

분말성형의 이론적 해석과 그 응용

김형섭 · 이홍로 · 천병선

충남대학교 금속공학과 및 금속응고신소재연구소

Theoretical Analysis and Its Applications in Powder Forming

Hyoung Seop Kim, Hong Ro Lee and Byung Sun Chun

Department of Metallurgical Engineering & RASOM ERC, Chungnam National University, Taejeon 305-764, Korea

1. 서 론

분말을 성형하는 경우 성형체 내에는 제품의 기하학적인 형상의 불균일과 다이와 분말과의 마찰이 심하면 성형체 내에는 불균일한 응력의 분포가 발생하고 불균일한 밀도 분포가 제품의 비틀림을 유발시키며 치수의 부정확과 품질저하를 가져온다. 그러므로 분말의 압축과 소결체의 성형공정에서 정확한 제품의 치수와 균일하고 높은 강도의 제품을 얻기 위하여는 성형체 내에서의 응력과 밀도 및 밀도분포의 조절이 매우 중요하다. 역학적인 이론이 시도되기 이전부터 성형체의 밀도와 응력의 분포를 알려는 노력이 시도되어, 분말사이에 납입자를 넣고 성형 후 X선을 이용하여 납의 위치를 측정 후 밀도분포를 구하기도¹⁾ 하고 분말사이에 압력센서를 삽입하여 응력을 측정²⁾하기도 하였으나, 정확한 측정에 문제가 있어 역학의 도움을 필요로 한다. 분말성형 공정을 정확히 이해하고 조절하기 위해서는 공정에 미치는 각 변수를 조절해가면서 실험을 반복할 수도 있으나 이론적인 해석이 가능하다면 훨씬 경제적이고, 정량적인 접근이 보다 용이해진다. 분말 성형체의 변형거동을 이론적으로 해석하기 위해서는 각각 분말 입자의 변형 특성과 분말과 분말 사이의 미시적인 상호작용들을, 확률과 통계를 이용하여, 거시적 연속체 역학과 관련시키는 수학적 모델³⁾이 필요하다. 그러나 이 접근방법은 이론이 아직 확립되지 않았고 계산량이 너무 많아 실제 적용에 어려움이 있다. 1970년대 이후 거시적 수준의 현상학적 접근법인 연속체 역학을 이용한 응력해석법이 많이 연구되고 있다. 최근 소성이론에

바탕을 두고 슬래브해석법,⁴⁾ 슬립선장이론,⁵⁻⁷⁾ 상계해석법,⁸⁾ 유한요소법⁹⁻¹⁴⁾ 등 여러 가지 이론들을 분말성형에 적용시키고 있다. 다공질 재료의 변형거동을 해석하기 위해서는 기공의 효과를 고려할 수 있는 압력의존 항복조건¹⁵⁾의 도입이 필요하다. 상용 소프트웨어인 ABAQUS,¹⁵⁾ MARC,¹⁶⁾ DEFORM¹⁷⁾ 등은 다공질 재료의 구성방정식을 제공하고 있고, 국내에서도 많은 활발한 연구¹⁸⁻²¹⁾가 이루어지고 있다.

본고에서는 분말성형 공정에 있어서 고체역학적인 이론을 이용한 압력 및 밀도, 밀도분포의 해석의 현재의 연구 및 그 적용 예를 설명하고자 한다.

2. 현재까지의 이론

2.1 압력과 밀도와의 관계

분말성형 시 가장 기본적으로 필요한 정보로서 압력과 밀도와의 관계가 요구된다. 주로 금형성형을 하여 가압력 p 와 상대밀도 ρ 와의 관계를 구하면 다음의 일반적인 실험식²²⁾이 얻어진다.

$$\rho = f_1(p) + f_2(p) + f_3(p) + C \quad (1)$$

만약 성형체 전체에서 밀도가 균일하다면 각각 성형법에 따라 통상 금속의 응력-변형을 곡선으로 표시되는 재료의 특성이 압력-밀도 관계를 지배하지만, 분말의 형상이나 상태, 마찰 등의 영향으로 밀도가 불균일한 분포를 가지면 응력도 불균일해져 분말이나 성형법에 따라 각기 다른 계수나 실험식을 이용해야 한다. 많이 사용되는 관계식은 아래의 Heckel식²³⁾ (2)와 Kawakita식²⁴⁾ (3) 등이 있다.

$$\ln\left(\frac{1}{1-\rho}\right) = K_1 p + K_2 \quad (2)$$

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right) / \left(1 - K_3 \frac{\rho}{\rho_0}\right) \quad (3)$$

위에서 K_1, K_2, K_3 와 p_0 는 분말의 강성과 관계 있는 상수이고 ρ_0 는 초기밀도이다. 그러나 식 (1)-(3)은 변형체 내의 평균적인 밀도만을 나타내므로 실제로는 분포를 알기 위한 다른 시도, 즉 소성역학적인 접근이 행해진다. 변형체 내의 밀도가 균일한 정수압 변형에서는 다공질재료의 항복식을 이용하면 정확하고 이론적인 계산²⁹⁾이 가능해진다.

2.2 입력이론 항복식

비다공질재료의 변형이론이 소성변형 시 부피불변, 즉 정수압응력이 소성거동에 영향을 미치지 않음을 전제로 함에 반해, 다공질재료에서는 정수압만으로도 밀도와 부피의 증감이 있다. 따라서 항복함수 F 는 전단변형과 부피변형 항을 모두 포함하는 보다 일반적인 아래의 꼴을 나타낸다.

$$F = A J_2' + B J_1^2 - \eta Y_0^2 \quad (4)$$

여기서 $\eta = Y_R^2 / Y_0^2, J_1 = \sigma_{ij}, J_2' = \frac{1}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}'$ 이다. σ_{ij}' 은 편차응력, Y_R 은 다공질재료의 겉보기항복응력, Y_0 는 기지금속의 항복응력, A 와 B 는 상대밀도 R 의 함수이다. 일반금속에서는 $A=3, B=0, \eta=1$ 이므로 식 (1)은 von Mises 항복식이 된다. A, B, η 와 R 을 관계 맺으려는 제안이 많이 되고 이들을 정리하면 표

1과 같다.

그림 1에 인장응력-전단응력 공간에서 여러 가지 초기밀도에 따른 이들 항복응력을 비교하였다. 밀도가 높을 경우에는 각 식의 항복응력 차이가 크지 않으나 밀도가 낮은 경우에는 항복식에 따라서는 실험

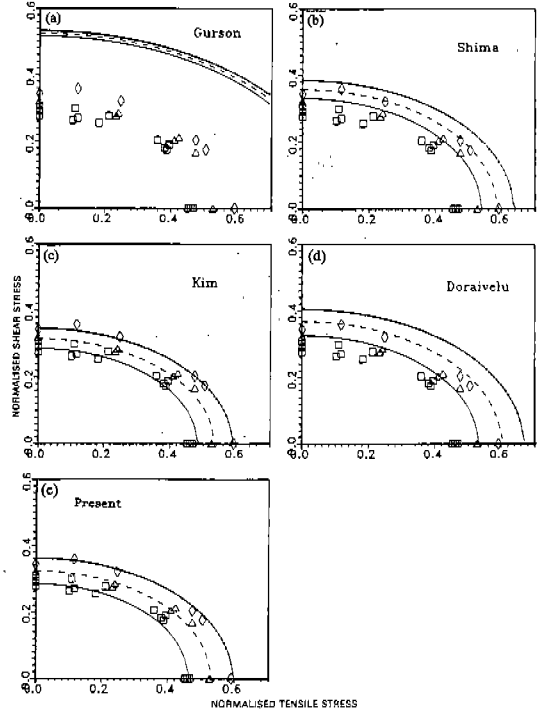


Fig. 1. Yield curves in $Y_R/Y_0-t_R/Y_0$ space measured³²⁾ and calculated using various equations at relative densities of 0.8 ($\square, -$), 0.825 ($\triangle, - - -$), and 0.85 ($\diamond, \bullet \bullet \bullet$): symbols and lines in parentheses indicate measured and calculated values, respectively.

Table 1. Expressions for A, B, and η

Authors	A	B	η
Lee & Kim ²⁶⁾	$2+R^2$	$(1-R^2)/3$	$[(R-R_c)/(1-R_c)]^2$
Doraivelu ²⁷⁾	$2+R^2$	$(1-R^2)/3$	$2R^2-1$
Gurson ²⁸⁾	$12/(5-R)$	$(1-R)/(5-R)$	$4R^2/(5-R)$
Tvergaard ²⁹⁾	$\frac{12}{4 + q_1 q_2^2 (1-R)}$	$\frac{q_1 q_2^2 (1-R)}{4 + q_1 q_2^2 (1-R)}$	$\frac{4 [1 - 2q_1 (1-R) + q_3 (1-R)^2]}{4 + q_1 q_2^2 (1-R)}$
Spitzig ³⁰⁾	$\frac{12}{4 + m^2 (1-R)^m}$	$\frac{(1-R)^m m^2}{4 + m^2 (1-R)^m}$	$\frac{4 [1 - (1-R)^m]^2}{4 + m (1-R)^m}$
Shima ³¹⁾	$\frac{3}{1 + (2.49/3)^2 (1-R)^{1.028}}$	$\frac{(2.49/3)(1-R)^{1.028}}{1 + (2.49/3)^2 (1-R)^{1.028}}$	$\frac{R^5}{1 + (2.49/3)^2 (1-R)^{1.028}}$
K. T. Kim ³²⁾	$3/[3+\alpha(1-R)]$	$\alpha(10R)/[3+\alpha(1-R)]$	$3R^3/[3+\alpha(1-R)]$
H. S. Kim ³³⁾	$2+R^2$	$(1-R^2)/3$	$[(R-R_r)/(1-R_r)]^m$

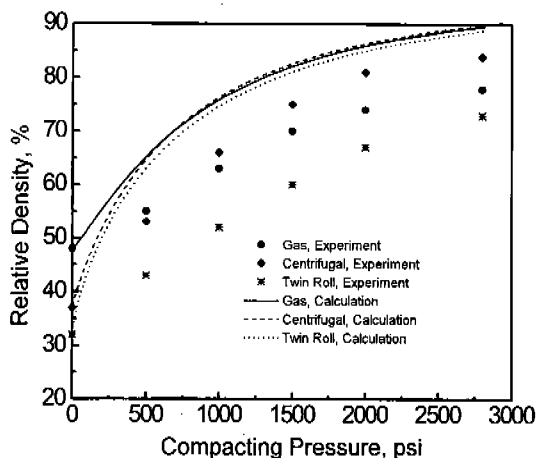


Fig. 2. Compactibility curves of Al-Si powders of gas atomization, centrifugal atomization and twin roll methods with various sizes. Dots are measured values and curves are calculated ones.

결과³²⁾와 큰 차이를 보인다. 최근에 Kim³³⁾은 기체분사법, 원심분무법, 쌍롤법으로 제조한 다양한 형태의 분말형상과 입도를 지닌 Al-Si 분말의 압분 실험과 형상효과로서 두드림밀도를 도입한 분말의 항복식의 계산으로부터 치밀화공정의 후기에 미치는 요인은 기지재료의 변형저항임을 보였다(그림 2).

2.3 응력-변형률 관계³⁴⁾

대변형을 고려한 고체공식화법은 증분풀로 나타낸 가상일의 원리에서 출발한다. 이 경우 필요한 탄소성 증분 응력-변형률 관계는 구성방정식행렬 C^{EP} 로 표시되어 아래 식 (5)와 같으므로 식 (6)을 이용하여 응력을 구한다.

$$d\bar{\sigma} = \bar{C}^{EP} d\bar{\epsilon} \tag{5}$$

$$\bar{\sigma}^{\Delta t} = \bar{\sigma}^t + \bar{C}^{EP} d\bar{\epsilon} \tag{6}$$

식 (6)의 구성방정식 행렬 C^{EP} 는 다음과 같이 구한다. 즉, 다공질 금속이 조합유동법칙 (7)을 만족한다고 가정하면 탄소성 구성행렬은 식(8)에서와 같이 표현된다.

$$d\bar{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\bar{q} \bar{C}^E d\bar{\epsilon}}{\bar{p} \bar{q} + \bar{q} \bar{C}^E \bar{q}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{7}$$

$$d\bar{\sigma} = \bar{C}^E (d\bar{\epsilon} - d\bar{\epsilon}^p) = \bar{C}_R^{EP} d\bar{\epsilon} = \left[\bar{C}^E - \frac{\bar{C}^E \bar{q} (\bar{C}^E \bar{q})^T}{\bar{p} \bar{q} + \bar{q} \bar{C}^E \bar{q}} \right] d\bar{\epsilon} \tag{8}$$

위에서 ϵ^p 는 소성변형률벡터, C^E 는 탄성응력-변형률 행렬, C_R^{EP} 는 밀도에 의존하는 탄소성응력-변형률 행렬이다. \bar{p} 와 \bar{q} 는 항복함수 F의 함수로서 아래 식 (9)와 같다.

$$p_{ij} = - \frac{\partial F}{\partial \epsilon_{ij}^p} = \eta H \sigma_{ij}$$

$$q_{ij} = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = (2 + R^2) \sigma'_{ij} + \frac{2}{3} \frac{1 - R^2}{3} \sigma_m \delta_{ij}$$

$$H = \frac{2}{3} \left[\frac{EE_T}{E - E_T} \right] \tag{9}$$

여기서 E와 E_T 는 각각 탄성계수와 선형경화계수이다.

3. 해석에

성형체의 밀도분포와 변형 형상을 구하는데는 유한요소법이 적당하다. 그러나 비교적 금형압분이나 정수압압축과 같이 단순한 형상에는 밀도의 변화가 단순하게 선형적으로 변하는 경우가 있으므로 몇 가지 가정을 도입하면 식 (6)-(8)을 이용하여 해석적인 풀이 또는 단순비선형방정식의 풀이가 가능하다. 여기서는 유한요소해석을 이용한 기존의 몇 가지 결과들을 소개한다.

3.1. 금형압분

분말성형의 첫 단계로 대개는 금형압분이 실시된다. 금형압분 시의 불균일한 밀도분포는 다음의 소결이나 성형공정에 반영이 되므로 세심히 조절할 필요가 있다. 다공질금속의 항복식을 분말에 적용시켜 유한요소법을 이용하여 금형압축 시 밀도 분포를 해석하면,³⁵⁾ 그림 3과 같고 압분체 내에서 밀도는 다이와 재료와의 마찰로 인하여 위 면의 외곽에서 최대점이 나타나고 유동이 제한된 아래 면의 외곽에서 최소점이 나타난다. 압분체 내부의 밀도 분포는 마찰, 중횡비, 초기밀도, 압축 방법 등에 따라 변화하는데, 좋은 윤활 상태의 양면압축이 균일한 밀도를 얻고 적은 하중이 필요한 좋은 방법이다. 양면압축 대신에 균일한 밀도를 얻기 위한 방법으로 시편을 거꾸로 넣어 다시 한번 압축하는 방법이 제시되기도 하였다.³⁶⁾ 그림 4에서 보는 바와 같이 이 방법은 양면압축과 비슷한 밀도의 최대와 최소값을 보인다.

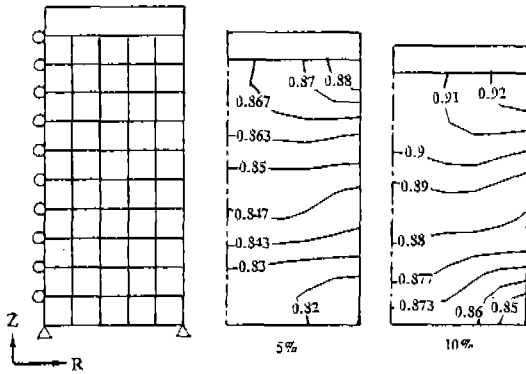


Fig. 3. Initial mesh and predicted relative density distributions of Fe powder compacts during single action compaction.; initial relative density=0.8, friction coefficient=0.2.

3.2. 압흔

다공질재료에서 전체의 평균밀도를 구하는 법은 표준화가 되어있으나 국부적인 밀도분포를 구하기 위해서는 시편을 절단하여 조각의 밀도를 구하거나, 현미경관찰 또는 경도측정 등의 방법이 제안되고 있다. 다공질재료의 국부적인 밀도를 측정하기 위한 시도의 일환으로 압흔의 해석이 요구된다. 그림 5의 해석⁹⁾ 결과와 같이 브린넬경도는 시편의 초기밀도에 비례함을 알 수 있다. 따라서 다공질재료의 응력제거 열처리를 하여 가공경화효과를 없앤다면 경도시험으로부터 밀도를 구할 수 있게 된다.

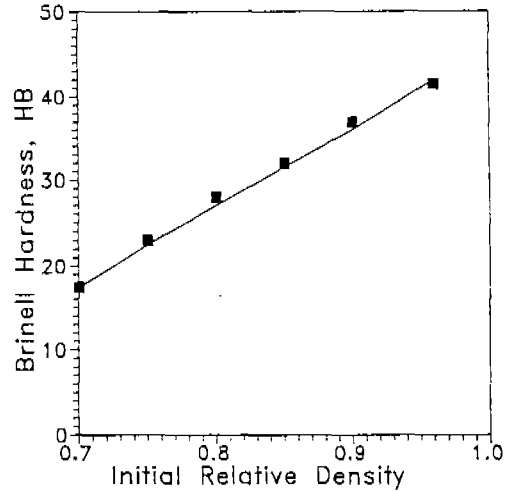
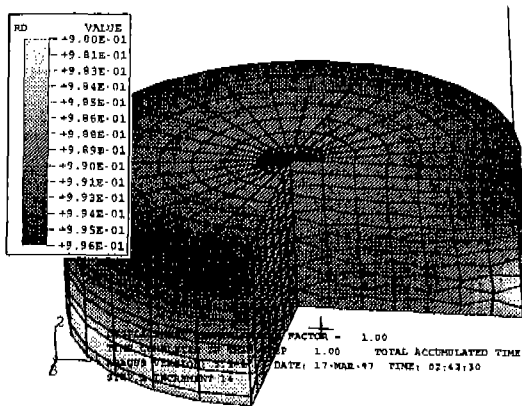


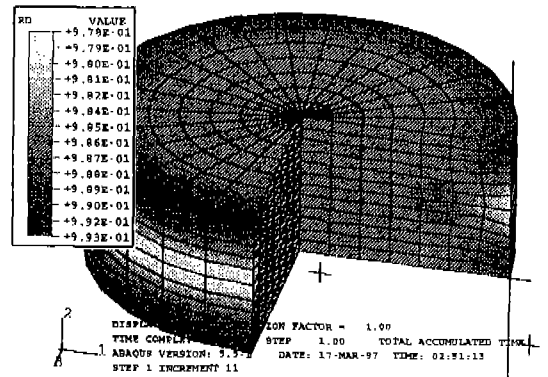
Fig. 5. Relationship between Brinell hardness and initial relative density; symbols indicate experimental results and trace indicates calculated values.

3.4. 링압축

일반금속과 마찬가지로 다공질재료에서도 성형시 마찰은 매우 중요한 공정인자가 된다. 예를 들어 단순압축에서의 배분뚝현상과 냉간정수압압축(CIP)에서의 밀도분포는 마찰이 그 요인이다. 따라서 성형공정 시의 마찰계수를 미리 구하는 일은 매우 중요한 일이다. 마찰계수를 구하기 위한 실험으로 표준인 링압축시험 시 표준곡선을 유한요소해석으로 구하는 예³⁷⁾를 그림 6에 나타내었다.



(a) Two step press



(b) Double action press

Fig. 4. Calculated relative density distributions of two step pressed and double action pressed compacts. (a) Two step press and (b) Double action press.

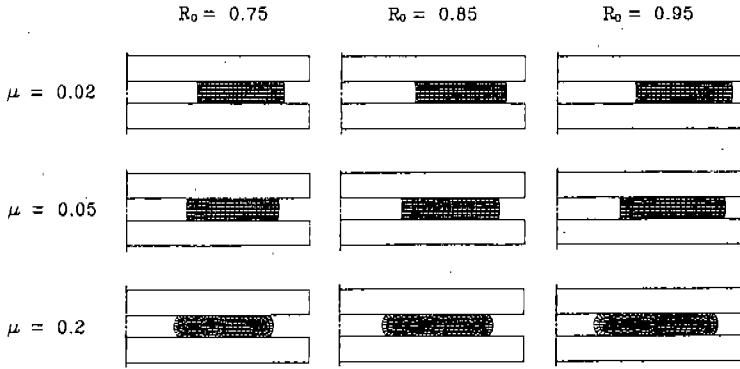


Fig. 6. Calculated grid distortions in porous iron rings (outer diameter : inner diameter : height=6 : 3 : 1) with initial relative density of 0.75, 0.85 and 0.95, reduced by 50% under various friction conditions.

3.5. 열간단조

열간에서 실시하는 분말단조는 단조프레스의 하중이 덜 필요하고 금형의 수명이 연장되며 분말간의 결합이 좋은 이점이 있으나, 온도가 낮은 금형과의 접촉으로 인하여 제품에 표면기공이 잔류하고 기계적 성질이 저하되며 불균질한 온도로 인하여 잔류응력, 뒤틀림, 열수축이 일어날 수 있다. 열간에서는 변형 중 국부적으로 밀도가 변하고, 밀도변화 및 재료와 금형과의 접촉상태에 따라 재료의 국부적인 열물성이 변화하므로 물리적 현상은 아주 복잡해진다. 단조체의 표면기공을 감소시키는 수단으로서 금형의 온도관리가 중요하기 때문에 금형에 발열체가 장착되어 있고, 기공 감소를 위해서 뿐 아니라 제품의 치수를 안정화시키기 위해서도 온도관리가 매우 중요하다. 또한, 열간에서 작업을 하므로 변형응력 뿐 아니라 변형 전의 예열 및 재료와 금형과의 접촉상태, 변형 후의 재료배출시 금형과의 열전달에 따른 온도변화 및 열응력도 제품의 특성에 영향을 미친다.

그림 7은 열간압셋 시 각 단계에서의 상대밀도분포³⁸⁾를 보인다. 70% 압축 후의 상대밀도분포 (a)를 보면 하금형과의 접촉면은 폭방향변형이 적고 겹침

이 일어나 금형의 구속을 많이 받으므로 폭퍼짐이 많은 윗면보다 밀도가 약간 높은 비대칭 분포를 보여주고 있다. (b) 하중이 제거되고 1초 동안 온도만 감소한 상태에서 상대밀도분포 (c)를 보면 (a)와 분포는 비슷하나 바깥쪽의 밀도가 증가한다.

3.6. 성형한계

실제 금형을 설계하기 위해서는 재료의 파괴지점과 시기, 즉 성형한계를 알아야 한다. 연성파괴에 의해 발생하는 다공질금속의 성형한계를 구하기 위해 다공질금속의 소성항복 조건을 적용시킨 탄소성유한요소법을 이용하여, 2차원 원주형 알루미늄소결체의

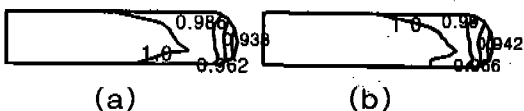


Fig. 7. Relative density distributions at various stages of powder hot compression process. (a) At the end of free resting (elapsed time $t=0.1$ sec); (b) 70% reduction in height ($t=0.36$ sec); (c) at the end of 0.84 sec free resting after deformation ($t=1.2$ sec).

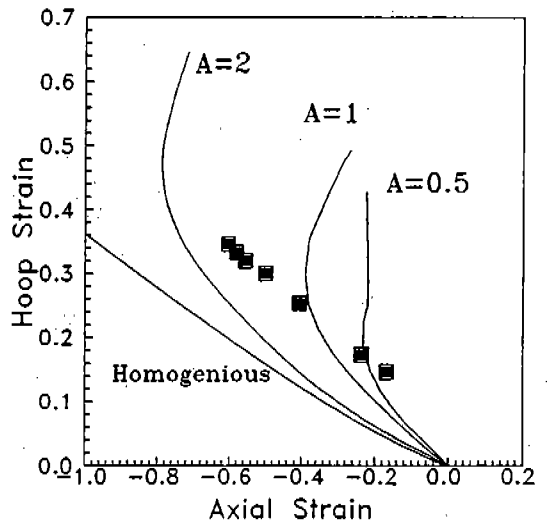


Fig. 8. Calculated strain path of surface element for upsetting of sintered aluminium alloy. Square symbols indicate Kuhn's measured FLD results.⁴⁰⁾

업셋단조 시 표면의 변형 이력을 관찰하고 다양한 변형 경로를 주기 위해 시편 형상을 변화시킨 결과³⁹⁾를 그림 8에 보였다. 연성과파괴의 판별 조건으로 변형을 불안정이 시작되는 지점을 선택하면 문헌의 실험 결과⁴⁰⁾와 잘 일치함을 알 수 있다.

5. 결 언

분말야금에서 필수적인 성형공정에 있어서 역학적 이론을 이용하여 압력 및 밀도, 밀도분포의 해석을 위한 현재의 연구 및 적용 예를 설명하였다. 이 분야는 국내외적으로 활발한 연구가 현재 이루어지고 있고, 실제 산업현장에 적용할 수 있는 상용 소프트웨어들도 이용할 수 있다. 본고에서는 다루고 있지 않지만 분말단조 및 각 공정마다 축적된 기술을 새로운 시스템에 적용할 수 있는 전문가시스템⁴¹⁾도 오래전부터 개발되고 있으니 금후 큰 발전이 기대된다.

참고문헌

1. C. G. Goetzl: Treatise on Powder Metallurgy, **1** (1949) 287.
2. D. Train: Trans. Inst. Chem. Engrs., **35** (1957) 258.
3. P. B. Visscher and J. E. Cates: J. Mater. Res., **5** (1990) 2184.
4. H-K. Oh and J-K. Lee: J. Mech. Work. Tech., **11** (1985) 53.
5. P. F. Thomson: Densification of Sintered Metal Compacts by Cold Deformation, Proceedings of the 1985 Metals Congress, Ballart, Victoria, Australia (1985) 13.
6. H-K. Oh and H. Son: J. Mech. Work. Technol., **13** (1986) 175.
7. S. E. Wakil: Advanced Technology of Plasticity 1987, K. Lanf ed., Springer Verlag, Berlin (1987) 977.
8. Y. T. Im and S. Kobayashi: Metal Forming and Impact Mechanics, S. R. Reid ed., Pergamon Press, Oxford (1985) 103.
9. H. N. Han, H. S. Kim, K. H. Oh and D. N. Lee: Powder Metall., **37** (1994) 140.
10. H. S. Kim, C. W. Won and B. S. Chun: J. Mater. Proc. Technol. **74** (1998) 932.
11. H. N. Han, H. S. Kim, K. H. Oh and D. N. Lee: Powder Metall., **37** (1994) 259.
12. O. C. Zienkiewicz, G. C. Huang and Y. C. Liu: Int. J. Numer. Methods Eng., **30** (1990) 1572.
13. J-L. Chenot, F. Bay and L. Fourment: Int. J. Numer. Methods. Eng., **30** (1990) 1649.
14. S-I. Oh, W. T. Wu and J. J. Park: Advanced Technology of Plasticity 1987, Lang. ed., Springer-Verlag, Berlin (1987) 961.
15. Hibbit, Karlsson & Sorensen, Inc.
16. MARC Analysis Research Co.
17. Scientific Forming Technologies Corporation.
18. 전운철, 김기태: 한국분말야금학회지, **4** (1997) 90.
19. 김진영, 박종진: 한국소성가공학회지, **6** (1997) 508.
20. 이용신, 나경환, T. Sano: 한국소성가공학회지, **6** (1997) 62.
21. 김형섭, 이동녕: 대한금속학회지, **29** (1991) 703.
22. M. J. Donachie and M. F. Burr: J. Metals, **15** (1963) 849.
23. R. W. Heckel: Trans. Metall. Soc. AIME, **221** (1961) 671.
24. K. Kawakita and K-H. Ludde: Powder Technol., **4** (1970) 61.
25. H. N. Han, H. S. Kim and D. N. Lee: Scripta Metall. Mater., **29** (1993) 1211.
26. D. N. Lee and H. S. Kim: Powder Metall., **35** (1992) 275.
27. S. M. Doraivelu, H. L. Gegel, J. S. Gnasekera, J. C. Matsals, and J. R. Morgan: Int. J. Mech. Sci., **26** (1984) 527.
28. A. L. Gurson: J. Eng. Mater. Technol., (Trans ASME), **99** (1977) 2.
29. V. Tvergaard: Int. J. Fract., **18** (1982) 237.
30. W. A. Spitzig, R. E. Smelser and O. Richmond: Acta Metall., **36** (1988) 1201.
31. S. Shima and M. Oyane: Int. J. Mech. Sci., **18** (1976) 285.
32. K. T. Kim, J. Suh and Y. S. Kwon: Powder Metall., **33** (1990) 321.
33. H. S. Kim: Mater. Sci. Eng. A (1998) in press.
34. K-J. Bathe: Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, New Jersey (1982) 386.
35. 김형섭, 이동녕: '92춘계학술대회 논문집, 한국소성가공학회 (1992) 69.
36. 손현택, 홍순직, 김경환, 김형섭, 천병선: 한국분말야금학회지, **5** (1998) 57.
37. H. N. Han, H. S. Kim, K. H. Oh and D. N. Lee: Powder Metall., **37** (1994) 259.
38. 김형섭, 한홍남, 오규환: 한국분말학회지, **4** (1997) 83.
39. 김형섭, 이동녕: 대한금속학회지, **34** (1996) 100.
40. H. A. Kuhn and P. W. Lee: Metall. Trans., **2** (1971) 3197.
41. B. L. Ferguson, H. A. Kuhn and J. Trasorras: J. Mater. Shaping Technol., **5** (1987) 97.