각해 보자. 사회적 구성주의에서 말하는 구성은 대체로, 삐아제의 구성이 의미하는 것과 같은 '심리적' 구성이 아니라 '사회적 구성'을 뜻한다. 사회적 구성주의에서 말하는 구성은 다음과 같은 두 과정으로 나누

어진다(Ernest, 1991).

과정1. 개인의 주관적인 수학적 지식이 사회의 객관적인 수학적 지식이 되는 과정

과정2. 사회의 객관적인 수학적 지식이 개인의 주관적인 수학적 지식이 되는 과정



이 두 과정에서 '표현'과 '사회적 상호작용'이 강조된다.

먼저, 과정 2에 대하여 보면, 사회의 객관적인 수학적 지식이 개인의 주관적 지식으로 내면화된다는 것은, 언어와 수학의 학습을 통하여 객관적인 수학적 지식에 대한 내적인 주관적 표상을 구성하는 것을 의미한다¹¹⁾. 개인은 학습을 통해 객관적인 수학적 지식의 고유한 표상을 가지게 된다. 이 과정 2에서 '사회가 개인의 인식에 개입하는 매개물'로서 언어와 같은 사회적 표현이 중요한 역할을 한다.¹²⁾¹³⁾

과정 1에 대하여 보면, 사회적 구성주의는 대체로 주관적 지식의 심리적 발생 과정보다는 주관적 지식으로부터 객관적 지식으로의 이행, 즉 수학적 지식의 사회적 구성의 과정에 관심의 초점을 두고 있다. 주관적인 수학적 지식이

11) 주관적 표상 구성의 '심리적 과정'에 대한 설명은 사회적 구성주의에서 잘 보이지 않는다.

12) 필자가 보기에는, 여기에서 공적 사회를 대표하여 공적 지식을 학생들에게 가르치고 전수하는 사람인 '교사'가 표현 이상으로 강조되지 못할 이유가 없다.

13) 한편, 개인의 인식은 사회에 크게 의존한다는 관점에 서면, 개체의 인식의 발달, 곧 개체 발생 또는 심리

객관적인 수학적 지식이 되기 위해서는 사회적 과정이 필요하다. 여기서 '사회적 상호 작용'이 지식 형성 또는 구성의 과정에 핵심적인 것으로 등장한다.

공표된 수학은 다른 사람들에 의해 비판과 조사의 대상이 되는데, 어니스트(1991)에 의하면, 공표된 수학은 라카토스(Lakatos)의 증명과 반박의 논리에 따라 재형식화되고 객관적인 수학적 지식으로 받아들여지게 된다. 어니스트는 공표된 수학을 잠정적인 객관적인 지식으로 받아들이는 데 라카토스의 발견술의 성공적인 적용으로 충분하다고까지 말하고 있다. 이렇게 보면, 과정 1은 라카토스의 수학적 발견의 논리를 공표된 수학에 적용하는 과정이라고 바꾸어 말할 수 있다. 그러므로, 라카토스(1976)가 오일러 다면체 정리를 소재로 하여 보여준 증명과 반박에 의한 수학적 지식의 역사적인 성장 과정, 곧 추측하고, 추측에 대한 사고 실험으로서 증명을 하고, 반례를 제시하고, 괴물배제법, 예외 배제법, 보조정리 합체법 등에 의해 추측과 증명을 세련시켜 가는 과정은 바로 사회적 구성주의에서 말하는 구성의 한 과정인 과정 1을 자세히 보여 준 것으로 해석될 수 있다.

수학적 지식은, 개인의 주관적 지식이 공표되어 사회 속에서 공적인 비평과 재형성 과정

을 거쳐 객관적인 지식으로 되는 것이라는 사회적 구성주의의 설명으로부터, 사회적 상호작용을 수학 교수 학습의 장면에 보다 적극적으로 도입해야 한다는 시사를 얻을 수 있을 것이며, 이러한 시사가 적절히 구체화된다면 현재 우리나라의 수학 수업 상황에 긍정적인 변화를 가져올 가능성이 높다.

그러나, 사회적 구성주의를 수학 교수-학습 상황에 적용하고자 할 때 주의할 점이 있다. 그것은 수학적 지식의 사회적 구성에 관한 사회적 구성주의의 설명이 타당한 것이라 하더라도, 그것이 수학 교육의 상황에서 동일한 정도의 타당성을 지니는 것이 아닐 수 있다는 점이다. 역사상 객관적인 수학적 지식으로 인정받게 된 주관적인 수학적 지식을 갖고 있던 사람들은 극소수의 천재들이었으며, 또한 이들의 공표 결과를 공적인 비평의 장 속에서 검토하고 재형성하여 사회적 합의를 이루어내는 사람들 또한 수학에 대한 전문적인 식견을 갖추고 있는 수학자들이었다. 이들 수학자 집단의 구성원들은 누군가의 간섭 없이 자신의 능력으로 공표된 수학적 지식의 타당성을 합리적으로 비평할 수 있는 능력을 갖춘 사람들로 볼 수 있으나, 학생들은 그렇지 못하다.

결국, '사회적 구성주의'에서 '사회'가 무엇

발생은 사회에 종속되거나 뒤따르는 것이 아닌가 하는 생각을 하기 쉽다. 그런데, 이러한 생각은, 앞에서 논의한 삐아제와 관련하여 다음과 같은 두 가지 문제를 제기하는 것으로 보인다. 첫째로, 삐아제는 심리 발생과 역사 발생의 역평행성을 주장한 것으로 알려져 있다. 심리 발생과 역사 발생의 역평행성 주장은 발생적 인식론이 '지식의 고고학'이라는 가정, 곧 '발생의 과정에 최초로 발생한 것은 반성의 과정에서는 최후에 반성된다'는 인식론적 가정에 기초하고 있다. 심리 발생과 역사 발생의 역평행성에 관한 주장은 유클리드 기하, 아핀기하, 사영기하, 위상기하 개념의 역사 발생과 심리 발생의 순서가 반대라는 예로 잘 알려져 있다. 그런데, 심리 발생이 사회의 인식 발달의 지배를 받거나 그에 의존한다면 심리 발생은 역사 발생의 과정과 역평행하기 보다는 평행할 것으로 보인다. 삐아제도 심리 발생과 역사 발생의 평행성을 인정한 것으로 보이는 부분이 없지 않다(참고, Piaget and Garcia, 1986). 심리 발생과 역사 발생이 모든 맥락에서 평행하거나 역평행하거나 둘 중 한쪽인 것인지, 아니면 어떤 부분에는 평행성이 적용되고 다른 맥락이나 부분에는 역평행성이 적용되는 서로 적용되는 범위가 다르기 때문에 충돌할 필요가 없는 양립 가능한 개념인지 연구될 필요가 있다. 둘째로, 삐아제에 따르면, 개체 발생은 일종의 필연성을 지닌 보편적 과정이다. 그러나, 심리 발생이 사회 또는 역사에 의존한다고 보고 여기에 더하여 역사와 문화는 사건에 어느 방향으로 발달할지 결정되어 있는 것이 아니라고 보게 되면, 심리 발생의 보편성이나 필연성을 주장하기 어렵게 된다(참고, Damerow, 1996). 이상의 두 가지 문제는 사회적 구성주의의 기저에 있는 과정과 삐아제의 조작적 구성주의의 기본 가정의 차이에서 생겨나는 문제로도 볼 수 있다.

을 의미하는 것인가가 문제의 핵심이다. ‘사회’라고 하면 ‘일반 대중들이 모인 사회’와 같은 것을 생각하기 쉬우나, 사회적 구성주의에서 사회를 그러한 것으로 생각하는 것은 문제가 있다. 수학적 지식의 사회적 구성 과정에서 ‘일반 대중들로 된 사회’는 ‘공적인 비평과 지식의 재형성’에 결정적인 역할을 수행하지 못했다는 것이 역사적 사실이다. 일반 대중들이 모인 사회는 그러한 일을 할 능력을 갖고 있지 못한 것이다. 수학적 지식의 사회적 구성 과정, 곧 공적인 비평과 지식의 재형성은 일반 대중들로 이루어진 사회가 아니라 수학자들로 이루어진, 그것도 ‘당대를 대표하는 일류 수학자들로 이루어진 사회’에 의하여 이루어져 왔다. 사람들의 모임이거만 하면 사회적 구성주의에서 말하는 ‘사회’인 것은 아니며, 역사적으로 수학적 지식의 사회적 구성을 주도해온 사회는 결코 아무나 모이기만 하면 되는 집단이 아니다.

사회적 구성주의로부터 초중등 수학교육에 시사를 얻으려고 할 때 주의해야 할 점의 하나가, 바로 사회적 구성주의에서 말하는 ‘사회’와 ‘학생들로 이루어진 사회’와의 공통점과 차이점이다. 두 사회의 공통점과 차이점에 대한 신중한 고려 없이 학생들 상호간의 토론과 대화를 중심으로 수학 수업을 진행하려고 하면, 자칫 두 사회 사이에 존재하는 상당한 차이점을 무시한 데서 초래되는 여러 가지 어려움에 봉착할 수 있다. 이 두 사회 사이의 공통점과 차이점을 보다 신중히 고려해야 한다.

우리가 학교에서 가르치는 수학의 상당 부분이 한 시대를 대표하는 천재적인 수학자들의

업적들이다. 아무리 시대가 갈수록 학생들이 정신적으로 빠르게 성숙한다고 해도 현대의 초중등학교 학생들이 이전 시대의 극소수 천재적인 수학자들의 연구 결과를 서로간의 토론과 합의에 의해 구성해 낼 수 있을 것이라고 믿기 어렵다. 과연 ‘학생들의 사회’를 역사적으로 수학적 지식을 객관적 지식으로 성립시켜온 ‘수학자들의 사회’와 본질상 동일한 것으로 볼 수 있을 것인지는 의심의 여지가 있다.

만일 우리가 학생들로 된 사회와 수학자들로 된 사회라는 두 사회가 지닌 차이를 정당하게 인정한다면, 우리는 학생들로 이루어진 사회에는 수학자들로 이루어진 사회보다 더욱 ‘누군가’의 개입이 ‘결정적으로’ 필요하다는 것을 인정하기 쉬울 것이다. 그리고 학생들의 합의 이상의 결정적인 기능을 수행하는 이 결정적인 개입은 다름 아닌 ‘교사’의 몫이다.

가능한 한 교사의 간섭을 배제하면서 학생들이 스스로 수학 지식에 대한 사회적 합의에 도달할 수 있는가에 관한 발라체프(Balacheff)의 교수 실험 연구 결과는, 교사의 관여가 배제된 학생들간의 논의만으로는 바람직한 사회적 합의에 도달하지 못하며 비합리적인 기초에 근거한 소모적인 논쟁으로 끝나는 경우가 많음을 보여 주고 있다(나귀수, 1998)¹⁴⁾

물론, 사회적 구성주의 계열의 교육연구자들도 교사의 역할을 ‘사실적으로는’ 인정하고 있다.¹⁵⁾ 교육에 관여하고 있는 어떤 사람도 사실적으로 교사의 역할을 완전히 부정할 수는 없는 것이다. 사회적 구성주의 계열의 교육연구자들도 교사가 발문하고 권고하는 등 중요한

14) 원 출처는 다음과 같다. Balacheff, N.(1991). "The Benefits and Limits of Social Interaction: The Case of Mathematical Proof". In A. J. Bishop(ed.). *Mathematical Knowledge: its Growth through Teaching*. Kluwer Academic Publishers. 175-192.

15) 본 고에서 제기한 ‘구성주의에서 교사의 존재나 역할이 이론적으로 정당화되는가’라는 질문이 무의미한 것처럼 생각하는 경우도 있다. 구성주의는 교육과 교사를 부정하지 않으며 다만 학습자를 좀 더 강조하여 이제까지 지나치게 교사에 중심이 쏠려있던 교육이 지닌 문제점을 해결해 보려는 시도이므로 위와

역할을 적절히 수행해야 한다고 한다. 문제는, 사회적 구성주의의 이론 체계에서 교사의 결정적인 개입이 아직 '이론적으로' 장려되거나 정당화되지 않은 것으로 보인다. 수학자들로 이루어진 집단에 '학생들과 구분되는 의미에서의 교사'라고 할 만한 존재가 있는가? 수학적 지식을 객관적 지식으로 구성한 수학자 집단에서의 수학자들은 기본적으로 평등한 것으로 간주되는 것은 아닌가?

앞에서 라카토스의 「수학적 발견의 논리」는 수학적 지식의 사회적 구성 과정을 기술한 것으로 볼 수 있다고 한 바 있다. 대화체로 쓰여진 라카토스의 「수학적 발견의 논리」에는 알파, 베타, 감마, 델타, 입실론과 같은 학생들과 한 명의 '교사'가 등장 인물로 나온다. 그런데, 「수학적 발견의 논리」에서 교사나 학생의 수학적 능력은 거의 비슷한 것으로 보이며, 교사가 수행하고 있는 역할과 학생들이 수행하고 있는 역할 사이에 별 차이가 없어 보인다. 학생 중 한 명이 한 말을 교사가 한 말로 생각하고 교사가 한 말을 학생 중 한 명이 한 말이라고 바꾸어 읽어도 원래대로 읽을 때와 별다른 차이가 드러나지 않는다. 수학적 지식의 역사적인 사회적 구성 과정을 대화체로 기술한 것으로 볼 수 있는 라카토스의 「수학적 발견의 논리」에서 학생들과 구분되는 교사의 역할이 그다지 명확히 드러나지 않는 것은 수학적 지식을 객관적 지식으로 구성한 수학자 집단에서 수학자들은 기본적으로 평등한 것으로 간주된다는 사

실과 무관한 것으로 보이지 않는다.

수학적 지식이 수학자 집단의 의사소통을 거쳐 객관적 지식으로 형성되었다고 하는 사회적 구성주의 수리철학이론으로부터 '학생들의 활발한 상호작용을 강조하자'는 것과 같은 주장은 쉽게 끌어낼 수 있다. 그러나, 수학적 지식이 수학자 집단의 의사소통을 거쳐 객관적 지식으로 형성되었다고 하는 것으로부터, 교사는 무엇을 어찌해야 하는지에 대한 주장은 앞의 경우처럼 쉽게 나오지 않는다. 그래서인지, 사회적 상호작용을 수학교육의 장에 도입하려는 시도들은 아직 교사의 '결정적인 개입'을 정당하게 인정하기보다는 교사의 개입을 보조적인 것으로 최소화하면서 학생들의 상호 작용을 지향하는 방향을 은연중에 따르고 있다(참고. Wood, et al. 1993).

수학교육에 있어 학생들간의 합의를 지나치게 강조하는 것은, '사회'라는 말을 지나치게 일반적으로 해석하여, 학생과 천재 수학자, 학생들과 수학자 집단의 차이를 지나치게 간과한 데서 나오는 오류일 수 있다. 과연 피타고라스 정리를 학생들이 서로간의 토론에 의해 구성하는 것이 가능할까? 그 가능성은 물론 열려 있다고 해야 할 것이다. 그러나, 사회적 구성주의에 입각한 수학교육 연구들이 여럿 나오고 있음에도, 아직 학생들이 토론과 합의에 의해 구성 가능한 수학적 지식의 예들이 그다지 제시되지 못하고 있는 것이 현실이다.¹⁶⁾

같은 문제는 원칙상 제기될 수 없다는 것이다. 그러나, 왜 현재의 교육 체제나 교사의 존재를 받아들이는가? 그것이 구성주의에 입각할 때 필연적으로 있어야 하기 때문인가 아니면 단순히 현재 그것이 존재하고 있기 때문인가? 구성주의적 입장에서 볼 때, 교사는 반드시 있어야 하는 존재인가? 동호인 네트워크가 교사가 존재하는 학교보다 구성주의에 부합하는 학습 체제는 아닌가? 구성주의가 교육의 일정 영역에 도움이 되는 제한적인 이론이 아니라 교육의 모든 부분을 설명할 수 있는 새로운 패러다임이라면, 구성주의는 이론적으로 교사나 학교가 필연적으로 있어야 하는가에 대한 설명도 어떤 형태로든 해야 한다. 적어도 그러한 설명은 '구성주의는 교육을 학습에 종속시키는 것이 아닌가'라는 시각에 대해 구성주의자들의 입장을 보다 명확히 나타내는 것이 될 것이다.

- 16) 수학자들의 사회와 학생들의 사회의 차이, 교사의 개입 필요성 등과 같이 본 교에서 사회적 구성주의에 행한 비판은 조작적 구성주의의 경우에도 해당하는 것일지 모른다. 다만, 사회적 구성주의와 조작적 구성

IV. 결론

본고는, 구성의 의미와 메커니즘에 관한 이해가 수학교육학 영역에서 구성주의 연구와 관련된 중요한 문제임을 지적하고, 이에 대한 부분적인 이해를 시도한 것이다. 구성주의가 우리 나라 수학교육의 장에 시행착오 없이 적절히 수용되기 위해서는 구성주의에 대한 보다 명료한 이해가 필요하다. 그리고, 각각의 구성주의에서 말하는 구성의 의미와 메커니즘의 이해는 구성주의의 이해와 관련된 핵심적인 문제이다.

본고에서 다룬 조작적 구성주의와 사회적 구성주의에 대한 간략한 언급으로 끝맺고자 한다. 삐아제의 조작적 구성주의는 논리 수학적 개념의 발생에 관한 연구를 통해 수학적 지식의 조작적 성격을 밝힌 것이다. 삐아제는 아동의 수학적 개념 구성과정을 반영적 추상화에 의한 조작적 schème의 형성 과정으로 보고 있다. 수학적 개념의 본질이 조작적 schème이라는 삐아제의 견해는 수학적 개념의 본질의 한 측면을 밝힌 것으로, 아동에게 조작적 활동을 하게 하고 이를 사고의 대상으로 삼아 반성하게 함으로써 수학적 개념을 의미있게 형성시킬 수 있다는 교육적 시사를 제공하고 있다.

사회적 구성주의는 전통적인 철학에서 그다지 관심의 대상이 되지 못했던 지식 형성의 사회적 과정을 드러내고 있다. 지식의 사회적 성격 또한 지식의 한 측면임이 분명한 이상,

사회적 구성주의가 주목한 지식의 사회적 측면은 지식의 총체적인 성격을 파악하는 데에 도움이 될 것이며, 그러므로 지식 교육에도 도움이 되는 시사를 제공할 수 있을 것이다. 그러나, 사회적 구성주의로부터 초중등 수학교육에 시사를 이끌어낼 때에는 수학적 지식의 사회적 구성을 해 온 수학자들의 사회와 학생들로 된 사회의 공통점과 차이점을 보다 신중하게 생각할 필요가 있다.

사회적 구성주의, 그리고 본고에서 다루지는 않았지만 급진적 구성주의는, 오늘날 많은 수학교육 종사자들의 심금을 울리고 있다. 이는 아마도 우리가 학생들에게 마땅히 부여해야 할 자유와 권한을 제대로 부여하지 못하고 있다는 일종의 죄의식을 가지고 있기 때문일 것이다. 이들의 주장을 따를 경우, 학생들은 현재 우리의 일반적인 수학 수업에서 누리는 것보다 더 많은 자유와 권한을 부여받게 될 것이다. 어쩌면, 학생이나 교사나 수업에서 동일한 권리를 가지게 될 지도 모른다.

아는 자와 알지 못하는 자는 선거에서는 동일한 한 표를 행사할 수 있을 지 모르며, 객관적인 수학적 지식을 형성하여 온 일류 수학자 집단에 속해 있는 수학자들은 동등한 권한을 가질 수 있을 지 모른다.¹⁷⁾ 그러나, 교육에서도 그러할까? 수업에서 학생들에게 얼마나 많은 자유를 주는가 하는 문제와 무관하게, 교육은 사회적 의사결정의 장이 아니라 아는 자가 알지 못하는 자를 가르치는 장이라는 말은

주의는 다음과 같은 차이가 있다. 기본적으로 사회적 구성주의의 관찰 대상은 '수학자들의 사회에서 수학이 어떻게 구성되어 가는가'에 있는 반면, 조작적 구성주의의 관찰 대상은 '아동 속에서 (아동의) 수학적 개념이 어떻게 심리적으로 발생해 가는가'에 있다. 그러므로, 삐아제의 조작적 구성주의에서 수학자들의 사회와 학생들의 사회의 차이 문제는 사회적 구성주의에서와 같이 부각되지는 않는다.

17) 사실, 여기에도 의문의 여지가 없는 것은 아니다. 수학자 집단에 속해 있다고 해서, 단지 수학자 집단에 속해 있다는 이유만으로, 모두가 동등한 영향력을 갖는 것은 아니다. 어느 사회에나 소수의 '권위자'가 존재하기 마련이며, 수학적 지식의 사회적 구성 과정에서도 어쩌면 이 소수의 권위자들이 사실상 결정적인 역할을 수행했을지 모른다. 물론 권위주의라는 말이 풍기는 부정적인 이미지와 같이, 무조건 권위자의 말이기 때문에 따라야 한다는 것은 합리적이지 않다. 그러나, 동시에 어느 집단에서건 '학문과 이성

타당성을 지닌다. 물론, 자유가 없는 수학 수업이 갖는 문제는 사실적으로 존재한다. 그러나, 이런 현실의 문제를 개선하기 위해, 교육의 장을 사회적 의사결정의 장으로 대치할 필요는 없다.

결국 문제는, 지식에 대한 총체적인 이해를 도모하고, 그 이해 위에 서서, 지식의 제 측면을 적절한 위치에 배치하여 균형을 도모하는 것으로 돌아간다. 양극단을 왕래하는 시행착오를 줄이기 위해서라도 구성주의를 ‘학생들이 구성하도록 하자’는 구호 수준을 넘어, 보다 분명히 이해하는 것이 필요할 것이다.

참고 문헌

나귀수(1998). “증명의 본질과 지도 실제의 분석—중학교 기하 단원을 중심으로-”. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

목영해(1998). “구성주의의 본질적 측면에 대한 몇 가지 고찰”. *교육학 연구* 제 36권 제 1호. 한국교육학회. pp.171-186.

박경미(1995). “수학교육에 있어서의 구성주의”. *대한수학교육학회논문집* 제 5권 제 1호. pp.217-224.

박영배(1996). 수학교수 학습의 구성주의적 전개에 관한 연구. 서울대학교 대학원 박사학위논문.

우정호(1998). “schème의 구성과 반영적 추상화”. 雲崗 金年植教授 停年紀念論叢. pp. 3-21.

유연주, 임재훈(1997). “급진적·사회적 구성주

의와 포스트모더니즘”. *대한수학교육학회 논문집* 제 7권 제 2호. pp.359-380.

이홍우(1973). 「인지학습의 이론」. *교육과학신서* 2. 서울: 교육출판사.

홍진곤, 임재훈(1997). “빼아제와 플라톤의 수학적 인식론 비교 연구”, *대한수학교육학회 논문집* 제 7권 제 2호. pp.315-326.

Beth, E. W. & Piaget, J.(1961). W. Mays(trans.)(1966). *Mathematical Epistemology and Psychology*. D. Reidel Publishing Company.

Damerow, P.(1996). *Abstraction and Representation—Essays on the Cultural Evolution of Thinking*, Kluwer Academic Publishers.

Dienes, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics*. Hutchinson Educational LTD.

Dubinsky, E.(1991). “Reflective abstraction in advanced mathematical thinking”, in D. Tall (Ed.). *Advanced mathematical thinking*. Kluwer Academic publishers.

Ernest, P.(1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: The Falmer Press.

_____ (1994). “Social Constructivism and the Psychology of Mathematics”. in P. Ernest(ed.). *Constructing Mathematical Knowledge: Epistemology and Mathematics Education*. London: The Falmer Press. pp.62-72.

Lakatos, I(1976). *Proofs and Refutations — The Logic of Mathematical Discovery*. Cambridge Univ. Press. 우정호(譯)(1991). 「수학적 발

의 보다 완전한 구현체'라 할 수 있는 소수의 사람들이 있기 마련이고, 이들에게 어떤 권위가 부여될 수 있는 것은 이들이 학문과 이성의 보다 완전한 구현체이기 때문이다. 그리고 이런 사람들에게 그들이 맡기에 합당한 권위가 주어지는 것은 비합리적인 것이 아니다. 평등은 모든 사람에게 무조건 동일한 것을 나누어 주는 것이 아니라, 받을 만한 사람에게 각각의 받을 만한 분량에 따라 줄 것을 주는 것이다. 만일, 수학적 지식의 사회적 구성 과정에 소수의 권위자들의 중요한 역할이 있었다고 한다면, 사회적 구성주의를 교육의 장에 적용하려고 할 때 이들의 역할도 마땅히 고려되어야 할 것이다.

- 건의 논리』. 第2版. 대우학술총서 번역 37. 서울: 민음사.
- Piaget, J.(1969). D. Coltman(trans.)(1977). *Science of Education and the Psychology of the Child*. New York: Penguin Books.
- Piaget, J.(1975). “L'équilibration des structures cognitives”. Paris: Presses Universitaires de France.
- Piaget, J. et al.(1977). “Recherches sur l'abstraction réfléchissante”. Paris: Presses Universitaires de France.
- Piaget, J and Garcia, R.(1986). H. Felder(trans.)(1989). *Psychology and The History pf Science*. New York: Columbia University Press.
- Von Glasersfeld, E.(1991). “Abstraction, Re-Presentation, and Reflection: An interpretation of Piaget's approach.” L. P. Steffe(ed.). *Epistemological foundations of Mathematical Experience*. Springer-Verlag. pp.45-67.
- Vygotsky, L. S.(1962). *Thought and Knowledge*. 신현정(譯)(1985). 「思考와 言語」. 서울: 성원사.
- Woo, Jeong Ho(1995). “Radical Constructivism versus Piaget's Operational Constructivism in Mathematics Education”. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics* 5(1). pp.1-17.
- Wood, T., Cobb, P., Yackel, E., Dillon, D.(1993). *Rethinking Elementary School Mathematics: Insights and Issues. JRME Monograph 6*. National Council of Teachers of Mathematics.

The Meaning and Mechanism of the 'Construction' in the Operational Constructivism and the Social Constructivism

Jae-Hoon Yim · Jin-Kon Hong

In this study, we have investigated the meaning and mechanism of the 'construction' in the operational constructivism and the social constructivism.

According to Piaget, a mathematical concept is the operational schème, which is constructed through the reflective abstraction from a general coordination of activities and operations. The process of the reflective abstraction consists of 'réfléchissement' and 'réflexion'. The réfléchissement starting from 'intériorisation' concludes with 'thématisation', and the réflexion consists in the 'équilibration' of the result of réfléchissement.

The 'construction' in the social constructivism includes two process. One is the process from the individual, subjective knowledge of mathematics to the social, objective knowledge of mathematics, and the other is vice versa. The emphasis is placed on the 'social interaction' and the 'representation' in this two processes.

In this context, if we want to apply the social constructivism, we should clarify the meaning of 'society', and consider the difference between the society of mathematicians and the society of students.