
 論 文

大韓造船學會論文集
 第 34 卷 第 3 號 1997年 8月
 Journal of the Society of
 Naval Architects of Korea
 Vol. 34, No. 3, August 1997

강체 단부 보요소의 개발 및 브라켓이 있는 골조 구조의 3차원 해석 단순화를 위한 적용

서승일*, 임성준**

Development of a Rigid-ended Beam Element and Its Application to Simplify 3-Dimensional Analysis of Bracketed Frame Structures

by

Seung Il Seo* and Seong Joon Lim**

요 약

초기설계 단계에서는 선체구조 강도의 신속한 해석을 위해 보요소를 사용한 유한요소 해석이 일반적으로 사용된다. 선체구조를 보요소로 모델링할 때, 브라켓은 해석의 간편화를 위해 강체 요소로 표시된다. 강체 단부의 길이(=span point)는 세 가지 관점 - 굽힘, 전단, 축 변형 - 에 따라서 결정된다.

본 논문에서는, 새로운 2차원 보요소를 개발하였고, 2차원 해석으로 3차원 해석을 대신할 수 있는 방법을 제안하였다. '강체 단부 보요소' 라고 명명된 이 보요소는 한 요소 내에서 세 종류의 span point 효과를 모두 고려할 수 있는데, 이것은 보통의 보요소에서는 불가능한 것이다. 강체 단부 보요소를 사용한 Portal frame 해석결과는 membrane 해석결과와 잘 일치한다. 그리고, 영향계수를 사용한 2단계 해석을 포함하는 준 3차원 해석결과는 좋은 정확도를 보이고 있다. 강체 단부 보요소와 준 3차원 해석방법을 사용한 구조해석은 브라켓에 해당하는 요소가 필요치 않고, 3차원 해석을 단순화시킬 수 있었기 때문에 좋은 계산효율을 가진 것으로 판명되었다.

Abstract

At the initial design stage, for rapid evaluation of strength of ship structures, finite ele-

발 표 : TEAM '96 Pusan (1996. 7. 1 ~ 7. 4)

접수일자 : 1996년 8월 16일, 재접수일자 : 1997년 5월 25일

* 정회원, (주) 한진중공업 산업기술연구소 책임연구원

**정회원, (주) 한진중공업 산업기술연구소 주임연구원

ment analysis using beam elements is carried out in general. In beam modeling of ship structures, brackets are usually represented by rigid elements to simplify the analysis. Extent of rigid ends, which is called as a span point, can be determined from the three kinds of view points, i.e., bending, shearing and axial deformation.

In this paper, a 2-dimensional novel beam element is developed and a method to replace the 3-dimensional analysis with 2-dimensional analysis is proposed. The developed novel beam element named rigid-ended beam element can consider the effect of three kinds of span points within one element, which was impossible in modeling with the ordinary beam element. Calculated results for the portal frame using the rigid-ended beam element agree with the results using membrane elements. And also, the proposed semi 3-dimensional analysis method which includes two step analysis using influence coefficients shows good accuracy. Structural analysis using the rigid-ended beam element and the semi 3-dimensional method is revealed to have good computing efficiency due to unnecessary of elements corresponding to the brackets and simplification of 3-dimensional analysis.

1. 서 론

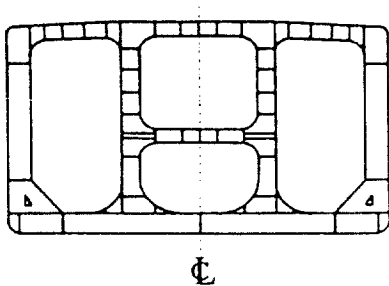


Fig. 1 Transverse frame of double hull tanker

선체를 이루는 주요구조는 Fig. 1 에서와 같이 횡늑골과 중 거어더로 되어있다. 초기 설계 단계에서 늑골과 거어더와 같은 주요부재의 해석에는 설계된 구조의 평가를 간단하고 적절하게 할수 있는 보 요소 모델링이 선호된다. 그러나, 단부의 브라켓은 횡단면이 변하고, 연결된 부재와 공유하는 접합면적이 크기 때문에, 변하는 횡단면과 접합면적의 적절한 모델링이 신뢰성있는 결과를 얻는데 매우 중요하다. 정확한 해석을 위해서, 브라켓을 고려한 강체 단부의 길이(span point)는 세가지 관점-굽힘, 전단, 축 변형-에서 결정되어야 한다. 즉, 다시 말하면, 실제의 브라켓이 붙은 보와 강체 단부를 갖는 가상적인 보의 굽힘에 의한 변형은 같다는 조건으로 부터, span point까지의 강체 단부의 길이를 결정할 수 있다. 같은 방식으로,

전단 변형과 축 변형 시의 강체 단부의 길이를 결정할 수 있다. 일반적으로, 그 세가지의 span point는 동일하지 않다. 보통의 보 요소를 사용하는 선체구조의 해석에 있어서, 하나의 강체 요소로 세가지 span point를 동시에 고려하는 것은 불가능하고, 그로 인해서 계산결과의 정확도가 떨어지기도 한다. 또한, 인위적인 강체 요소(rigid element)를 추가하면 자유도의 증가 및 overflow, underflow 등의 계산 오류를 일으켜 계산효율을 저하 시킬 수 있다. 본 논문에서는, 브라켓을 가진 선체구조 해석의 계산효율과 정확성을 향상시키기 위해서, 브라켓의 효과를 적절히 고려할 수 있는 새로운 보 요소를 제안하고, 그 유용성을 보였다. "강체 단부 보요소"(rigid-ended beam element)라고 명명된 새로운 보 요소는 그 내부에 세가지 span point의 효과를 포함함으로써, 요소 수의 감소 및 overflow, underflow등의 계산 오류 방지가 가능했다.

횡부재와 중 거어더간의 상호 작용은 전체 골조에 대한 3차원 구조해석에 의해 고려할 수 있다. 그러나, 3차원 해석은 보다 많은 자유도와 계산시간을 필요로 한다. 초기 설계단계에서는 설계된 구조의 신속한 평가가 매우 중요하므로, 횡늑골에 대한 2차원 해석이 관습처럼 수행되어 왔다. 이경우에, 거어더에서의 상호작용 효과는 스프링의 부착으로서 고려된다. 거어더의 지지효과가 연성되

고, 종종 스프링 상수가 음이 되는 경우(즉, 작용하는 하중과 변위가 반대방향이 되는)도 있기 때문에, 스프링 상수의 적절한 계산이 쉽지 않은 경우가 대부분이다. 본고에서는 상호작용 효과를 적절히 고려하고, 동시에 계산효율을 향상시키는 방법으로 준 3차원 해석방법 (semi 3-dimensional analysis method)을 제안하였다. 이 방법은 3차원 해석을 수행하지는 않지만, 횡부재와 종 거어더의 각 교차점에서의 부재들에 대해 계산된 영향계수 (influence coefficient)와 적합방정식(compatibility equation)의 해에 의해 3차원 효과를 고려한다.

브라켓에 의한 변단면과 접합면적은 제안한 강체 단부 보 요소에서 고려하였고, 선체의 주요 구조의 3차원 효과는 준 3차원 해석 방법에 의해 고려함으로써 빠르고, 정확한 선체 주요구조의 해석이 가능하였다.

2. Span Point의 정의

Fig. 2 에서, (a)와 (b)의 양단 변형이 같다는 조건으로부터, 세가지 span point, 즉 다시 말해, 축, 굽힘, 그리고 전단 span point를 결정할 수 있다. Span point의 정확한 결정을 위해, 위의 각 하중 조건에 따른 양단 변형을 계산할 필요가 있다. 그러나, span point 결정의 편의상, 실험에 기초한 경험식이 종종 사용된다. 각 span point는 다음과 같이 제안된 식에 의해 계산될 수 있다[1].

호형 브라켓(Fig. 2 참조)에 대해서, 굽힘 span point는,

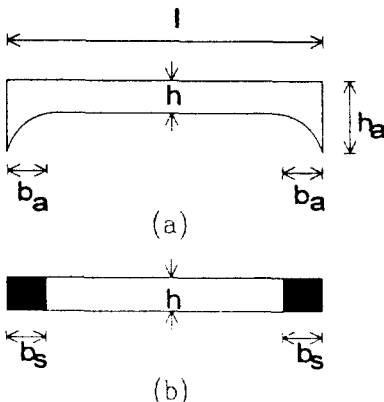


Fig. 2 Definition of Span Point

$$b_s = b_a \left(0.724 - \frac{0.724h}{0.724h_a + 0.276h} \right) \quad (1)$$

삼각형 브라켓에 대해서, 굽힘 span point는,

$$b_s = b_a \left(1 - \frac{h}{h_a} \right) \quad (2)$$

호형 브라켓에 대해, 전단 span point는,

$$b_s = b_a \times \left\{ 1 + \frac{\pi}{2} \frac{h}{R} - \frac{2h}{R} \frac{(1 + \frac{h}{R})}{\sqrt{(\frac{h}{R})^2 + \frac{2h}{R}}} \tan^{-1} \sqrt{1 + \frac{2R}{h}} \right\} \quad (3)$$

여기서, R = 호의 반경

삼각형 브라켓에 대해, 전단 span point는,

$$b_s = b_a \left\{ 1 - \frac{h}{b_a} \ln \left(1 + \frac{b_a}{h} \right) \right\} \quad (4)$$

축 span point와 전단 span point는 같다[2].

3. 강체 단부 보요소의 강성 행렬

강체 단부 보요소는 균일보와 강체단부(rigid end)가 결합된 요소이다. 즉 다시말해, 하나의 요소가 균일보와 세 종류의 span point에 해당하는 다른 길이의 강체 요소를 포함한다. 각 하중 조건을 나타내는 미분 방정식들로부터 강체 단부 보요소의 강성 행렬이 유도되었다. Fig. 3과 같은 축 변형 u 에 대한 미분 방정식은,

$$\frac{du}{dx} = - \frac{S_1}{EA(x)} \quad (5)$$

여기서, E = Young's Modulus

A(x) = 보의 단면적

식 (5)를 적분하여 경계조건을 적용하면, 절점 1에서의 축 변형은 다음과 같다.

$$u_1 = \frac{S_1}{E} \int_0^l \frac{dx}{A(x)} = \frac{S_1}{E} \int_{l_1}^{l_2} \frac{dx}{A(x)} \quad (6)$$

강체 단부를 고려하면, 식 (6)의 적분은 다음과 같이 된다.



Fig. 3 Axial deformation of the beam

$$\int_{l_1}^{l_2} \frac{dx}{A(x)} = R_1 = \frac{l_2 - l_1}{A} \quad (7)$$

여기서, $l_1 = b_{sa1}$, $l_2 = l - b_{sa2}$

b_{sa1} , b_{sa2} = 축 span point

축 변위에 대한 강성계수는,

$$k_{11} = \frac{S_1}{u_1} = \frac{E}{R_1} \quad (8)$$

평형조건으로부터,

$$k_{41} = -k_{11} \quad (9)$$

전단력과, 그에 조합된 모멘트에 의한 수직변위 v 는 Fig. 4 에서 보이는 바와 같이,

$$v = v_b + v_s \quad (10)$$

여기서, v_b = 굽힘 변형에 의한 수직 변위

v_s = 전단 변형에 의한 수직 변위

굽힘 변형에 대한 미분 방정식은,

$$\frac{d^2 v_b}{dx^2} = \frac{1}{EI(x)} [S_2 x - S_3] \quad (11)$$

여기서, $I(x)$ = 보의 횡단면에서의 관성모멘트

전단 변형에 대한 미분 방정식은,

$$\frac{dv_s}{dx} = -\frac{S_2}{GA_s(x)} \quad (12)$$

여기서, $A_s(x)$ = 보의 유효 전단면적

G = 전단 계수

식 (11)과 (12)를 적분하면,

$$v = \frac{S_2}{E} J_1(x) - \frac{S_3}{E} J_2(x) - \frac{S_2}{G} Q_1(x) + C_1 x + C_2 \quad (13)$$

여기서, $J_1(x) = \int_0^x \int_0^u \frac{x}{I(t)} dt du$

$$J_2(x) = \int_0^x \int_0^u \frac{1}{I(t)} dt du$$

$$Q_1(x) = \int_0^x \frac{1}{A_s} (u) du$$

경계조건과 평형조건으로 부터, 강성 계수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$k_{22} = E \frac{P_2}{-J_1 P_2 + J_2 P_1 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (14)$$

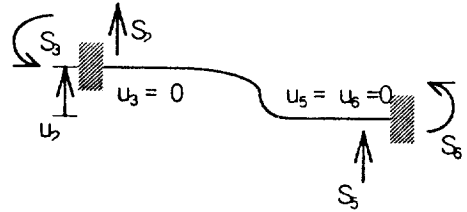


Fig. 4 Lateral deformation of the beam

$$k_{32} = E \frac{P_1}{-J_1 P_2 + J_2 P_1 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (15)$$

$$k_{52} = -k_{22} \quad (16)$$

$$k_{62} = E \frac{P_2 l - P_1}{-P_2 J_1 + P_1 J_2 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (17)$$

여기서,

$$J_1 = J_1(l) = -\frac{1}{3I} (l_4^3 - l_3^3) + \frac{1}{2I} I (l_4^2 - l_3^2)$$

$$J_2 = J_2(l) = \frac{1}{2I} (l_4 - l_3)^2 + \frac{1}{I} (l_4 - l_3)(l - l_4)$$

$$P_1 = \int_0^l \frac{u}{I(u)} du = \frac{1}{2I} (l_4^2 - l_3^2)$$

$$P_2 = \int_0^l \frac{1}{I(u)} du = \frac{1}{I} (l_4 - l_3)$$

$$l_3 = b_{sb1}, l_4 = l - b_{sb2}$$

b_{sb1} , b_{sb2} = 굽힘 span point

I = 보의 균일 단면에서의 관성 모멘트

$$l_5 = b_{ss1}, l_6 = l - b_{ss2}$$

b_{ss1} , b_{ss2} = 전단 span point

A_s = 보의 균일 단면에서의 유효전단면적

회전 (Fig. 5)에 의한 강성 계수는 식 (11)과 (12)에 의해서 결정되며, 이때 적분 상수들은 경계

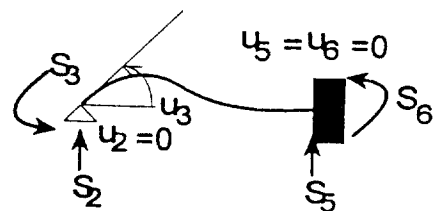


Fig. 5 Rotation by end moment

Table 1 강체 단부 보 요소의 강성 행렬

$$(D_e = -P_2J_1 + P_1J_2 + P_2Q_1 \frac{E}{G})$$

$\frac{E}{R_1}$					
0	$E \frac{P_2}{D_e}$			SYM	
0	$E \frac{P_1}{D_e}$	$E \frac{E}{G} \frac{Q_1 - J_1 + P_1 l}{D_e}$			
$-\frac{E}{R_1}$	0	0	$\frac{E}{R_1}$		
0	$-E \frac{P_2}{D_e}$	$-E \frac{P_1}{D_e}$	0	$E \frac{P_2}{D_e}$	
0	$E \frac{J_2}{D_e}$	$E \frac{J_1 - \frac{E}{G} Q_1}{D_e}$	0	$-E \frac{J_2}{D_e}$	$E \frac{J_2 l - J_1 + \frac{E}{G} Q_1}{D_e}$

조건들에 의해 다음과 같이 계산된다.

$$k_{33} = E \frac{-J_1 + \frac{E}{G} Q_1 + P_1 l}{J_2 P_1 - J_1 P_2 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (18)$$

$$k_{53} = -E \frac{P_1}{-P_2 J_1 + P_1 J_2 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (19)$$

$$k_{63} = E \frac{J_1 - \frac{E}{G} Q_1}{-P_2 J_1 + P_1 J_2 + \frac{E}{G} Q_1 P_2} \quad (20)$$

최종적으로 계산된 강체 단부 보 요소의 강성 계수는 Table 1 과 같이 요약된다.

4. 강체 단부 보 요소에 걸리는 압력에 대한 등가 절점력 계산

식 (13)에 보인 보의 변위 방정식으로 부터, 요소내에 분포된 하중을 등가의 절점력으로 환산할 수 있다. 등가의 절점력을 결정하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$$v(0) = u_2 \quad (21)$$

$$\frac{dv_b(0)}{dx} = u_3 \quad (22)$$

$$v(l) = u_5 \quad (23)$$

$$\frac{dv_b(l)}{dx} = u_6 \quad (24)$$

경계조건을 식 (13)에 대입하면, 변위 방정식은,

$$v(x) = [f(x)]\{u\} \quad (25)$$

$$= \begin{bmatrix} a_2(J_1(x) - \frac{E}{G} Q_1(x)) - d_2 J_2(x) + 1 \\ a_3(J_1(x) - \frac{E}{G} Q_1(x)) - d_3 J_2(x) + x \\ a_5(J_1(x) - \frac{E}{G} Q_1(x)) - d_5 J_2(x) \\ a_6(J_1(x) - \frac{E}{G} Q_1(x)) - d_6 J_2(x) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix}$$

여기서,

$$a_2 = \frac{P_2}{D_e}, \quad d_2 = \frac{P_1}{D_e}$$

$$a_3 = \frac{-J_2 + P_2 l}{D_e}, \quad d_3 = \frac{P_1 l - J_1 + Q_1 \frac{E}{G}}{D_e}$$

$$a_5 = -\frac{P_2}{D_e}, \quad d_5 = -\frac{P_1}{D_e}$$

$$a_6 = \frac{J_2}{D_e}, \quad d_6 = \frac{J_1 - Q_1 \frac{E}{G}}{D_e}$$

Fig. 6 에 보인 것과 같이 선형적으로 변하는 분포하중에 대해, 등가의 절점력은 다음과 같이 정의된다.

$$\{F\} = \int_0^l [f(x)] \left(\frac{w_2 - w_1}{l} x + w_1 \right) dx \quad (26)$$

$$= \begin{bmatrix} a_2 C_1 - d_2 C_2 + C_3 \\ a_3 C_1 - d_3 C_2 + C_4 \\ a_5 C_1 - d_5 C_2 \\ a_6 C_1 - d_6 C_2 \end{bmatrix}$$

여기서,

$$C_1 = \frac{w_2 - w_1}{l} H_1 + w_1 H_2$$

$$- \frac{E}{G} \frac{w_2 - w_1}{l} L_1 - \frac{E}{G} w_1 L_2$$

$$C_2 = \frac{w_2 - w_1}{l} H_3 + w_1 H_4$$

$$C_3 = \frac{w_1 + w_2}{2} l, \quad C_4 = \frac{w_1 + 2w_2}{6} l^2$$

$$H_1 = \int_0^l x J_1(x) dx$$

$$= \frac{1}{30I} (l_4^5 - l_3^5) - \frac{l_3^2}{6I} (l_4^3 - l_3^3)$$

$$+ \frac{l_3^3}{6I} (l_4^2 - l_3^2) - \frac{1}{6I} (l_4^3 - l_3^3) (l^2 - l_4^2)$$

$$+ \frac{1}{6I} (l_4^2 - l_3^2) (l^3 - l_4^3)$$

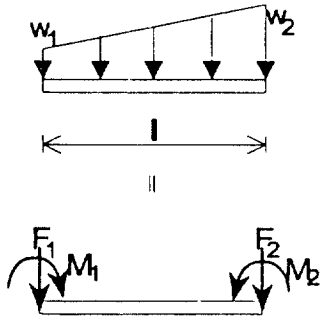


Fig. 6 Equivalent nodal forces

$$\begin{aligned}
 H_2 &= \int_0^l J_1(x) dx \\
 &= \frac{1}{24I} (l_4^4 - l_3^4) - \frac{l_3^2}{4I} (l_4^2 - l_3^2) \\
 &\quad + \frac{l_3^3}{3I} (l_4 - l_3) - \frac{1}{3I} (l_4^3 - l_3^3) (l - l_4) \\
 &\quad + \frac{1}{4I} (l_4^2 - l_3^2) (l^2 - l_4^2) \\
 H_3 &= \int_0^l x J_2(x) dx \\
 &= \frac{1}{8I} (l_4^4 - l_3^4) - \frac{l_3}{3I} (l_4^3 - l_3^3) \\
 &\quad + \frac{l_3^2}{4I} (l_4^2 - l_3^2) + \frac{1}{3I} (l_4 - l_3) (l^3 - l_4^3) \\
 &\quad - \frac{1}{4I} (l_4^2 - l_3^2) (l^2 - l_4^2) \\
 H_4 &= \int_0^l J_2(x) dx \\
 &= \frac{1}{6I} (l_4 - l_3)^3 - \frac{1}{2I} (l_4^2 - l_3^2) (l - l_4) \\
 &\quad + \frac{1}{2I} (l_4 - l_3) (l^2 - l_4^2) \\
 L_1 &= \int_0^l x Q_1(x) dx \\
 &= \frac{1}{3A_s} (l_6^3 - l_5^3) - \frac{l_5}{2A_s} (l_6^2 - l_5^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2A_s} (l_6 - l_5) (l^2 - l_6^2) \\
 L_2 &= \int_0^l Q_1(x) dx \\
 &= \frac{1}{2A_s} (l_6 - l_5)^2 + \frac{1}{A_s} (l_6 - l_5) (l - l_6)
 \end{aligned}$$

5. 강체 단부 보요소 (Rigid-ended Beam Element)에 의한 계산 결과

본 절에서는 강체 단부 보요소의 정확성과 효율성을 확인한다. 한 예로써, Fig. 7 에서 보인 것과 같이 브라켓을 가진 portal frame 구조를 택하였다. Membrane 및 truss 요소(Fig. 8)를 사용한 유한요소 해석과 보통의 보 요소(Fig. 9)를 사용한 유한요소 해석을 수행하였고, 강체 단부 보 요소를 사용한 해석 또한 수행되었다.

보통의 보 요소 해석을 사용한 해석에서, 접합부에 인접한 강체 요소의 단면 특성치인 단면 2차 모멘트나 유효전단면적 등은 인접한 요소보다 최소한 10³배 크게 취해야 한다. 골조의 Young's modulus는 210,000 N/mm²이고, Poisson's ratio는 0.3이다. 강체 단부 보요소를 사용한 해석에서, span point는 식 (2), (4)를 사용하여 계산되었다. 계산 결과는 Table 2와 같이 나타났다. 사용된 컴퓨터는 IBM PC 486 이었다. 그 결과는 좋은 일치를 보이고 있다. 그러나, Table 2 는 계산 효율에 있어서 차이를 보이고 있다.

Membrane 요소를 사용한 해석에 필요한 자유도 수는 390 이고, 보통의 보 요소를 사용한 해석에 필요한 자유도는 57 이다. 반면에 강체 단부

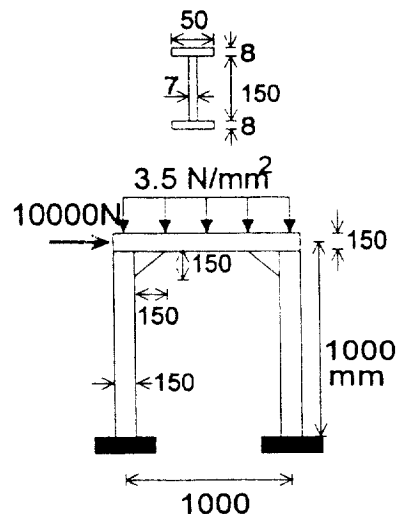


Fig. 7 Portal frame with brackets

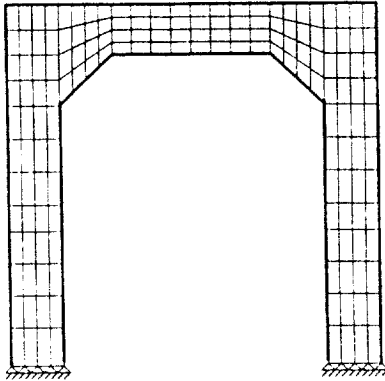


Fig. 8 Finite element model of the portal frame using membrane and truss element

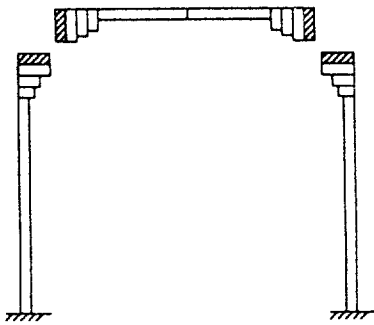


Fig. 9 Finite element model of the portal frame using ordinary beam element

보요소를 사용한 해석에서는 단지 9 자유도만이 필요하다. 자유도 수의 감소는 계산시간을 크게 감소시킨다. 즉, 보통의 보 요소 해석에서 소요된 시간을 1/98로 줄일수 있었다. 위의 결과들은 강체 단부 보요소의 정확성과 효율성을 보여주고 있다.

6. 준 3차원 구조 해석 (Semi 3 dimensional analysis method)

선체 중앙부 부분에는 같은 크기의 횡 늑골들이 배치되어 있고, 종 거어더들이 그 골조들을 지지한다. 늑골과 거어더의 상호작용 효과는 매우 중

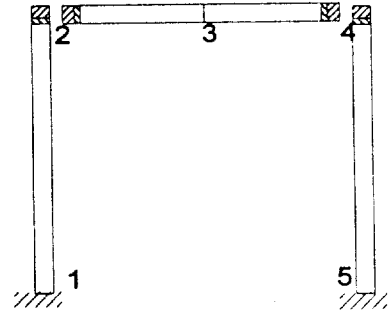


Fig. 10 Finite element model of the portal frame using rigid-ended beam elements

Table 2 Portal Frame에 대한 계산결과 비교

Item		강체 단부	변단면	Membrane
		보요소	보요소	및 truss요소
Point 2 에서의 변형(mm)	X-dir	3.4294e-1	3.0050e-1	3.6989e-1
	Y-dir	-1.6212e-2	-1.3920e-2	-1.1591e-2
Point 3 에서의 변형(mm)	X-dir	3.3576e-1	2.9285e-1	3.5866e-1
	Y-dir	-1.2639e-1	-1.1195e-1	-1.3030e-1
Point 4 에서의 변형(mm)	X-dir	3.2858e-1	2.8521e-1	3.5727e-1
	Y-dir	-3.9220e-2	-4.0326e-2	-4.3233e-2
절점 번호		5	21	205
요소 번호		4	20	160 / 72
자유도 수		9	57	390
CPU time ratio		1	98	4369

요하기 때문에 정확한 결과를 얻기 위해서는 전체 구조에 대한 3차원 구조 해석이 필요하다. 그러나, 선체의 1차 구조 배치의 반복적인 특성을 이용할 수 있다면, 전체 구조에 대한 해석은 매우 간단해 질 수 있다. 준 3차원 구조해석 방법은 그와 같은 횡늑골의 구조특성을 이용한다. 이 방법은 2차원 골조 해석에 의한 영향계수와 적합조건을 적용하여 3차원 구조해석으로 확장한다. 이 방법에서 거어더의 비틀림 강성은 무시한다고 가정한다. 왜냐하면, 대부분의 구조 부재들은 T나 L형의 형태를 가지며, 이들 열린 단면(open section)의 비틀림 강성은 그 단면에서의 굽힘 강성에 비하면 무시할 만하기 때문이다. 이러한 가정으로 부터, 거어더와 늑골사이의 상호작용은

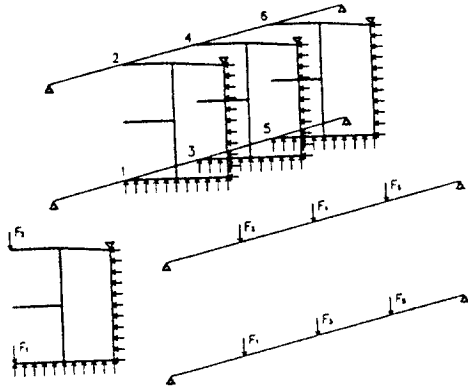


Fig. 11 3-dimensional frame under distributed loads

Fig. 11 에 보인 것과 같이 지지 반력에 포함될 수 있다.

늑골에서의 처짐은 다음식에 의해 계산된다.

$$\delta_i = -d_{ik} F_k + v_i \quad (27)$$

여기서, δ_i = 교차점 i 에서 늑골의 처짐.

d_{ik} = 늑골의 영향계수

F_k = (교차점 k 에서의) 지지 반력

v_i = 균일 하중이 가해질 때 교차점 i 에서 늑골의 처짐

식 (27)에서, 집중하중에 의한 영향계수와 늑골의 균일 하중에 의한 처짐은 강체 단부 보요소를 사용해서 계산할 수 있다.

거어더는 횡늑골을 곧게 통과하며, 보로 모델링 된다. 단위 집중하중에 의한 거어더의 영향계수는 Timoshenko 보 이론에 의해 다음과 같이 계산된다[4].

$0 < x < a_p$ 에서

$$\delta(x) = \frac{b_p x}{6EI} (-l^2 + x^2 + b_p^2) + \frac{x}{GA_s} \left(1 - \frac{a_p}{l}\right) \quad (28)$$

$a_p < x < l$ 에서

$$\delta(x) = \frac{b_p}{6EI} \left[-\frac{l}{b_p} (x - a_p)^3 - (l - b_p)^2 x + x^3 \right] + \frac{a_p}{GA_s} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \quad (29)$$

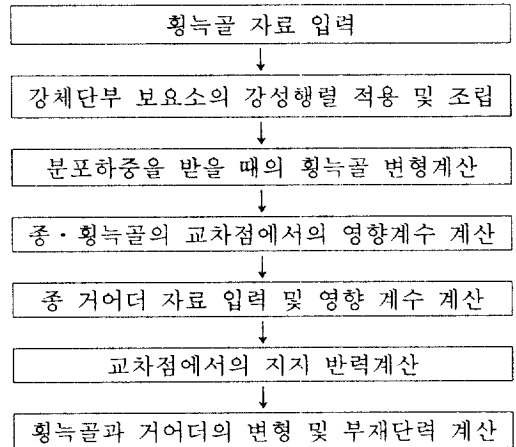


Fig. 12 준 3차원 구조해석 과정

여기서,

l = 보의 길이

I = 보 단면에서의 관성 모멘트

a_p = 원점으로부터 하중작용지점까지의 거리

A_s = 보의 유효 전단면적

$b_p = l - a_p$

거어더의 처짐은 다음 방정식에 의해 표현될 수 있다.

$$\delta_i^* = e_{ik} F_k \quad (30)$$

여기서, e_{ik} = 거어더의 영향계수

F_k = (교차점 i 에서의) 지지 반력

교차점에서의 처짐은 적합조건으로 부터,

$$\delta_i = \delta_i^* \quad (31)$$

이 식은 다음과 같이 다시 표현하면,

$$(e_{ik} + d_{ik}) F_k = v_i \quad (32)$$

식 (32)를 풀므로서, 지지 반력과 처짐을 구할 수 있으며, 적합조건을 이용하여 내력으로 작용하는 굽힘 모멘트와 전단력을 구할 수 있다.

준 3차원 해석은 Fig. 12 와 같이 요약할 수 있다. Fig. 13 에 보인 예에 대해 계산된 결과는 Table 3 에 표시되어 있다. Bottom shell에는 70 N/mm² 의 균일 하중이 걸리고, side shell에는 50 N/mm² 의 균일 하중이 걸린다.

강체 단부 보요소와 보통의 보 요소의 비교를

