

韓國證券市場에서 代用市場포트폴리오效率性的 GMM에 의한 多變量 檢證

具本烈*

<요 약>

本 研究는 한국증권시장에서 대표적 代用市場포트폴리오인 韓國綜合株價指數와 同一加重指數의 효율성에 대한 檢證을 Hansen(1982)의 다변량의 GMM에 의하여 실시하고자 하였다. 이를 위하여 먼저, 株式收益率資料에 근거한 産業別포트폴리오수익률과 超過市場收益率模型의 誤差項이 正規分布를 벗어남을 증명함으로써 GMM檢證方法의 정당성을 찾고자 하였다. 정규분포에 대한 檢證方法으로서 왜도와 첨도의 檢證과 이를 결합한 Jarque-Bera(1980)檢證을 실시하였다.

둘째로, Hansen(1982)의 GMM을 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證에 적용하는 방법에 대한 연구들인 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993)와 Campbell-Lo-Mackinlay(1997) 등을 기초로하여 이들의 방법론을 개선한 3가지의 效率性 檢證方法을 제시하였다.

셋째로, 이상의 檢證方法들을 토대로 1980년 1월부터 1997년 6월까지 月別株式收益率의 資料를 11업종으로 분류하여 産業別포트폴리오收益率과 超過市場收益率模型에 의한 誤差項이 正規分布를 따르는지와 아울러 代用市場포트폴리오의 효율성을 檢證하였다.

檢證結果, 産業別포트폴리오수익률과 誤差項은 대부분 정규성이 棄却되어 GMM檢證方法의 정당성이 입증되었다. 따라서 GMM에 의한 效率性を 檢證한 결과, 韓國綜合株價指數의 경우에는 平均-分散프론티어(mean-variance frontier)에서의 代用市場포트폴리오의 效率性是 棄却할 수 없는 것으로 나타났으나 平均收益率이 GMVP의 수익률보다 낮았기 때문에 效率的 프론티어(efficient frontier)상의 代用市場포트폴리오의 效率性是 棄却되어 대용시장지수로서의 문제점이 있는 것으로 나타났다. 그러나 同一加重指數는 평균수익률이 GMVP의 수익률보다 높을 뿐만아니라 效率的 프론티어상의 代用市場포트폴리오의 效率性도 채택되어 韓國綜合株價指數보다 우월한 指數인 것으로 나타났다.

I. 序 論

자본자산가격결정모형(CAPM)의 실증분석은 Black-Jensen-Scholes(1972)와 Fama-

* 忠北大學校 經營學科 教授

** 본 논문은 1997년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음.

2 韓國證券市場에서 代用市場포트폴리오效率性的 GMM에 의한 多變量 檢證

McBeth(1973)의 연구를 근간으로 單一變量(univariate)에 의한 CAPM검증이 주류를 이루어 왔다. 그러나 1980년대 초부터 시작된 多變量(multivariate)에 의한 CAPM검증은 종전의 단일변량검증으로부터 획기적인 전환을 가져왔다.

즉, CAPM의 실증분석시 代用市場포트폴리오의 대용치(proxy)로서 이용되는 여러 가지의 종합주가지수가 사전적으로 효율적인가에 대한 代用市場포트폴리오 혹은 代用市場指數(proxy market portfolio or given portfolio)의 효율성 검증에 다변량통계학을 이용한 것이다.

이러한 다변량방법론을 이용한 效率性 檢證에는 Ross(1980)를 시작으로 Jobson-Korkie(1982), Kandel(1984), Shanken(1985), Huang-Litzenberger(1988), Gibbons-Ross-Shanken(1989), Kandel-Stambaugh(1995)등의 연구로 이어져왔다. 이 중에서 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 效率性 檢證이 실증적 연구분야에서 대표적인 論文으로 인정받고 있다.

그런데 대부분의 이 분야의 實證的 研究는 株式(혹은 포트폴리오)收益率의 결합분포가 다변량의 정규분포를 한다는 가정하에 극대우도추정치(maximum likelihood estimate: MLE)에 근거한 우도비율검증(likelihood ratio test)을 하였다. 그러나 株式收益率이 정규분포를 따르지 못할 경우에는 추정상의 문제점이 발생할 수 있다. 실제로 Fama(1965), Blattberg-Gonedes(1974), Affleck-Graves-McDonald(1989), Zhou(1993)와 Harvey-Zhou(1993)등은 美國의 증권시장에서 株式收益率이 正規分布를 벗어남을 주장하였다.

이와같이 分布가 정규성을 벗어날 경우에 적절한 檢證模型의 추정방법은 Hansen(1982)과 Hansen-Singleton(1982)에 의하여 제시된 一般化積率法(generalized method of moments: GMM)이다. 이 방법은 표본의 분포에 대한 가정을 하지않고 系列相關과 條件附 異分散이 존재하는 경우에도 추정가능한 보다 일반적인 통계적 추정방법이라 할 수 있다. 따라서 비록 株式收益率의 분포가 정규분포에 근접한다고 하더라도 통계적 가정이 완화된 추정방법이기 때문에 GMM에 의한 檢證은 기존의 正規分布의 가정에 의한 검증방법보다 實證的 研究側面에서 바람직한 시도라고 할 수 있다.

특히, 최근에는 이러한 GMM을 이용하여 代用市場포트폴리오의 效率性を 검증하는 연구논문이 많이 발표되고 있으며 대표적으로는 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993)와 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)등이 있다. 이들은 超過市場收益率模型에 의한 誤差項이 正規分布를 한다고 가정한 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 檢證方法에 문제점이 있음을 지적하고 GMM에 의한 대용시장포트폴리오의 效率性を

검증하는 방법을 제시하였다.

따라서 本 研究는 Hansen(1982)과 Hansen-Singleton(1982)의 GMM에 기초하여 위의 여러 학자들에 의하여 제시된 GMM을 이용한 代用市場포트폴리오의 效率性에 대한 검증방법을 살펴보고 이에 따른 검증통계량을 유도하고자 한다. 그리고 韓國證券市場에서 대표적인 代用市場指數라 할 수 있는 韓國綜合株價指數(KOSPI)와 同一加重指數(equal weighted index)에 대하여 3가지의 GMM검증방법의 제시하고 이를 통하여 각각 效率性 檢證을 실시하고자 한다.

그런데 위에서 제시된 여러가지의 GMM검증방법중의 하나인 Mackinlay-Richardson(1991)의 GMM에 의한 實證的 檢證은 OLS에 의한 誤差項의 分散-共分散行列을 추정하여 효율성을 검증하였다. 따라서 이는 엄격한 의미의 GMM추정이 아니다. 즉, 系列相關이나 異分散이 존재할 경우에는 GMM에 의한 推定值가 OLS에 의한 推定值보다 效率的이기 때문에 本 研究에서는 Mackinlay-Richardson(1991)의 검증방법을 개선하기 위하여 GMM에 의하여 유도된 誤差項의 分散-共分散行列에 의하여 效率性 檢證하였다.

한편 國內의 연구로는 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 검증방법을 이용한 黃善雄-李逸均(1991)과 Kandel(1984), Shanken(1985)과 Kandel-Stambaugh(1995)의 검증방법을 이용한 具本烈(1995a)이 있다. 그러나 이들의 연구도 株式(혹은 포트폴리오)收益率의 분포가 정규분포를 따른다는 가정하에서 代用市場포트폴리오의 效率性을 검증하였기 때문에 檢證上의 한계를 가지고 있으며 따라서 보다 效率的인 검증을 위하여는 GMM에 의한 檢證方法의 필요성이 要求된다고 할 수 있다.

本 研究는 다음과 같이 構成되어 있다. 제 II 장에서는 GMM에 의한 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證方法을 유도하기 위하여 먼저 正規分布에 대한 검증방법을 제시한 뒤에 여러 가지의 GMM의 效率性 檢證方法을 살펴보기로 한다. 제 III 장에서는 실증분석에 사용될 資料 및 포트폴리오의 구성에 따라 實證的 研究結果에 따라 分析을 실시한다. 마지막으로 제 IV 장에서는 本 研究를 要約하고 結論을 도출한다.

II. GMM에 의한 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證方法

1. 正規分布에 대한 檢證方法

Gibbons-Ross-Shanken(1989)은 超過收益率市場模型(excess return market model)에

4 韓國證券市場에서 代用市場포트폴리오效率性的 GMM에 의한 多變量 檢證

의한 誤差項이 多變量의 正規分布를 따른다는 것을 假定하고 MLE에 의한 代用市場 포트폴리오의 效率性を 檢證하였다. 그런데 韓國證券市場에서도 과연 이러한 정규분포의 가정이 적절한 것인가를 살펴보기 위하여 먼저 산업별포트폴리오收益率의 정규성을 살펴본 후에 Gibbons-Ross-Shanken(1989)檢證에 사용된 超過收益率市場模型(excess return market model)에 의한 誤差項의 정규분포를 살펴보고자 한다.

일반적으로 標本의 정규분포를 검증하는 방법에는 여러가지가 있다. 그런데 本 研究에서는 이 중에서 3가지방법을 제시하고 이에따라 檢證하고자 하였다.1) 정규성에 대한 기본적인 검증방법으로는 歪度(skewness)와 尖度(kurtosis)가 있다. 왜도는 표본분포의 非對稱度의 크기를 측정하는 척도이며 첨도는 표본분포의 뾰족한 정도(leptokurtic)를 측정하는 척도이다. 왜도, b_1 와 첨도, b_2 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$b_1 = (1/T) \sum_{t=1}^T C_t^3 / S^3 \quad (1a)$$

$$\text{그리고 } b_2 = (1/T) \sum_{t=1}^T C_t^4 / S^4 \quad (1b)$$

단, $t = 1, 2, \dots, T$ 로서 검증기간

$C_t = R_t - \bar{R}$ 로서 시점 t 에서의 표본, R_t 에서 표본평균, \bar{R} 와의 차이

S : 표본의 표준편차

그런데 왜도나 첨도가 존재하지 않는다는 歸無假設을 채택한다는 것은 표본의 분포가 正規分布가 되기위한 필요조건이지 충분조건은 아니다. 즉, 왜도나 첨도의 검증시에 歸無假設을 채택한다고 해서 정규분포가 되는 것은 아니라는 것이다. 따라서 표본분포가 正規分布가 되기위해서는 위의 두가지 검증이 동시에 만족되는 경우가 많으면 많을수록 수익률의 분포가 보다 정확하게 正規分布에 접근할 것이다. 이러한 근거하에 제시된 Jarque-Bera(1980)검증은 왜도와 첨도의 통계량을 결합하여 정규분포를 검증하며 이의 檢證統計量은

$$T \left[\frac{b_1^2}{6} + \frac{(b_2 - 3)^2}{24} \right] \sim \chi^2_a(2) \quad (2)$$

1) 이외에도 표본분포의 정규성에 대한 검증은 Lilliefors(1967), Shapiro-Wilk(1965) 및 David-Hartley-Pearson(1954)의 SR(studentized range)檢證등이 있다.

로서 漸近的으로 유의수준이 α 이고 자유도가 2인 χ^2 분포를 한다.

2. GMM에 의한 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證方法

1) 多變量的 GMM推定方法的 개요

여기에서는 Hansen(1982)의 GMM에 의한 검증방법을 간단히 설명하고자 한다.¹⁾ GMM사용의 이점은 표본분포에 대한 특별한 가정이 필요없으며 단지 표본의 자료가 stationary하고 ergodic하다는 가정만 필요하다. 따라서 표본분포가 系列相關이 존재하거나 異分散이 존재하는 경우에도 검정가능하기 때문에 정규분포를 하기위해서 필요한 표본의 분포는 동일하고 독립적인 분포(independently identiacally distributed)를 하여야 한다는 가정은 필요치 않다.

GMM은 體系方程式(system equations)속의 積率條件(moment conditions)을 구성하여 모수를 推定하는 방법이다. 따라서 GMM에 의한 추정을 하기위해서는 먼저 적률조건을 기초로하여 誤差函數(error functions), $f_i(\theta)$ 을 설정하여야 하며 線型인 경우에는 다음과 같이 誤差函數를 정의할 수 있다.²⁾

$$\epsilon_t(\theta) = y_t - x_t' \theta \quad (3)$$

단, $\epsilon_t(\theta)$: 오차항의 벡타로서 $\epsilon_t' = [\epsilon_{1t}, \epsilon_{2t}, \dots, \epsilon_{Nt}]$

θ : 추정모수의 벡타로서 $\theta_j' = [\theta_{j1}, \theta_{j2}, \dots, \theta_{jM}]$

$j = 1, 2, \dots, N$ 로서 주식의 수이며

$m = 1, 2, \dots, M$ 로서 추정모수의 수

-
- 1) GMM의 추정방법에 대한 자세한 설명은 Hansen(1982)이나 Hansen-Singleton(1982)등을 참고하면 될 것이므로 자세한 설명은 여기서는 생략함.
 - 2) GMM은 Hansen(1982)의 경우와 같이 手段變數(instrumental variables)를 이용하여 直交條件(orthogonality condition)을 구하여 모수를 추정하는 條件附 模型(conditional model)하에서 일반적으로 많이 추정되는 방법이다. 그러나 CAPM의 검증시에는 手段變數를 사용하지않는 無條件附 模型(unconditional model)하에서의 검증이 가능하다. 따라서 이 경우에는 수단변수를 이용하여 직교조건을 구하는 것이 아니라 방정식속의 誤差項으로부터 적률조건을 구하여 모수를 추정한다. 本 研究에서는 후자의 방법론하에서 代用市場포트폴리오의 효율성을 검증하고자 한다. 條件附 模型하에 GMM을 이용한 CAPM의 검증의 예는 具本烈(1995b)을 참고바람.

y_t : 종속변수의 벡타로서 $y_t' = [y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{Nt}]$

x_t : 독립변수의 벡타로서 $x_t' = [x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{Nt}]$

그리고 手段變數(instrumental variables)를 사용하지않는 無條件附 模型인 경우에는 誤差函數, $\epsilon_t(\theta)$ 를 $f_t(\theta)$ 로 대체될 수 있다.³⁾

$$f_t(\theta) = \epsilon_t(\theta) \quad (4)$$

식 (4)에서 만약 추정모형을 정확히 반영한다면 기대값은 $E[f_t(\theta)] = 0$ 이 된다. 실제로 GMM의 추정은 표본으로부터 출발하므로 標本誤差函數, $g_T(\theta)$ 는

$$g_T(\theta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_t(\theta) \quad (5)$$

과 같이 정의되며 표본수 T 가 증가함에 따라 0 에 가까워질 것이다. GMM은 標本 誤差函數, $g_T(\theta)$ 로 부터 다음과 같은 二次形式을 極小化하는 모수, θ 를 추정하는 것이다.

$$\text{Min } Q_T(\theta) = g_T'(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta) \quad (6)$$

단, $W_T(\theta) = S^{-1}(\theta)$: 誤差項의 分散-共分散行列로서 對稱的 陽定值 加重行列(symmetric positive definite weighting matrix)임

$Q_T(\theta)$ 를 極小化하기위한 θ 를 추정하기 위해서는 행렬미분을 하여야 한다. 이는 다음과 같은 同次의 體系方程式(homogeneous system of equations)을 푸는 것과 같다.

$$D_T'(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta) = 0 \quad (7)$$

3) 手段變數를 사용하는 경우의 誤差函數는 $f_t(\theta, Z) = \epsilon_t(\theta) \otimes Z$ 로 정의 할 수 있다. 여기에 서 \otimes 는 크로네커곱(Kronecker product)이고 手段變數로서 정의되는 Z 는 $(q \times 1)$ 벡타로서(q 는 手段變數의 數임) t 시점에서 이용가능한 情報集中의 부분집합이다. N 은 方程式의 數(즉, 株式혹은 포트폴리오의 數)라고 하고, 만약 合理的 期待下에 誤差函數와 直交條件을 만족한다면 $(Nq) \times 1$ 의 벡타인 誤差函數는 표본수 T 가 증가함에 따라 0 에 가까워질 것이다.

단, $D_T(\theta) = E\left[\frac{\partial g_T(\theta)}{\partial \theta}\right]$ 로서 θ 에 대하여 $g_T(\theta)$ 의 Jacobian 행렬로서 각각의 방정식마다 1개의 積率條件을 구성할 경우 $N \times N$ 임⁴⁾

Hansen은 식 (7)에서 θ 를 추정하고 이를 식 (6)에다 標本數인 T 를 곱한 값을 J 통계량이라 하고 이는

$$J = T Q_T(\theta) = T [g_T(\theta) W_T(\theta) g_T(\theta)] \sim \chi^2_{\alpha}(Nq - M) \quad (8)$$

로서 漸近的으로 자유도가 $Nq - M$ 인 χ^2 분포를 함을 증명하였다.⁵⁾ 여기에서 M 은 推定母數의 수를 나타낸다.

결국 GMM은 J 통계량에 의하여 模型의 適合性を 檢證하는 것이다. 즉, J 통계량의 값이 臨界值보다 작을 경우에는 설정된 積率條件이 만족되어 모형이 적합하다는 歸無假設이 채택된다. 그러나 J 통계량의 값이 임계치보다 클 경우에는 설정된 積率條件이 합당하다는 귀무가설을 棄却하며 이는 설정된 모형의 適合性を 기각함을 의미한다.

2) 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證方法

앞 節에서 개략적으로 Hansen(1982)의 GMM검증방법을 설명하였다. 그런데 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993)와 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)등은 각각 Hansen(1982)의 GMM을 代用市場포트폴리오의 效率성에 대한 검증에 응용하는 방법을 제시하였다.

4) q 개의 手段變數만 존재하는 경우에 $D_T(\theta)$ 는 $Nq \times Nq$ 이고, 각 방정식마다 k 개의 積率條件만 존재하는 경우에 $D_T(\theta)$ 는 $Nk \times Nk$ 임. 그리고 q 개의 手段變數와 k 개의 積率條件이 동시에 존재하는 경우에는 $D_T(\theta)$ 는 $(kNq) \times (kNq)$ 임.

5) 식 (8)에서 GMM의 臨界值의 값을 구하기 위해서는 자유도가 $Nq - M$ 인데 手段變數가 없는 경우에는 $q = 0$ 이 되므로 Hansen(1982)에 의한 臨界值를 구한다는 것은 의미가 없다. 그런데 본 연구의 목적은 無條件附 模型下에서의 CAPM검증에 관한 연구이므로 수단변수를 사용하지 않는다. 따라서 이 경우에는 GMM에 의한 誤差函數의 분산-공분산행렬을 이용하여 Wald統計量을 이용하며 임계치는 $\chi^2_{\alpha}(N)$ 로 바뀌게 된다(자세한 것은 Greene의 Econometric Analysis(1997)참조바람).

이들의 주장을 정리하면 GMM에 의한 대용시장포트폴리오의 效率性 檢證方法은 3가지로 구분할 수 있는데 이하에서는 이에대한 檢證方法을 살펴보고자 한다.

(1) 非制約된 模型(unrestricted model)에 의한 效率性 檢證方法

이는 Mackinlay-Richardson(1991)와 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)에 의하여 제시되었으며 이의 검증절차는 다음과 같다. N 개의 주식(혹은 포트폴리오)이 존재하며 식 (9)의 超過收益率市場模型(excess return market model)을 다음 절에나오는 制約된 模型과 비교하기 위하여 非制約된 模型으로 정의한다.

$$r_t = \alpha + \beta r_{Pt} + \varepsilon_t \quad (9)$$

$$\text{단, } t = 1, 2, \dots, T.$$

여기에서, r_t 은 $N \times 1$ 의 벡타로써 $r_t' = [r_{1t}, r_{2t}, \dots, r_{Nt}]$ 으로 표현되며 t 시점에서의 超過收益率($j = 1, 2, \dots, N$)이다. 超過收益率은 株式(혹은 포트폴리오)의 수익률에서 無危險資產의 收益率, R_f 를 차감함으로써 구할 수 있다. α 계수는 절편벡타로써 $\alpha' = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]$ 이다. β 계수는 기울기벡타로써 $\beta' = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N]$ 이다. r_{Pt} 는 代用市場포트폴리오의 초과수익률을 의미한다. 그리고 ε_t 는 誤差項으로써 ($N \times 1$) 벡타이다. 이제 앞 절의 GMM검증방법에 따라 식 (9)의 超過收益率市場模型을 이용하여 代用市場포트폴리오의 효율성을 검증하는 방법에 대하여 살펴보기로 하자. 식 (9)의 體系方程式으로 부터 誤差函數, $f_t(\alpha, \beta)$ 는

$$f_t(\alpha, \beta) = \varepsilon_t = r_t - \alpha - \beta r_{Pt} \quad (10)$$

로 정의할 수 있다. GMM은 식 (10)의 체계방정식으로부터 積率條件을 구하여 모수를 추정하는 방법이다. 그런데 식 (10)은 선형모형으로써 OLS의 正規方程式(normal equations)을 이용하여 추정하는 것과 동일한 방법이라할 수 있다. 즉 식 (10)으로부터 각 방정식에 대하여 2개의 積率條件을 만들 수 있다. 이 경우에는 결국 OLS에 의하여 추정하는 절차와 동일하다고 말할 수 있다. 따라서 비제약된 모형에서의 代用市場指數의 효율성에 대한 검증은 위의 식 (10)으로부터 OLS의 가정과 동일한 積率

條件을 설정할 수 있다. 즉,

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}_t) = \mathbf{0} \tag{11a}$$

$$E(r_{Pt} \boldsymbol{\varepsilon}_t) = \mathbf{0} \tag{11b}$$

이 된다. 식 (11a)와 식 (11b)를 결합하여 誤差函數를 설정하면 다음과 같다.

$$f_t(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \cdot r_{Pt} \\ \vdots \\ \varepsilon_{jt} \\ \varepsilon_{jt} \cdot r_{Pt} \\ \vdots \\ \varepsilon_{Nt} \\ \varepsilon_{Nt} \cdot r_{Pt} \end{bmatrix} \tag{12}$$

따라서 식 (12)의 기대치는 $E[f_t(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})] = 0$ 이 된다. 그리고 식 (6)의 標本誤差函數, $g_T(\boldsymbol{\theta})$ 를 효율성 검증에 위한 비제약된 모형에 따라 정의하면

$$g_{UR}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_t(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}) \tag{13}^6$$

로 될 수 있다. 이는 비제약된 모형으로서 식 (11a)와 식 (11b)에 따라 주식수가 N 개라면 각 주식에 대하여 2개의 積率條件을 만들 수 있으므로 $f_t(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ 의 차원은 $2N \times 1$ 이 된다. 그리고 식 (9)에서 代用市場포트폴리오가 효율적이라면 절편항들은 모두 0이 되어야 한다. 즉, $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$ 이 되어야 할 것이다. 그런데 식 (13)에서 體系方程式도 $2N$ 이고 未知數도 $2N$ 이므로 이러한 方程式은 適度識別(exactly identified)되는 모형이다.

그러나 Mackinlay-Richardson(1991)의 GMM검증은 誤差項의 분산-공분산행렬,

6) 만약 개별자산 ($j = 1, 2, \dots, N$)에 대한 두 개의 표본의 적률조건은 ① $\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{jt}$ 와 ②

$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{jt} \cdot r_{Pt}$ 이고 이에따라 추정해야할 모수는 α_j 와 β_j 이다.

$W_T(\theta) = S^{-1}(\theta)$ 를 推定하기 위하여 OLS에 의한 誤差項의 分散-共分散行列을 이
 용하였다. 따라서 이는 Harvey-Zhou(1993)의 주장과 같이 엄격한 의미의 GMM추정
 이 아니다. 즉, 系列相關이나 異分散이 존재할 경우에는 GMM에 의한 推定值가 OLS
 에 의한 推定值보다 더 效率的이다. 따라서 本 研究에서는 GMM의하여 추정된 誤差
 項의 분산-공분산행렬을 구하여 非制約된 模型을 檢證하였다.

이 경우에 GMM은 앞의 식 (6)을 응용한 다음과 같은 2차형식인

$$\text{Min } Q_{UR}(\alpha, \beta) = g_{UR}(\alpha, \beta)W_{UR}(\alpha, \beta)g_{UR}(\alpha, \beta) \quad (14)$$

단, $W_{UR}(\alpha, \beta)$: 非制約된 模型下에서 誤差項의 分散-共分散行列

하에서 모수인 α, β 를 추정하는 것이다. 그러나 이러한 非制約된 模型의 추정에서
 는 앞에서 설명된 바와 같이 適度識別된다. 그런데 식 (14)에서 각 적률조건에 대한
 모수가 適度識別이 되는 경우에는 OLS에 의한 추정과 같게되어 $2NX1$ 의 벡타인
 標本誤差函數, g_{UR} 의 각 원소는 0에 접근하며 결국 $Q_{UR}(\alpha, \beta)$ 의 값도 0에 접근
 한다.

따라서 GMM의 추정시에 適度識別되는 경우에는 식 (14)에 의한 검증은 적절하지
 않다. 일반적으로 GMM은 Hansen(1982)이 주장한 바와 같이 적률조건에 따른 방정
 식의 수가 추정모수의 수보다 많은 경우인 過度識別(over-identified)에 추정이 적절한
 방법이라 할 수 있다. 따라서 適度識別되는 경우의 검증은 Wald통계량을 이용하여
 GMM의 검증통계량을 구한다. 식 (9)를 기대값을 취하면 초과수익률형태의 CAPM이
 되며 이로부터 代用市場포트폴리오의 效率성이 성립되기 위해서는 $\alpha = 0$ 이 되어야
 한다. 따라서 效率性 檢證을 위한 歸無假設은

$$H_0: \alpha = R\theta = 0 \quad (15)$$

단, $R = I_N \otimes (1 \ 0)$

I_N : $N \times N$ 의 單位行列

$\theta' = (\alpha, \beta)$

로 세울 수 있다.)

그런데 식 (15)에서 $R\hat{\theta}$ 의 分布, 즉 $\hat{\mathbf{a}}$ 의 分布는

$$\hat{\mathbf{a}} \sim N\left\{\mathbf{a}, \frac{1}{T} R [D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})' W_{UR} D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})]^{-1} R'\right\} \quad (16)$$

이 된다.⁸⁾ 여기서 $D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})$ 은 식 (7)의 $D_T(\theta)$ 를 非制約된 模型하에서 정의이다. 식 (10)에 따라 $D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})$ 를 정리하면

$$D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta}) = -I_N \otimes \begin{bmatrix} 1 & \mu_P \\ \mu_P & \sigma_P^2 + \mu_P^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

단, μ_P : 代用市場포트폴리오의 平均收益率
 σ_P^2 : 代用市場포트폴리오收益率의 分散

이 된다.⁹⁾

7) 예를들어 2개의 株式(혹은 포트폴리오)이 존재할 경우에는

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes (1 \quad 0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R\theta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \beta_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} = \mathbf{a}$$

이 된다.

8) Hansen(1982)에 의하면 GMM의 推定值인 $\hat{\theta}$ 는 $N\left[\theta, \frac{1}{T} (D_T' W_T D_T)^{-1}\right]$ 의 分布를 따른다. 따라서 非制約된 模型下에서 $\hat{\mathbf{a}}$ 의 分散은

$$\begin{aligned} \text{Var}(\hat{\mathbf{a}}) &= \text{Var}(R\hat{\theta}) = R \text{Var}(\hat{\theta}) R' \\ &= \frac{1}{T} R [D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})' S_{UR}^{-1} D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})]^{-1} R' \\ &= \frac{1}{T} R [D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})' W_{UR} D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})]^{-1} R' \end{aligned}$$

이 된다.

9) 식 (17)의 $D_{UR}(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})$ 를 2개의 株式(혹은 포트폴리오)의 경우에 식 (12)의 2개의 積率條件에 따라 구하는 과정은 다음과 같다. 먼저 積率條件에 따른 誤差函數, $f_t(\mathbf{a}, \boldsymbol{\beta})$ 는 株式1의 積率條件式 $\varepsilon_{1t} = r_{1t} - \alpha_1 - \beta_1 r_{Pt}$, $\varepsilon_{1t} r_{Pt} = r_{1t} r_{Pt} - \alpha_1 r_{Pt} - \beta_1 r_{Pt}^2$

이상과 같은 절차를 취하면 $\hat{\alpha}$ 의 Wald통계량은

$$J_1 = \hat{\alpha}' [Var(\hat{\alpha})]^{-1} \hat{\alpha} \\ = T \hat{\alpha}' \{R[D_{UR}(\alpha, \beta)' W_{UR} D_{UR}(\alpha, \beta)]^{-1} R\}'^{-1} \hat{\alpha} \sim \chi^2_{\alpha}(N) \quad (18)$$

로서 자유도가 N 인 χ^2 분포를 따른다. 식 (18)은 결국 GMM에 의하여 分散-共分散 行列을 추정 한 후에 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 검증 절차를 취하는 것과 동일한 방법이라 할 수 있다.¹⁰⁾

株式2의 積率條件式 $\varepsilon_{2t} = r_{2t} - \alpha_2 - \beta_2 r_{Pt}$, $\varepsilon_{2t} r_{Pt} = r_{2t} r_{Pt} - \alpha_2 r_{Pt} - \beta_2 r_{Pt}^2$

와 같이 4개의 식이 존재한다. 따라서 4개의 積率條件式으로서 $D_{UR}(\alpha, \beta)$ 를 정의에 따라 구하면

$$D_{UR}(\alpha, \beta) = \frac{\partial g_{UR}(\alpha, \beta)}{\partial(\alpha, \beta)} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \begin{bmatrix} -1 & -r_{Pt} & 0 & 0 \\ -r_{Pt} & -r_{Pt}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -r_{Pt} \\ 0 & 0 & -r_{Pt} & -r_{Pt}^2 \end{bmatrix} \\ = - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \otimes \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \begin{pmatrix} 1 & r_{Pt} \\ r_{Pt} & r_{Pt}^2 \end{pmatrix} \\ = -I_2 \otimes \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \begin{pmatrix} 1 & r_{Pt} \\ r_{Pt} & r_{Pt}^2 \end{pmatrix}$$

이 되어 이를 정리하면 N 개의 株式의 경우에 식 (17)이 된다.

10) Gibbons-Ross-Shanken(1989)은 $H_0: \alpha = 0$ 에 대한 多變量의 檢證統計量을 구하기 위해서 먼저 식 (9)로부터

$$W_u = \alpha' \sum^{-1} \alpha / (1 + \theta_p^2)$$

를 유도하였다. 여기에서 θ_p 는 주어진 代用市場포트폴리오收益率의 標準偏差에 대한 期待收益 率의 비율을 의미한다. 그리고 \sum 는 식 (9)의 誤差項의 分산-공분산행렬로서 OLS에 의하여 推 定되며 자유도는 $T-2$ 이다. 이로부터 Gibbons-Ross-Shanken은 檢證統計量, Q 를

$$Q = [T(T-N-1)/N(T-2)] W_u \sim F'_{\alpha}(N, T-N-1)$$

와 같이 유도하였으며 이는 비중심 F -분포를 따름을 보였다.

(2) 制約된 模型(restricted model)에 의한 GMM의 檢證方法

이는 Mackinlay-Richardson(1991)와 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)에 의하여 제시되었으며 이의 검증절차는 다음과 같다. 超過收益率市場模型인 식 (9)로부터 제약된 모형의 귀무가설은 $H_0: \alpha = 0$ 이다. 이는 귀무가설이 성립한다면 제약된 모형하에서 誤差項의 움직임이 非有意的이어야 한다는 논리에 바탕을 두고 있다. 따라서 식 (10)으로부터 非制約된 模型하에서의 誤差函數, $f_t(\alpha, \beta)$ 는 制約된 模型下의 誤差函數, $f_t(\alpha=0, \beta)$ 로 정의되며 이는

$$f_t(\alpha=0, \beta) = \epsilon_t = r_t - \beta r_{Pt} \tag{19}$$

이 된다. 그리고 이의 기대치는 $E[f_t(\alpha=0, \beta)] = 0$ 이 된다.

따라서 식 (13)의 非制約된 模型하에서의 標本誤差函數, $g_{UR}(\alpha, \beta)$ 는 制約된 模型下의 標本誤差函數, $g_R(\alpha=0, \beta)$ 로 정의되며 이는

$$g_R(\alpha=0, \beta) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T f_t(\alpha=0, \beta) \tag{20}$$

가 된다. 그런데 식 (19)에서 制約된 模型下에서의 적률조건에 의한 體系方程式은 $2NX1$ 의 행렬이다. 그리고 $H_0: \alpha = 0$ 의 制約條件 때문에 β 계수만 추정하면 되므로 추정할 母數의 수는 非制約된 模型에서의 경우처럼 $2N$ 이 아니라 N 가 된다. 따라서 이 경우에 추정할 體系方程式은 過度識別된다. 이와같이 GMM은 過度識別될 경우에 적합한 추정기법이라 할 수 있다.¹¹⁾ 이 경우에 J 통계량은

$$J_2 = T Q_R(\alpha=0, \beta) = T [g_R'(\alpha=0, \beta) W_R g_R(\alpha=0, \beta)] \sim \chi^2_{\alpha}(N) \tag{21}$$

11) 한편 식 (7)은 制約된 模型하에서는

$$D_R = E \left[\frac{\partial g_R(\alpha=0, \beta)}{\partial \beta} \right]$$

로 정의할 수 있으며 이는 주11)과 동일한 방법으로 구하면 된다. 그런데 2개의 積率條件이 존재하므로 주6)에 따라 D_R 은 $2NX2N$ 의 行列이 된다.

이 되며 식 (8)에 따라 자유도는 $(2N-N)$ 이 되어 결국 N 인 χ^2 분포를 따른다.

(3) 制約된 模型과 非制約된 模型의 同時利用에 의한 效率性 檢證

세 번째 檢證方法은 Harvey-Zhou(1993)에 의하여 제시된 Gallant-Jorgenson(1979)을 이용한 방법이다. 이는 식 (10)의 非制約된 模型에 의한 오차함수, $\epsilon_t = r_t - \alpha - \beta r_{Pt}$ 와 식 (19)의 制約된 模型에 의한 오차함수, $\epsilon_t = r_t - \beta r_{Pt}$ 을 동시에 이용하여 검증하는 방법이다. 즉, 非制約된 模型下에서의 분산-공분산행렬, $W_{UR}(\alpha, \beta)$ 에다 制約된 模型下에서의 표본오차함수인 $g_R(\alpha=0, \beta)$ 을 이용하여 二次形式을 통하여 J 통계량 ($= J_A$)을 구한다. 그리고 非制約된 模型下의 $W_{UR}(\alpha, \beta)$ 에다 非制約된 模型하에서의 표본오차함수인 $g_{UR}(\alpha, \beta)$ 을 이용하여 二次形式을 통하여 J 통계량 ($= J_B$)을 구한다. 이는 설정된 積率條件이 합당하다는 歸無假說이 성립한다면 두 統計量의 차이는 0에 접근한다는 것에 기인한다. 즉, 두 統計量을 차감한 J 통계량은

$$\begin{aligned}
 J_3 &= J_A - J_B \\
 &= T \left[g_R'(\alpha=0, \beta) W_{UR}(\alpha, \beta) g_R(\alpha=0, \beta) \right] \\
 &\quad - T \left[g_{UR}'(\alpha, \beta) W_{UR}(\alpha, \beta) g_{UR}(\alpha, \beta) \right] \sim \chi^2_{\alpha}(N) \quad (22)
 \end{aligned}$$

로서 漸近的으로 자유도가 N 인 χ^2 분포를 따른다는 것이다.

위의 3가지 방법은 漸近的으로 동일한 檢證이지만 標本이 작을 경우에는 이들의 통계량은 다를 수 있다. 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證을 위하여 정규분포의 가정에 의한 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 效率性 檢證方法이 주류를 이루고 왔으나 본 研究에서는 정규분포의 가정이 필요하지 않는 보다 일반적인 검증방법인 GMM에 의한 3가지의 效率性 檢證을 실시하였다.

3) 效率的 프론티어上的 效率性 檢證을 위한 GMVP에서의 收益率推定

위에서 설명된 GMM에 의한 效率性 檢證은 대용시장포트폴리오가 효율적이기 위한

必要條件이지 充分條件은 아니다. 즉, 대용시장포트폴리오가 效率的이라면 이는 대용 시장포트폴리오가 效率的 프론티어(efficient frontier) 위에서 있는가에 대한 효율성 검증이 아니라 단순히 平均-分散프론티어(mean-variance frontier) 위에 있는가에 대한 效率性 檢證에 불과하다.

따라서 GMM검증을 통하여 진실로 代用市場포트폴리오가 효율적이기 위해서는 效率的 프론티어(efficient frontier) 위에 있는가에 대한 效率性 檢證을 되어야 한다. 이러한 효율성을 만족하기 위해서는 代用市場포트폴리오의 平均收益率이 最小分散포트폴리오(global minimum variance portfolio: GMVP)에서의 收益率보다 커야할 것이다. GMVP에서의 收益率은 Roll(1977)로 부터 다음과 같이

$$\text{GMVP에서의 수익률} = B/C \quad (23)$$

$$\text{단, } B = \mu' V^{-1} \mu$$

$$C = \ell' V^{-1} \ell$$

$\mu' = [\mu_1 \mu_2, \dots, \mu_N]$ 로서 N 개의 株式(혹은 포트폴리오)의 平均收益率의 벡타로서 $1 \times N$ 임

V : N 개의 株式收益率의 分散-共分散行列로서 $N \times N$ 의 정칙행렬 (nonsingular matrix)임

$\ell' = [1 \ 1 \ , \dots, \ 1]$ 로서 $1 \times N$ 인 벡타임

에 의해 구해질 수 있다.

III. 實證的 研究結果

1. 標本의 選定과 資料蒐集

1) 産業別포트폴리오의 區分

本 研究에 사용된 統計資料의 標本期間은 1980년 1월부터 1997년 6월까지의 月別 株式收益率資料이며 韓國信用評價(株)의 株式수익률 파일(KIS-SMAT)로부터 추출하였다. 그리고 모든 종목을 1980년 1월 4일 基準으로 11개의 産業別로 구분하여 각

산업별포트폴리오를 구성하였으며 이를 PORT1, PORT2,...,PORT11등으로 정의하였다. 産業別포트폴리오의 구분내역은 <표 1>과 같다.

무위험자산의 수익률은 韓國銀行이 발행하는 『조사통계월보』의 3개월 정기예금이 자율을 월별수익률로 산출하여 구하였다. 따라서 실제로 추정에 사용되는 산업별포트폴리오와 대용시장포트폴리오의 수익률은 無危險利率을 차감한 超過收益率(excess return)을 의미한다. 그리고 本 研究에 사용된 통계package는 TSP Version 4.4 와 RATS Version 6.0이다.

<표 1> 産業別포트폴리오 區分

區分	業種	會社數
PORT1	어업, 광업, 음식료품 제조업	33
PORT2	섬유, 의복 및 가죽사업	33
PORT3	나무, 종이	11
PORT4	화학, 석유, 석탄, 고무 및 플라스틱제품 제조업	48
PORT5	비금속 광물제품 제조업	14
PORT6	제 1 차 금속산업	15
PORT7	조립금속, 기계 및 장비제조업	38
PORT8	종합건설업	29
PORT9	도매업	17
PORT10	운수 및 창고업	10
PORT11	금융, 보험업	42
합계		290

한편 검증대상이 되는 代用市場포트폴리오, 즉 代用市場指數들의 효율성 검증을 위하여 <표 2>에는 각 産業別포트폴리오들과 각 대용지수지수들의 평균수익률, 표준편차, 최대값 및 최소값에 대한 記述統計量이 제시되어있다.¹²⁾ <표 2>에서 보는 바와 같이 검증대상의 대용시장지수로는 韓國證券去來所에서 上場된 全종목을 대상으로하여 時價總額方式에 의하여 산출되는 韓國綜合株價指數(Korea Stock Price Index: KOSPI)와 우리나라에서 사용되지 않는 지수이지만 韓國證券去來所에 상장, 거래되는 모든 종목을 대상으로하여 산출된 同一加重指數(equal weighted index: EQWI)이다.

12) 基準時點을 1980년으로 한 결과 11개의 각 포트폴리오들간의 平均收益率이 매우 近似한 것으로 나타나 産業別포트폴리오에 따른 特性이 나타나지 않았다. 따라서 産業別로 平均수익률에 차이가 나타나는 時點을 고려하여 편의상 연구의 分析始點을 1983년 1월을 基準으로 하였다. 그리고 이 시점의 이후부터 定期預金利率과 債券의 收益率이 안정적인 추세를 보이고 있는점도 고려되었다.

<표 2> 産業別포트폴리오 및 代用市場指數들의 記述統計量
< 期間 1983. 1 - 1997. 6 : 標本數 174 >

區 分	平 均	標 準 偏 差	最 小 값	最 大 값
PORT1	0.02248	0.07905	-0.19320	0.33800
PORT2	0.02071	0.07816	-0.16460	0.36960
PORT3	0.02524	0.09405	-0.20250	0.35500
PORT4	0.02204	0.07300	-0.16060	0.32530
PORT5	0.02099	0.07924	-0.15430	0.37040
PORT6	0.02176	0.08642	-0.17160	0.40240
PORT7	0.02088	0.07481	-0.16610	0.23810
PORT8	0.01413	0.11340	-0.20470	0.54920
PORT9	0.01754	0.08533	-0.21550	0.33720
PORT10	0.01931	0.08008	-0.17290	0.39590
PORT11	0.01980	0.10173	-0.17680	0.41130
KOSPI	0.01281	0.06865	-0.18100	0.20940
EQWI	0.01992	0.06779	-0.15480	0.27170

(註) KOSPI와 EQWI사이의 상관계수는 0.7854임

한편 代用市場指數들간의 평균수익률을 비교하면 <표 2>에서 보는 바와 같이 KOSPI의 평균수익률은 0.01281로서 EQWI의 平均收益率이 0.01992에 비하여 훨씬 낮은 수익률을 보이고 있으나 危險의 측정치인 標準偏差를 살펴보면 KOSPI는 0.06865이나 EQWI는 0.06779로서 오히려 높게 나타나고 있다. 더구나 KOSPI와 EQWI와의 相關係數가 0.78534로서 代用市場指數間의 상관관계가 비교적 낮게 나타나고 있음을 볼 때 韓國證券市場에서의 대표적인 代用市場指數인 KOSPI가 상대적으로 EQWI보다 效率性이 낮음을 암시하고 있다.

2. 實證的 研究結果

1) 正規分布에 대한 分析

産業別포트폴리오, 代用市場指數의 정규분포에 대한 검증과 아울러 식 (10)의 超過收益率市場模型에 의한 誤差項의 正規分布에 대한 검증을 하기위하여 왜도, 첨도 및 Jarque-Bera(1980)검증을 실시하였다. 이에대한 결과가 <표 3>에 나타나 있다.

첫째로, 왜도분석에서는 <표 3>에서 보는 바와 같이 11개의 産業別포트폴리오중에서 PORT7을 제외한 대부분이 1% 有意水準에서 유의적임을 보이고 있어 정규분포를 한다는 歸無假說이 棄却되었다. 그리고 왜도의 값이 모두 陽(+)임을 고려할 때 이는 오른쪽꼬리분포를 함을 의미한다.

<표 3> 歪度, 尖度 및 Jarque-Bera檢證에 의한 正規分布分析

區分	産業別포트폴리오			市場模型-KOSPI			市場模型-EQWI		
	왜도	첨도	JB	왜도	첨도	JB	왜도	첨도	JB
PORT1	0.991	2.341	68.3	0.956	1.784	49.6	0.708	1.622	33.6
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT2	1.259	4.031	163.8	1.119	4.615	190.7	0.305	5.540	225.2
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.10)	(0.00)	
PORT3	0.772	0.904	23.2	1.123	3.520	132.5	1.644	9.232	696.3
	(0.00)	(0.02)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT4	0.875	2.987	86.9	0.755	1.548	33.9	-0.137	2.730	54.6
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.46)	(0.00)	
PORT5	0.857	2.935	62.9	1.004	2.755	84.3	0.677	2.900	74.2
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT6	1.157	2.676	90.7	1.178	3.063	108.2	0.888	3.003	88.2
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT7	0.316	0.309	3.61	0.368	0.299	4.59	0.185	1.871	26.3
	(0.09)	(0.42)		(0.05)	(0.42)		(0.32)	(0.00)	
PORT8	1.659	5.042	264.2	1.063	2.246	69.3	0.601	3.378	93.2
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT9	0.508	0.583	9.95	0.908	1.339	36.9	0.884	1.952	50.3
	(0.00)	(0.12)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT10	1.006	3.231	105.1	1.527	6.053	333.3	0.749	2.183	50.8
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
PORT11	1.468	3.052	130.1	1.006	2.623	79.3	1.524	4.268	199.4
	(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)		(0.00)	(0.00)	
KOSPI	0.493	0.339	7.90	-	-	-	-	-	-
	(0.01)	(0.37)							
EQWI	0.574	1.206	20.1	-	-	-	-	-	-
	(0.00)	(0.00)							

주) ()는 p-값을 나타냄

왜도의 歸無假設은 $H_0: b_1 = 0$ 임

첨도의 歸無假設은 $H_0: b_2 - 3 = 0$ 임

Jarque-Bera(JB)의 歸無假設은 $H_0: b_1 = 0$ 와 $b_2 - 3 = 0$ 이고 임계치는 1%와 5%의 有意水準에서 각각 $\chi^2_{.01}(2) = 9.21$ $\chi^2_{.05}(2) = 5.99$ 임

産業別포트폴리오의 陽(+)의 왜도현상은 극단적인 오른쪽 방향의 수익률이 평균수익률을 기준으로 극단적인 왼쪽방향의 수익률보다 높음을 의미한다. 이러한 사실은 앞의 <표 2>에서 보는바와 같이 대부분의 産業別포트폴리오에서 잘 나타나고 있다. 예를들면, PORT1의 경우에 평균수익률은 0.02248이고 이의 最大값은 0.33800이고 最小값은 -0.19320이므로 오른쪽 수익률이 평균수익률로부터의 차이가 왼쪽수익률의 평균으로부터의 차이보다 커 陽(+)의 왜도현상이 나타남을 알 수 있다.

한편 代用市場指數의 왜도분석에서 KOSPI와 EQWI의 왜도가 0.493과 0.574이며 모두 5%의 유의수준에서 正規性이 棄却되고 있다. 그리고 식 (10)의 超過收益率市場模型의 誤差項의 정규성 검증에서 KOSPI의 경우에는 PORT7을 제외한 産業別포트폴리오가 1%의 有意水準에서 정규성을 棄却하고 있음을 보여주고 있으나 EQWI는 PORT2, PORT4와 PORT7의 경우를 제외한 나머지 8개의 産業別포트폴리오가 정규성을 기각하고 있다.

둘째로, 첨도에 대한 분석으로는 産業別포트폴리오중에서 PORT7과 PORT9의 첨도가 0.309와 0.583이고 이의 p -값이 각각 0.42와 0.12로서 10%의 有意水準에서 정규성을 棄却할 수 없는 것으로 나타났으나 나머지 9개의 産業別포트폴리오는 모두 1%의 유의수준에서 정규성이 기각되는 것으로 나타났다. 그리고 첨도의 값이 모두 陽(+)임을 고려할 때 分布의 모양이 뾰족한 정도가 正規分布보다 큰 것으로 나타나고 있다.

한편 代用市場指數의 첨도분석에서 KOSPI는 첨도가 0.339이고 이의 p -값이 0.37로서 정규성을 棄却할 수 없는 것으로 나타났으나 EQWI는 첨도가 1.206로서 1%의 유의수준에서 正規性이 棄却되고 있다. 그리고 超過收益率市場模型에 의한 誤差項의 정규성 검증에서 KOSPI의 경우에 PORT7의 첨도가 0.299이며 이의 p -값이 0.42로서 10%의 有意水準에서 정규성을 棄却할 수 없는 것으로 나타났으나 나머지 10개의 産業別포트폴리오가 1%의 유의수준에서 정규성을 기각하고 있다. 그리고 EQWI의 경우에는 1%의 有意水準에서 모두 정규성을 棄却하는 것으로 나타나고 있다.

셋째로, 産業別포트폴리오의 Jarque-Bera檢證에서 PORT7이 Jarque-Bera의 값이 3.61로서 정규성을 기각할 수 없는 것으로 나타났으나 나머지 10개의 産業別포트폴리오가 5%의 有意水準에서 정규성이 모두 棄却되는 것으로 나타나고 있다.

한편 代用市場指數의 Jarque-Bera檢證에서도 KOSPI와 EQWI의 Jarque-Bera값이 7.90과 20.1로서 모두 5%의 有意水準에서 정규성이 棄却되는 것으로 나타나고 있다.

그리고 超過收益率市場模型에 의한 誤差項의 분석에서도 KOSPI의 PORT7을 제외하고는 모두 1%의 유의수준에서 정규성이 棄却되는 것으로 나타나고있다.¹³⁾

以上の 결과는 韓國證券市場에서 개별주식의 月別收益率이 正規分布를 따른다는 李逸均(1989)의 주장과 대조를 이루고 있다. 따라서 本 研究의 결과에 의하면 비록 個別株式이 정규분포를 한다고해서 포트폴리오를 구성한 産業別포트폴리오수익률도 역시 正規分布를 따른다고 假定하는 것은 推定上의 문제점이 제기될 수 있다. 따라서 개별주식으로부터 産業別포트폴리오收益率을 이용하여 實證分析을 할 경우에는 이에 대한 검토가 선행되어야 할 것이다.

2) GMM에 의한 效率性 檢證의 實證的 研究結果

(1) 非制約된 模型에 의한 GMM의 推定方法

Mackinlay-Richardson(1991), Campbell-Lo-Mackinlay(1997)의 GMM추정방법을 이용하여 KOSPI와 EQWI의 效率性を 검증하였다. 標本期間은 1983년 1월부터 1997년 6월까지의 월별자료(標本數 174)에 의하여 식 (18)로부터 산출된 J 통계량에 의하여 代用市場포트폴리오의 效率性を 검증하고자 하였다. 이를 위하여 먼저 식 (10)의 超過收益率市場模型을 이용하여 α 계수와 β 계수를 推定한뒤 식 (15)에 의한 귀무가설, $H_0: \alpha = 0$ 이 되는가를 검증하였다.

그런데 11개의 産業別포트폴리오를 통하여 총 22개의 體系方程式이 생성되고 추정할 α 계수와 β 계수의 수는 총 22개가 된다. 따라서 이 경우에 體系方程式은 적도식별된다. <표 4>는 이의 推定值, t -값과 p -값을 나타내고 있다.

<표 4>에서 보는 바와같이 11개의 産業別포트폴리오중에서 KOSPI의 경우에 α 계수는 PORT8부터 PORT11까지 4개만이 5%의 유의수준에서 非有意的이고 나머지 8개는 有意的이어서 전반적으로 $H_0: \alpha = 0$ 를 棄却하는 것처름 보인다. 그러나 EQWI에서 α 계수는 모두 5%의 유의수준에서 非有意的이기 때문에 EQWI의 경우에

13) 위의 檢證外에 David-Hartley-Pearson(1954)의 SR檢證도 아울러 실시하였다. 그러나 産業別포트폴리오와 超過收益率市場模型의 오차항의 正規性에 대한 검증결과가 <표 3>의 내용과 별 차이가 없어 本文에서의 설명을 생략하였다.

더욱 效率的인 代用市場指數가 될 수 있음을 암시하고 있다. β 계수는 KOSPI나 EQWI의 1%의 유의수준에서 모든 産業別포트폴리오에 대하여 有意의임을 보여주고 있다.

<표 4> 多變量的 GMM에 의한 KOSPI와 EQWI에 의한 α 계수와 β 계수의 推定

推定模型 : $f_i(\alpha, \beta) = \epsilon_t = r_t - \alpha - \beta r_{Pt}$ (10)

區 分		KOSPI의 경우			EQWI의 경우		
産業別	母數	推定值	t-값	p-값	推定值	t-값	p-값
PORT1	α_1	.0125	2.635	.008	.0030	1.007	.314
	β_1	.6415	7.940	.000	.9652	15.543	.000
PORT2	α_2	.0098	2.364	.018	.0005	0.192	.847
	β_2	.7528	8.854	.000	1.0218	17.170	.000
PORT3	α_3	.0141	2.428	.015	.0040	0.907	.364
	β_3	.7842	8.865	.000	1.0817	18.697	.000
PORT4	α_4	.0114	2.949	.003	.0025	1.130	.258
	β_4	.7174	9.219	.000	.9723	21.519	.000
PORT5	α_5	.0098	2.372	.018	.0021	0.629	.529
	β_5	.7884	9.835	.000	.9316	12.892	.000
PORT6	α_6	.0097	2.272	.023	.0002	0.069	.945
	β_6	.8978	10.644	.000	1.1088	18.198	.000
PORT7	α_7	.0091	2.711	.007	.0013	0.524	.600
	β_7	.8583	14.783	.000	.9753	22.709	.000
PORT8	α_8	.0012	0.203	.839	-.0089	-1.787	.074
	β_8	1.0061	6.904	.000	1.2077	8.039	.000
PORT9	α_9	0.0048	1.256	.209	-.0029	-0.867	.386
	β_9	0.9863	15.944	.000	1.0411	15.537	.000
PORT10	α_{10}	0.0080	1.904	.057	.0001	0.0241	.981
	β_{10}	0.8005	12.484	.000	.9549	12.586	.000
PORT11	α_{11}	0.0059	1.297	.194	-.0004	-0.073	.942
	β_{11}	1.1363	11.646	.000	1.0176	10.521	.000

한편 <표 4>에서 추정된 α 계수를 기초로하여 代用市場指數의 효율성을 검증하였으며 <표 5>는 이를 나타내고 있다. 이를 위하여 <표 5-(가)>의 $D_{UR}(\alpha, \beta)$ 의 行列推定을 기초로 模型의 適合性 檢證을 위하여 식 (18)에 의한 J 통계량을 구하였다. <표 5-(나)>는 이를 나타내고 있다. <표 5-(나)>에서 보는 바와 같이 KOSPI의 경우에 J 통계량은 13.571로서 p -값이 0.264이다. 따라서 적어도 10%의 유의수준에서 積率條件이 합당하다는 歸無假設을 기각하지 못하고 있다. 즉, 이는 CAPM검증을 위하여 채택된 代用市場포트폴리오인 KOSPI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못함을 의미한다.

그리고 EQWI의 경우에도 J 통계량의 p -값이 0.760으로서 10% 有意水準에서 積率條件이 합당하다는 귀무가설을 棄却하고 있지만 p -값이 KOSPI보다 크기 때문에 歸無假設을 기각할 확률은 낮다고 할 수 있다. 따라서 EQWI가 더 效率的인 지수라는 사실을 알 수 있다.

<표 5> 多變量的 GMM에 의한 KOSPI와 EQWI의 效率性 分析

(가) $D_{UR}(\alpha, \beta)$ 의 行列推定

<KOSPI의 경우>	<EQWI의 경우>
$-I_N \otimes \begin{bmatrix} 1.00000 & 0.01281 \\ 0.01281 & 0.00487 \end{bmatrix}$	$-I_N \otimes \begin{bmatrix} 1.00000 & 0.01992 \\ 0.01992 & 0.00499 \end{bmatrix}$

(나) 多變量的 GMM에 의한 $H_0: \alpha = 0$ 에 대한 檢證

<KOSPI의 경우>	<EQWI의 경우>
J_1 통계량 p -값	J_1 통계량 p -값
13.571 0.264	7.292 0.760

한편 Harvey-Zhou(1993)가 지적한 바와 같이 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 OLS와 Mackinlay-Richardson(1991)의 GMM을 비교할 때 α 계수의 크기는 서로 같지만 前者는 後者の 경우보다 추정상의 효율성이 떨어진다. 따라서 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 OLS에 의한 標準誤差는 GMM의 경우보다 크게 나타나 α 계수에 대한 t -값은 작아지고 p -값은 높아져 $H_0: \alpha = 0$ 을 채택할 가능성이 GMM의 경우보다 높아진다. 이는 代用市場포트폴리오의 效率性 檢證에서 OLS에 의한 추정이

GMM보다 歸無假說을 채택할 確率이 비정상적으로 높게 됨을 의미하며 代用市場포트폴리오收益率이 정규분포에서 멀어질수록 GMM과의 p -값의 차이는 점점 크게 될 것이다.¹⁴⁾

이에 따라 Harvey-Zhou(1993)는 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 OLS에 의하여 代用市場포트폴리오의 效率性이 성립되었다면 이는 대용시장포트폴리오가 사실상 非效率的이지만 正規分布를 가정하고 檢證하였기 때문에 $H_0: \alpha = 0$ 를 채택하게 되는 誤謬를 범할 수 있음을 주장하였다.

(2) 制約된 模型에 의한 GMM의 推定方法

Mackinlay-Richardson(1991)과 Campbell-Lo-Mackinlay(1997)의 GMM추정방법에 의한 KOSPI와 EQWI의 효율성을 검증하였다. 이를 위하여 먼저 식 (19)에 의하여 β 계수를 추정하였다. 여기에서는 11개의 産業別포트폴리오를 통하여 총 22개의 體系方程式이 생성되나 추정할 β 계수의 수는 11개가 된다. 따라서 이 경우에 體系方程式은 과도식별된다. <표 6-(가)>는 각 産業別포트폴리오의 超過收益率市場模型에 의한 β 계수와 이의 t -값, p -값을 나타내고 있다. <표 6-(가)>에서 보는 바와같이 KOSPI와 EQWI의 β 계수는 모든 産業別포트폴리오에 대하여 매우 有意의임을 보여 주고 있다.

그런데 KOSPI의 경우에 β 계수의 크기를 볼 때 1보다 큰 産業別포트폴리오는 PORT7과 PORT11등 2개뿐이고 나머지 10개의 産業別포트폴리오는 1보다 작다. 그러나 EQWI의 경우에는 β 계수의 크기가 1보다 큰 産業別포트폴리오의 수는 6개이고 1보다 작은 것은 5개로서 균형을 이루고 있다. 이와 아울러 産業別포트폴리오의 전체의 β 계수는 平均적으로 1에 접근한다는 사실을 감안할 때 EQWI가 KOSPI보다

14) 위의 資料로 부터 주11)에 의한 정규분포를 가정한 Gibbons-Ross-Shanken(1989)의 검증을 실시해 본 결과, p -값이 KOSPI의 경우에는 0.398, EQWI의 경우에는 0.989을 얻었다 (檢證에 대한 자세한 내용은 本文의 전개과정에 벗어남으로 편의상 생략하였음). 그런데 이와 비교되는 Mackinlay-Richardson(1991)의 GMM에 의한 檢證結果인 <표 5-(나)>에서 p -값이 KOSPI의 경우에 0.264, EQWI의 경우에 0.760을 비교해 볼 때 Gibbons-Ross-Shanken의 檢證은 GMM에 의한 檢證보다 실제로 p -값이 비정상적으로 높아지는 것을 알 수 있다.

더 韓國證券市場에서 代表性이 높은 代用指數指數가 될 수 있음을 암시하고 있다.

한편 추정된 β 계수를 통하여 식 (20)의 標本誤差函數, $g_R(\alpha=0, \beta)$ 를 구할 수 있다. 이를 기초로하여 식 (21)을 이용하여 模型의 適合性 檢證을 위한 J 통계량을 구하였다. <표 6-(나)>는 이를 나타내고 있다. <표 6-(나)>에서 보는 바와 같이 KOSPI의 경우에 J 통계량은 12.494이며 이의 p -값이 0.328로서 10%의 有意水準에서 積率條件이 합당하다는 歸無假設을 기각하지 못하고 있다. 이는 CAPM검증을 위하여 채택된 임의의 代用市場포트폴리오인 KOSPI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못함을 의미한다. 그러나 EQWI의 경우에 J 통계량의 값은 4.458로서 이의 p -값이 0.995로서 거의 積率條件이 합당하다는 귀무가설을 棄却할 수 없음을 나타내고 있다. 따라서 이는 CAPM검증을 위하여 채택된 代用市場포트폴리오인 EQWI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못함을 의미한다. 그리고 EQWI를 KOSPI와 비교할 때 EQWI가 보다 效率的이라는 사실을 의미한다.

<표 6> 多變量的 GMM에 의한 KOSPI와 EQWI의 效率性 分析

(가) β 계수의 推定

$$\text{推定模型 } f_i(\alpha=0, \beta) = \varepsilon_i = r_i - \beta r_{Pt} \quad (19)$$

區 分		KOSPI의 경우			EQWI의 경우		
産業別	母數	推定值	t -값	p -값	推定值	t -값	p -값
PORT1	β_1	0.5822	7.831	0.000	0.9455	15.565	0.000
PORT2	β_2	0.7046	8.855	0.000	1.0279	17.791	0.000
PORT3	β_3	0.7611	9.540	0.000	1.1.13	19.917	0.000
PORT4	β_4	0.6684	9.166	0.000	0.9600	21.380	0.000
PORT5	β_5	0.7411	10.059	0.000	0.9185	12.947	0.000
PORT6	β_6	0.8342	10.789	0.000	1.1024	18.519	0.000
PORT7	β_7	0.8359	15.763	0.000	0.9677	23.554	0.000
PORT8	β_8	1.0040	7.577	0.000	1.2755	8.932	0.000
PORT9	β_9	0.9837	16.659	0.000	1.0471	15.556	0.000
PORT10	β_{10}	0.7752	12.956	0.000	0.9656	13.104	0.000
PORT11	β_{11}	1.0825	12.220	0.000	1.0308	11.062	0.000

(나) $H_0: \alpha = 0$ 에 대한 檢證

<KOSPI의 경우>		<EQWI의 경우>	
J_2 통계량	p -값	J_2 통계량	p -값
12.494	0.328	4.458	0.955

(3) 制約된 模型과 非制約된 模型의 同時利用에 의한 GMM의 推定方法

Harvey-Zhou(1993)에 의하여 제시된 Gallant-Jorgenson(1979)을 이용한 GMM추정 방법에 의하여 KOSPI와 EQWI의 效率性を 檢證하였다. 식 (22)로부터 산출된 J 통계량에 의하여 代用市場포트폴리오의 效率性を 검증하고자 하였다. <표 7>은 이의 결과를 나타내고 있다.

<표 7>에서 보는바와같이 KOSPI의 경우에 J 통계량의 값이 13.525이고 이의 p -값이 0.261로서 10%의 有意水準에서 積率條件이 합당하다는 歸無假設을 기각하지 못하고 있다. 이는 KOSPI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못함을 의미한다. 그러나 EQWI의 경우에 J 통계량의 값은 4.586이며 이의 p -값이 0.953으로서 거의 積率條件이 합당하다는 귀무가설을 棄却할 수 없음을 나타내고 있다. 이는 代用市場포트폴리오인 EQWI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못하며 나아가 EQWI가 KOSPI보다 더 效率的이라는 사실을 의미한다.

<표 7> 多變量的 GMM에 의한 KOSPI와 EQWI의 效率性 分析

$H_0: \alpha = 0$ 에 대한 檢證			
<KOSPI의 경우>		<EQWI의 경우>	
J_3 통계량	p -값	J_3 통계량	p -값
13.525	0.261	4.586	0.953

(4) GMM의 實證的 檢證結果의 綜合

한국증권시장에서의 代用市場포트폴리오인 KOSPI와 EQWI의 효율성에 대한 다변량 검증을 적용한 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993), Campbell-Lo-Mackinlay(1997)등에 의하여 제시된 3가지 GMM방법을 기초로하여 검증하였다. 검증결과, KOSPI와 EQWI가 모두 10%의 유의수준에서 效率성이 성립되는 것으로 나

타났으며 3가지의 GMM검증방법에서 효율성의 정도는 모두 EQWI가 KOSPI보다 더 높은 것으로 나타났다.

그러나 이는 모두 平均-分散프론티어상에서의 대용시장포트폴리오의 效率性에 대한 검증이다. 따라서 과연 이들이 效率的 프론티어상에서의 效率性이 성립하는가를 추가적으로 검증할 필요가 있다.

이를 위하여 먼저 식 (23)을 이용하여 GMVP의 收益率을 계산한 결과 0.01372로 추정되었다. 그런데 KOSPI의 경우에 平均收益率은 앞 章의 <표 2>에서 보는 바와같이 0.01281로서 GMVP의 平均收益率보다 낮다. 이는 KOSPI의 경우에는 效率的 프론티어상에서의 대용시장포트폴리오의 效率性이 성립되지 못하고 단순히 平均-分散 프론티어상에서의 효율성이 성립됨을 의미한다. 이러한 사실은 KOSPI가 代用市場指數로서 사용하는 것에 문제점이 있음을 나타내고 있다. 그러나 EQWI의 平均收益率은 <표 2>에서 보는 바와같이 0.01992로서 GMVP의 收益率보다 높다. 따라서 EQWI의 경우에는 平均-分散프론티어상에서의 대용시장포트폴리오의 效率性뿐만아니라 效率的 프론티어상에서의 效率性도 성립되어 KOSPI보다 우월한 指數인 것으로 나타나고 있다.

IV. 結 論

本 研究는 韓國證券市場에서 대용시장포트폴리오인 한국종합주가지수와 동일가중지수들의 효율성에 대하여 Hansen(1982)의 GMM에 의하여 실증적 검증을 하고자 하였다. GMM에 의한 대용시장포트폴리오의 효율성 검증은 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993), Campbell-Lo-Mackinlay(1997)등을 기초로 하여 3가지의 검증방법에 제시하였다.

이를 위하여 먼저 주식의 월별수익률자료를 1980년 1월부터 1997년 6월까지 업종별(11업종)로 분류하고 産業別포트폴리오收益率과 초과수익률시장모형에 의한 誤差項이 정규분포를 따르는지를 검증하였다. 正規分布에 대한 검증방법으로는 왜도, 첨도에 의한 검증과 이들을 결합한 Jarque-Bera(1980)검증을 실시하였다.

먼저 정규분포검증을위한 분석에서, 3가지 검증방법의 분석결과가 대체로 正規性을 棄却하는 결과를 보여주었다. 즉, 11개의 産業別포트폴리오수익률, KOSPI와 EQWI, 그리고 超過收益率市場模型의 誤差項의 대부분 정규성을 기각하고 있음이 나타났다.

이러한 正規分布에 대한 檢證을 종합해 볼 때 韓國證券市場에서 개별주식의 수익률로부터 포트폴리오를 구성하여 이를 證券市場의 분석시에 이용할 경우, 포트폴리오수익률을 正規分布을 한다고 가정할 경우에는 實證的 結果에 문제점이 제기될 수 있음을 의미하고 있으며 이로부터 GMM의 檢證方法의 정당성이 입증되었다.

GMM에 의한 Mackinlay-Richardson(1991), Harvey-Zhou(1993), Campbell-Lo-Mackinlay(1997)등에 의하여 제시된 3가지 방법에 의한 실증적 분석에서 KOSPI와 EQWI가 모두 積率條件이 합당하다는 歸無假設을 기각하지 못하였다. 이는 임의의 代用市場포트폴리오인 KOSPI와 EQWI가 效率的이라는 귀무가설을 棄却하지 못함을 의미한다.

그러나 이러한 사실은 KOSPI와 EQWI가 효율성이 되기위한 必要條件을 충족한 것에 불과하다. 즉, 두 代用市場指數가 平均-分散프론티어상의 대용시장포트폴리오의 效率性은 성립되었으나 KOSPI의 경우에는 평균수익률이 GMVP의 수익률보다 낮아 效率的 프론티어상의 효율성은 棄却되었다. 그러나 EQWI는 평균수익률이 GMVP의 收益率보다 높아 效率的 프론티어상의 효율성도 역시 채택되어 진정한 효율성이 성립되어 KOSPI보다 우월한 지수임을 보였다. 이러한 사실은 正規分布을 가정하고 여러 가지의 대용시장포트폴리오의 효율성을 검증한 黃善雄-李逸均(1991)과 具本烈(1996)의 研究를 뒷받침하고 있다.

결론적으로 본 研究에 의하면 KOSPI는 非效率的 指數이기 때문에 成果測定指數나 CAPM의 실증적 연구시에 代用市場指數로 사용할 경우에는 문제점이 발생할 수 있음을 암시하고 있다. 따라서 效率的 프론티어상에서 효율적이고 진실로 韓國證券市場을 대표할 수 있는 指數의 개발이 시급하다고 하겠다. 그런데 이러한 요구조건을 충족시킬 수 있는 指數들로는 본 연구에서 제시하고 있는 EQWI외에도 黃善雄-李逸均(1991)에 의하여 산출되고 있는 價值加重值株價指數(value weighted stock index)도 역시 고려해 볼 수 있을 것이다.

參 考 文 獻

- 具 本烈(1995a), “代用市場포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證-無危險資産이 存在하지 않을 경우-,” 財務管理研究, 第12號第2卷, 43-71.
- 具 本烈(1995b), “資産價格決定의 Latent Variable모형에 의한 實證的 檢證,” 證券學會誌, 第18輯, 21-47.

鞠 燦杓-具 本烈(1994), 現代財務論, 比峰出版社.

李 逸均(1989), "證券의 日別 收益率과 月別 收益率의 特性에 관한 研究," 證券學會誌, 11, 199-229.

黃 善雄-李 逸均(1991), "資本資產포트폴리오의 效率性에 대한 多變量 檢證," 證券學會誌, 13, 357-401.

Affleck-Graves,J., and B.McDonald(1989), "Nonnormalities and Tests of Asset Pricing Theories," *Journal of Finance*, 44, 889-908.

Black,F., M.Jensen, and M.Scholes(1972), "The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests," In *Studies in the Theory of Capital Markets*, edition, M.Jensen, New York: Praeger Publishers, Inc.

Blattberg,R., and N.Gonedes(1974), "A Comparison of Stable and Student Distributions as Statistical Models for Stock Prices," *Journal of Business*, 47, 244-280.

Bowman,K.O., and L.R.Shenton(1975), "Omnibus Contours for Departures from Normality Based on $\sqrt{b_1}$ and b_2 ," *Biometrika*, 62, 243-250.

Campbell,J.Y., A.W.Lo, and A.C.MacKinlay(1997), *The Econometrics of Financial Markets*, Princeton University Press.

David,H.A., H.O.Hartley, and E.S.Pearson(1954), "The Distribution of the Ratio, in a Single Normal Sample, of Range to Standard Deviation," *Biometrika*, 41, 482-493.

Deb,P., and M.Sefton(1996), "The Distribution of a Lagrange Multiplier Test of Normality," *Economic Letters*, 51, 123-130.

Fama, E.(1965), "The Behavior of Stock Market Prices," *Journal of Business*, 38, 34-105.

Fama, E.(1976), *Foundations of Finance*, Basic Books, New York.

Fama,E., and J.McBeth(1973), "Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests," *Journal of Political Economy*, May, 607-636.

Gallant.A.R., and D.W.Jorgenson(1979), "Statistical Inference for a System of Simultaneous, Nonlinear, Implicit Equations in the Context of Instrumental Variables Estimation," *Journal of Econometrics*, 11, 275-302.

Gibbons,M.R.(1982), "Multivariate Tests of Financial Model: A New Approach,"

- Journal of Financial Economics*, 10, 3-27.
- Gibbons, M.R., S.A. Ross, and J. Shanken (1989), "A Test of the Efficiency of a Given Portfolio," *Econometrica*, 57, September, 1121-1152.
- Greene, W.H. (1997), *Econometric Analysis*, 3rd edition, Macmillan Publishing Co.
- Hansen, L.P., and K.J. Singleton (1982), "Generalized Instrumental Variables Estimation of Nonlinear Rational Expectations Models," *Econometrica*, 50, 1269-1286.
- Hansen, L.P. (1982), "Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators," *Econometrica*, 50, 1029-1054.
- Harvey, C.R., and G. Zhou (1993), "International Asset Pricing with Alternative Distributional Specifications," *Journal of Empirical Finance*, 1, 107-131.
- Harvey, C.R. (1989), "Time-Varying Conditional Covariances in Tests of Asset Pricing Models," *Journal of Financial Economics*, 24, 289-317.
- Huang, Chi-fu, and R.H. Litzenberger (1988), *Foundations for Financial Economics*, Chap. 10, North-Holland.
- Jarque, C.M., and A.K. Bera (1980), "Efficient Tests for Normality, Homoscedasticity and Serial Independence of Regression Residuals," *Economic Letters*, 6, 255-259.
- Jobson, J.D., and B. Korkie (1982), "Potential Performance and Tests of Portfolio Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 10, 433-466.
- Johnson, R.A., and D.W. Wichern (1988), *Applied Multivariate Analysis*, Prentice Hall, Inc.
- Kandel, S. (1984), "The Likelihood Ratio Test Statistic of Mean-Variance Efficiency without a Riskless Asset," *Journal of Financial Economics*, 13, 575-592.
- Kandel, S., and R.F. Stambaugh (1995), "Portfolio Efficiency and the Cross-Section of Expected Returns," *Journal of Finance*, 50, 157-184.
- Lilliefors, H.W. (1967), "On the Kolmogorov-Smirnov Test for Normality with Mean and Variance Unknown," *Journal of the American Statistical Association*, 62, 399-402.
- Mackinlay, A.C., and M.P. Richardson (1991), "Generalized Method of Moments to Test Mean-Variance Efficiency," *Journal of Finance*, 46, 511-527.
- Roll, R. (1985), "A Note on the Geometry of Shanken's CSRT² Test for Mean/Variance

- Efficiency," *Journal of Financial Economics*, 14, 349-357.
- Roll,R.(1977), "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests; Part 1. On Past and Potential Testability of the Theory," *Journal of financial Economics*, 4, 129-176
- Ross,A.(1980), "A Test of Efficiency of a Given Portfolio," Prepared for the World Econometrics Meetings, Aix-en-Provence.
- Richardson,M., and T.Smith(1991), "Tests of Financial Models in the Presence of Overlapping Observations," *Review of Financial Studies*, 4, 227-254.
- Shanken,J.(1985), "Multivariate Tests of the Zero-Beta CAPM," *Journal of Financial Economics*, 14, 327-348.
- Shapiro,S.S., and M.B.Wilk(1965), "An Analysis of Variance Test for Normality," *Biometrika*, 52, 591-611.
- Zhou,G.(1993), "Asset-Pricing Tests under Alternative Distributions," *Journal of Finance*, 48, 1927-1942.