

論 文

大 韓 造 船 學 會 論 文 集
 第 34 卷 第 4 號 1997年 11月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 34, No. 4, November 1997

베지에 곡선모델(드 카스텔조 알고리듬)을 이용한 곡면 통합 모델링 기법

임중현*, 이규열**

A Unified Surface Modeling Technique
 Using a Bezier Curve Model(de Casteljau Algorithm)

by

Rhim, Joong-Hyun* and Kyu-Yeul Lee**

要 约

본 연구에서는 선박의 기본설계 단계에서 정의된 선도를 입력 정보로 하여 순정도 높은 선형을 표현할 수 있는 기법을 개발하였다. 곡선모델링의 경우, de Casteljau (드 카스텔조)알고리듬과 Bezier 조정점을 이용하여 자유곡선을 표현하였고, 이를 토대로 Non-Uniform B-Spline(NUB) 곡선, Spline곡선 등으로 서로 변환(Conversion)할 수 있는 Unified curve modeling(곡선모델링 단일화) 기법을 정립하였다. 곡면모델링의 경우, 곡면정의를 위하여 입력되는 그물망 곡선(Mesh curve net)을 먼저 Unified curve modeling 기법에 의하여 Interpolation(보간)한 후, "Remeshing"(그물망 곡선의 재생성)기법에 의하여 Gregory surface patch(그레고리 곡면 patch)의 Mesh curve segment(경계 세그멘트 곡선)를 생성하고 이를 접속하여 순정도 높은 Composite surface(합성곡면)를 만드는 기법을 개발하였다.

Abstract

In this study, a new technique is presented, by which one can define ship hull form with full fairness from the input data of lines. For curve modeling, the de Casteljau Algorithm and Bezier control points are used to express free curves and to establish the unified curve modeling technique which enables one to convert non-uniform B-spline (NUB) curve or cubic spline curve into composite Bezier curves. For surface modeling, the mesh curve net which is

발 표 : 1996년도 대한조선학회 추계연구발표회('96. 11. 7)

접수일자 : 1996년 12월 30일, 재접수일자 : 1997년 10월 15일

*서울대학교 조선해양공학과 대학원

**정희원, 서울대학교 조선해양공학과 및 해양시스템공학연구소

required to define surface of ship hull form is interpolated by the method of the unified curve modeling, and the boundary curve segments of Gregory surface patches are generated by remeshing(rearranging) the given mesh curve net. From these boundary information, composite Gregory surfaces of good quality in fairness can be formulated.

1. 서 론

선박제품모델을 만드는 첫번째 단계는 선박형상을 3차원적으로 모델링(3차원 물체를 수학적으로 표현한 후 이를 전산기 내에 묘사하는 기술)하는 것이다. 물론 선박의 설계단계에 따라 선형을 모델링하는 정확도는 달라진다. 초기설계 단계에서는 선박제작용의 개략적인 선형모델링이면 충분하고, 기본설계단계에서는 성능평가를 위한 수조시험용 모형제작을 할 수 있는 순정도(Fairness)를 가진 선형이 필요하고, 상세설계/생산설계 단계에서는 곡면가공, 절단 및 조립을 위해 순정도가 제일 높은 선형모델이 요구된다.

본 논문에서는 기본설계에서 설계된 선도를 입력정보로 하여 성능평가를 위한 수조시험용 모형제작을 할 수 있는 순정도를 가진 선형과 더 나아가서 상세설계/생산설계 단계에서 요구되는 순정도를 가진 선형을 수학적으로 표현한 후, 이를 컴퓨터내에 묘사하고, 컴퓨터 그래픽 기술로써 가시화하여 선형의 순정도를 검토할 수 있는 시스템을 개발한 결과를 기술하였다.

2. 선형표현방법

2.1 선형정의를 위한 그물망 곡선(Mesh curve net)형태

선박, 자동차, 항공기 및 기계제품 등 곡률 변화가 심한 곡면을 가진 3차원 형상은 일반적으로 곡면을 그물과 같은 Mesh curve net(그물망 곡선)로서 정의하고 곡선/곡면식을 이용하여 곡면형상을 모델링한다.

선박의 경우, 곡면모델링 시스템이 갖추어야 할 요건은 첫째, 선박설계자가 만족할 만한 순정도를 보장하여야 하고(물론 설계단계별로 다르겠지만), 둘째, 입력정보가 간단하여야 하며, 셋째, 사용하

기애 편리하여야 한다. 즉, 빠른 시간 내에 요구되는 순정도를 갖는 선형을 모델링하는 시스템이어야 한다. 이를 세가지 요건은 선형정의를 위한 Mesh curve topology(그물곡선 형태)에 따라 달라지며 이에 따라 수학적 모델을 처리하는 내부 알고리듬도 달라진다.

Fig. 1에는 선형정의를 위한 세가지 그물망 곡선 입력 형태가 나타나 있다. "transverse"(횡방향)과 "longitudinal" (종방향)으로 가로 지르는 2방향의 Mesh curve로 전체 곡면을 정의하고, 이를 그물망에 의해 생기는 4각형 형태 (Rectangular topology), 3각형 형태(Triangular topology) 또는 5각형 형태(Pentagonal topology)의 곡면 patch(조각)를 Spline곡선/곡면, Bezier(베지에)곡선/곡면, 또는 NURBS(Non-Uniform Rational B-Spline)곡선/곡면으로 표현하고 이 곡면 조각들을 "부드럽게 접합(합성, 복합)"하는 조건을 이용하여 전체 곡면을 표현한다.



Type I



Type II



Type III

Fig. 1 Mesh curve topology

Type I의 경우, 횡방향으로 2차원 Section curve(단면 곡선)과 종방향으로 2차원 Waterline (수선면 곡선)으로 이루어지는 그물곡선 즉, 조선 설계자에게 친숙한 Lines Offset 정보를 입력하기 때문에 입력작업이 간단하고 사용하기에 편리하다. 그러나 곡률변화가 심한 선수미부 형상을 잘 표현하지 못하기 때문에 통상적으로 선박계산용 선형 모델링에만 이용되고 있다.

Type II의 경우, 횡방향으로는 2차원 Section curve와 종방향으로는 3차원 공간곡선으로 이루어지는 그물곡선을 입력 정보로 하기 때문에 곡률변화가 심한 선수미부 형상을 어느 정도 균사하게 표현하지만 공간곡선 입력작업이 까다롭고 또한 시간이 많이 소요된다.

Type III의 경우, 종방향, 횡방향으로 3차원 공간곡선까지 포함하여 이루어지는 그물곡선을 입력 정보로 하기 때문에 곡률변화가 심한 선수미부 형상을 정도높게 표현할 수 있지만 공간곡선 입력작업과 사용이 대단히 어렵다.

2.2 기존의 선형모델링 시스템/프로그램

현재 국내외 조선분야에서 상용화되어 사용되고 있는 대표적인 시스템으로는 Kockums Computer System (KCS)의 Initial Design CAD System (이전의 BMT System)의 선형모델링 시스템[1]과 필란드의 NAPA[2]시스템, 선체 CAD 시스템인 AUTOKON의 선형 모델링 모듈 BOF[3] 등이 있다. 이들 모두 선형정의에 Type II의 곡선그물을 사용하고, 4각형 곡면형태의 곡면만 처리할 수 있으며 선수미부에서 나타나는 3각형 또는 5각형 형태의 곡면 patch는 균사적으로만 처리하고 있다. 따라서 순정도를 높이기 위하여 보조곡선, angle curve 등을 사용하고 있다(이에 따라 입력정보가 복잡해진다). 또한 대부분의 선형모델링 관련 연구에서 개발된 프로그램들도 위에서 언급한 상용시스템과 마찬가지로 Type II의 그물곡선 형태와 4각형 곡면 patch만을 처리하기 때문에 설계 단계 별로 활용도가 제한적이다. [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]

이상과 같이 상용시스템들은 순정도 측면에서는

만족할 만한 결과를 주고 있으나 (물론 이를 달성하기 위하여 반대 급부로 선형정의시 많은 시행착오가 따르게 된다), 입력정보 작성의 어려움 등으로 인하여 사용하는데 까다로운 점들이 많다. 또한 관련 연구의 결과들도 상용화하기에는 아직도 순정도 및 시스템 차원에서 미흡한 점이 많다.

최근에는 4각형 곡면 이외에도 3각형 또는 5각형 곡면 patch(조각)을 Bezier 곡선/곡면, 또는 Gregory 곡면으로 표현하여 전체곡면을 모델링하고자 시도한 연구들이 있었다. 그러나 이 경우에도 기본설계 단계에서 요구하는 순정도의 선형을 모델링하는 데에도 미흡하였다. [18,19] 그 이유중의 하나는 Gregory patch를 접속하기 위하여 필요한 접선벡터 등을 균사적으로 추정하였기 때문이다. 또한 기존의 시스템들은 그물곡선의 형태를 그대로 유지하면서 곡면 patch를 구성하기 때문에 처음에 그물곡선을 부정확하게 정의하면 아무리 효율적인 곡선/곡면식 예로서 NURBS, Gregory patch 등을 사용하더라도 선수미부 등 곡률 변화가 심한 부분을 정확하게 표현하지 못하게 된다. 따라서 순정도가 높은 부드러운 곡면을 표현하기 위해서는 처음에 정의된 그물곡선 형태를 필요에 따라 변화시켜야 하고 그 변경된 곡선그물을 토대로 곡면 patch를 재구성하고 전체곡면을 접속시키는 기능이 중요하다.

2.3 본 논문의 선형모델링 개념

본 논문에서는 이상의 문제점을 분석한 후, 선박 설계자가 만족할 만한 순정도를 갖고(물론 설계단계별로 다르겠지만), 입력정보가 간단하고, 사용하기에 편리한, 따라서 선형을 빠른 시간 내에 요구되는 순정도를 갖는 선형을 표현하기 위하여 다음과 같은 개념의 선형모델링기법을 도입하였다.

- 1) 정의된 그물곡선 형태를 필요에 따라 변경시킬 수 있고 변경된 그물 곡선을 토대로 곡면 patch를 재구성하고 전체곡면을 접속시키는 기능을 갖도록 하였다. 따라서 Fig. 1의 Type I과 같이 선도의 Offset 정보를 개략적으로 입력하면 사용자가 원하는 station 위치 및 water line 위치

개수만큼 세분화된 2차원 그물 곡선(planar curve)이 재생성되고(Remeshing), 재생성된 곡면 patch로서 곡면을 상세하게 표현하게 된다.

2) Remeshing과정에서 나타나는 4각형 patch, 3각형 곡면 patch 또는 5각형 곡면 patch 등을 자동적으로 인식하고 Gregory 합성곡면으로 모델링한다.

3) 그물곡선(mesh curve)의 그물 교차점(mesh points)을 지나는 부드러운 그물곡선을 생성하는 NUB control points(NUB 조정점) 및 Bezier control point(Bezier 조정점)를 동시에 계산하고, 사용자 입장에서는 NUB 조정점을 사용하여 곡선 설계를 하도록하고 내부적 알고리듬 측면에서는 Bezier조정점을 이용하여 de Casteljau 알고리듬을 사용하여 곡선정보, 예로서 곡선상의 위치벡터, 접선벡터 등을 빠르고 간단하게 계산할 수 있다.

3. 곡선모델

3.1 Non-uniform B-Spline 곡선의 보간

$n+1$ 개의 점 $\{P_i : i = 0, 1, \dots, n\}$ 을 지나고 양끝점에서의 접선벡터가 m_0, m_n 인 Non-uniform B-Spline(NUB) 3차곡선과 NUB에 상응하는 Bezier 조정점을 구한다.

NUB 곡선을 구한다는 것은 $n+3$ 개의 B-spline 조정점 $\{V_i : i = 0, 1, \dots, n+2\}$ 과 $n+4$ 개의 놋트간격 $\{\Delta_i = (t_{i-1} - t_i) : i = -2, \dots, n+1\}$ 즉 놋트값 t_i 를 구한다는 것을 의미한다. (Fig. 2)

1) 놋트 간격(knot span) 결정

i) 지지 놋트간격

각 인접하는 점 사이의 거리의 비의 제곱근으로 가정하는 Centripetal 매개변수를 사용한다.

$$\frac{\Delta_i}{\Delta_{i+1}} = \sqrt{\frac{|P_{i+1} - P_i|}{|P_{i+2} - P_{i+1}|}} \quad (3.1) \quad (i = 0, 1, \dots, n)$$

ii) 확장 놋트 간격

양끝의 확장 놋트 간격은 다중 놋트(Multiple knots)로 가정한다. 즉,

$$\Delta_{-2} = \Delta_{-1} = \Delta_n = \Delta_{n+1} = 0 \quad (3.2)$$

$n+1$ 개의 점을 지나는 3차 NUB곡선에서 양끝의 2개의 확장노트 간격이 다중노트이면 조정점 V_{-1} 과 V_{n+1} 는 각각 곡선상의 양끝점 P_0, P_n 와 일치 한다.

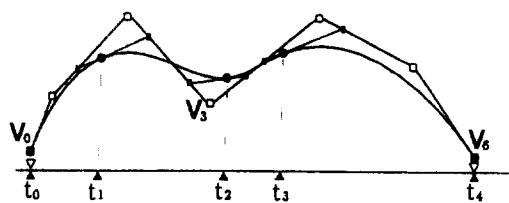


Fig. 2 NUB control points V_i and Bezier points of a B-spline curve

2) NUB 조정점 및 Bezier 조정점 결정

본 논문에서는 곡선/곡면모델링을 효율적으로 수행하고 또한 순정도 높은 선형을 얻기 위하여 NUB 조정점 이외에 Bezier조정점을 동시에 구한다. 그 배경은 곡선의 접선벡터, 곡선의 분할, 전체 곡선으로부터 임의의 곡선 세그멘트 결정 등, 본 논문에서 제안하는 “곡선의 Remeshing 방법”(곡선을 표현하는 점 배열의 재배치 및 임의의 곡선의 세그멘트 결정)과 Gregory곡면 정의에 필요한 모든 정보를 Bezier 조정점을 이용하여 드 카스텔죠 알고리듬을 사용하여 빠르게 구하기 때문이다. B-spline 곡선의 조정점 V_i 와 Bezier 곡선의 조정점 b_i 는 다음과 같은 관계를 가지므로 모든 B-spline 곡선과 Bezier spline 곡선은 서로 변환 할 수 있다. [20,21]

Fig. 3의 곡선상의 점 P_i 에서 양쪽 곡선 세그멘트 r_{i-1} 과 r_i 가 C^1 (1차미분연속, 즉 접선벡터가 연속)조건을 만족하기 위해서는 곡선상의 Bezier 조정점 b_i 는 $\Delta_{i-1} : \Delta_i$ 비율로 내분되는 점이다. 즉, Bezier 조정점 $b_{3i}, b_{3i+1}, b_{3i-1}$ 은 다음의 관계를 갖는다.

$$b_{3i} = \frac{\Delta_i b_{3i-1} + \Delta_{i-1} b_{3i+1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i} \quad (3.3) \quad (i = 1, \dots, n-1)$$

$$\mathbf{P}_i = \mathbf{b}_{3i}; \quad (i=0, \dots, n) \quad (3.4)$$

확장노트간격이 다중노트이므로

$$\mathbf{P}_0 = \mathbf{V}_{-1} = \mathbf{b}_0 \quad (3.5)$$

$$\mathbf{P}_n = \mathbf{V}_{n+1} = \mathbf{b}_{3n}$$

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{b}_1, \quad \mathbf{V}_n = \mathbf{b}_{3n-1} \quad (3.6)$$

또한 \mathbf{P}_i 에서 양쪽 곡선 세그먼트 \mathbf{r}_{i-1} 과 \mathbf{r}_i 가 C^2 (2차미분연속)조건을 만족하기 위해서는 내부 Bezier 조정점 \mathbf{b}_{3i-2} , \mathbf{b}_{3i-1} , B-spline 조정점 \mathbf{V}_i , 그리고 \mathbf{V}_{i-1} , \mathbf{b}_{3i+1} , \mathbf{b}_{3i+2} 는 각각 동일한 $\Delta_{i-1} : \Delta_i$ 비율로 내분되는 점이다. 즉, 내부 Bezier 조정점 \mathbf{b}_{3i-2} , \mathbf{b}_{3i-1} 은 다음의 관계를 갖는다.

$$\mathbf{b}_{3i-1} = \frac{\Delta_i \mathbf{V}_{i-1} + (\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1}) \mathbf{V}_i}{\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i} \quad (i=2, \dots, n-1) \quad (3.7)$$

$$\mathbf{b}_{3i+1} = \frac{(\Delta_i + \Delta_{i+1}) \mathbf{V}_i + \Delta_{i-1} \mathbf{V}_{i+1}}{\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1}} \quad (i=1, \dots, n-2) \quad (3.8)$$

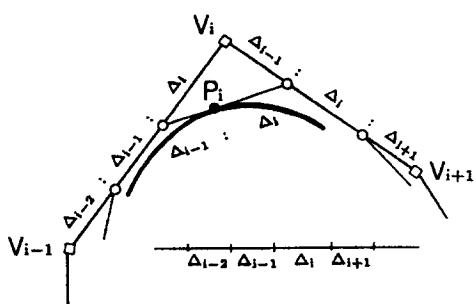


Fig. 3 Determination of NUB control points and Bezier points

또한 양끝점 부근에서는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\mathbf{b}_2 = \frac{\Delta_1 \mathbf{V}_0 + \Delta_0 \mathbf{V}_1}{\Delta_0 + \Delta_1} \quad (3.9)$$

$$\mathbf{b}_{3n-2} = \frac{\Delta_{n-1} \mathbf{V}_{n-1} + \Delta_{n-2} \mathbf{V}_n}{\Delta_{n-2} + \Delta_{n-1}} \quad (3.10)$$

따라서 구하려는 값 \mathbf{V}_i 와 주어진 값 \mathbf{P}_i 의 관계식은 식 (3.3~3.8)으로부터 \mathbf{b}_i 를 제거하면 다음과 같다.

$$\mathbf{P}_i = \alpha_i \mathbf{V}_{i-1} + \beta_i \mathbf{V}_i + \gamma_i \mathbf{V}_{i+1} \quad (3.11)$$

여기서,

$$\alpha_i = \frac{(\Delta_i^2)}{(\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i)(\Delta_{i-1} + \Delta_i)},$$

$$\beta_i = \left\{ \frac{\Delta_i(\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1})}{(\Delta_{i-2} + \Delta_{i-1} + \Delta_i)} + \frac{\Delta_{i-1}(\Delta_i + \Delta_{i+1})}{(\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1})} \right\} / (\Delta_{i-1} + \Delta_i),$$

$$\gamma_i = \frac{(\Delta_{i-1}^2)}{(\Delta_{i-1} + \Delta_i + \Delta_{i+1})(\Delta_{i-1} + \Delta_i)},$$

$$(i=1, \dots, n-1)$$

$n+3$ 개의 NUB조정점을 구하기 위하여 2개의 방정식이 더 필요하다. 이러한 추가적인 조건은 예로써 양끝점의 접선벡터 \mathbf{m}_0 , \mathbf{m}_n 으로부터 구할 수 있다. 본 논문에서는 양끝점의 접선벡터를 Bessel end condition(양끝의 연속된 3점으로 형성되는 2차곡선(quadratic curve)로부터 얻어지는 접선벡터)을 이용하여 계산하였다.

$$\mathbf{m}_0 = 3(\mathbf{V}_0 - \mathbf{V}_{-1}) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{m}_n = 3(\mathbf{V}_{n+1} - \mathbf{V}_n)$$

이상의 관계식을 matrix form으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} -3 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_{n-1} & \beta_{n-1} & \gamma_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{-1} \\ V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_{n-1} \\ V_n \\ V_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_0 \\ P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_{n-1} \\ P_n \\ m_n \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

3.2 드 카스텔죠 알고리듬에 의한 곡선상의 점 및 접선 벡터 계산

parameter u 에 해당하는 Bezier 곡선상의 점은 곡선의 차 수만큼 반복하여 내분했을 때의 점이며,

$$b_i^r(u) = (1-u) b_i^{r-1}(u) + u b_{i+1}^{r-1}(u) \quad (3.14)$$

그 때의 접선벡터는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt} b^n(u) = n [b_1^{n-1}(u) - b_0^{n-1}(u)] \quad (3.15)$$

3.3 Remeshing에 의한 곡면 경계곡선 생성

Fig. 4에는 Type I과 같이 선도의 Offset 정보를 개략적으로 입력하면 사용자가 원하는 Station 위치 및 Waterline 위치 개수 만큼 자동적으로 세분화된 2차원 그물곡선(planar curve)이 재생성되고("Remeshing"), 재생성된 곡면 patch로서 표현된 결과를 보여주고 있다.

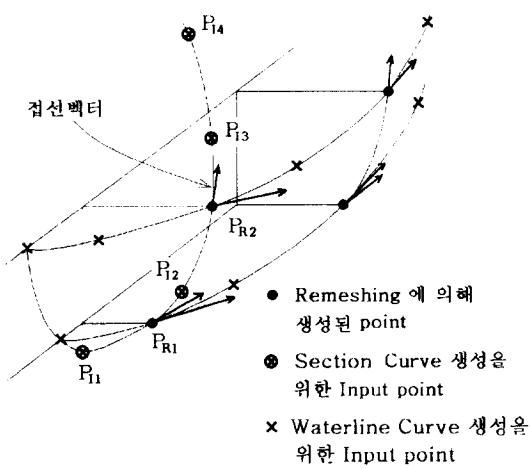


Fig. 4 Remeshing operation

주어진 곡선망(curve net)을 "remeshing" 한다는 것을 본 논문에서는 다음과 같이 정의하고자 한다. 즉, 각 곡선망을 구성하기 위해 입력되는 point들은 offset table 형식처럼 곡선이 교차되는 점에서의 point뿐만 아니라 Fig. 4에서처럼 선수미의 곡률이 심한 부분을 잘 표현하기 위해 추가된 (교차점이외의) point들을 포함하고 있다. 그러므로 이러한 곡선망을 통해 곡면조각(surface patch)을 구성하려면 그 경계가 되는 곡선들이 각각 단일한 곡선 세그먼트(curve segment)로서 존재하도록 재가공해야 하는데, 이러한 "곡선망(curve net)"의 재가공"을 remeshing이라고 한다. 결국, remeshing은 곡면조각을 구성할 수 있는 형태의 경계곡선(boundary curve)이 되도록 원래 주어진 curve의 junction point(Fig. 4의 "Curve 생성을 위한 Input point")를 변경시키는 작업으로 나타나게 되는데, 이와 같은 결과로 재생성된 곡선 혹은 곡선 세그먼트는 원래의 곡선 경향을 최대한 따르도록 해야하는 것이 가장 중요한 사항이다. 만약, remeshing하려는 곡선 세그먼트의 양끝점에 해당하는 global parameter가 원래의 곡선 세그먼트의 양끝점의 global parameter와 같거나 그 range안에 있으면 수학적으로 원래의 곡선 세그먼트와 완전히 동일하지만, 그렇지 않고 Fig. 5와 같이 서로 다른 곡선 세그먼트를 일부분 포함하는 경우는 원래의 곡선과 수학적으로 완벽하게 일치시킬 수는 없다. 그러나 공학적인 측면에서 볼 때, 주어진 원래의 곡선이 remeshing하려는 parameter range 내에서 C^2 continuity의 조건으로 연결된 junction point를 전후로 곡률변화가 아주 심하지 않다면 원래의 곡선 경향을 거의 그대로 따르게 곡선을 생성시킬 수 있다.

Fig. 5에서 보듯이 3차 Bezier 곡선 세그먼트로 어떤 구간을 remeshing할 경우 4개의 Bezier point를 결정해야 하는데, 이 때 양 끝점에 해당하는 2개의 Bezier point b_0, b_3 는 곡선상의 점에 해당하므로 remeshing 하려는 구간의 global parameter t_s 와 t_e 가 주어지면 얻을 수 있는 값이다. 그러므로 결국 내부 Bezier point b_1, b_2 를 구하는 것이 가장 큰 문제로 남는데 이는 곡선의

경향을 좌우하는 점들로서 본 논문에서는 생성할 곡선 세그멘트의 양끝점(b_0 , b_3)에서의 tangent vector의 방향이 원래 주어진 곡선의 그 위치(b_0 , b_3)에서의 tangent vector의 방향과 같도록 가정하였으며 그 크기는 생성될 곡선 세그멘트의 parameter range와 연동된 형태로써 생성될 곡선 세그멘트의 양끝점(b_0 , b_3)에서의 1차미분벡터 값을 그 곡선의 parameter domain으로 변환하여 다음과 같이 구하였다.

$$\mathbf{b}_1 = \frac{1}{3} \frac{\Delta r}{\Delta t_s} \frac{d\mathbf{s}_i(u_s)}{du} + \mathbf{b}_0$$

$$\left(u_s = \frac{t_s - t_i}{\Delta t_s}, t_i \leq t_s \leq t_{i+1}, \Delta t_s = t_{i+1} - t_i \right)$$

$$\mathbf{b}_2 = -\frac{1}{3} \frac{\Delta r}{\Delta t_e} \frac{d\mathbf{s}_i(u_e)}{du} + \mathbf{b}_3$$

$$\left(u_e = \frac{t_e - t_i}{\Delta t_e}, t_i \leq t_e \leq t_{i+1}, \Delta t_e = t_{i+1} - t_i \right)$$

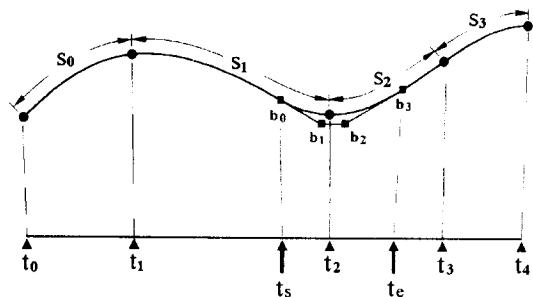


Fig. 5 Curve remeshing

4. 곡면 모델링

선수미의 곡률이 심한 부분에서 생길 수 있는 사각형 이외의 topology를 갖는 surface patch를 다루기 위해 Gregory patch를 그 해결수단으로 사용했다. [22] 또한, 본 논문에서 제안한 Fig.4의 Remeshing과정에서 나타날 수 있는 4각형 곡면 patch, 3각형 곡면 patch 또는 5각형곡면 patch 등을 자동적으로 인식하여 Gregory 합성곡면으로 모델링이 가능하도록 하였다.

4.1 Gregory Patch

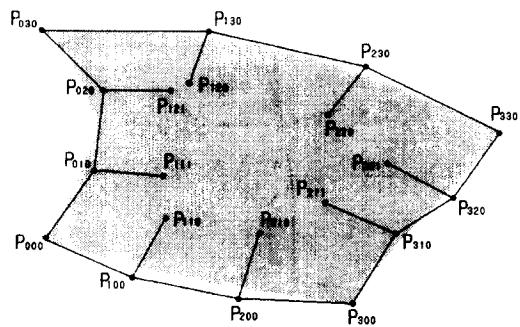


Fig. 6 Gregory patch

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 B_i^3(u) B_j^3(v) Q_{ij}(u, v)$$

where $B_i^3(u)$ and $B_j^3(v)$
are the Bernstein bases

(4.1)

조정점 P_{ijk} 와 Q_{ij} 는 다음의 관계를 가진다.

if $i \neq 1, 2$ or $j \neq 1, 2$:

$$Q_{ij}(u, v) = P_{ij0} \quad (4.2)$$

if $i=1, 2$ and $j=1, 2$:

$$Q_{11}(u, v) = \frac{uP_{110} + vP_{111}}{u + v}$$

$$Q_{12}(u, v) = \frac{uP_{120} + (1-v)P_{121}}{u + (1-v)}$$

$$Q_{21}(u, v) = \frac{(1-u)P_{210} + vP_{211}}{(1-u) + v}$$

$$Q_{22}(u, v) = \frac{(1-u)P_{220} + (1-v)P_{221}}{(1-u) + (1-v)}$$

where $0 \leq u$ and $v \leq 1$

(4.3)

4.2 Gregory patch 의 접속

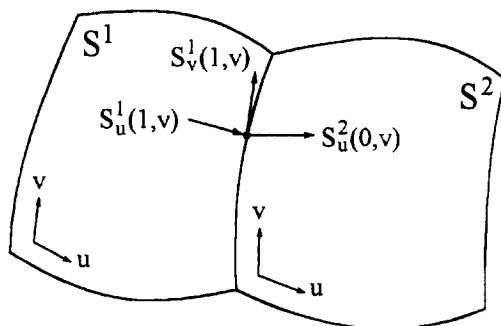


Fig. 7 G^1 continuous Gregory patches

$$S_u^2(0, v) = k(v) S_u^1(1, v) + h(v) S_v^1(1, v) \quad (4.4)$$

bicubic Gregory patch인 경우,

$$\sum_{i=0}^3 B_i^3(v) b_i = k(v) \sum_{i=0}^3 B_i^3(v) a_i + h(v) \sum_{i=0}^2 B_i^2(v) c_i \quad (4.5)$$

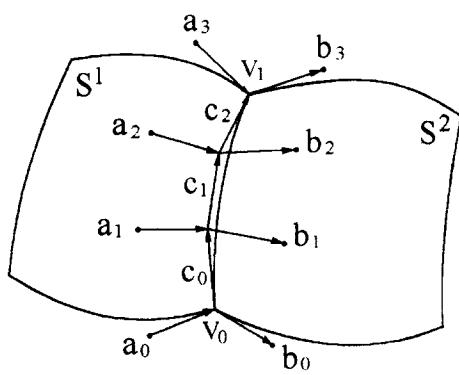


Fig. 8 Cross boundary derivatives of a G^1 continuous Gregory patches

common boundary의 양끝 V_0 , V_1 에서의 coplanar 조건 :

$$b_0 = k_0 a_0 + h_0 c_0, \quad b_3 = k_1 a_3 + h_1 c_2 \quad (4.6)$$

내부의 coplanar 조건 적용을 위해서는 real value k_0, k_1, h_0, h_1 을 선형적으로 보간한다. 즉,

$$\begin{aligned} k(v) &= k_0(1-v) + k_1 v \\ h(v) &= h_0(1-v) + h_1 v \end{aligned} \quad (4.7)$$

한편, 조정점 P_i 로 구성된 function을 아래와 같이 표현 한다면,

$$\sum_{i=0}^n B_i^n(t) P_i = \{P_0, P_1, \dots, P_n\} \quad (4.8)$$

다음의 관계가 성립한다.

$$\begin{aligned} t\{P_0, P_1, \dots, P_n\} \\ = \left\{ 0, \frac{P_0}{n+1}, \frac{2P_1}{n+1}, \dots, P_n \right\} \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} (1-t)\{P_0, P_1, \dots, P_n\} \\ = \left\{ P_0, \frac{nP_1}{n+1}, \frac{(n-1)P_2}{n+1}, \dots, \frac{P_n}{n+1}, 0 \right\} \end{aligned} \quad (4.10)$$

위의 첫 번째 식(4.9)은 아래와 같이 변환되며

$$\begin{aligned} t\{P_0, P_1, \dots, P_n\} \\ = t \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i} P_i \\ = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} t^{i+1} (1-t)^{n-i} P_i \end{aligned}$$

여기서 만약 $k = i+1$ 이고 $m = n+1$ 이면,

$$\begin{aligned} t\{P_0, P_1, \dots, P_n\} \\ = \sum_{k=1}^m \binom{m-1}{k-1} t^k (1-t)^{m-k} P_{k-1} \\ \therefore \binom{m-1}{k-1} = \frac{k}{m} \binom{m}{k} \end{aligned}$$

그러므로,

$$\begin{aligned}
 t(P_0, P_1, \dots, P_n) \\
 &= \sum_{k=1}^m \frac{k}{m} \binom{m}{k} t^k (1-t)^{m-k} P_{k-1} \\
 &= \left\{ 0, \frac{P_0}{n+1}, \frac{2P_1}{n+1}, \dots, P_n \right\}
 \end{aligned}$$

한편, 경계 곡선에 있어서 각 derivative를 식 (4.9), (4.10)을 이용하여 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 S_u^1(1, v) &= 3\{a_0, a_1, a_2, a_3\} \\
 S_u^2(0, v) &= 3\{b_0, b_1, b_2, b_3\} \\
 S_v^1(1, v) &= 3\{c_0, c_1, c_2\}
 \end{aligned}$$

cross boundary derivative S_u^1 을 quadratic의 경향을 가지는 것으로 가정하여 degree reduction 을 시킨다. 즉,

$$3\{a_0, a_1, a_2, a_3\} = 3\{a_0, q, a_3\}$$

$$\text{여기서, } q = \frac{3a_1 - a_0}{2} = \frac{3a_2 - a_3}{2}$$

그러면 connectivity condition은 아래와 같이 모두 cubic으로 통일되며

$$\begin{aligned}
 \{b_0, b_1, b_2, b_3\} &= \{(1-v)k_0 + vk_1\}\{a_0, q, a_3\} \\
 &\quad + \{(1-v)h_0 + vh_1\}\{c_0, c_1, c_2\}
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

또한 internal curve를 quadratic으로 가정하였으므로,

$$\begin{aligned}
 a_1 &= \frac{2a_0 + a_3}{3} \\
 a_2 &= \frac{a_0 + 2a_3}{3}
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

식 (4.11)과 (4.12)를 식 (4.9) (4.10)을 이용하여 계산하면 최종적으로 b_1 과 b_2 를 아래와 같이 구할 수 있다.

$$b_1 = \frac{(k_1 - k_0)a_0}{3} + k_0 a_1 + \frac{2h_0 c_1}{3} + \frac{h_1 c_0}{3} \tag{4.13}$$

$$b_2 = k_1 a_2 - \frac{(k_1 - k_0)a_3}{3} + \frac{h_0 c_2}{3} + \frac{2h_1 c_1}{3} \tag{4.14}$$

4.3 Knuckle line 처리를 위한 곡면분할

Remeshing에 의해 생성할 곡면의 범위가 결정되는 과정에서 Fig. 9와 같이 knuckle line이 곡면 안에 포함되면 이 knuckle line을 경계로 곡면은 두 개의 독립된 patch로 분할되어야 한다.

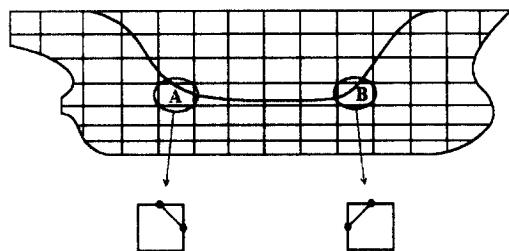


Fig. 9 Knuckle line (Side tangent line)

이 때 knuckle line이 곡면안에 놓여지는 위치 관계에 따라 분할상태는 Fig. 11과 같이 16가지의 경우로 나누어지는데 이러한 상태를 저장하기 위해 8bit 크기의 Topological Bit Set을 Fig. 10과 같이 정의하였다. 이 bit set의 하위 4bit {Vf0, Vf1, Vf2, Vf3}는 vertex에 대한 flag이며 상위 4bit {Ef0, Ef1, Ef2, Ef3}는 edge에 대한 flag이다. 이 8개의 flag는 Remeshing의 범위를 결정하는 plane과 knuckle line이 교차하였을 때, 교차점이 위치할 수 있는 8개의 위치에 각각 대응하는 것으로, 교차가 생기는 위치에서 그에 대응하는 bit는 1로 setting되며 교차가 일어나지 않는 위치에 대응하는 bit는 0으로 setting된다. 이와 같은 작업을 수행하고 나면 하나의 곡면이 어떠한 형태로 두 개의 patch로 분할되었는지 이 bit set의 값을 보면 알 수 있게 된다.

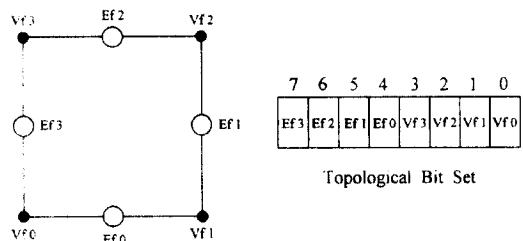


Fig. 10 Bit set for defining a state of surface division

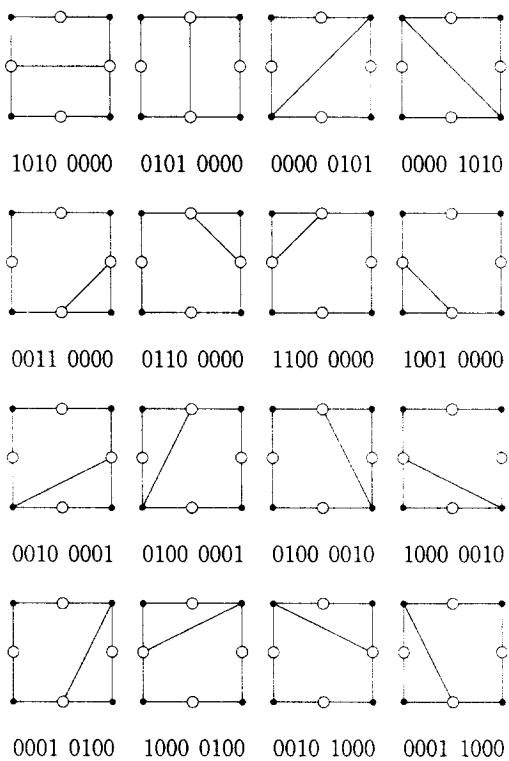


Fig. 11 Bit sets according to surface division states

예를 들어 Fig. 9의 곡면 A부분의 경우, 곡면 분할상태의 bit set 값이 0110 0000 즉, 십진수로 96임을 알 수 있다(Fig. 11참조). 그러므로 현재 이 곡면은 knuckle line에 의하여 하나의 5각형 patch와 하나의 3각형 patch로 분할된 상태이며, 분할된 각 patch의 경계는 5각형 patch의 경우, {Vf0, Vf1, Ef1, Ef2, Vf3} 각각에 해당하는 vertex를 연결하는 곡선 세그멘트들이 되며 3각 patch의 경우는 {Ef1, Vf2, Ef2} 각각에 해당하는 vertex를 연결한 곡선 세그멘트들이 된다. 이와 같이 각 bit set의 값에 따라 생성될 각 patch의 경계에 대한 정보들은 미리 정의되어질 수 있으므로 실제로 구현할 때에는 그러한 정보들을 미리 lookup table화 시켜서 자동적인 분할작업이 가능하도록 할 수 있다. 즉, 곡면 분할상태를 나타내는 각각의 bit set 값에 대하여 곡면 patch 생성을 위해 필요한

정보들이 잘 정리되어 있다면(lookup table화 되어 있다면), bit set의 값을 결정하여 필요한 경계 curve를 remeshing함으로써 곡면을 정의할 수 있게 된다. 또한 bit set 값의 결정은 knuckle line과 remeshing 범위를 결정하는 4개의 평면과 각각 독립적으로 교차를 구하여 교차점이 있으면 그 교차점의 위치에 대응하는 Topological Bit {Vf0, Vf1, Vf2, Vf3, Ef0, Ef1, Ef2, Ef3}를 1로 setting하고 교차점이 없다면 0으로 setting함으로써 쉽게 구현할 수 있다.

5. 계산결과

1) Fig. 12는 waterline, body section, profile등을 정의하기 위한 input point들로부터 NUB curve모델을 이용하여 각각의 곡선을 생성한 결과를 나타내고 있다. 본 논문에서 개발한 시스템은 waterline, body section, profile 이 3가지가 기본 입력 사항이지만 그 외에 knuckle line, buttock line까지도 처리가능하다. 그리고 만약 기본입력 사항중 waterline이 생략되더라도 내부적으로 body section, profile, knuckle line, buttock line과의 intersection에 의하여 waterline을 생성하여 처리할 수 있다.

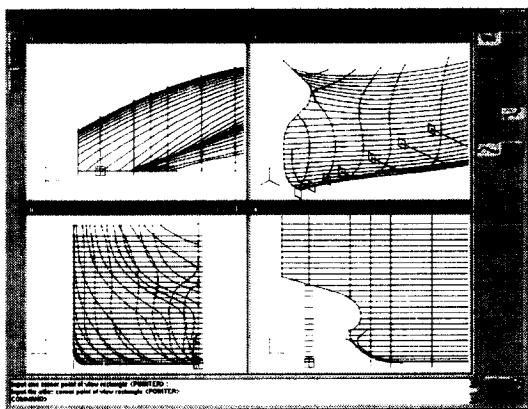


Fig. 12 B-spline curve net generated from entered points

2) Fig. 13은 본 논문에서 개발한 시스템의 전체적인 작업환경을 나타내고 있는데 Fig. 12에서 형성된 곡선망(curve net)으로부터 Remeshing 과정을 거쳐 나타날 수 있는 4각형 곡면 patch, 3각형 곡면 patch 또는 5각형곡면 patch 등을 자동적으로 인식하여 Gregory 합성곡면으로 모델링한 결과를 나타내고 있다.

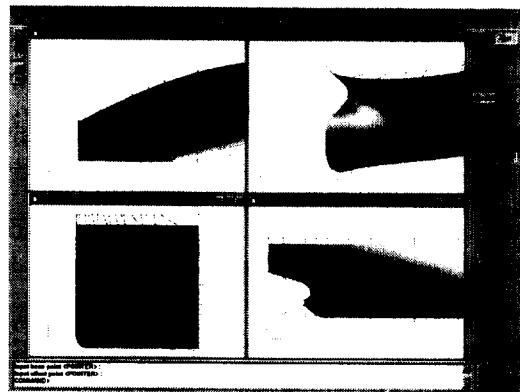


Fig. 13 Operation environment

3) Fig. 14는 Fig. 13에서 형성된 선체 곡면의 선미부를 확대하여 음영처리한 결과를 나타내고 있다.

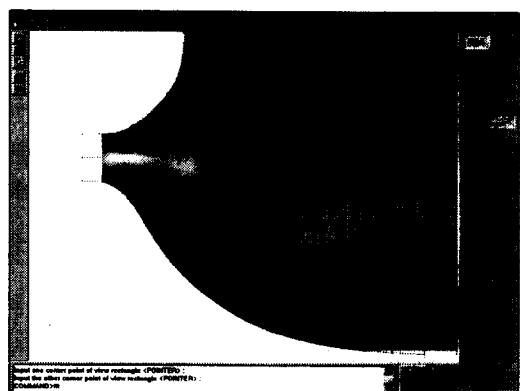


Fig. 14 Shading of surface (stern)

4) Fig. 15는 생성된 선체곡면의 순정도를 조사하기 위하여 배 길이 방향을 따라서 intersection 한 결과로서 생성된 횡단면도를 나타내고 있다.

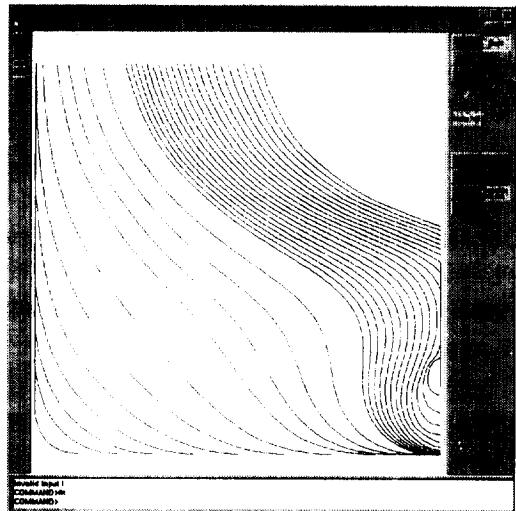


Fig. 15 Cross section curves generated from surface and plane intersection

* 개발환경

OS : Windows 95, Windows NT 4.0

Compiler : Borland C++ 5.0

Graphic Library : SMGL(자체개발 library)

6. 결론

선수미의 곡률이 심한 부분에서 생길 수 있는 사각형 이외의 topology를 갖는 surface patch를 다루기 위해 본 논문에서는 Gregory patch를 그 해결수단으로 사용했다. 그러나 그것이 모든 상황에 대해서 만족할 만한 결과를 주는 것은 결코 아니다. 사실 입력 데이터로부터 생성된 곡면의 순정도는 surface patch의 종류에 의해 결정되는 것이 아니라 curve net를 구성하기 위해 주어지는 (1) input point와 (2) surface patch를 생성하기 위해 Remeshing 된, 곡선 세그멘트의 양끝단에서의 접선 벡터의 크기 및 (3) input point로부터 생성된 curve net의 위상관계에 의해 결정된다.

(1)의 경우, 숙련된 선형 설계자가 해결해야 할 뜻이며, (2)의 경우는 본 논문에서 parameter range에 연동된 접선벡터를 계산함으로써 대부분의 경우 순정도 높은 곡면을 얻을 수 있었다.

(3)의 경우는 offset 방식의 직교좌표계 형태로 input이 주어지므로 해서 언제든지 생길 수 있는 문제로서 그 한 예로, 선수미 부분의 profile 상의 한 점에서 3개의 patch가 만나는 경우, 그 점에서는 3개의 서로 독립된 접선 vector가 존재할 수 있으므로 유일한 하나의 접평면이 정의 되기가 거의 불가능하다. 이를 해결하기 위해서는 그러한 상황을 피하도록 "Repatching" 작업을 자동화하도록 해야 할 것이다.

또한, 향후 개발해야 할 과제는 선박제품 모델을 만들기 위해서 STEP을 이용하여 선형정보의 interface를 구축하는 것이다.

참 고 문 헌

- [1] Catley, D., Ives-Smith, A., "A Simplification to the Fairing Process in Ship Design Which Provides an Accurate Product Model", PRADS'92, Newcastle upon Tyne, U.K., 1992
- [2] Haartman,J., Kuutti, I., Schauman,C., "Improving Design Productivity With A Product Model for Initial Ship Design", ICCAS'94, 1994
- [3] AUTOKON User's Manual
- [4] Gerlach,E., Soeding,H and Rabien,U., "Design and Evaluation of Space Utilization in Ship and Offshore Structures," ICCAS'88, 1988
- [5] Rogers,D.F., Fog,N.G., "Constrained B-spline Curve and Surface Fitting". CAD, Vol.21., No. 10, Dec. 1989
- [6] Rong,H,Chen,G.,Zhang,W., "Nonuniform B-spline Mesh Fairing Method", ICCAS'91, 1991
- [7] Liu, J.P., Koyama,T., Yamato,H, "Constrained Smoothing B-spline Curve Fitting for Ship Hull Generation and Fairing", ICCAS'91, 1991
- [8] 강원수, 이규열, "Rational Cubic Spline을 이용한 선형 정의", 1989년도 조선학회 춘계 학술 발표회, pp.49-63, 1989.4.
- [9] 강원수, 이규열, 김용철, "Modified Cubic Spline에 의한 선체형상의 수치적 표현", 대한조선학회논문집, Vol. 27, No.1, May 1990
- [10] 이순섭, 이규열, 강원수, "선형변환 기법에 의한 대화식 초기 선형설계에 관한 연구", 대한조선학회논문집, Vol. 31 No.2, May 1994
- [11] Kyu-Yeul Lee, "Hull Surface Definition Using a Simplified Parametric Cubic Spline Surface Model", pp.100-106 (in English), 1995년도 조선학회 추계 학술 발표회, 1995.11.
- [12] 김원돈, 남종호, 김광육, "선형의 기하학적 모델링을 위한 직접 순정법에 관한 연구", 대한조선학회논문집, Vol. 28, No.1, 1991.
- [13] 신현경, 박규원, "컴퓨터 그래픽스 기법을 이용한 선체곡면의 가시화 연구", 대한조선학회논문집, Vol. 29, No.3, 1992
- [14] 신현경, 신상성, 박규원, "선체형상 정의를 위한 베텟스 산출 알고리즘 개발에 관한 연구", 대한조선학회논문집, Vol. 31, No.3, 1994
- [15] 김수영, 우일국, "B-spline곡면기법을 이용한 곡면형상도출", 대한조선학회논문집, Vol.29, No.3, 1992
- [16] 김수영, 김현철, "NURBS 곡선을 이용한 선형의 수치적표현", 대한조선학회논문집, Vol. 32, No.1, 1995.2
- [17] 김동준, 윤태경, "선형의 순정기법에 관한 기초연구", 대한조선학회논문집, Vol. 31, No.2, 1994.5
- [18] Nowacki, H., Liu,D., Lu,X., "Mesh Fairing GC¹ Surface Generation Method", Report, Institut fuer Schiffs- und Meerestechnik, Technische Universitaet Berlin, Germany, 1990
- [19] 박지선, 김동준, "GC¹ 곡면을 이용한 선형의 표현", 대한조선학회논문집, Vol. 31, No.4, 1994.11
- [20] Gerald Farin, "Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design", 3rd edition, Academic Press, 1993
- [21] Choi, B.K., "Surface Modeling for CAD/CAM," Elsevier, 1991
- [22] Toriya, H., Chiyokura,H., "3D CAD Principles and Applications", Springer-Verlag, 1993