大韓數學教育學會 論文集 第 8 卷 第 1 號
Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics
Vol. VIII, No.1, 199-216. July 1998

수준별 교육과정의 적용에 따른 수학과 심화 보충 과정과 특별 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료 구성 방향

-중학교 1학년 1학기 수학과 내용을 중심으로-

박 경 미* · 임 재 훈**

I. 서론

제 7차 교육과정은 수준별 교육과정이 적용된다는 특징을 갖는다. 수준별 교육과정은, 우리나라의 수학 교실에 존재하는 '거품' 현상, 예컨대 초등학교 수준의 수학 능력을 가진 학생이 중학생이라는 이유만으로 중학교 수학을 배워야 하고 그 결과 수학 수업 시간에 이방인이 되어 버리는 현상을 제거하고 학생의 수준에 적합한 '제자리'를 찾게 해주기 위한 제도라고 할 수 있다.

수준별 교육과정의 세 가지 유형 중 국민 공통 기본 교육 기간의 수학과에는 단계형 수준별 교육과정이 적용된다. 단계형 수준별 교육과정은 주로 교육과정의 운영 및 편성과 관련된 부분이다. 교과서 및 교수-학습 자료의 구성과 관련해서는 학생의 수준에 부합되는 심화 내용과 보충 내용을 제공한다는 심화 보충형 수준별 교육과정의 아이디어가 적용된다. 이 두 가지를 정리해 보면, 국민 공통 기본 교육 기간의 수학과 교육과정의 특징은 '단계형 수준별 교육과정에 따른 운영 및 편성+심화 보충형 수준별 교육과정에 따른 교재의 구성'으로 대별해 볼 수 있다.

국민 공통 기본 교육 기간에 수학과에 수준별 교육과정이 적용됨에 따른 변화로 크게 두 가지를 들 수 있다. 하나는 단계형 수준별 교육과정의 적용에 따른 변화로서, 단계의 이수 자격 기준을 설정하고 이에 미달한 학생들을 대상으로 특별 보충 과정을 운영하게 된 것이다. 다른 하나는, 심화 보충형 수준별 교육과정의 적용에 따른 것으로서, 기본 과정에 더하여 '심화 과정과 보충 과정'을 정규 과정 속에 편성, 운영하게 된 것이다.

본 고에서는, 수학과에 수준별 교육과정이 적용됨에 따라 생겨나게 된 두 가지 큰 변화인 정규 과정 속의 심화 보충 과정과, 특별 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료 구성 방향에 대하여 고찰하기로 한다.

II. 제 7차 수학과 교육과정에 나타난 심화 과정과 보충 과정의 내용

제 7차 교육과정 문서는 심화 과정과 보충 과정에 대하여 명시적으로 진술하고 있다. 심화 내용에 대해서는 영역당 한두 가지 항목씩 명시하고 있는 반면, 보충 내용에 대해서는 일

* 한국교육과정평가원
** 한국교육과정평가원

반적인 선정 원칙만 밝히고 있다. 심화 과정과 보충 과정은 지역, 학교, 교사에 따라 선정될 내용의 성격이나 난이도가 달라질 수 있는 가변성을 지니고 있으므로, 국가 수준의 교육과정에서 일률적으로 정하기 어려운 난점이 있다. 그러나 심화 과정과 보충 과정을 활성화시키기 위해서는 다소간의 무리가 따르더라도 어떠한 방식으로든 교육과정에 명시를 하는 것이 필요하다는 취지에 따라 교육과정은 다음과 같은 두 가지 방향의 심화 내용을 명시하고 있다.

첫 번째는 기본 내용으로 제시된 수학 개념을 실생활에 적용하는 것으로, 6-나 단계의 수와 연산 영역의 "분수와 소수의 혼합 계산이 적용되는 실생활의 문제를 만들고 해결할 수 있다"와 동일 단계의 확률과 통계 영역에서 "실생활에서 경우의 수와 관련된 문제를 찾아 해결할 수 있다"와 같은 심화 내용이 이에 해당한다. 두 번째는 수학 내용 자체의 심화로, 수학의 다른 내용 영역과 결부되거나 실생활 적용 문제로 轉移되지 않으면서 난이도를 높여 가는 것이다. 여기에 해당하는 예로는 7-나 단계의 확률과 통계 영역에서 "도수의 합이 다른 두 집단의 분포를 비교하는 방법에 대하여 알아본다"와 8-가 단계의 수와 연산 영역의 "순환소수의 대소 관계를 알 수 있다"가 있다.

심화 과정에 대해서는 교육과정 문서에 다룰 내용이 별도로 명확히 기술되어 있기 때문에 심화 내용 선정의 문제는 그다지 심각하게 제기되지 않는다. 그러나, 보충 과정에 대해서는 다음과 같은 일반론만 제시하고 있기 때문에, 국가 수준에서 의미있는 심화 내용을 영역별로 선정하여 제시한 심화 과정과 달리, 보충 내용 구체화를 위한 상당한 논의가 필요하다.

(1) 보충 과정의 내용은 기본 과정의 내용 중, 최소 필수가 되는 내용 요소들을 추출하여 구성한다. 여기서의 최소 필수는 내용의 기본 요소, 연계성, 다음에 학습할 내용과의 관계 등에 중점을 두되, 학생, 단원에 따라 또는 보충 과정에 할애할 수 있는 시간에 따라 유동적일 수 있다.

(2) 보충 과정의 내용은 기본 과정의 내용을 더 낮은 난이도로 하향 초등화하여 구성한다. 예를 들면, 어떤 정리와 이에 대한 증명이 기본 과정에 포함되어 있다고 할 때, 형식적인 증명은 난이도가 높으므로 생략하고 몇 개의 수치를 대입해 봄으로써 정리가 성립함을 확인해 보는 경우가 이에 해당한다. (교육부, 1997)

교육과정이 보충 내용 선정의 기준으로 '최소 필수'와 '하향 초등화'만 제시할 뿐 영역별로 구체적인 내용을 선정하지 않은 것은, 국가 수준의 문서가 갖는 구속력 때문이다. 어떤 학생이 보충 과정을 학습하게 되는 경우는, 선수학습 요소에서 결손이 생긴 경우도 있고, 교과서의 제시 방법과 학생의 인지구조 사이의 괴리에서 연유할 수도 있으며, 교과서가 학생이 소화하기 어려울 만큼의 과다한 내용을 담고 있는 데서 비롯된 경우도 있을 것이다. 이와 같이 다양한 학습 결손의 이유가 존재한다고 할 때 각각에 대하여 대응하는 방법이 달라져야 한다. 그러므로 보충과정의 선정은 다분히 실제 상황에 따라 다양하고 유연하게 이루어질 수밖에 없다. 이러한 관점에서 보면, 국가 수준의 교육과정에서 보충 내용을 일률적으로 못박는 것은 불합리한 점이 없지 않다. 로, 보충 내용의 기준만 제공받음으로써 내용 선정에 있어 운신의 폭이 넓어진 반면, 그 기준을 의미있게 해석하고 구체화하는 새로운 문제가 떠오르게 된다.

III. 심화 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료 구성 방향

심화 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료 구성에 대한 방향 모색은 심화 보충 과정이 실제 어떤 방식으로 운영될 것인가 하는 문제의 고찰과 더불어 이루어져야 하며, 이는 다시 수학과의 단계형 수준별 교육과정이 어떠한 운영상의 모습을 띠게 될 것인가 하는 문제와 직결된다. 제 7차 교육과정의 운영과 관련하여 박경미, 임재훈(1998)에 나타난 바와 같이 초기에 제안된 단계형의 原案, 즉 재이수를 근간으로 하는 단계형이 실시될 가능성은 현실적으로 그리 높지 않다. 그 대신 현재 이루어지고 있는 능력별 이동수업을 발전적으로 이어 받는 상중하 수업의 형태를 띠게 될 가능성이 높다. 전자의 재이수형과 후자의 상중하형은 모두 학급간 이동수업을 전제로 하고 있으나, 이와 달리 학급간 이동을 하지 않는 경우도 상정해 볼 수 있다. 실제, 초등학교는 교과 담임제가 아니라 학급 담임제이기 때문에 학급 이동이 가능하지도 바람직하지도 않으므로 교육과정 문서에서도 학급내 집단 편성을 장려하고 있다. 또 중등학교라 할지라도 학생수가 많지 않거나 더 나아가 한 학년의 학생수가 극히 적은 미니 학교의 경우 몇 개 학년에 걸친 복식수업을 하는 경우도 적지 않다.

이상을 토대로, 제 7차 교육과정의 일반적인 운영 모형과, 각각에 따른 심화 보충 과정의 운영 방법을 다음과 같이 정리해 볼 수 있다.[1)]

수준별 교육과정의 운영 모형		심화 보충 과정의 운영 방법	
학급간 수준별 수업	재이수형	단원말 심화 보충, 매 차시 심화 보충	
	상중하형	상 반의 교육 내용 자체가 심화 내용	단원말 심화 보충
		하 반의 교육 내용 자체가 보충 내용	매 차시 심화 보충
학급내 수준별 수업		단원말 심화 보충, 매 차시 심화 보충	

우선 위의 세 가지 모형에 모두 해당되는 매 차시 심화 보충을 생각해 보자[2)]. 매 차시의 수업은, 40-50분 수업에서 처음 30-40분 정도는 공통 학습으로 이루어지고 나중 10여 분 정도는 학생에 따라 보충, 심화에 해당하는 내용을 각각 학습하는 방식으로 이루어질 수 있을 것이다. 10분 남짓의 짧은 시간 동안에 쉽게 사용할 수 있는 심화와 보충 방법은 그 시간에 배운 내용과 관련된 '쉬운 문제'를 내어 주고 그 문제를 잘 해결하지 못하는 학생들을 개별적으로 지도하고 '어렵고 도전적인 문제'와 '응용 문제'를 내주어 잘하는 학생들을 지도하는 방식일 것이다. 보충 과정과 관련하여 교육과정 문서에서 말하는 최소 필수 요소를 반복해 주거나 쉬운 문제를 내주는 방식으로 하향초등

1) 여기서 제시하는 모형은 일반 모형일 뿐이다. 기본적으로 단계형 수준별 교육과정의 운영은 일률적으로 결정되는 것이 아니라 상황에 따라 융통성있게 구안되고 이에 따라 탄력적으로 운영되어야 한다. 학교의 규모만 보더라도 한 학년이 10학급 이상 되는 대규모 학교에서부터, 복식 수업을 하는 학교까지 천차만별이다. 이와 같은 학교의 규모 뿐 아니라, 학교의 소재지에 따른 학생이나 교사의 수준, 확보하고 있는 교사의 수, 여유 교실의 수, 학생들의 전반적인 진로 등에 따라 수준별 교육과정의 운영은 상당히 다른 양상을 띠게 된다. 결론적으로 말해, 단계형 수준별 교육과정의 일반적인 운영 모형이 도출될 수는 있으나, 특정 학교에 대한 운영 모형은 제반 조건을 고려하여 학교가 독자적으로 개발해야 한다는 점에서 단계형의 운영은 유연할 수밖에 없다.

2) 매 차시 보충이나 단원말 보충은 수준별 교육과정을 염두에 두지 않더라도 대부분의 교사가 이미 수업 방법의 일환으로 동원하고 있는 평범한 것으로 보이기도 한다. 그러나, 제 7차 교육과정에서는 심화 내용을 미리 선정하여 제시하였기 때문에 이를 중심으로 심화 활동이 이루어지게 되며, 보충 내용의 선정도 최소 필수 추출이라는 횡적인 축소와 깊이를 조절하는 하향초등화의 두 가지 방향으로 좀 더 체계적으로 이루어지게 된다.

화를 적용시킬 수 있다. 또 심화 과정과 관련하여서 수학 내용 자체의 심화는 10분여의 시간 동안 제시하기는 어렵기 때문에, 교육과정에 제시된 심화 내용의 두 가지 유형 중 실생활 적용 문제를 다루게 될 가능성이 높다.

단원말 보충과 심화에 할애될 수 있는 시간은 영역별로 한두 시간 정도가 될 것이다. 심화는 교육과정에 영역별로 제시된 심화 내용을 다루는 것이 될 것이며, 보충은 문제 풀이를 중심으로 하여 학습 결손을 만회할 기회를 제공하는 것이 될 것이다. 특히 재이수형의 경우 단원말 보충이 갖는 실제적인 의의는 학생들이 자격 이수 조건으로 설정된 최저 학업 성취 기준에 도달할 수 있도록 기본적인 내용을 복습할 기회를 제공하는 데 있다.

「제 7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과용 도서 개발에 관한 연구」(1998)에 따르면, 초등학교 익힘책은 각 단원마다 수준별 문제, 형성평가, 보충문제, 심화문제의 순으로 구성될 예정이다. 수준별 문제는 교과서를 통한 개념 이해 및 예제 풀이에 이어 다루어질 반복 연습을 위한 문제를 말한다. 수준별 문제는 기본 문제와 발전 문제로 나누어지는데, 기본 문제는 모든 학생들이 기본적으로 알고 있어야 하는 내용에 관한 것으로서 해당 학습 내용에 관한 이해 정도를 판가름할 수 있는 수준의 문제로 구성된다. 발전 문제는 해당 학습 내용과 관련된 난이도가 높은 문제로 구성되는데 이는 우수한 학생들이 느끼기 쉬운 학습의 지루함을 덜어주고자 하는 것이다.

수준별 문제에 이어 형성평가 문제가 제시되고, 그 다음에 보충 문제와 심화 문제가 제시된다. 보충 문제는 형성평가 문제 풀이 결과에 따라, 학습 상태가 양호하지 못한 학생들이 이 문제를 통하여 보충 학습을 할 수 있도록 하기 위한 것으로, 그 단원의 학습 요소와 관련된 내용을 쉽게 이해할 수 있는 방법이나 이전에 배웠던 선수 학습 내용 등을 중심으로 구성될 방침이다. 심화 문제는 학습 상태가 양호한 학생들에게 해당 단원의 내용을 보다 심층적으로 이해할 수 있도록 수학사, 실생활과 관련된 상황 또는 게임 등에 관한 문제를 제시할 방침이다. 이러한 익힘책을 가지고 단원별 심화 보충을 실시한다면, 한 단원의 학습이 끝난 후에 형성평가 문제를 풀게 하고 그에 따라 학습 상태가 양호한 학생들과 그렇지 못한 학생들을 나누어 학습 상태가 양호한 학생들은 심화 문제를 풀게 하고 그렇지 못한 학생들은 보충 문제를 풀게 하면서 개별 지도하는 방식으로 단원말 심화 보충 학습이 이루어지기 쉬울 것이다.

학급간 수준별 이동수업의 상중하형에서도 매 차시 혹은 단원말 심화 보충이 각 반에서 위와 같은 방식으로 이루어질 수 있다. 그런가 하면, 상 반의 전체 교육 과정을 심화 과정으로, 하 반의 전체 교육 과정을 보충 과정으로 확대해석하는, 보다 본격적인 심화 보충을 생각해 볼 수 있다. 이 경우 상 반에서는 교육과정 문서에 영역별로 한두 가지씩만 제시된 심화 내용 이상의 것을 심화 내용으로 구현할 필요가 있다. 예컨대 도형과 측정, 방정식과 함수, 혹은 대수와 확률의 결합과 같이 영역간의 통합이 일어난 間領域的 내용이 심화 내용의 한 유형이 될 수 있다. 그 외에, 학습한 내용을 컴퓨터 활용하는 것이나 게임, 퍼즐에 응용하는 것, 수학사와 관련지어 보는 것도 하나의 방향이 될 수 있다. 실제, 함수 영역이라면 Green Globe를, 기하 영역이라면 GSP를 수업에 도입해 보는 것이 심화 학습의 예가 될 수 있다.[3] 또 여러 가지 진법 단원이라면, 심화 과정

3) 컴퓨터 소프트웨어를 수업에 도입하는 것은 심화 과정이 아니라 보충 과정의 수업에서 더 필요할 수도

으로 수학사에서 나타났던 단순 그룹핑법, 승법적 그룹핑법, 위치적 기수법의 변천 과정이나 역사적으로 존재했던 다양한 진법을 알아보고, 현재 우리 주변의 생활에서 여러 가지 진법을 찾아볼 수 있다. 그 외에도 이진법의 개념을 적용하여 생각한 수를 알아 맞추는 마술카드를 구성해 볼 수도 있을 것이다.

하 반의 수업 과정 전체를 보충 과정이라고 본다면, 교육과정 문서에 나와 있는 기본 과정의 내용 중에 미리 하 반에서 다룰 최소 필수 내용을 선정하고 그것을 한 학기 동안 천천히 가르치는 방안을 생각해 볼 수 있다. 이 아이디어는 학습자의 학습 속도에 부응하는 교육과정 운영이라는 단계형 수준별 교육과정의 본래의 취지에 맞는 것이기도 하다. 그러나, 상, 중, 하 반의 편성 기준이 그렇게 납득할 만한 근거 하에 이루어진다고 자신하기도 어려운 상태에서 하 반에 속하게 되었다는 이유로 국민 공통 기본 교육 과정에서 배워야 할 내용으로 교육과정 문서에 제시되어 있는 내용 가운데 일부를 원천적으로 처음부터 못 배우게 해도 되는가 하는 문제가 제기될 수 있다. 국민 공통 기본 교육 과정에 제시되어 있는 것은 '국민이면 누구나 공통적으로 배워야 할 또는 배울 권리가 있는 기본적인 내용'이라고 해석할 수 있기 때문이다. 이 점을 생각하면 교육과정 문서에 진술되어 있는 기본 과정의 내용은 적어도 한 번 학생들에게 배울 기회를 제공해야 할 것이다. 그러므로, 하 반의 수업 전체를 보충 과정으로 본다 하더라도 아예 처음부터 최소 필수 내용을 선정하여 그것을 한 학기 동안 천천히 가르치는 것은 문제가 있어 보이고, 어쩌면 법률적인 분쟁의 소지마저 제공할 수 있다.

기본 과정의 내용 중 일부를 빼기 어렵다면, 이제 '하향초등화'에서 무엇인가 해결점을 찾아야 한다. 하향초등화와 관련하여 우선적으로 생각할 수 있는 것은 '설명을 쉽게 하고 보다 쉬운 문제를 다루는' 것이다. 기존의 수준별 이동수업에서 하 반에서 이루어진 일반적인 수업 형태가 이러한 하향초등화 방식이라고 말해도 그리 지나치지 않을 것이다. 수준별 이동수업이 시작된 초기에는 여건상 이런 방식을 취할 수밖에 다른 도리가 없었을 지 모른다. 그러나, 이런 방식이 갖는 약점 또한 인식할 필요가 있으며 하 반의 학생들에게 보다 맞는 다른 방식은 없을 것인가를 생각해야 한다. 학생의 수준에 비해 지나치게 높은 수준에서 형식화되어 있는 수학 내용을 단지 설명을 쉽게 하는 것으로는 그 학생이 진정한 이해에 도달하게 하기 어려울 것이다. 학생이 진정한 의미에서 수학을 이해하도록 하기 위해서는 물리적, 정신적, 사회적인 여러 현상을 수학적 개념으로 조직하는 수학화 과정을 스스로의 활동을 통해 경험하도록 할 필요가 있을 것이다.[4] 특히, 형식적인 사고가 잘 이루어지지 않

있다. 컴퓨터를 구체적 조작물의 일종으로 볼 때, 그러한 생각이 더욱 설득력있게 다가온다. 그러나 굳이 차이를 둔다면, 심화 과정에서는 개념을 습득하고난 후에 이에 대한 활용 차원에서 컴퓨터 소프트웨어를 이용하는 것이고, 보충 과정에서는 시각화 등에서 장점을 갖고 있는 컴퓨터 소프트웨어를 통해 개념 형성을 꾀하는 것이다.

4) 여기서, 교육과정에 심화 과정의 내용으로 기술되어 있는 것들의 대부분이 수학을 실생활에 적용하는 것이라는 점에 주목할 필요가 있다. 심화 과정에서 다루는 수학의 실생활에의 적용과 실제 현상으로부터의 점진적 수학화를 통한 보충 학습은 표면상 수학과 실세계와의 관련이라는 점에서 비슷해 보이지만 큰 차이가 있다. 전자는 형식화된 수학을 배운 다음에 그것을 현실에 응용하는 것이고, 후자는 처음에 수학을 학습할 때에 실제의 여러 현상을 수학으로 조직하는 과정을 통하게 하자는 것이다. 하 반 학생들에게는 제 7차 교육과정 문서에 제시되어 있는 심화 과정까지 배울 기회가 주어지기 힘들다. 그러나, 점진적 수학화 방식을 사용하면 하 반 학생들에게 수학과 현실 세계와의 관련성을 오히려 상 반에서보다 더 확실하게 인식할 수 있는 기회를 제공할 수 있을 것이다.

는 학생들에게는 그들의 수준에 맞지 않는 형식화된 수학 내용을 설명을 쉽게 하는 방법으로 가르치는 것보다 점진적인 수학화 활동을 통해 수학을 학습하도록 하는 것이 좋은 결과를 낳을 것이다.

점진적 수학화 방법으로 하 반을 지도하고자 할 때 부딪치는 실제적인 어려움은 이런 방식으로 만들어진 교수-학습 자료가 생각처럼 많지 않다는 것이다. 우선 교과서가 그러한 방식으로 구성되어 있다고 보기 어렵다. 결국 현재로서 할 수 있는 것은 대체적으로는 상 반과 중 반에 비해 쉽게 설명하고 쉬운 문제를 제공하는 방식을 취하면서, 점진적 수학화에 따른 학습 지도를 부분적으로 시도해 보는 정도일지 모른다.

Ⅳ. 특별 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료 구성 방향

1. 내용 선정

앞에서 상, 중, 하 수준별 반 편성을 하는 경우에, 하 반에서도 교육과정 문서에 제시된 기본 과정의 내용을 적어도 한 번은 배울 기회를 제공해야 한다는 점을 언급한 바 있다. 그러나, 특별 보충 과정에서는 필요하다면 교육과정에 제시된 기본 과정의 내용 중에서 일부를 빼고 가르칠 수 있다. 이는 정규 과정의 목표는 일차적으로 교육과정 문서에 제시되어 있는 내용을 모두 잘 학습시키는 데 있다고 볼 수 있는 반면, 특별 보충 과정의 일차적 목적은 다음 단계에서의 학습에 심각한 장애가 일어나지 않도록 준비시켜서 다음 단계로 올려보내는 데에 있기 때문이다. 또한, 특별 보충 과정은 단계 이수 자격 판정 이후 새로운 단계가 시작되기 전에 이루어져야 하므로 시기적으로 여름 방학과 겨울 방학에 이루어지기 쉽다. 방학 중 제한된 몇 주의 시간을 통해 한 학기 동안 다룬 모든 내용을 다시 가르치는 것도 무리한 바 없지 않으므로 최소 필수 요소를 뽑아낼 필요가 있다.

교육과정 문서에 보충 과정의 내용 선정 기준으로 제시되어 있는 '내용의 기본 요소, 연계성, 다음에 학습할 내용과의 관계'는 특별 보충 과정의 내용 선정 기준으로 사용될 수 있다. 이 중에서 제일 중요한 것으로 이후의 단계에서 학습할 내용과의 관계를 들 수 있다. 이하에서는 이러한 기준에 비추어 중학교 1학년 1학기 내용 가운데 특별 보충 과정에서 제외되거나 약화될 수 있는 것을 몇 가지 언급하고자 한다.[5]

① 집합

집합 단원이 속해 있는 대영역은 6차 교육과정에 준할 때 수와 식 영역이다. 중학교의 수와 식 영역에서 다루는 내용은 집합의 개념과 그 연산, 약수와 배수의 성질, 기수법, 정수,

5) 특별 보충 과정의 내용 선정에 관한 논의는 현행 교육과정의 중학교 1학년 1학기 내용(교육과정 및 교과서)과 7차 교육과정의 7-가 단계의 내용(교육과정)을 기초로 하였다. 제 7차 교육과정의 적용에 따른 특별 보충 과정의 내용 선정에 대하여 논하면서 6차 교육과정 및 교과서를 참고한 데에는 다음과 같은 이유가 있다. 첫째, 7차 교육과정에 따른 교과서가 아직 개발되지 않은 상태이므로, 교육과정에 간략히 몇 줄로 나와 있는 내용 요소만으로는 7-가 단계에서 가르쳐질 내용이 구체적으로 어떤 것인지 짐작하는 데 어려움이 있는데, 여기에 현행 교과서가 도움이 된다. 둘째로, 6차 교육과정 문서에 제시된 중학교 1학년 1학기 내용 요소와 7차 교육과정의 7-가 단계에 제시된 내용 요소 사이에는 큰 차이가 없다. 두 교육과정 사이의 확실한 차이라고 볼 수 있는 것은 오진법과 이진법을 다루었던 6차 교육과정과 달리 제 7차 교육과정에서는 십진법 이외의 진법으로 이진법만 다루고 있다는 것이다. 그 외에 함수 단원에서 6차 교육과정에는 있는 '두 집합 사이의 원소의 대응'이 7차 교육과정에는 명시되어 있지 않고 함수 개념의 도

유리수의 개념과 그 사칙계산(1학년), 유리수의 소수 표현, 근사값의 사칙계산(2학년), 제곱근과 무리수, 실수의 개념과 그 사칙계산(3학년)으로, 7차 교육과정에서는 오진법과 근사값의 곱셈과 나눗셈이 삭제되었다.

이상의 내용을 보면, 집합의 개념과 그 연산을 약화시킨다고 해서 그 이후의 내용의 학습에 심각한 문제가 생기지는 않을 것으로 보인다. 그러므로, 이후의 학습과의 연계성이라는 면에서 본다면, 집합, 원소, 원소나열법, 조건제시법, 무한집합, 유한집합, 공집합, 서로 같다 등등의 용어와 수많은 집합 관련 기호를 가르치는 데 길지도 않은 특별 보충 과정의 시간을 사용할 필요는 없을 것이다.

집합의 교육적 의의가 명백하고 그 의의가 구현될 수 있도록 가르쳐질 수 있다면 시간이 많지 않더라도 특별 보충 과정에서 집합을 다시 한번 가르치는 길을 모색해 볼 수 있을 것이다. 그러나, 현재 학교 수학에서 집합의 역할이나 교육적 의의는 그다지 분명하지 않다. 집합이 학교 수학에서 강조된 것은 수학교육 현대화 운동을 받아들인 3차 교육과정 때이다. 현대의 수리철학, 특히 수학기초론은 집합론이 수학의 기초를 이루는 이론임을 보여준다. 또한 수학의 구조를 건축하려고 한 브루바끼 학파에 의해 집합이 수학의 기초 개념임이 널리 알려졌다. 사실, 삼각형과 같은 도형도 점의 집합으로 정의될 수 있으며 방정식을 푸는 것도 해집합을 구하는 것으로 표현될 수 있는 예에서 볼 수 있는 바와 같이, 수학 내용의 상당 부분은 집합적 용어로 기술될 수 있다.

수학교육 현대화 운동의 영향으로 집합론적인 용어가 학교 수학에 많이 도입되었으나, 오늘날의 학교 수학에서 집합은 더 이상 기초의 확고한 위치를 차지하고 있지 못하다. 집합론은 여전히 수학의 기초인지 모르나 집합 단원은 이제 학교 수학의 기초가 아니다. 실상, 집합은 교사와 학생들에게 학교 수학의 기초로 보다는 중학교와 고등학교 수학의 첫 부분에 나오는 비교적 쉬운 내용으로, 이후의 학습과 그다지 깊은 관련을 갖지 않는 내용으로 인식되고 있다.

집합이 다른 수학 내용이나 외부 세계와 별로 관련을 맺지 못하고 고립된 영역으로 지도되는 것은 바람직하지 못하다. 집합 개념이 내재되어 있는 조작이나 외부의 현상으로부터 의미있게 집합적 사고를 형성하도록 지도하는 것이 어렵다고 한다면, 원래 집합이 학교 수학에서 강조되게 된 이유에라도 부합되도록 다른 수학 내용과의 관련 속에 가르침으로써 집합이 수학의 기초 개념임을 조금이나마 느낄 수 있는 기회를 제공하는 것이 바람직할 것이다. 중학교 1학년의 내용 중에 집합과 관련지어 통합적으로 가르칠 수 있는 내용으로 공배수와 공약수 단원이 있다. 집합과 관련된 최소한의 내용을 공배수와 공약수 단원의 학습 가운데 삽입하여 가르치는 방안을 모색해 볼 수 있을 것이다.

② 기수법 단원의 이진법

기수법 단원에서 가르치고 배워야 할 사고로, 1) 기본숫자[6]의 필요성, 2) 자리값의 원리, 3) 기본숫자를 어떻게 설정하는가에 따라 하나

입은 비례 관계를 이용하라고 되어 있어서 어떤 변화의 가능성이 있어 보인다. 그러나, 7-가 단계의 목표에 '함수의 뜻과 그에 관련된 기본 개념을 알 수 있다'고 기술되어 있으므로, 7차 교육과정에 따른 교과서에서도 함수의 뜻을 정의하지 않을 수 없을 것이다. 그리고, 특별한 변화가 없는 한, 함수는 현재와 같이 두 집합의 원소 사이의 특수한 대응 관계로 정의될 가능성이 높다. 만일 그렇게 된다면, 6차 교과서에 대응으로서 함수의 정의와 관련되어 나오는 내용들이 7차 교과서에도 들어갈 가능성이 높다.

6) 십진법에서는 0, 1, …, 9. 오진법에서는 0, 1, …, 4. 이진법에서는 0, 1.

의 자연수를 상이한 방식으로 표현할 수 있다는 것 등을 들 수 있다.

현재의 6차 교육과정에서는 십진법, 오진법, 이진법의 세 가지 진법을 다루게 되어 있으나, 7차 교육과정에서는 오진법이 빠져서 십진법과 이진법을 다루도록 되어 있다. 그런데, 7차 교육과정에서 오진법이 빠지고 이진법이 남은 것이 적절한 것인가에는 의문의 여지가 있다. 7차 교육과정 개정의 주요 방침의 하나는 내용을 경감하는 것이었다. 내용 경감을 염두에 두고 보면, 기수법의 원리를 가르치기 위해서 진법을 세 개나 사용할 필요까지는 없을 것처럼 보인다. 십진법은 일상생활에서나 학교수학에서 사용되는 기본 진법이므로 십진법을 선뜻 빼기는 어렵고, 삭제한다면 오진법 아니면 이진법이다. 결과적으로는, 현대 문명의 총아로 각광받는 컴퓨터에서 이진법이 사용된다는 점 등이 고려되어 이진법이 남게 되었다.

사실, 기본숫자의 필요성은 십진법만 가지고도 가르칠 수 있다. 각각의 수에 대응되는 숫자를 하나하나 만드는 것은 불가능하고 비경제적인 일이므로 몇 개의 숫자를 기본숫자로 해서 수를 표현하는 방법을 모색하는 것이 편리하고 필요하다는 생각은 십진법을 통해서 가르칠 수 있다. 자리값의 원리도 그러하다. 1이 열 개 모인 수를 나타낼 때에 9의 다음 수를 나타내는 기호가 없으므로, 그 위의 자리에 올려서 10으로 나타낸다는 것을 가르치면서 자리값의 원리를 가르칠 수 있다. 십진법만 가지고 가르칠 수 없는 것은, 기본숫자를 무엇으로 설정하는가에 따라 하나의 자연수를 상이한 방식으로 표현할 수 있다는 것이다. 이것을 가르치기 위해서는 다른 진법이 적어도 하나 필요하다. 내용 경감을 위해 6차 교육과정에 나오는 오진법과 이진법 중 하나를 빼는 과정에서 컴퓨터에서 이진법이 사용된다는 점 등이 고려되어 오진법이 빠지고 이진법이 남게 되었다. 그러나, 오진법을 남길 것인가 이진법을 남길 것인가를 결정하는 데 우선 고려되어야 할 것은, 컴퓨터에서 이진법이 사용된다는 것이 아니라, 기수법의 원리의 학습에 이진법과 오진법 중 어느 쪽이 보다 도움이 될 것인가이다.

이진법은 0과 1의 두 개의 숫자를 사용하므로 수가 커짐에 따라 자리가 빠르게 올라간다. 이진법을 배우기 전, 십진법을 배울 때 학생들은 한 자리에서 0, 1, 2, …, 9까지 숫자를 사용한 후에 그 다음 자리로 올려 수를 표현하는 방법을 배운다. 이 과정은 위의 자리의 숫자와 아래 자리의 숫자가 똑같은 1이라고 해도 그것이 나타내는 수(양)에는 상당한 차이가 있다는 수적 감각을 가질 여유를 제공한다. 그러나 이진법은 이런 여유를 별로 제공하지 못한다. 오진법은 0, 1, 2, 3, 4 다음에 한 자리가 올라가므로 상대적으로 이러한 수적 감각을 가질 여유를 많이 제공한다. 뿐만 아니라 십진법과의 거리를 생각해 보아도 이진법은 너무 떨어져 있는 느낌이 없지 않다.

또한 이진법은 수의 표현 방식으로 생각되기보다는 0과 1이라는 두 개의 숫자를 가지고 하는 게임과 같이 느껴지는 경향이 없지 않다. 이진법과 관련되어 자주 등장하는 전구의 예는 이러한 생각을 강화한다. 전구가 꺼졌다 켜졌다 하는 것을 0과 1로 나타내는 것은, 0과 1이 수적(양적) 의미를 지닌 기본숫자로 느껴지게 하기보다는 'O, ×', '켜졌다, 꺼졌다', '그렇다(Yes), 아니다(No)', '참, 거짓'의 의미를 나타내는 기호와 같이 느껴지게 한다. 이와 같이 수적(양적) 의미보다는 '그렇다, 아니다'의 의미가 강한 기호 0과 1을 사용하는 이진법이 자리값의 원리나 기본숫자의 필요성을 익히는데 얼마나 유용할 지 의심스럽다. 나란히 놓여서 켜졌다 꺼졌다 하는 두 개의 전구가, 또 이를 나타

내는 두 기호 0과 1을 사용하는 이진법이 자리값의 원리를 비롯한 기수법의 원리를 알게 하는데 오진법보다 과연 도움이 될 것인가?

이와 관련하여, 컴퓨터에서 이진법의 0, 1은 어떤 의미로 사용되는가? 그것은 수적(양적) 의미로 중요하게 사용되는 것인가? 아니면 혹시 컴퓨터 기술자나 프로그래머들이나 알 필요가 있는, 예컨대 전기가 통하고 안통하고 하는 것과 같은 컴퓨터 내부의 처리 과정을 나타내는 기호로 사용되는 것인가? 만일 후자라면, 컴퓨터에서 이진법이 중요하게 사용된다는 사실은 중학교 1학년 수학에서 기수법의 원리를 가르치는 장면에 이진법을 써야 한다는 주장의 근거가 될 수 없다.[7] 거의 최소의 기본숫자를 사용하는 이진법이 기수법의 원리라는 수학적 내용을 알게 하는데 최적의 것인지와 관련하여, 십진법과 이진법의 두 진법으로 기수법의 원리를 가르치려는 7차 교육과정의 의도는 재고될 여지가 있다.

특별 보충 과정에서 기수법 단원의 지도 목표를 기본숫자의 필요성이나 자리값이 다르면 동일한 숫자라 하더라도 그 숫자가 나타내는 수의 크기가 다르다는 것을 알게 하는 것 정도로 설정한다면, 십진법만으로도 충분하다. 여기에 이진법이 더해진다고 해서 위의 내용을 보다 깊게 알게 하는데 별 도움이 되지 않을 것이므로, 이진법은 특별 보충 과정에서 다룰 내용에서 제외시켜도 무방할 것이다. 이 경우 기본숫자를 어떻게 설정하는가에 따라 하나의 자연수를 상이한 방식으로 표현할 수 있다는 것을 다시 한번 학습할 기회를 제공하지 못하는 것이 안타까우나, 십진법의 원리만 알아도 이후의 학교 수학의 학습이나 일상 생활에 별다른 지장이 생기지는 않는다는 점에서 보면 이를 최소 필수에서 제외시킬 수 있을 것이다. 기본숫자의 설정에 따라 하나의 자연수가 상이한 방식으로 표현될 수 있다는 것을 수적 감각과 관련하여 가르치고자 하는 경우라면, 이진법 이외의 다른 진법, 7차 교육과정에서 삭제된 오진법이 오히려 유용할 지 모른다. 그러나, 교육과정에 충실한다는 면에서 보면, 이진법 대신 오진법을 사용하는 것은 문제의 소지가 있다.

③ 두 집합의 원소 사이의 대응과 함수의 뜻

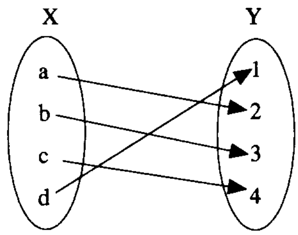
함수의 뜻은 중학교에서 두 집합의 원소 사이의 특수한 대응 관계로 정의된다. 함수는 '집합 X의 각 원소에 대하여 집합 Y의 원소가 하나씩만 대응할 때, 이 대응을 함수라고 한다'고 정의된다. 그리고, 함수가 되는 대응과 함수가 되지 않는 대응의 예들이 나오며, 각각의 대응이 함수인지를 판별하는 내용이 나온다.

그런데, 함수가 이와 같이 특수한 대응으로 정의되지만, 중학교 1학년에서 이후에 중요하게 다루어지는 구체적인 함수는 정비례 관계 $y=ax$ 와 반비례 관계 $y=\frac{a}{x}$ 이다. 정비례 관계와 반비례 관계는 x 와 y 사이의 대응 관계로 파악될 수도 있지만, 그보다는 x 가 변하면 y 도 따라 변한다는 종속의 관계로 파악되어야 한다. 정비례 관계와 반비례 관계는 집합

7) 이진법이 bisecting method 등 다른 여러 가지 수학과 폭넓은 관련성을 가지고 있는 내용이기 때문에 오진법보다 이진법을 가르치는 것이 바람직하다는 주장에는 일리가 없지 않다. 그러나, 이것이 중학교 1학년에서, 특히 보충과정이나 특별보충과정의 학생들을 대상으로, 기수법의 원리를 가르칠 때 오진법이 아닌 이진법을 써야 하는 이유로까지 타당한 지는 분명하지 않다. Bisecting method와 같은 다른 수학과의 관련성 때문에 이진법이 중요하다면, 중학교 1학년의 기수법 단원에서가 아니라 고등학교의 실용수학이나 이산수학과 같은 과목에서 bisecting method 등을 가르치면서 이진법을 가르치는 것이 이진법의 중요성을 인식시키는 데에도 더 나을 것이다.

X의 각 원소에 대하여 집합 Y의 원소가 하나씩만 대응한다는 대응의 관점보다는, x가 변하면 y도 따라 변한다는 종속성, x와 y사이의 변화의 규칙성의 관점에서 파악하는 것이 자연스럽다.

이런 맥락에서, 대응으로서의 함수의 뜻을 특별 보충 과정에서 강조할 필요는 없다고 말할 수 있다. x가 변함에 따라 y가 정비례나 반비례와 같은 규칙에 따라 변하는 것이 아닌 함수의 예, 달리 말해 두 집합 X, Y 사이의 원소 사이에 무슨 특별한 관계가 없는 임의의 대응, 예를 들어 아래와 같은 그림을 주고 이것이 함수인가 아닌가를 판별하게 하는 활동은 약화시켜 다루거나 삭제해도 좋을 것이다.



위의 대응이 함수인지 아닌지 잘 몰라도 1학년에서 정비례, 반비례 관계, 2학년에서 일차함수, 3학년에서 이차함수를 공부하는 데 별 지장은 없을 것이다. 함수의 뜻과 관련하여서는 함수 학습에 필요한 몇 가지 용어를 재학습시키는 정도로 충분할 것이다.

특별 보충 과정에서 두 집합의 원소 사이의 대응과 함수의 뜻을 약화시키거나 삭제하는 것과 관련하여, 거의 똑같은 내용이 고등학교 1학년의 공통수학에서 함수 학습을 시작할 때 다시 한번 나온다는 것도 고려할 필요가 있다. 중학교에서 두 집합 사이의 원소 사이의 대응과 함수의 뜻을 배우지 않더라도 고등학교에서 배우게 된다. 혹자는 이렇게 동일한 내용이 두 번 반복해서 나오는 것이 나선형 교육과정의 정신에 충실한 것이라고 생각할 지 모르나, 그것은 그렇게 분명하지 않다. 나선형 교육과정은 각 학문의 기본적인 아이디어와 탐구 방법을 추출하여 - 이것을 '지식의 구조'라고 부른다 - 이를 나선형으로 점차 심화시켜 가며 학습하게 하자는 것이지 동일한 정의를 시간 간격을 두고 두 번 세 번 반복해서 가르치라는 것은 아니다. 점차 심화시켜 가면서 나선형으로 가르쳐야 할 것은 '함수라는 아이디어' 또는 '함수적 사고'이지 '대응으로 정의된 함수의 뜻의 記述'이 아니다.

집합, 이진법, 대응 관점의 함수 정의 이외에도 내용의 연계성 등을 고려하여 최소 필수에서 제외될 내용은 더 있을 수 있으나, 최소 필수에서 제외될 내용에 대한 고찰은 여기서 그치기로 한다.[8] 끝으로, 내용 선정과 관련하여 한 가지 덧붙이고자 한다. 위에서는 '최소 필수라는 기준에 비추어 볼 때 제외되어도 무방한 내용은 어떤 것인가'라는 방향으로 생각해 보았다. 그러나, 이와는 다른 방향의 접근이 또한 가능하며, 실제로는 이 두 방향의 접근이 동시에 이루어지는 것이 유용할 것이다. 이 다른 방향의 접근은 '최소 필수라는 기준에 비추어 볼 때 특별 보충 과정에서 우선적으로 다루어져야 할 내용'을 선정하는 것이다. 이후의 학습에 기초가 되면서 앞으로 별도로 학습할 기회가 많지 않은 내용이 일순위로 뽑히게 될 것이다. 중학교 1학년의 내용 가운데에서,

8) '특별 보충 과정에서 제외될 수 있는 내용이라면, 학습 부담 경감을 위한 내용 엄선이라는 측면에서 볼 때, 정규 과정의 기본 내용에서도 제외될 수 있는 것은 아닌가'라는 문제 제기는 의미있게 성립한다. 다음 교육과정 개정 작업 때에는, 본 고에서 지적한 것과 같은 특별 보충 과정에서 제외될 수 있는 내용이 기본 과정의 내용에서도 제외되어도 좋은가와 관련한 심도있는 논의가 이루어지기를 희망한다.

· 정수와 유리수의 사칙계산과 관련된 내용
· 일차식의 계산과 관련된 내용
· 일차방정식의 풀이와 관련된 내용
· 함수의 그래프와 관련된 내용

이 그러한 내용으로 뽑힐 수 있을 것이다.

이렇게 한 방향으로는 우선적으로 다루어져야 할 내용을 선정해 나가고, 다른 한 방향으로는 빼도 좋은 내용을 제외해 나가다 보면, 어느 한 쪽에 넣기 어려운 내용들이 남을 것이다. 내용 선정에 대한 연구가 엄밀하게 이루어져감에 따라 그런 내용의 양이 줄어들기는 하겠지만, 내용 선정에 관한 연구가 상당히 진전되어도 중학교 1학년의 모든 내용을 최소 필수 요소인 것과 아닌 것의 둘 중 하나로 명확히 나누기는 쉽지 않을 것이다. 결국, 최소 필수로 간주하기도 삭제하기도 어려운 내용을 특별 보충 과정에서 다룰 것인가의 문제는, 현재로서는 학교의 사정이나 교사의 전문가적인 판단에 의존할 수밖에 없을 것이다.

2. 교재 구성 원리와 교수-학습 자료 구성의 방향

① 수학 학습 부진아 관련 연구로부터의 시사

중학교 1학년 1학기를 끝내고 특별 보충 과정에 오게 될 학생들은 중학교 1학년 1학기 동안 정규 과정을 이수하고서 기대되는 최소 성취 수준에 미달한 학생들이 대부분일 것이다. 물론 이러한 학생들이 한 학급에 몇 % 정도 될 것인지는 최소 성취 수준을 어떻게 설정하는가 등에 의해 많이 달라질 것이다. 최소 성취 수준에 미달한 학생들을 부르는 기존의 용어로 떠오르는 것이 학습 부진아라는 용어이다.[9] 학습 부진아 및 수학 학습 부진아 관련 연구는 특별 보충 과정의 교재 구성 원리 및 교수-학습 자료 구성 방향에 대한 어떤 시사를 줄 수 있을 것이다.

일반적으로 학습 부진의 원인은 대체로 다음과 같은 두 방향에서 탐색되어 왔다. 첫째로는, 학습자의 심리적, 발달적 측면에서 학습 부진의 원인을 찾는 것이다. 둘째로는, 학습자의 환경적인 측면에서의 분석으로, 가정의 사회 경제적 수준, 부모 자녀 관계, 학교와 교육에 대한 가정의 태도, 교사와 학생의 관계, 교사의 태도, 학습 부진아에 대한 교사의 자각, 수업의 질(다인수 학급과 이질 집단의 공존, 수업의 획일성과 개별화 학습의 부재, 교수·학습 양식의 불일치) 등에서 학습 부진의 원인을 찾는 것이다(박성익, 1986). 이 중에서 특히 수업의 질이 학습 부진아 양산의 한 원인이 된다는 점에 주목할 필요가 있을 것이다.

그러나, 이상과 같은 일반적인 원인 분석만으로는 수학이라는 특수한 교과의 학습 부진을 해결하는 데 부족하다. 물론, 기존의 수학 학습 부진아에 관한 연구에서도 수학 교과의 특성에 관한 논의가 전혀 없는 것은 아니다. 수학과의 특성에 관련된 학습 부진으로, 위계성이 강한 수학교과의 선수 학습의 결손에서 오는 학습 부진, 직관보다 논리의 중요시에서 오는 학습 부진, 추상화, 형식화, 기호화, 일반화, 특수화하는 사고력의 부족에서 오는 학습 부진이 거론되어 왔다(신성균, 1984). 그러나, 수학 학습 부진아 문제의 해결을 위해서는 이러한 일반적

9) 여기서, 학습 부진아라 함은, 정신 지체아나 장애아를 말하는 것이 아니라, 정상적인 학교 학습을 할 수 있는 잠재 능력이 있으면서도 설정된 교육목표에 비추어 볼 때 수락할 수 있는 최저 학업 성취 기준에 도달하지 못한 학습자를 말한다.

인 수준을 넘어서 하나하나의 수학 교과 내용이 어떤 특성을 지니고 있으며 그 특성이 학습 부진과 어떻게 연관되는지에 관한 연구가 지금보다 훨씬 밀도있게 이루어져야 한다.

기존의 수학 학습 부진아와 관련된 연구에서 수학 학습 부진아 발생의 가장 큰 원인으로 지적되어 온 것은 선수 학습 결손이다(신성균, 1984; 박성익, 1986; 설미옥, 1994). 내용의 위계성이 강한 수학 교과의 특성을 감안할 때, 선수 학습의 결손이 이후의 학습에 결정적인 장애로 작용할 것이라는 점은 분명하다. 그러나, 학습 부진의 원인을 선수 학습 결손의 탓으로만 돌리는 것은 문제를 과거로 돌리는 것일 수 있다. 중학교 1학년 1학기를 마친 후에 특별 보충 과정에 오게 된 학습 부진아의 원인을 선수 학습 요소의 학습에 문제가 있다는 식으로 과거의 학습의 탓으로 돌리기만 할 것이 아니라, 현재의 학습 내용을 학생에게 맞지 않는 방식으로 학습하도록 해서 학생이 그것을 제대로 학습하지 못했을 가능성에 대하여 심각하게 생각해야 한다.

예를 들어, 중학교 1학년 1학기를 마친 후에 음수의 사칙 계산 규칙을 제대로 학습하지 못한 학생이 있다고 할 때, 그렇게 된 것이 그 학생이 초등학교에서 음수 개념의 선수 학습 요소라 할 자연수 개념이나 계산 규칙을 잘못 학습해서일까? 아니면 그보다는 중학교 1학년에서 음수 개념이나 계산 규칙을 그 학생에게 맞지 않는 방식으로 가르쳤기 때문일까? 선수 학습 요소의 결손을 무시할 수 없는 것만큼 후자의 가능성도 무시할 수 없다.

기존의 수학 학습 부진아 프로그램의 대부분은 학습 내용을 철저히 위계화하여 하나씩 하나씩 많은 연습을 통해 습득해 나가도록 하는 형태를 띠고 있다. 이제까지 수학 학습 부진아를 대상으로 하는 학습 지도는 계산 기능 위주로 반복과 연습을 주요 학습 방법으로 해서 이루어져 온 것이다. 이는 쏜다이크(Thorndike, 1922) 계열의 행동주의적 관점을 암묵적으로 따르고 있는 것으로 볼 수 있다. 이러한 접근법이 지닌 장점을 유지하면서 그 한계를 극복할 필요가 있다. 이하에서 이러한 접근법의 한계를 극복하는 데 도움이 될 것으로 보이는 몇 가지 접근법을 말하고자 한다.

② 역사발생적 원리

역사발생적 원리는 개체발생은 종족발생의 전체 과정을 단축된 형태로 반복한다는 생물학적 원리를 정신 영역에 적용한 것이다. 역사발생적 원리는 기본적으로는 수학을 역사발생 과정에 따라 가르치자는 주장을 옹호한다. 그러나, 복잡한 역사의 우회로와 미로를 그대로 답습하는 것은 불필요한 일이므로 역사발생적 원리가 역사발생의 전 과정을 그대로 답습하게 하자는 것은 아니다. 역사적으로 일어났던 모든 과정, 모든 오류를 학생이 다 반복할 필요는 없는 것이다. 학생은 역사를 반복하기는 반복하되, 실제로 일어났던 역사를 반복해야 하는 것이 아니라 현재의 관점에서 재해석되고 재구성된 역사를 반복하는 것으로 충분하다. 프로이덴탈(Freudenthal, 1983a)은 이를 '실제로 일어났던 역사를 반복해야 하는 것이 아니라 현재 우리가 알고 있는 사실을 우리 선조들이 알고 있었다면 그 때 일어났었을 그 역사를 반복해야 한다'고 표현한 바 있다.

'현재 우리가 알고 있는 사실을 선조들이 알고 있었다면, 그 때 일어났었을 그 역사'는 어떤 것일까? 예를 들어, 정수를 자연수의 대수적 확장에 의한 형식적 구성물로 보는 현대의 견해를 과거 사람들이 알고 있었다면, 역사는 어떻게 전개되었을까? 우선적으로 드는 생각은, 현재 우리가 알고 있는 사실을 선조들이

알고 있었다면 '이러이러한 일이 일어났을 것' 이기보다는 '이러이러한 일이 일어나지 않았을 것'이라는 것이다.

중학교 1학년 1학기에서 배우는 정수의 사칙계산 규칙을 보자. 역사적으로 음수는 실제로 존재하는 대상의 기호적 표현이라기 보다는, 뺄셈과 방정식의 풀이와 같은 대수적인 필요성 때문에 도입된 인공적인 개념이었다. 다시 말해, 일상의 필요성보다는 수학 내적인 필요성 때문에 만들어진 개념이라는 것이다. 정수의 사칙계산의 규칙은 실세계의 구체적인 현상으로부터 만들어진 것이 아니다. 음수는 대수적인 필요성에서 만들어졌지만, 이에 만족하지 못하는 인간은 그것에 무엇인가 구체적인 실체성을 부여하기 위해서 여러 가지 직관적인 모델을 찾아왔다. 그러나, 아직까지도 음수의 사칙계산과 같은 대수적 성질을 일관되게 만족하는 직관적인 좋은 모델은 발견되지 않았다. 그러한 모델은 존재하지 않는 것으로 보이며, 현재 교과서에서 사용되고 있는 수직선 모델도 음수의 모든 연산을 직관적으로 명확하게 보여주지는 못한다.

19세기에 독일의 수학자 한켈(Hankel)에 의해 혁신적인 관점의 변화가 일어난다(Fischbein, 1987). 그는 관점을 완전히 바꾸어, 음수를 실제적인 대상을 나타내는 기호로 보고 그 직관적인 모델을 찾으려는 입장을 버리고 음수를 형식적인 구성물로 보았다. 그는 음수를 양의 개념과 관련짓지 않고 순전히 형식적인 개념으로 간주하였고, 정수 체계를 자연수 체계의 형식적인 확장물로 구성하였다.

이러한 음수의 역사가 우리에게 시사하는 바는 무엇인가? 첫째로는, 인간에게는 눈에 보이는 직관적 모델을 찾아야 만족하는 성향이 있다는 것이다. 둘째로는 옛날 사람들이 음수에 관한 완전한 직관적 모델은 없고 음수는 자연수로부터의 형식적 확장으로 만들어진 대상이라는 현대의 관점을 알았다면, 음수의 실제적인 모델을 찾으려고 그렇게까지 노력하지 않았을 것이며 음수 개념을 그렇게 오랫동안 거부하지도 않았을 것이라는 점이다.

중학교에서 정수의 사칙계산 단원의 지도 목적은 '같은 부호를 가진 두 정수의 합은 그 수들의 절대값의 합에 공통인 부호를 붙인 것과 같다'거나 '서로 다른 부호를 가진 두 정수의 곱은 그들의 절대값의 곱에 음의 부호를 붙인다'와 같은 계산 규칙을 알고 이를 자동적으로 계산에 적용할 수 있게 되는 것이다. 정수의 사칙계산 규칙을 그냥 외우라고 할 것이 아니라면, 그 규칙의 타당성을 어떤 형태로든 제시해 주어야 한다. 여기서, 두 가지 방법이 가능하다.

하나는 눈으로 확인할 수 있는 직관적 모델을 찾는 성향을 만족시켜 주는 방법이다. 수직선 모델, 셈돌 모델, 우체부 모델 등 여러 모델을 사용하여 음수의 계산 규칙에 구체적인 의미를 부여해 주는 것이다. 다른 하나는, 정수 체계는 자연수 체계로부터 확장된 형식적 산물이라는 점에 주목하여, 음수의 사칙계산 규칙의 타당성을 자연수의 계산 규칙으로부터 형식적으로 확장하는 방식으로 보여주는 것이다. 여기에는 형식 불역의 원리[10]나 귀납-외삽법을 사용할 수 있다. 형식 불역의 원리에 의한 음수의 계산 규칙의 유도가 특별 보충 과정의 학생들이 납득하기 어려운 것이라면, 자연수의 계산으로부터 귀납-외삽법을 써서 정수의 계산 규칙을 확장하도록 하는 것이 좋을 것이다. 현

10) 자연수의 집합에서 성립하는 교환, 결합, 분배법칙이 덧셈에 관한 역원이 포함된 보다 확장된 정수의 집합에서 여전히 성립한다고 가정하면, $(-a)+(-b)=-(a+b)$, $(-a)\cdot(-b)=ab$, $(-a)\cdot b=-ab$, $a\cdot(-b)=-ab$와 같은 정수의 계산 규칙을 유도해 낼 수 있다.

재 교과서에서는 일반적으로 정수의 덧셈 뺄셈 규칙의 설명에는 수직선 모델을 쓰고 곱셈의 계산 규칙의 설명에는 귀납-외삽법을 쓰고 있는데, 덧셈 뺄셈의 계산 규칙에도 귀납-외삽법을 쓰지 못할 이유가 없다. 3+2=5, 3+1=4, 3+0=3, 3+(-1)=2와 같은 식으로 하면 된다. 직관적 모델을 써서 힘들게 정수의 계산 규칙의 타당성을 이해시키려고 하는 것보다 오히려 이렇게 형식적으로 타당성을 설명하는 것이 쉬울지 모른다. 중학교 1학년 1학기에 나오는 음수의 사칙계산 규칙은 직관적이면서 실제적인 모델을 갖지 않는 순수한 수학을 학생들이 접하게 되는 거의 최초의 경우라는 점에서 보아도 그다지 나쁘지 않은 방법이다. 이와 같은 방식으로 정수의 계산법칙의 타당성을 받아들이게 한 후에는, 물론 정수의 계산이 자동화될 수 있을 정도로 연습을 시켜야 할 것이다.

③ 점진적 수학화의 원리

수학자나 교사가 이해할 수 있는 형식화된 수학 내용을 학생들에게 그대로 제시한다면 학생들의 입장에서는 받아들이기 어려울 것이다. 형식화된 수학 지식을 '초등화해서' 즉 학생의 인지 수준을 고려해 '번역해서' 제공한다고 하더라도 여전히 '때이른 형식화'를 학생에게 강요할 위험이 있다. 각 학문의 구조를 추출하여 그것을 학생의 인지 양식에 맞게 번역해서 가르치려고 한 학문중심 교육과정기에, 수학자들이 교육과정 및 교재 개발에 참여하여 수학적으로는 훌륭한 교재를 만들었지만, 그것이 일부 우수한 학생들에게는 긍정적인 효과를 가져온 반면 대부분의 학생들에게는 오히려 부정적인 결과를 가져왔고, 그 결과 '기초로 돌아가자'는 반동을 불러온 역사적 사실을 생각해도 이 점은 인정될 수 있을 것이다.

점진적 수학화는, 예를 들어, 함수 개념을 지도할 때에 함수 개념의 역사적 발달 과정을 고려하면서 현실 세계의 변화 현상으로부터 함수의 개념 정의로 나아가는 방식으로 지도할 것을 권고한다. 함수 개념은 역사적으로 원시적인 함수 개념에서 시작하여 기하적 표현으로서의 함수 개념, 해석적 표현으로서의 함수 개념, 대응으로서의 함수 개념, 관계로서의 함수 개념의 순으로 발달해 왔다. 이 발달 과정에 따라 점차적으로 함수 개념에 대한 이해 수준의 비약이 이루어지도록 지도한다면, 현재 중학교 1학년 1학기에 나오는 대응으로서 함수 개념은, 앞의 세 단계의 함수 개념이 학생에게 형성된 다음 단계에 가서 지도하게 된다. 또한 점진적 수학화에 따른 수학 학습 지도는 수학적 개념에 대한 심상 형성을 중시한다 (Freudenthal, 1983b). 함수 개념이 내재된 물리적, 정신적, 사회적 현상을 조직하는 경험을 통해 함수에 대한 심상을 형성하는 것이, 함수에 대한 대응으로서의 정의를 알고 진술할 수 있는 것에 앞서 중요하다. 이러한 점진적 수학화의 원리는 형식화된 수학적 지식을 학생의 인지 구조에 맞게 번역하여 제시하는 브루너 식의 하향식 방법이 가져올 수 있는 때이른 형식화의 문제를 해결하는 하나의 방법이 될 수 있다.

그러나, 점진적인 수학화에 따른 학습 지도를 중학교 이상의 수준에서 현재의 교과서의 테두리 안에서 행하기는 쉽지 않다. 그것은 현재 교과서는 그다지 점진적 수학화 원리에 의해 기술되어 있지 않다는 것과, 철저하게 점진적 수학화의 원리를 따라 학습 지도를 하려고 할 경우 초등학교에서 고등학교에 이르는 전체 교재 구성을 새롭게 해야 할 것이기 때문이다. 점진적 수학화라는 개념은 한 시간 한 시간의 수업에 적용될 수 있는 것이기 이전에 학교 수학 전체의 교재 구성에 관련된 원리이다. 그러

므로, 예를 들어, 중학교 1학년 1학기의 함수 단원을 따로 떼어서 점진적 수학화에 의해 가르치는 방식을 모색하는 것보다, 초등학교에서 고등학교에 이르는 전체 기간의 함수 지도를 어떻게 점진적으로 해나갈 것인가를 모색하는 가운데 중학교 1학년 단계에서는 어떻게 가르칠 것인가를 모색하는 것이 필요한 것이다.

현실적으로 이러한 제한점이 있음에도 불구하고, 여기서 점진적 수학화를 특별 보충 과정의 교수-학습 자료 개발에 도움이 되는 원리로 제시한 것은, 지금은 비록 대동소이한 교과서로 전국의 모든 학생들이 수학을 배우고 있지만, 앞으로는 보다 다양한 교과서가 나오게 될 가능성이 있기 때문이다. 수준별 교육과정이 학생의 수준에 맞게 가르치고자 하는 의도를 담고 있는 것을 생각하면, 교과서 정책도 다양한 접근 방식에 따른 다양한 수준별 교과서를 개발하는 방향으로 움직여야 할 것이다. 초등학교에서 고등학교까지 점진적인 수학화의 원리에 따라 구성된 교재도 있을 필요가 있다. 이런 교재는, 적어도 하향식 방법에 의해 학생의 수준에 맞지 않는 성급한 형식화를 강요받고 그 결과 수학 학습 부진아가 되어 버리는 학생들에게 도움이 될 것이다.

④ 구성주의적 접근

특별 보충 과정의 교재 구성 원리로 도움이 될 만한 또다른 것으로 구성주의적 접근이 있다. 수학교육에서 논의되는 구성주의에는 조작적 구성주의, 급진적 구성주의, 사회적 구성주의가 있는데 이 각각에 대한 세부적인 논의는 생략하기로 하며, 여기서는 구성주의로부터 특별 보충 교재 구성과 관련하여 얻을 수 있는 시사를 두 가지 지적하고자 한다.

첫째, 특별 보충 과정의 교재는 학습자의 조작과 반성 활동을 충분히 배려한 교재가 되어야 한다. 학습자의 조작과 활동을 강조한다고 하면, 학생이 흥미를 느끼도록 재미있는 놀이를 하거나 노래를 부르거나 하는 주변적인 활동을 생각하는 경우가 있는데, 여기서 말하는 것은 그러한 것이 아니라 학습해야 할 수학 내용의 본질과 관련이 있는 조작과 활동이다.

삐아제 이론은 '학습자의 활동과 반성'이 학습에 중요하다는 것과 '수학적 개념이 조작을 사고의 대상으로 삼아 반성하는 과정을 통해 구성되었다'는 것을 말해준다. 삐아제에 의하면, 지식의 본질은 조작적 schème이며 학습은 행동 schème의 변화이다. schème은 행동과 조정의 내면화의 산물이므로 학습자의 활동 없이는 생기지 않는다. schème은 대상을 보거나 이야기를 들음으로 만들어지는 정적인 이미지가 아니라 대상에 행동하고 대상을 변형시키는 과정을 통해서 주체가 스스로 구성하는 것이다(우정호, 1998). 이와 더불어, 수학교육과 관련된 중요한 삐아제의 주장은 "논리-수학적 개념은 행동과 조작의 일반적 조정으로부터 반영적 추상화를 통해 형성된 조작적 schème"이라는 것이다. 수학적 개념이 '조작하고 반성하는' 구성적 활동의 결과로 생겨난 것이라면, 수학 학습도 이러한 지식의 구성적 본성에 따라 이루어져야 한다. 그러므로, 활동은 재미있는 주변적인 놀이가 아니라 논리 수학적 개념이 내재되어 있는 활동, 그 활동으로부터 반성에 의해 수학적 개념을 추상할 수 있는 활동이어야 한다.

특별 보충 과정에 온 학생들은 정규 수업 시간에 이러한 구성적 반성적 활동을 제대로 하지 못하여 진정한 이해에 도달하지 못한 경우이므로, 특별 보충 과정에서는 이들이 정규 수업 시간에 제대로 경험하지 못한 구성적 반성적 활동을 할 수 있도록 배려해야 할 것이다.

둘째, 특별 보충 과정의 교재 구성은 발표와 토론과 같은 의사소통적 측면을 배려하여 이루어져야 한다. 수학적 지식의 형성 과정에는 수학자 집단의 공적인 의사소통 과정이 중요한 역할을 하였다(Ernest, 1991). 물론 이것이 수학적 지식 형성의 모든 측면을 말해주는 것은 아니지만, 인식이 사회적 진공 속에서 개인이 세계를 대면하여 행하는 것이 아니라 사회라는 장 속에서 이루어지는 것이라는 점은 부정할 수 없다. 특별 보충 과정에 오는 학생들은 대부분 수학에 있어서의 낙오자로, 정규 수학 시간 중 수업에 활발히 참여하여 자신의 의견을 개진하고 학급 내에서 의사소통하는 경험을 하지 못했을 가능성이 높다. 이러한 현실적 사정을 감안할 때, 또 수학적 지식과 학습의 사회적 성격을 고려할 때, 특별 보충 과정의 교재 구성은 의사소통이 충분히 이루어질 수 있도록 배려해야 할 것이다.

끝으로, 특별 보충 과정에서의 학습 지도는 개별화에 유의할 필요가 있다. 수준별 교육과정은 획일화된 교육과정보다는 개별화된 교육과정을 지향하는 성격을 지니고 있다. 특별 보충 과정에 올 학생들의 수는 전체 학생 수에 비교한다면 소수가 될 것이므로, 학생들의 수만 생각한다면 정규 수업에서보다 개별화된 학습 지도가 이루어지기 쉬울 것이다. 그러나, 여기에는 특별 보충 과정을 지도할 교사의 수라는 변수가 또한 존재한다. 각 학교의 사정이 허락하는 가능한 범위에서, 개별화된 학습 지도가 가능하도록 특별 보충 과정의 반편성을 할 필요가 있다. 다인수 학급, 수업의 획일성과 개별화 학습의 부재가 학습 부진아 양산의 주요 원인의 하나로 지적되어 왔다는 점에서 보아도, 일종의 학습 부진아 지도 프로그램이라고 할 수 있는 특별 보충 과정에서는 획일화된 교수-학습을 가급적 지양할 필요가 있다.

V. 요약 및 제언

본 고는 수준별 교육과정의 적용에 따라 수학과에서 심화 보충 과정과 특별 보충 과정을 편성·운영할 때, 내용 선정이나 교수-학습 자료의 구성 방향이 어떠해야 할 지를 고찰한 것이다. 이를 위하여 우선 제 7차 교육과정에 명시된 심화 과정의 내용과 보충 과정의 내용 선정 기준을 살펴보았다. 교육과정에 제시된 심화 내용은 실생활 적용과 수학 내용 자체의 심화라는 두 가지로 유형화할 수 있으며, 보충 내용의 기준으로는 최소 필수와 하향 초등화라는 두 가지를 추출해 낼 수 있다.

심화 보충 과정의 내용 선정 및 교수-학습 자료의 구성 방향을 모색해 보기 위하여 수준별 교육과정의 운영 모형을 학급간 이동 수업을 하는 경우 - 재이수형, 상중하형 - 와 학급 내 수준별 수업을 하는 경우로 나누어 보고, 이에 따른 심화 보충 과정의 운영 방법을 정리해 보았다. 특별 보충 과정의 내용 선정을 좀 더 구체화시키기 위하여 관심의 범위를 중학교 1학년 1학기로 국한시키고 여기에 해당하는 내용 중 집합, 기수법 단원의 이진법, 대응으로서의 함수에 대하여 재고의 여지가 있음을 지적하였다. 또 특별 보충 과정의 교수-학습 자료 구성의 방향을 모색하기 위하여 수학 학습 부진아 관련 연구로, 역사발생적 원리, 점진적 수학화의 원리, 구성주의적 접근을 살펴보고, 각각으로부터의 시사점을 도출하였다.

특별 보충 학습을 받게 될 학생들은 이미 정규 과정의 수업을 통해서, 또 정규 과정 속에서 이루어지는 보충 학습을 통해서 두 번이나 동일한 교육내용을 학습한 학생들이다. 대체로 정상적인 지능을 가진 학생들이 동일한 방식으로 두 번을 배우고도 최소한도로 요구되는 이해 수준에 도달하지 못했다는 것은, 교과서에서

제시하고 있는 방식 또는 가르치는 방식이 그 학생에게 맞지 않는 것일 수 있음을 시사한다. 딘즈(Dienes, 1960)가 지적한 바와 같이, 수학 학습에 대한 일반적인 방법은 학습에 있어서의 질적인 차이라는 요소를 배제하고 있으며, 동일한 수학 내용이라도 이해하는 방식에서 아동마다 개인차가 존재한다. 이 점을 염두에 둘 때, '다양한 방식의 개념 접근'을 꾀한 다양한 교수 학습 자료를 개발하여 각각의 학생의 인지 양식에 맞는 방식을 교사가 선택하여 사용할 수 있도록 하자는 생각이 자연스럽게 나온다. 다양한 교수-학습 자료 개발과 더불어, 교과서에 제시된 설명 방식이 학생의 수준에 맞지 않게 지나치게 형식화되고 추상화된 것이기 때문에 학생이 아무리 애써도 자신의 지식으로 동화하지 못하는 가능성도 생각해 보아야 한다.

현재 이루어지고 있는 능력별 이동수업의 대부분의 교재는, 계수를 좀 더 단순하게 하거나 복잡하게 함으로써 문제의 난이도를 좀 더 쉽게 하거나 어렵게 하는, 소극적이고 초보적인 상태에 머무르고 있다. 이와 같은 문제의 난이도 조절도 필요하지만, 여기에서 진일보하여 개념에 대한 접근에서부터 차원을 달리하는 접근이 필요하다. 심화 보충 교재와 특별 보충 교재는 이러한 점을 염두에 두고 구성되어야 한다. 심화 보충 교재나 특별 보충 교재가 문제의 난이도를 조절하는 방식을 넘어서 개념에 대한 본질적인 접근에서부터 차별화를 하기 위해서는 이에 관한 그 동안의 축적된 수학교육 연구를 기초로 하여 교재 개발이 이루어져야 할 것이다.

참고문헌

교육부(1992). 「중학교 교육과정」.

교육부(1997). 「수학과 교육과정」.

구광조, 황선욱(1995). 「중학교 수학 1」. 서울: 지학사.

김연식, 김흥기(1997). 「중학교 수학 1」. 서울: 동아출판사.

박경미, 임재훈(1998). "단계형 수준별 교육과정의 센스와 넌센스". 「열린수학교육의 이론과 실제」. 대한수학교육학회. 263-288.

박성익(1986). 「학습부진아 교육」. 한국교육개발원.

서울교육대학교 1종도서 편찬위원회(1998). 「제7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과용 도서 개발에 관한 연구」.

설미옥(1994). 학습부진아의 선행학습 결손 파악을 위한 평가문항개발-중학교 1학년 함수 단원을 중심으로-. 석사학위논문. 이화여자대학교.

신성균(1984). 「중학교 수학과 학습 부진아를 위한 보충 학습 프로그램 개발 연구」. 한국교육개발원.

우정호(1998). "Schèmes의 구성과 반영적 추상화". 「雲崗 金年植敎授 停年退任紀念論叢」. 3-21.

Dienes, Z. P. (1960). *Building Up Mathematics*. Hutchinson Educational LTD.

Ernest, P.(1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. The Falmer Press.

Fischbein, E.(1987). *Intuition in Science and Mathematics*. D. Reidel Publishing Company.

Freudenthal, H.(1983a). "The Implicit Philosophy of Mathematics History and Education". *Proceedings of the International Congress of Mathematicians*, Warszawa. 1695-1709.

Freudenthal, H.(1983b). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. D. Reidel Publishing Company.

Thorndike, E. L.(1922). *The Psychology of Arithmetic*. New York: The Macmillan Company.

The Supplemental and Enriched Course, and Special Remedy Course for Differentiated Curriculum of Mathematics

Kyung-Mee Park · Jae-Hoon Yim

One of the main features of the 7th revised national curriculum is the implementation of a 'Differentiated Curriculum'. Differentiated Curriculum is often interpreted as meaning the same as 'tracking' or 'ability grouping' in western countries. In the 7th revised curriculum, mathematics is organized and implemented by 'Level-Based Differentiated Curriculum'. To develop mathematics textbooks and teaching-and-learning materials for Differentiated Curriculum, the ideas of 'Enriched and Supplemental Differentiated Curriculum' need to be applied, that is, to provide advanced contents for fast learners, and plain contents for slow learners.

Level Based Differentiated Curriculum could be implemented by ability grouping either between classes or within classes. According to these two exemplary models, the implementation models for supplemental course and enriched course are determined.

The contents for supplemental course are comprised of minimal essential elements selected from the standard course at a decreased level of complexity and abstraction. The contents of enriched courses are focused on various applications of mathematical knowledge in the real world. Special remedy course will be offered to extremely underachieved students. The principles of developing teaching-and-learning material for special remedy course were obtained from the histo-genetic principle, progressive mathematizing principle, and constructivism.