

박막/셸 혼합요소를 이용한 박판성형 해석과 박막/셸 판별조건에 관한 연구

정 동 원* · 양 경 부**
(98년 2월 19일 접수)

A Study on the Criterion for Membrane/Shell Mixed Element and Analysis of Sheet Metal Forming Problem

Dong-Won Jung* · Kyoung-Boo Yang**

Key Words : Elastic-Plastic Finite Element Method(탄소성 유한요소법), Membrane/Shell Mixed Element(박막/셸 혼합요소), Plane-Strain(평면-변형), Bending Strain(굽힘변형률), Criterion(판별조건)

Abstract

This study is concerned with criterion for membrane to shell conversion in two-dimensional elastic-plastic finite element analysis using membrane/shell mixed element. It is well known that in the sheet metal forming some parts of the sheet deform under almost pure stretching (membrane) conditions, whereas other parts in contact with sharp tooling surfaces can develop significant bending strains. The membrane analysis has a short computational time; however, in the membrane analysis the bending effects can not be considered at all. On the other hand, the shell analysis allows the consideration of bending effects, but involves too much computational time. So Onate^{1),2)}, Yang et al^{3),4)} developed the membrane/shell mixed element. Onate introduced the energy ratio parameter and Yang et al introduced the ratio of thickness to radius of curvature as the criterion. In the present study we propose a new criterion by using the angle between both side elements in the nodal point.

기호설명

된 절점 변위 행렬

B_L, B_{NL} 선형, 비선형 Lagrangian 변형률과 관련

* 정희원, 제주대학교 기계공학과

** 제주대학교 대학원

F	응력 발산 (stress divergence)항에 의한 절점 힘벡터
h_k	셸 중간면(mid-surface)에서의 형상함수 (shape function)
K	강성행렬(stiffness matrix)
\tilde{u}	절점 변위의 직교좌표(Cartesian coordinate) 성분으로 구성된 열벡터(column vector)
u_i	직교 좌표계(Cartesian coordinate system)에서의 변위 성분
u_a, u^a	절점 좌표계(convected coordinate system) 에서의 변위 성분
β_1^k, β_2^k	시간 Δt 동안의 수직벡터의 V_1^k 와 V_2^k 에 대한 회전량
ϵ	Lagrangian 변형률 텐서(strain tensor)
$\epsilon_{\alpha\beta}, \epsilon^{\alpha\beta}$	Lagrangian 변형률 텐서(strain tensor)의 covariant, contravariant component
H	셸 수식화(shell formulation)에서 변위에 대한 형상함수 행렬
$L^{\alpha\beta\gamma}$	응력 텐서의 Truesdell 율(rate)과 관련된 구성 텐서(constitutive tensor)
θ^a	자연 절점좌표계(natural convected coordinates)
X, x	시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 절점(material point)의 위치벡터
X^k, x^k	시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 절점 k의 위치벡터

1. 서 론

박판금속을 소재로 하여 이어붙임 없이 소성변형에 의하여 필요한 형상으로 성형하는 과정을 박판 성형 혹은 프레스(press) 가공이라 부른다. 이러한 박판 금속성형법(sheet metal forming)을 이해하는데는 박판금속의 변형역학과 공정변수들 사이의 관계를 아는 것이 중요한데 1970년대 이후 수치적방법에 의한 해석이 시도되어 이들중 유한요소법이 다른 방법에 비해 적용의 융통성이 좋으며 다양하고 자세한 정보를 제공하고 있어 널리 사용되고 있다.

박판 금속성형의 유한요소해석에 사용되는 박막(membrane)요소는 계산시간이 적게 들고 변형형상

을 정확히 예측할 수 있으나 굽힘이 일어나는 영역에서의 굽힘변형률(bending strain)분포를 정확하게 예측하지 못하는 단점이 있다. 반면에 셸(shell) 요소는 계산시간이 많이 걸리나 굽힘효과(bending effect)를 볼 수 있다는 장점이 있다.

박막/셸(membrane/shell, 이후 M/S로 약함)혼합 요소를 이용한 해석^{1)~4)}은 계산시간이 짧다는 박막 해석의 장점과 굽힘효과를 볼 수 있다는 셸해석의 장점을 갖춘 방법으로 순수한 스트레칭(stretching) 조건하에서는 박막요소를, 굽힘이 작용하는 조건하에서는 셸요소를 사용하여 굽힘효과를 고려하면서 모든 요소를 셸요소로 사용했을 때보다 계산시간을 줄여 준다. 이 M/S 혼합요소 해석방법은 1989년 Onate¹⁾등에 의해 제안되었고 1990년 Onate와 Saracibar²⁾는 박막요소를 점성 셸요소로 변화시켜 주는 조건을 에너지율(energy rate)의 비로서 정의하여 2차원 평면-변형(plane-strain)사각형 박판의 초소성 성형(super-plastic forming)에 적용하였다. Yang^{3),4)}등은 변형형상의 기하학적 조건을 고려한 곡률반경의 비를 사용하여 2차원 스트레칭 성형에 적용하였다.

Onate등이 제안한 에너지율의 변환조건은 방법의 특성상 계산시간 절감은 전체적으로 그다지 만족할만한 정도가 못 되었다. Yang등이 제안한 곡률반경의 비는 계산시간면이나 요소변환면에서 만족할만한 결과를 보였으나 어느 정도 굽힘이 일어날때까지도 박막조건으로 판별하여 미세한 곡률부위에서의 굽힘효과를 고려하지 않았다. 본 논문에서는 미세 곡률부위에서도 굽힘효과를 고려하여 보다 정확하고 효율적인 해석을 수행하였으며 간단하고 만족할만한 판별조건을 제안하였고 대부분의 수식화 과정은 기존의 연구결과³⁾⁻⁶⁾를 이용하였다.

2. 이론해석

2-1. 탄소성 해석을 위한 Updated Lagrangian 수식화

변형 도중 임의의 한 변형단계 동안의 물체의 비정상 변형(non-steady deformation)을 해석하기 위하여 임의의 시간 t_0 에서 $t_0 + \Delta t$ 사이의 변형을 생각한다.

Fig.1에서 질점 좌표계(convected coordinate) θ^1 축과 θ^2 축은 물체의 표면을 따라 결정되고 θ^3 축은 물체 표면에 수직인 방향으로 결정되어진다.

구성 방정식이 2nd Piola-Kirchhoff 응력 증분과 Lagrangian 변형률과의 관계식으로 주어졌다면 탄소성 재료에 대한 다음과 같은 Updated Lagrangian 수식을 얻을 수 있다.⁵⁾⁻⁸⁾

$$\int_{V^0} L^{\alpha\beta\gamma\rho} e_{\alpha\beta} \delta e_{\gamma\rho} dV + \int_{V^0} \tau^{\alpha\beta} \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\alpha} \frac{\partial \delta u_i}{\partial \theta^\beta} dV = \int_{S_t^i} t_i^{(t_0+\Delta t)} \delta u_i dS - \int_{V^0} \tau^{\alpha\beta} \delta e_{\alpha\beta} dV \quad (1)$$

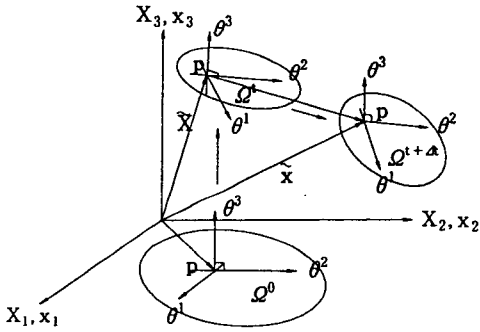


Fig. 1 Convected coordinate system in the deformation process

2-2. 박막(membrane)요소의 수식화

박막(membrane)요소는^{3),5),9)} X_i 와 x_i 를 각각 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 위치벡터의 직교좌표계 성분이라고 하고 u_i 는 Δt 동안의 이동 변위의 직교좌표계 성분이라 하면 요소의 국부 좌표계는 질점 좌표계의 성질도 지니고 있으므로 요소의 국부 좌표계 (θ^1, θ^2)를 그대로 질점 좌표계로 택하여 앞에서 유도된 수식을 그대로 사용하여도 무방하다. 국부 질점 좌표계에서 Lagrangian 변형률의 성분은 다음 식으로 주어지고

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^\alpha} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\alpha} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\alpha} \cdot \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \right) \quad (2)$$

형상함수(shape function) H를 사용하면 요소내의 위치와 변위는 다음의 행렬식으로 표현된다.

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = H \cdot \tilde{X} \quad (3)$$

$$u = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = H \cdot \tilde{u}$$

여기서, \tilde{X} 와 \tilde{u} 는 각각 질점의 좌표와 변위를 나타낸다. 또 Lagrangian 변형률의 선형부분 성분은 다음 식으로 주어지게 되고

$$e_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial \theta^\alpha} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\beta} + \frac{\partial u_i}{\partial \theta^\beta} \cdot \frac{\partial X_i}{\partial \theta^\alpha} \right) \quad (4)$$

식(4)를 행렬식으로 나타내면 아래와 같다.

$$e = \begin{pmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ 2e_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{X}^T \cdot B_{L1} \cdot \tilde{u} \\ \tilde{X}^T \cdot B_{L2} \cdot \tilde{u} \\ \tilde{X}^T \cdot B_{L3} \cdot \tilde{u} \end{pmatrix} = B_L \cdot \tilde{u} \quad (5)$$

여기서, B_{L1} , B_{L2} 와 B_{L3} 는 각각 다음과 같이 주어지고 이는 좌표값에 무관하므로 모든 요소에 대하여 같은 값을 가진다.

$$B_{L1} = \frac{\partial H^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial H}{\partial \theta^1}$$

$$B_{L2} = \frac{\partial H^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial \theta^2} \quad (6)$$

$$B_{L3} = \frac{\partial H^T}{\partial \theta^1} \cdot \frac{\partial H}{\partial \theta^2} + \frac{\partial H^T}{\partial \theta^2} \cdot \frac{\partial H}{\partial \theta^1}$$

Lagrangian 변형률의 비선형 부분을 행렬식으로 표현하면

$$\left\{ \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial \theta^1} \\ \frac{\partial u}{\partial \theta^2} \end{matrix} \right\} = \begin{pmatrix} B_{NL1} \cdot \tilde{u} \\ B_{NL2} \cdot \tilde{u} \end{pmatrix} = B_{NL} \cdot \tilde{u} \quad (7)$$

여기서,

$$B_{NL1} = \frac{\partial H}{\partial \theta^1}, \quad B_{NL2} = \frac{\partial H}{\partial \theta^2}$$

직교좌표계를 기준좌표계로 하였을 경우 변형률

의 성분을 구하기 위하여는 국부좌표계에서의 미분을 역 Jacobian 행렬을 곱하여 직교좌표계에서와 미분으로 변환시켜 주는 과정이 필요하게 된다. 또한 이러한 변환 과정을 매 반복계산 단계마다 모든 요소에 대해 취하여야 하기 때문에 계산 시간을 많이 차지하게 된다. 따라서 국부 질점 좌표계로써 변형을 묘사한 식(6)과 식(7)에 의해서 계산시간을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 유한요소 프로그래밍과 정도 훨씬 간단해진다.

2-3. 적층 쉘(degenerated shell) 요소의 수식화

적층 쉘요소^{3),10),11)}는 변위장을 등계수화(iso-parametric)하여 표현할 수 있기 때문에 수식화가 간단하다. 두께방향의 재료 특성변화를 고려하기 위하여 각 요소는 몇 개의 층으로 나누어진다. 일반적으로 적층 쉘은 횡방향(transverse) 수직 응력을 무시한 5개의 응력 성분을 가지지만 여기서는 각 층에서 평면-응력(plane-stress)상태 즉 3개의 응력 성분을 가지는 것으로 가정한다. 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 각 질점의 좌표는 다음과 같다.

$$X = \sum_{k=1}^m h_k X^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k V_N^k \tag{8}$$

$$x = \sum_{k=1}^m h_k x^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k v_n^k$$

여기서, a_k 와 h_k 는 k 번째 질점의 두께와 형상함수이고 m 은 한 요소내의 질점수이다. V_N^k 와 v_n^k 는 각각 시간 t_0 와 $t_0 + \Delta t$ 에서 중간층 내의 k 번째 질점의 θ^3 방향 단위 수직벡터이다. 시간 Δt 동안의 변위는 아래와 같이 표현된다.

$$u = x - X \tag{9}$$

식(8)을 식(9)에 대입하면 변위장이 아래와 같이 표현된다.

$$u = \sum_{k=1}^m h_k u^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k (v_n^k - V_N^k) \tag{10}$$

β_1^k 와 β_2^k 를 시간 Δt 동안에 V_1^k 와 V_2^k 에 대한 수직벡터 V_N^k 의 회전량으로 정의하면 아래와 같은 근사식이 얻어진다.

$$v_n^k - V_N^k = -V_2^k \beta_1^k + V_1^k \beta_2^k \tag{11}$$

식(11)을 식(10)에 대입하면 시간 Δt 동안의 증분 변위량이 각 질점의 회전량과 변위량으로 표현된다.

$$u = \sum_{k=1}^m h_k u^k + \frac{\theta^3}{2} \sum_{k=1}^m a_k h_k (-V_2^k \beta_1^k + V_1^k \beta_2^k) \tag{12}$$

2-4. 박막/쉘 혼합요소의 수식화

박막요소와 쉘요소를 변환시키는 판별조건(criterion)의 정의에서 가장 중요한 점은 굽힘이 작용하는 부분과 그렇지 않은 부분을 각각 구별하는 것이다. 따라서, 본 연구에서는 굽힘작용 여부의 판별을 위해 순수한 스트레칭 조건하의 박막요소에서는 절점에서의 사이각이 180° 를 유지하며 사이각이 180° 보다 작으면 굽힘이 작용한다고 가정하여 i 번째 절점에서의 양쪽 요소의 사이각을 계산하는 식(13)을 도입하여 판별식을 정의 하였다.

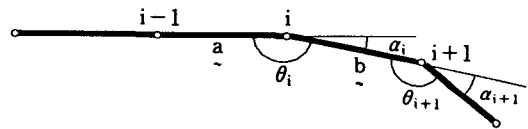


Fig.2 Criterion for membrane to shell conversion

$$\theta = \arccos \frac{\underline{a} \cdot \underline{b}}{|\underline{a}| |\underline{b}|} \tag{13}$$

$$\alpha = 180 - \theta$$

여기서, θ 는 i 번째 절점에서의 요소사이각이며 \underline{a} 와 \underline{b} 는 각각 $(i-1)$ 과 $(i+1)$ 번째요소의 vector 성분이다. α 는 굽힘이 작용하여 발생하는 각도로서 $\alpha > \mu$ 이면 굽힘작용이 일어남으로 쉘요소로 변환시키며 $\alpha \leq \mu$ 이면 굽힘효과(bending effect)가 나타나지 않으므로 박막요소로 변환시킨다. 여기서 μ 는 각도를 계산하는데 있어서 π 값에 의한 오차 한계값이 수치적인 실험에 의해 나온 상수값으로 보통 $\mu = 10^{-5}$ 정도이며 그이하의 값에서는 모든 요소를 쉘요소로 변환시켰다. 박막요소와 쉘요소가 공유하는 절점의 변위는 회전의 연속성(rotation continuity)을 위해서 회전효과를 제외 시켰다.^{12),13)}

3. 계산 결과 및 토론

절점에서의 각도계산에 의한 M/S해석 방법의 적합성을 검토하기 위해 박막해석, 셸해석, 곡률반경의 비에 의한 M/S해석, 각도에 의한 M/S 해석을 Yang과 Jung³⁾등이 했던 같은 2차원 스트레칭문제에서 비교하였다. Fig. 3은 해석한 스트레칭 공정도와 초기 격자계(mesh system)를 나타내며 해석에 사용된 재료상수와 공정 변수들은 다음과 같다.

재질	냉간 압연판
탄성계수(E)	94521 Mpa
포와송비(ν)	0.24
응력-변형도 곡선	$\bar{\sigma} = 595.15 \bar{\epsilon}^{0.216}$ Mpa
마찰계수(μ)	0.25
이방성 계수(R)	1.66
박판두께(t_0)	0.742 mm
펀치반경	19.05 mm
펀치 모서리반경	3.5 mm
다이 모서리 반경	5.0 mm

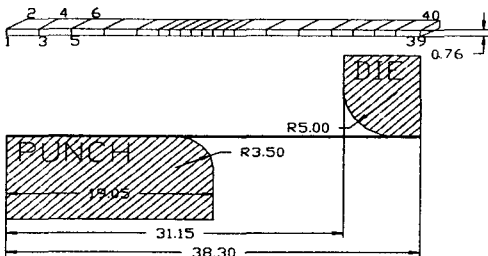


Fig. 3 Geometry of the tooling and finite element mesh system

3-1. 박막, 셸 및 각도에 의한 M/S 해석

해석에서는 펀치를 Z방향으로 0.5mm 씩 12mm를 이동시켜 24스텝으로 구성하여 실행하였다. Fig. 4는 박막(membrane)요소와 셸(shell)요소 그리고 각도계산에 의한 M/S 요소 해석에 의해 펀치가 12mm이동했을 때의 박판 상부(Top)와 하부(Bottom)의 변형률 분포를 나타내고 있으며 수평

축은 펀치중앙에서 부터의 거리이다.

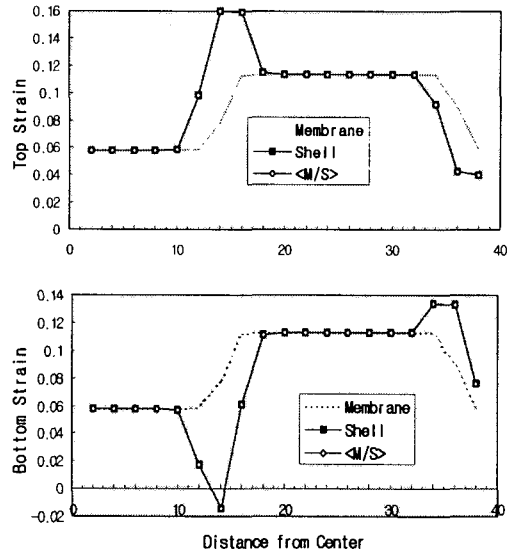


Fig. 4 Strain distribution along the center line of a punch

박막해석은 AMD-200 PC에서 23초가 소요되었는데 펀치와 다이곡률부위에서의 박판 상부(Top)와 하부(Bottom)의 급격한 변형률 변화를 고려하지 못하고 있음을 알 수 있다. 셸해석과 각도에 의한 M/S 혼합요소에 의한 해석은 다이 곡률부위에서의 굽힘변형률(bending strain)을 잘 나타내며 서로 잘 일치하고 있다. 따라서 절점에서의 각도계산에 의한 판별조건이 잘 적용되고 있음을 알 수 있다. 그러나 셸해석과 M/S혼합요소에 의한 해석의 차이는 컴퓨터 계산시간에 있다. 셸해석은 AMD-200 PC에서 1분 12초가 소요된 반면 M/S혼합요소에 의한 해석시간은 AMD-200 PC에서 45초가 소요되어 M/S 혼합요소에 의한 해석은 셸해석이 고려하는 굽힘변형률을 잘 나타내면서 해석시간면에서 훨씬 효율적임을 알 수 있다. 위의 결과에서 박막해석은 계산시간은 짧으나 곡률부위에서의 굽힘변형률을 고려하지 못하며 셸해석은 곡률부위의 굽힘변형률을 고려하고 있지만 컴퓨터 계산 시간이 많이 소요됨을 알 수 있다. 이러한 굽힘이 작용하는 부분에서의 중요한 굽힘변형률을 잘 나타내면서 셸해석보다 컴퓨터 계산시간을 절감하려는 노력으로 M/S혼합

요소에 대한 연구가 진행되어왔으며 본 연구에서는 기존의 M/S혼합요소 해석보다 굽힘부분에서의 보다 정확한 쉘변환조건을 만족시키기 위해 각도에 의한 M/S혼합요소를 개발하게 되었다.

3-2. 곡률반경 비에 의한 M/S, 각도에 의한 M/S해석

절점에서 요소사이의 각도에 의한 판별조건을 정확성을 검증하기위해 곡률반경 비에 의한 M/S 해석과 각 스텝마다의 쉘변환요소를 검토하였다. Table 1은 쉘해석과 두 개의 다른 M/S 해석에서의 쉘로 변환된 요소들의 번호를 변환 스텝마다 표시한 것이며 Fig. 5는 각 스텝마다의 쉘요소로 변환된 요소들의 수를 나타내고 있다. Fig. 5에서 서로 다른 M/S해석을 구분하기 위해 곡률반경의 비에 의한 M/S해석은 그대로 M/S로 표기했으며 각도 계산에 의한 M/S해석은 <M/S>로 표기하였다.

Table 1. Comparison of Change element No.

STEP	SHELL 해석	곡률반경 비에 의한 M/S 해석	각도에 의한 M/S 해석
1			
2	6,7,18,19 (4)	6,7,18,19 (4)	6,7,18,19 (4)
3	6,7,8,17,18,19 (6)	6,7,8,18,19 (5)	6,7,8,17,18,19 (6)
4	6,7,8,9,17,18,19 (7)	6,7,8,18,19 (5)	6,7,8,9,17,18,19 (7)
11	6,7,8,9,17,18,19 (7)	6,7,8,17,18,19 (6)	6,7,8,9,17,18,19 (7)
13	6,7,8,9,16,17,18,19 (8)	6,7,8,17,18,19 (6)	6,7,8,9,16,17,18,19 (8)
19	5,6,7,8,9,16,17,18,19 (9)	5,6,7,8,17,18,19 (7)	5,6,7,8,9,16,17,18,19 (9)
20	5,6,7,8,9,16,17,18,19 (9)	5,6,7,8,9,17,18,19 (8)	5,6,7,8,9,10,16,17,18,19 (10)
21	5,6,7,8,9,10,16,17,18,19 (10)	5,6,7,8,9,17,18,19 (8)	5,6,7,8,9,10,16,17,18,19 (10)
24	5,6,7,8,9,10,16,17,18,19 (10)	5,6,7,8,9,17,18,19 (8)	5,6,7,8,9,10,16,17,18,19 (10)

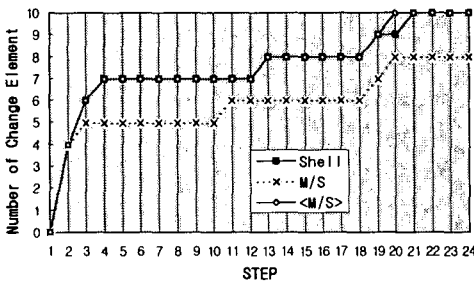


Fig. 5 Comparison of Change element Number

쉘해석에서의 요소번호는 박판 상부(Top)와 하

부(Bottom)에서의 서로 다른 변형률을 나타낼 때 순수한 스트레칭 조건이 아닌 굽힘 조건이라고 생각할 수 있으므로 이때의 요소번호를 나타내고 있다. 즉, 굽힘이 작용하고 있는 요소들의 번호이다. Table 1과 Fig. 5에서 알 수 있듯이 기존의 곡률반경 비에 의한 M/S해석은 쉘해석과 대체로 일치하고 있으나 각 스텝마다 한두개의 굽힘요소를 고려하지 못하고 있으며 12mm이동 후의 24 스텝에서는 최종적으로 10번과 16번 요소 2개를 쉘요소로 변환시키지 못하고 있다. 이것은 판별조건 특성상 곡률이 시작되고 끝나는 미세 곡률부위를 고려하지 못하고 있는 것 같다. 반면 절점에서의 각도 계산에 의한 <M/S>해석은 쉘해석이 보여주고 있는 굽힘요소들을 잘 변환시켜주고 있으며 최종적으로 12mm이동 후의 24스텝에서도 같은 10개의 요소를 쉘요소로 변환시키고 있다. 다만 10번 요소가 20스텝에서 미리 변환되고 있는데 이것은 아주 미세한 각도 변화를 계산하여 미리 변환시킨 것으로 생각되며 전체적으로 잘 일치하고 있다. 따라서 기존의 곡률반경의 비에 의한 M/S해석은 8개의 요소를 쉘요소로 변환시켰으며 11개의 요소가 박막 요소로 남았고 각도계산에 의한 <M/S>해석은 10개의 요소를 쉘요소로 변환시키고 9개의 요소를 박막요소로 남겼다. 전체 쉘해석에서는 10개의 요소에서 굽힘변형률을 나타내고 있어 각도계산에 의한 <M/S>해석이 거의 정확하게 쉘해석조건을 만족시키고 있음을 알 수 있다.

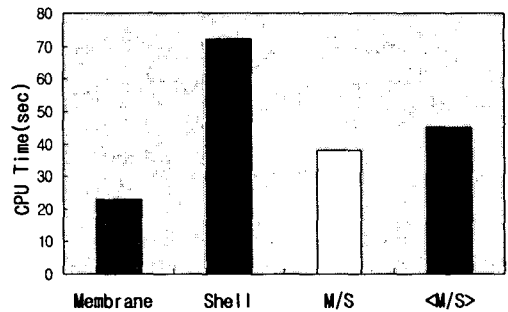


Fig. 6 Comparison of computation time

Fig. 6은 박막, 쉘, 곡률반경 비에 의한 M/S, 각도에 의한 <M/S>요소의 컴퓨터 계산시간을 비교

한 것으로 두 개의 M/S해석이 굽힘효과를 나타내면서도 셸해석에 비해 훨씬 효율적임을 알 수 있다. 각도에 의한 <M/S>해석이 기존의 M/S해석보다 계산시간이 약간 긴 것은 기존의 M/S해석보다 2개 요소를 더 셸요소로 변환시켰기 때문이다.

4. 결 론

굽힘효과를 잘 고려하면서도 셸해석보다 계산시간을 절감시키기 위하여 M/S혼합요소에 각도를 이용한 판별조건을 이용하였으며 2차원 평면-변형 스트레칭공정 해석에서 박막, 셸, 곡률반경 비의 M/S해석과 각각 비교하여 셸해석보다 효과적이며 기존의 M/S해석보다 굽힘조건을 정확히 판별할 수 있음을 알 수 있었다. 이러한 결과들로부터 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다.

- (1) 굽힘조건을 보다 정확히 판단하기 위하여 각도를 이용한 판별조건을 제시했으며 2차원 평면-변형 스트레칭공정의 유한요소해석을 통해 판별조건에 타당성을 보였다.
- (2) 박막과 셸의 판별조건은 박막요소에서는 요소 사이 각도가 180°이며 셸요소에는 180° 보다 작은 각도로 생각하여 해석을 통해 타당성을 입증하였다.
- (3) 각도를 이용한 M/S해석은 셸해석보다 계산시간을 절감시키며 계산정확도 면에서도 셸해석과 거의 같은 효과를 보였으며 굽힘효과면에서 기존의 M/S해석보다 셸해석 조건을 더 만족시켰다.

최근 컴퓨터의 급속한 발달로 계산속도가 엄청나게 향상되긴 하였지만 실제 3차원 문제에서는 여전히 계산시간이 문제가 되어 현업에 적용하는데 어려움을 겪고 있으므로 더욱 정확하고 효율적인 M/S혼합요소의 개발은 필수적이라고 생각된다.

참고문헌

- 1) E.Onate, C.A.de Saracibar and J.B.Dalin, "Finite element analysis of sheet metal forming problems using a selective voided viscous shell membrane formulation", Proc.

- NUMIFORM'89, pp.23-30, 1989
- 2) C.A.de Saracibar and E.Onate, "Finite element analysis of sheet metal forming problems using a selective bending/membrane formulation", Advanced Technology of Plasticity (Proc.of 3rd ICTP), vol.3, pp.1409- 1416, 1990
- 3) Yang, D.Y., Jung, S.B., "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of 2-D Stretch Forming by Using the Selective M/S-Element", KSME, Vol.15, NO.5, pp.1601-1610, 1991
- 4) Song, I.S., Yang, D.Y., "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes using Selective Membrane/Shell Formulation and Element Refinement", Ph.D. Thesis, KAIST, pp.38-55, 1994
- 5) Shim, H.B., Chung, W.J. and Yang, D.Y., "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes (I): Finite Element Formulation and Analysis of Hydrostatic Bulging", KSME, Vol.14, No.4, pp.810-817, 1990
- 6) Shim, H.B., Chung, W.J. and Yang, D.Y., "Elastic-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes (II): Analysis of Metal Forming Processes with Contact Condition", KSME, Vol.14, No.5, pp.1129-1137, 1990
- 7) Nakamachi, E.N., "Finite element modeling of the punch press forming of thin elastic-plastic plates", Proc. NUMIFORM'86, pp.333-339, 1986
- 8) R.M. McMeeking and J.R. Rice, "Finite element formulations for problems of elastic-plastic deformations", Int. J. Solids Struct, vol.17, pp.601-616, 1975
- 9) Arlinghaus, F.J., Frey, W.H. and Stoughton, T.B., "Finite element modeling of a stretch formed part", ASME, pp.51-64, 1985
- 10) J.C.Gelin and J.L.Daniel, "A finite element simulation of sheet metal forming processes using a general non-flat shell element", Proc.

NUMIFORM'89, pp.425-430, 1989

- 11) Shim, H.B, Yang, D.Y., "An elastic-plastic finite element analysis on hydrostatic bulging of rectangular diaphragms by using layered degeverated shell elements", *Int. J. Mech. Sci.* Vol.32, No.1 pp.49-64, 1990
- 12) Yang,D.Y.,Chung,W.J. and Kim,Y.H., "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming with Three Dimensional Dies Considering Contact",*KSME*, Vol.13, No.6, pp.1092-1103, 1989
- 13) Kim,Y.J., "A Rigid-Plastic Finite Element Formulation Considering the Effect of Geometric Change and Material Anistropy with Application to Sheet Metal Working", Ph.D. Thesis, KAIST, 1985
- 14) J.Hambrecht, S.Choudhry, J.K.Lee and R.H.Wagoner, "Numerical study of two-dimensional sheet forming process using bending, membrane and solid finite element models", *Proc. UNMIFORM'89*, pp.451-456, 1989