

논문 98-7-1-02

결합형 유한요소-경계요소 기법을 사용한 구형체의 음향 산란 해석

장순석*

Acoustic Scattering Analysis of a Spherical Shell using a coupled
FE-BE Method

Soon Suck Jarng*

요 약

본 논문에서는 구형의 수중 구조체에 평면 음향파가 입사될 경우에 발생하는 산란파 음압의 크기와 방향성이 3차원적으로 어떻게 분포되는 지 살펴보고자 한다. 이를 위한 수치해석적 방법으로 결합형 유한요소-경계요소(FE-BE) 기법을 개발하였다. 이 같은 구형 모델의 수치해석적 결과를 기존의 이론적 해답과 비교하여 본 연구에서 개발한 결합형 FE-BE 기법의 타당성을 검증하였다.

Abstract

This paper describes how the directivity pattern of the scattered sound pressure is distributed when a plane acoustic wave is incident on a rigid or soft spherical shell underwater. A coupled Finite Element-Boundary Element method is developed as a numerical technique. The result of the coupled FE-BE method is agreed with theoretical solution for algorithmic confirmation.

1. 서 론

수중에서 어떤 물체 표면에 음파를 입사시키면 음의 산란이 발생한다. 음파를 이용한 수중장비들의 음향특성을 이해하거나 수중의 물체를 감지하려는 과정에서 음의 산란 해석이 반드시 필요하다. 산란 문제는 음의 파동을 정의하는 편미분방정식을 산란체 표면에서의 경계조건과 산란파가 무한대로 방사되는 복사조건이 만족되도록 푸는 것이다. 구형과 같은 간단한 물체에 대한 산란해석은 오래 전에 이론적으로 풀었다. 하지만 복잡한 형태의 물체에 대해서는 이론적으로 풀기가 불가능하기 때문에 수치해석적 방법들을 사용한다.

탄성 구조체나 압전체에 대한 구조 해석에 사용되는 유한요소기법(FEM)을 연장, 응용하여 음향 산란과 같은 음장 해석을 시도하는 여러 가지 연구가 진행되었지만, 무한 복사 조건을 충분히 만족시키지 못한다. 특히 무한요소기법(IEM)의 경우 요소의 개수가 매우 많이 요구되고, 요소의 크기에 따라 해석 가능한 주파수의 범위가 제한된다 [1]. 이에 반해 음장 해석만을 위해 개발된 경계요소기법(BEM)으로는 음향 방사 물체의 재질이나 내부 구조 특성에 따른 음장 변화를 예측할 수 없다. 압전 구조체로 구성되는 쏘나(SONAR) 변환기의 수중에서의 동작 상태를 3차원적으로 분석하기 위해서는 구조 해석에 사용되는 FEM과 방사 및 산란 문제에 대한 해결책으로 사용되는 BEM의 결합이 요구된다. 수중이나 공기 중에서 진동에 따른 탄성 또는 압전 구조체의 음향 산란 문제를 해결하는 상용 프로그

* 조선대학교 제어측정공학과(Chosun University, Dept. of Control & Instrumentation)

※ 본 연구는 1997년 과학기술처 특정연구개발과제(국제공동연구과제)에 의한 연구지원을 받아 수행되었음.

<접수일자 : 1997년 8월 28일>

램 팩키지 개발이 활발히 이루어지고 있으나 아직까지 충분한 해결 도구로써 상품화되어 나오지 않고 있다. 그 주된 이유로는 BEM의 알고리즘에 몇 가지 문제점이 남아 있기 때문이다.

FEM과는 달리 BEM은 이론적으로 두 가지의 종류의 특이성(Singularity) 문제를 가진다[2]. BEM은 기본적으로 Helmholtz 적분 방정식을 토대로 하고 있다[3-5]. Helmholtz 적분의 영역을 수중에 잠수되는 산란체 표면에 국한시키고, 그 표면을 이산화 하여 Quadratic Isoparametric 형태의 경계요소들로 분할시켜 Helmholtz 적분 방정식을 각각의 경계요소를 구성하는 노드들에 적용하는 것이다. 그 결과 각각의 노드에서는 그 점에서의 표면 압력(Ψ)과 법선 속도($\frac{\partial a_n}{\partial t}$) 사이의 관계식이 형성된다. 산란 구조체에의 유체 부하 효과를 가지는 수중 산란체의 경우, 이 같은 BEM의 압력-속도의 관계식과 FEM의 힘-변위 관계식을 결합 시킴으로써, 수중에서의 동작 상태를 분석할 수 있다[6]. BEM의 첫 번째 종류의 특이성은 주파수가 산란체 표면 내부 공간 크기에 상관하는 구조적 특성 주파수에 근접함에 따라 BEM의 시스템 방정식이 약성화되면서 발생한다[2]. 따라서 이러한 특성 주파수 영역에서의 수치 해석 결과는 신뢰할 수 없게 된다. 이 같은 문제로 인해 수중 구조체의 공진 주파수와 특성 주파수 사이의 구별이 어려워진다. 또 다른 종류의 특이성 문제는 Helmholtz 적분 방정식을 구성하는 그린 함수에 기인하는 현상으로써, 표면 적분하는 두 개의 적분점 사이의 거리가 가까워짐에 따라 발생한다.

본 논문은 BEM 알고리즘이 가지는 특이성 문제에 대한 해결 방안을 제시하고 이를 프로그래밍하여 구형의 수중 구조체에 평면 음향파가 입사될 경우에 발생하는 산란파 음압의 크기와 방향성이 3차원적으로 어떻게 분포되는 지 살펴보고자 한다. 이를 위한 수치해석적 방법으로 결합형 유한요소-경계요소 (FE-BE) 기법을 개발하였다. 이 같은 구형 모델의 수치해석적 결과를 기존의 이론적 해답과 비교하여 본 연구에서 개발한 결합형 FE-BE 기법의 타당성을 검증하였다.

2. 방 법

2.1 유한요소기법

압전 방정식을 3차원적 유한요소로 분할된 구조체에 적용하여 각각의 요소를 구성하는 노드들에 대한 힘-변위 관계식들을 구하고 이들을 전체로 통합하게 되면

다음 시스템 행렬 방정식이 만들어진다.

$$\begin{aligned} [F] + \{F\} &= [K_{uu}][a] + [K_{u\phi}][\phi] \\ &\quad - \omega^2 [M][a] + j\omega [R][a] \\ -[Q] &= [K_{\phi u}][a] + [K_{\phi\phi}][\phi] \end{aligned} \quad (1)$$

[F] Applied Mechanical Force

{F} Fluid Interaction Force

[Q] Applied Electrical Charge

[a] Displacement

{\phi} Electric Field

[K_{uu}] Elastic Stiffness Matrix

[K_{u\phi}] Piezoelectric Constant Matrix [K_{\phi u}] = [K_{u\phi}]^T

[K_{\phi\phi}] Permittivity Matrix

[M] Mass Matrix

[R] Dissipation Matrix

각각의 요소들은 20개의 노드들로 구성되며, BEM과의 결합을 위해 Quadratic Isoparametric 요소들로서 임의의 위치에서의 변수는 이를 둘러싼 노드들의 알려진 변수들로부터 Quadratic 보간법에 의해 구해진다[7]. 각각의 노드는 a_x, a_y, a_z 3개의 변수 외에 ϕ 까지 포함해서 4개의 변수들로 이루어진다. 계수 행렬들은 Gauss Quadrature 기법에 의해 구해진다.

2.2 경계요소기법

정상 상태에서의 유체 운동은 Helmholtz 파동 방정식 $\nabla^2 \Psi + k^2 \Psi = 0$ 에 의해 공식화된다. $k(=\omega/c)$ 는 파수(wave number)이고 c 는 수중에서의 음파 속도이다. 방사체 표면을 S 라 할 때, Helmholtz 파동 방정식은 다음과 같은 Helmholtz 적분 방정식으로 그 해를 구하게 된다.

$$\oint_S \left(\Psi(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_q} - G_k(p, q) \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q = \beta(p) \Psi(p) - \Psi_{inc}(p) \quad (2)$$

여기서 그린 함수는 $G_k(p, q) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$, $r = |p - q|$ 이며 q 는 산란체 표면의 한 점이고 p 는 표면 위뿐만 아니라 표면 내외의 한 점이다. 법선 방향은 언제나 표면 바깥을 향하고 있다. $\beta(p)$ 는 유체에서의 Solid 각도를 의미하며 산란체 표면 노드에 따라 각기 일정한 상수값을 가진다. 산란체와 유체와의 경계 면에서의 경계 조건은

$\partial\Psi/\partial n = \rho_f \omega^2 a_n$ 이며 ρ_f 는 물의 밀도이다. $\Psi_{inc}(p)$ 는 수중 외부에서 산란체에 입사되는 표면 압력이다.

식(2)를 이산화 하여 풀면 임의의 표면 노드 한 점 p_i 에 대해 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \beta(p_i)\Psi(p_i) - \Psi_{inc}(p_i) \\ &= \oint_S \left(\Psi(q) \frac{\partial G_k(p_i, q)}{\partial n_q} - G_k(p_i, q) \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \\ &= \sum_{m=1}^{nt} \int_{S_m} \left(\Psi(q) \frac{\partial G(p_i, q)}{\partial n_q} - G(p_i, q) \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \quad q \in S_m \\ &= \sum_{m=1}^{nt} \int_{S_m} \left(\sum_{j=1}^8 N_j(q) \Psi_{m,j} \frac{\partial G(p_i, q)}{\partial n_q} \right. \\ & \quad \left. - G(p_i, q) \sum_{j=1}^8 N_j(q) \frac{\partial \Psi_{m,j}}{\partial n_q} \right) dS_q \quad q \in S_m \\ &= \sum_{m=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 \left(\int_{S_m} N_j(q) \frac{\partial G(p_i, q)}{\partial n_q} dS_q \right) \Psi_{m,j} \\ & \quad - \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 \left(\int_{S_m} N_j(q) G(p_i, q) n_q dS_q \right) a_{m,j} \\ &= \sum_{m=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 A^i_{m,j} \Psi_{m,j} - \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 B^i_{m,j} a_{m,j} \end{aligned} \quad (3)$$

nt 는 구조체 표면의 이산화된 전체 표면 요소의 개수이고 ng 는 그에 따른 표면 노드들의 전체 개수이다. 급수 $\sum_{j=1}^8$ 의 위 첨자 8은 각 하나의 표면 요소를 구성하는 노드들의 개수이다. 식(3)도 FEM과 마찬가지로 Gauss Quadrature 기법에 의해 계수 행렬들을 구하게 된다. 식(3)을 전체 표면 노드들에 적용하게 되면,

$$([A] - \beta[N])\{\Psi\} = +\rho_f \omega^2 [B]\{a\} - \{\Psi_{inc}\} \quad (4)$$

[A]와 [N] 그리고 [B]는 각각 $ng \times ng$ 크기의 행렬이다.

방사체 내부 구조에 따른 특성 주파수에 기인하는 특이성 문제는 크게 두 가지 기법으로 해결된다. 하나는 Schenck[8]가 제안한 CHIEF(Combined Helmholtz Integral Equation Formulation) 기법이고 다른 하나는 Burton and Miller[9]가 제안한 HGF(Helmholtz Gradient Formulation) 기법이다. 본 연구에서는 기존의 HGF 기법을 변형시켜 응용하였다[10]. Burton and Miller[9]에 따르면 식(2)를 임의의 표면 p 점의 법선에 따라 미분하게 되면,

$$\begin{aligned} & \oint_S \left(\Psi(q) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \\ &= \beta(p) \frac{\partial \Psi(p)}{\partial n_p} - \frac{\partial \Psi_{inc}(p)}{\partial n_p} \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)는 다시 다음과 같이 정리된다 [11].

$$\begin{aligned} & \oint_S [\Psi(q) - \Psi(p)] \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \\ &+ k^2 \Psi(p) \oint_S (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q \\ &= \oint_S \left(\frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \\ &+ \beta(p) \frac{\partial \Psi(p)}{\partial n_p} - \frac{\partial \Psi_{inc}(p)}{\partial n_p} \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)을 이산화 하여 정리하면,

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{nt} \int_{S_n} \left(\sum_{j=1}^8 N_j^m(q) \Psi_{n,j} - \sum_{j=1}^8 N_j^m(p) \Psi_{n,j} \right) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \\ &+ k^2 \sum_{n=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 N_j^m(p) \Psi_{n,j} \int_{S_n} (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q \\ &= \sum_{n=1}^{nt} \int_{S_n} \sum_{j=1}^8 N_j^m(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi_{n,j}}{\partial n_q} dS_q \\ &+ \beta(p) \sum_{j=1}^8 N_j^m(p) \frac{\partial \Psi_{n,j}}{\partial n_p} - \frac{\partial \Psi_{inc}(p)}{\partial n_p} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $q \in n^{\text{th}}$ 요소, $p \in m^{\text{th}}$ 요소이며 편의상 항상 함수 $N_j^m(q)$ 와 $N_j^m(p)$ 는 p 와 q 점에 대해 달리 표현하였다. 그리고 식(7)을 각각의 p 와 q 에 대하여 다음과 같이 구분하여 정리하면,

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^8 G_{mj}^{(s)} \Psi_{mj} + \sum_{(n=1, n=m)}^{nt} \sum_{j=1}^8 (G_{nj}^{(q)} \Psi_{nj} - G_{mj}^{(p)} \Psi_{mj}) + \\ & \sum_{n=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 G_{mj}^{(n)} \Psi_{mj} \\ &= \rho_f \omega^2 \sum_{n=1}^{nt} \sum_{j=1}^8 \int_{S_n} N_j^m(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} n_q dS_q a_{n,j} \\ &+ \rho_f \omega^2 \beta(p) \sum_{j=1}^8 N_j^m(p) n_p u_{m,j} - \frac{\partial \Psi_{inc}(p)}{\partial n_p} \end{aligned} \quad (8)$$

여기서

$$\begin{aligned} G_{mj}^{(s)} &= \int_{S_m} (N_j^m(q) - N_j^m(p)) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n=m \\ G_{nj}^{(q)} &= \int_{S_n} N_j^m(q) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n \neq m \\ G_{mj}^{(p)} &= \int_{S_m} N_j^m(p) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n \neq m \\ G_{mj}^{(n)} &= k^2 N_j^m(p) \int_{S_n} (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q \end{aligned}$$

식(8)을 전체적으로 통합하면,

$$\sum_{j=1}^{ng} Co_j^m \Psi_j = \rho_f \omega^2 \sum_{j=1}^{ng} Do_j^m a_j - \frac{\partial \Psi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad p \in m\text{번째 표면 요소} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n_p} &= \vec{n}_p \cdot \left(\frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial x} \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial y} \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial z} \right) \\ &= n_{p_x} \cdot \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial x} + n_{p_y} \cdot \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial y} + n_{p_z} \cdot \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial z} \end{aligned}$$

식(9)를 모든 표면 경계요소를 고려하여 전체 행렬로 정리하면,

$$[C]\{\Psi\} = +\rho_f \omega^2 [D]\{a\} - \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n_p} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned} C_{i,j} &= Co_{j|1}^m + Co_{j|2}^m + Co_{j|3}^m + Co_{j|4}^m + Co_{j|5}^m \\ &\quad + Co_{j|6}^m + Co_{j|7}^m + Co_{j|8}^m \\ D_{i,j} &= Do_{j|1}^m + Do_{j|2}^m + Do_{j|3}^m + Do_{j|4}^m + Do_{j|5}^m \\ &\quad + Do_{j|6}^m + Do_{j|7}^m + Do_{j|8}^m \end{aligned}$$

i 는 m 번째 표면요소가 가지는 8개 지역 노드들 각각의 전체 노드에 해당하는 번호이다. 식(10)에서 각각의 p 점을 표면 노드로 할 경우 그 p 점에서 법선 방향의 미분은 정의가 되자 않아 경계 조건의 불연속성을 가져 오기 때문에, p 점은 각 표면요소의 중앙점 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 으로 취하였다 [10]. 따라서 $[C]$ 와 $[D]$ 는 각각 $nt \times ng$ 크기의 행렬이 된다.

식(4)와 식(10)을 각 식의 행렬의 크기를 고려하여 합하는 방식으로 특성 주파수에 기인하는 특이성 문제를 해결하였다 [10].

$$\begin{aligned} ([A] - \beta [L] \oplus \alpha [C])\{\Psi\} \\ = +\rho_f \omega^2 ([B] \oplus \alpha [D])\{a\} - (\Psi_{inc} \oplus \alpha \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n_p}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{-1}}{k \cdot (\text{각각의 표면 노드를 둘러싼 표면 요소들의 갯수})}$$

\oplus 마크는 표면노드 한 점을 둘러싼 주변 표면요소에 해당하는 $[C], [D]$ 행들을 모두 그 표면노드에 해당하는 $[A], [B]$ 행들에 더하는 것을 의미한다. 즉,

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} A(i, j) \\ &= \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} A(i, j) + \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} \left(\sum_{m=1}^{S(i)} \alpha C(m, j) \right) \\ &\sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} B(i, j) \\ &= \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} B(i, j) + \sum_{i=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} \left(\sum_{m=1}^{S(i)} \alpha D(m, j) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$S(i)$ 는 어떤 표면노드를 둘러싼 표면요소의 개수이다.

식(11)을 편의상 위 첨자 \oplus 마크를 사용하여 표현하면,

$$A^{\oplus}\{\Psi\} = +\rho_f \omega^2 B^{\oplus}\{a\} - \Psi_{inc}^{\oplus} \quad (13)$$

여기서

$$([A] - \beta [L] \oplus \alpha [C]) \equiv A^{\oplus}$$

$$([B] \oplus \alpha [D]) \equiv B^{\oplus}$$

$$(\Psi_{inc} \oplus \alpha \frac{\partial \Psi_{inc}}{\partial n_p}) \equiv \Psi_{inc}^{\oplus}$$

식(13)은 다시

$$\{\Psi\} = +\rho_f \omega^2 (A^{\oplus})^{-1} B^{\oplus}\{a\} - (A^{\oplus})^{-1} \Psi_{inc}^{\oplus} \quad (14)$$

Helmholtz 적분 방정식에 내포된 그린 함수에 기인하는 특이성 문제는 표면 적분 영역의 좌표 변환에 의해 해결될 수 있다. 먼저 사각형 지역 좌표의 경계요소를 다시 분할하여 삼각형 지역 좌표로 변환시키고 이를 다시 원주형 지역 좌표로 변환시킨다. 지역 좌표 변환에 따른 적분 계산은 Lachat and Watson[12]에 의해 잘 묘사된다.

2.3 결합형 유한요소-경계요소 기법

FE-BE 방정식의 결합은 구조체의 표면 압력과 그 표면을 둘러싼 유체에 의해 가해지는 상호작용력의 관계로써 이루어진다.

$$\{F\} = + [L]\{\Psi\} \quad (15)$$

식(15)의 관계식을 가지고 식(14)을 식(1)에 대입하면 최종적으로 결합형 FE-BE 시스템 행렬 방정식이 유도된다.

$$\begin{aligned} [F] &= [L](A^{\oplus})^{-1} \Psi_{inc}^{\oplus} \\ &= [K_{mi}][a] - [\rho_f \omega^2 [L](A^{\oplus})^{-1} B^{\oplus}][a] \\ &\quad + [K_{\phi\phi}][\phi] - \omega^2 [M][a] + j\omega [R][a] \\ -[Q] &= [K_{\phi i}][a] + [K_{\phi\phi}][\phi] \end{aligned} \quad (16)$$

3. 결 과

결합형 FE-BE 알고리즘을 Fortran 프로그램에 의해 구현시켰다. SUN Ultra W/S에서 작동시켰으며, 모든 변수를 double precision으로 하여 시스템 행렬 방정식의 입력 주파수에 의한 악성화에 따른 계산 오류를 최소화 하였다. 유한요소적분과 경계요소적분을 위해 사용한 Gauss

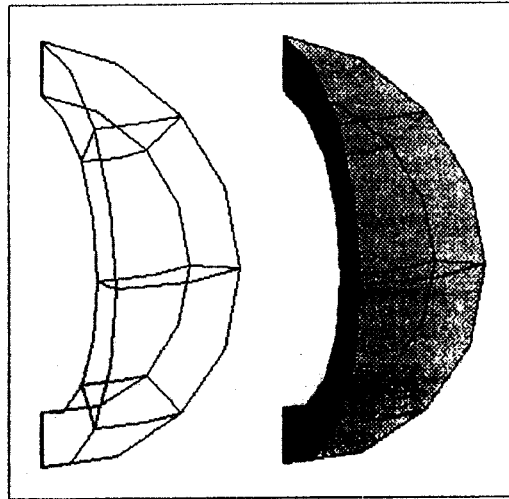
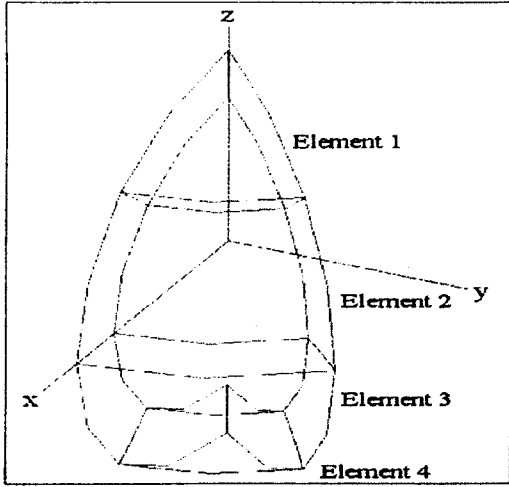


그림 1. 알루미늄 재질의 구형 유한요소-경계요소 모델
Fig. 1. Spherical shell FE-BE model composed of aluminium material

Quadrature 기법에서는 4개의 적분점을 사용하였다.

수중 구조체 중에서 특히 이론적으로 해답이 잘 알려진 구형 모델을 가지고 분석하였다 [13]. 알루미늄 재질의 구형으로써 구의 두께와 ka (a =반경)값을 달리 하며 외부에서 입사되는 평면파 음압에 대해 산란파만에 의해 형성되는 음장의 형태를 계산하였다 ($\Psi_{scat} = \Psi - \Psi_{inc}$). 그림1은 구형 모델의 일부를 보여주며 구의 두께는 편의상 반지름 a 를 1m로 할 때, 1mm, 50cm, 0.999m로 각기 다르게 적용하였다. 구의 내부는 빈 공간으로 하였다. 쉘 모양의 구형 모델은 32개의 3차원적 유한요소들로 구성될 수 있으며 각각의

유한요소들의 바깥부분 즉 유체와 접하는 32개의 경계요소들로 구성된다. 구형 모델은 Z축을 중심으로 대칭하기 때문에 여기서는 8등분한 영역을 가지고 모델링하였으며 그에 따른 경계조건 ($Y=0$ 평면에서 $a_y=0$)을 고려하였다. 그림1은 32개의 유한요소들 중에서 8등분한 영역에 해당하는 4개의 유한요소들과 그에 따른 4개의 경계요소들을 보여준다.

외부 평면 음파가 그림2의 Z축 방향에서 -Z축 방향을 향해 수직으로 구형 모델에 입사된다고 하면 그에 따른 산란파는 모든 전후 사방으로 방사된다. 특히 -Z축 방향의 산란을 전진적 산란이라 하고 역으로 Z축 방향으로 반사되는 산란을 후진적 산란이라 한다.

산란파의 방향에 따른 크기의 정도를 알면 그 물체의 강도의 정도를 3차원적으로 분석할 수 있다. 평면파를 $\Psi_{inc} = e^{+ikz} \cdot e^{-i\omega t}$ 라 할 때, 어떤 표면노드에서의 입사파 압력은 Z축 상의 거리에 따라 주어진다.

식(16)을 풀어 수중 산란체 표면 노드에서의 표면 압력과 그 노드에서 법선 방향의 변위를 알면 식(2)으로 부터 원거리 음장을 알 수 있다. 여기서 P_1 가 구형 모델의 원점을 중심점으로 해서 100미터 거리 떨어진 X-Z 평면 원주의 한 점이라 할 때, P_1 점에서의 산란파 음압은 다음과 같다.

$$\Psi(p_1) = \sum_{m=1}^{M'} \sum_{j=1}^8 A_{m,j}^i \Psi_{m,j}$$

$$- \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{M'} \sum_{j=1}^8 B_{m,j}^i a_{m,j} - (A^\oplus)^{-1} \Psi_{inc}^\oplus$$
(17)

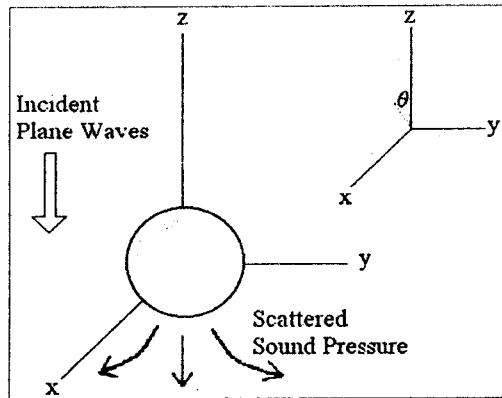


그림 2. 평면 입사파에 따른 구형체 모델에서의 산란파의 발생

Fig. 2. Scattering on a spherical model due to plane acoustic wave incidence

표 1. 물과 알루미늄 재질 특성

Table 1. Material properties of water and aluminium

Material	Lame' 상수		Elastic modulus E	Poisson's ratio ν	Density ρ	Sound Speed c	Damping factor δ
	λ	μ					
[Scale]	Nm ⁻²	Nm ⁻²	Nm ⁻²	-	Kgm ⁻³	m/sec	-
Water	2.19E9	0	0	0	1000	1481.2	0
Aluminium	3.98E10	2.65E10	6.9E10	0.3	2710	5042.5	3E-3

표1은 알루미늄과 물의 재질 특성을 보여준다.

각기 다른 두께의 구형 모델들에 제각기 다른 입력 주파수의 평면 음파를 입사시켰다 (표 2). 주파수는 파수가 1, π , 3π 되도록 조정하였다. 각기 다른 조건에서 산란파에 의한 음장 형태를 이론적으로 그리고 수치해석적으로 구하였다. 표 2는 각기 다른 두께와 주파수에 따른 결과를 그림3에서 참조하도록 정리하였다.

표 2. 구형 모델의 각기 다른 두께와 입력 주파수

Table 2. Each different thickness and input frequency of shell model

	r=1m d=0.001m	r=1m d=0.5m	r=1m d=0.999m	주파수
Analytical Solution (40 급수) (--)	그림3(a)	그림3(b)	그림3(c)	ka=1 f=235.7 Hz
	그림3(d)	그림3(e)	그림3(f)	ka= π f=740.6 Hz
	그림3(g)	그림3(h)	그림3(i)	ka= 3π f=2221.8 Hz
FE-BE Solution (O)	그림3(a)	그림3(b)	그림3(c)	ka=1 f=235.7 Hz
	그림3(d)	그림3(e)	그림3(f)	ka= π f=740.6 Hz
	그림3(g)	그림3(h)	그림3(i)	ka= 3π f=2221.8 Hz

그림3에서 X축은 그림2의 X-Z평면의 θ 각이고 Y축은 정규화된 산란파만의 음압이며 구형체 원점으로부터 100미터 거리를 기준으로 하였다. 주파수가 낮을 때 ((a), (b), (c)) 산란파의 변화는 완만하다. 구의 두께가 두꺼워질수록 후진적 산란이 상대적으로 크며, 얇은 셸의 구조체가 될수록 전진적 산란이 커진다. 주파수가 커짐에 따라 전진적 산란이 강하게 발생한다. ka= 3π 일 경우, 전진적 산란은 매우 강하게 나타나는 데 ((g), (h), (i) 실선), 이론적 결과와 FE-BE결과가 일치하지 않는다. 특히 두께가 두터워질수록 FE-BE 결과가 이

론적 해답보다 매우 심한 차이를 보인다. 이는 구형 모델의 유한요소의 개수가 32개로 한정되어 있기 때문이다. 일반적으로 유한요소의 크기는 입력 주파수의 증가에 따라 작아져야하며 이는 곧 유한요소의 개수를 상대적으로 증가시켜야 함을 의미한다. 본 연구에서는 $ka \leq 5$ 일 경우는 32개 유한요소로 충분하지만 $5 < ka \leq 10$ 에서는 128개 유한요소가 필요함을 알아냈다.

그림4는 그림3(f)에서와 같이 FE-BE 기법을 사용한 결과와 이론적 해답을 비교하였다. 여기서는 유한요소의 개수를 128개로 증가시키고 $ka=3\pi$ 이 되도록 주파수를 입력시켰다. 이렇듯 유한요소의 개수를 4배로 증가시키면 FE-BE결과는 이론적 해답에 거의 일치해진다.

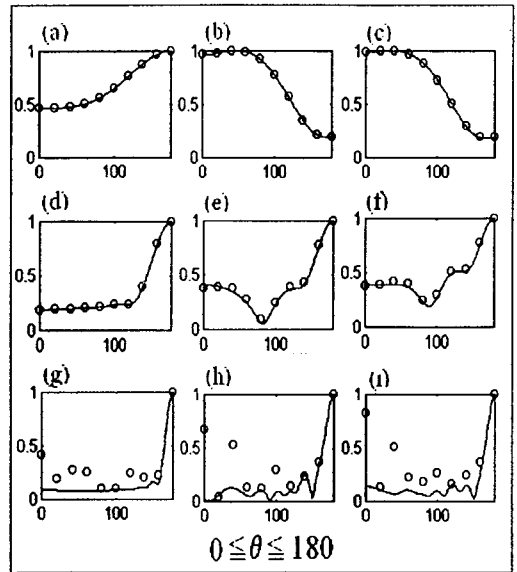
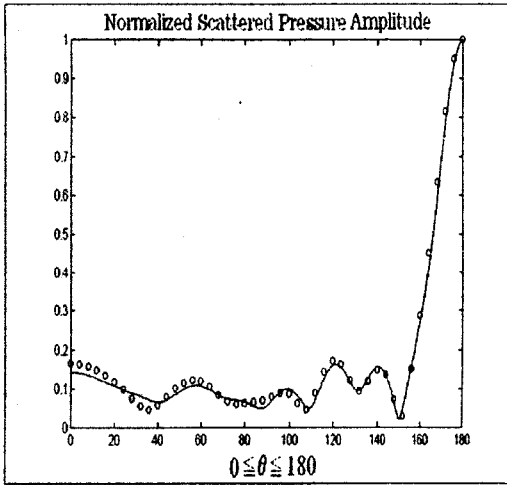
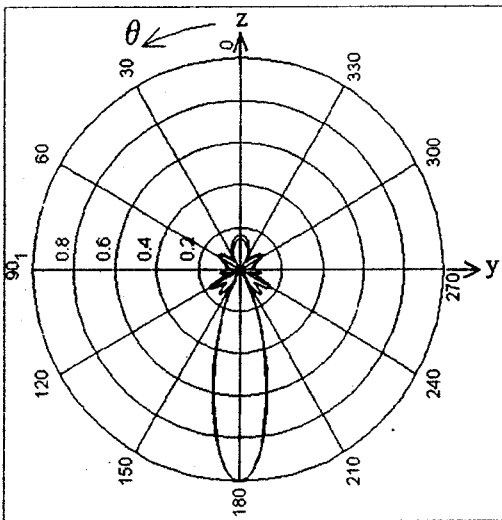


그림 3. 표 2의 조건에서 얻은 FE-BE 결과들(O)과 이론적 해답(--)과의 비교

Fig. 3. Comparison between FE-BE results(O) derived with conditions of Table 2 and theoretical solutions(--).



(a)



(b)

그림 4. (a) 이론적 해답(--)과 FE-BE 결과(O)의 방향성의 일치 (b) 원주형태의 방향성 표현 ($ka=3\pi$, 유한요소 개수=128)

Fig. 4. (a) Agreement of directivity between theoretical solution (--) and FE-BE result(O) (b) Directivity in polar form ($ka=3\pi$, the number of finite elements=128)

4. 결 론

본 연구에서 개발한 결합형 FE-BE 기법을 수중에 잠수된 알루미늄 재질의 구형의 구조체에 응용한 결과,

외부로부터 입사된 평면파 압력에 대해 이론적 해답과 거의 일치하는 산란파에 의한 음장이 형성된 것을 확인하였다. 개발된 결합형 FE-BE 기법은 히드로폰 설계에 직접적으로 응용될 수 있고, 소나에 의해 얻어지는 물체의 반사파를 가지고 물체 반사 강도를 분석하는 데도 사용될 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] P. Bettess, "Infinite Elements", Int. J. Num. Meth. in Eng., vol. 11, pp:53-64, 1977.
- [2] L.G.Copley, "Fundamental results concerning integral representations in acoustic radiation", J. Acoust. Soc. Am. vol. 44, pp. 28-32, 1968.
- [3] L.H.Chen and D.G.Schweikert, "Sound radiation from an arbitrary body", J. Acoust. Soc. Am. vol. 35, pp. 1626-1632, 1963.
- [4] G.Chertock, "Sound radiation from vibrating surfaces", J. Acoust. Soc. Am. vol. 36, pp. 1305-1313, 1964.
- [5] L.G.Copley, "Integral equation method for radiation from vibrating bodies", J. Acoust. Soc. Am. vol. 41, pp. 807-816, 1967.
- [6] I.C.Mathews, "Numerical techniques for three-dimensional steady-state fluid-structure interaction", J. Acoust. Soc. Am. vol. 79, pp. 1317-1325, 1986.
- [7] O.C. Zienkiewicz and R.L.Taylor, "The finite element method", McGraw-Hill, London, 1989.
- [8] H.A.Schenck, "Improved integral formulation for acoustic radiation problems", J. Acoust. Soc. Am. vol. 44, pp. 41-58, 1968.
- [9] A.J.Burton and G.F.Miller, "The application of integral integration methods to the numerical solutions of some exterior boundary problems", Proc. R. Soc. London, Ser. A 323, pp. 201-210, 1971.
- [10] D.T.I.Francis, "A gradient formulation of the Helmholtz integral equation for acoustic radiation and scattering", J. Acoust. Soc. Am. vol. 93(4) pt. 1, pp. 1700-1709, 1993.
- [11] W.L.Meyer, W.A.Bell, B.T.Zinn and M.P. Stallybrass, "Boundary integral solutions of three-dimensional acoustic radiation problems", J. of Sound and

Vibration, vol. 59, pp:245-262, 1978.

- [12] J.C.Lachat and J.O.Watson, "Effective numerical treatment of boundary integral equations: a formulation for three-dimensional elastostatics", Int. J. Num. Methods. Eng., vol. 10, pp. 991-1005, 1976.
- [13] E.Skudrzyk, "The foundation of acoustics", (Springer-Verlag, New York, 1971), pp.408-409, Equ.(76), pp. 409.

著 者 紹 介



장 순 석 (張淳哲)

1961년12월11일생. 1984년2월 한양대학교 전자공학과 졸업(공학사), 1985년9월 영국 헐대학교 전자공학과 졸업(공학석사), 1988년9월 영국 버밍햄대학교 생리학과 졸업(이학석사), 1991년12월 영국 버밍

햄대학교 전기전자공학과 졸업(공학박사), 1992년3월~현재 조선대학교 제어계측공학과 조교수. 주관심분야 : 수중음향, 지중음향, 유한요소-경계요소기법, 압전센서, 달팽이관 필터 등