Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.23, No.1, March, 1997

수명이 대수정규분포를 따를 때 연속 및 간헐적 검사하에서 가속수명시험의 설계와 소표본 연구*

Design of Accelerated Life Tests and Small Sample Study under Continuous and Intermittent Inspections for Lognormal Failure Distribution

서순근** · 정원기***

Sun-keun Seo** · Won-kee Chung***

Abstract

In this paper, statistically optimal accelerated life test(ALT) plans considering statistical efficiency only and new compromise ALT plans to sacrifice some statistical efficiency in return for improved overall properties including estimability probability and robustness for the model assumptions are developed under the assumptions of constant stress, intermittent inspection, Type I censoring and lognormal failure distribution which has been one of the popular choices of failure distributions in the extensive engineering applications of ALT. Computational experiments are conducted to compare with four ALT plans including two proposed ones under continuous and intermittent inspections over a range of parameter values in terms of asymptotic variance, sensitivities for guessed input values, and proportion of estimable samples, etc. The small and moderate sample properties for the proposed ALT plans designed under asymptotic criterion are also investigated by Monte Carlo simulation.

* 이 연구는 1995년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과임 (과제번호 951-1010-018-1)
** 동아대학교 공과대학 산업공학과
*** 한국가스안전공사

1. 서 론

현대의 기업들은 품질, 신뢰성, 생산성 등을 향상시키면서 첨단기술을 개발해야 되는 이중 부담에 직면하고 있는데 이를 해결하기 위하여 동시공학과 TQM, 제품과 공정설계를 위한 실험계획법, (가속)수명시험 등이 적극적으로 활용되고 있다.

이 중에서 제품이나 부품의 신뢰성 평가를 위해서 실시되는 수명시험은 시험 종결방법, 고장 관찰방법(검사방법), 스트레스의 가속유무등에 따라 여러 형태를 갖게 된다. 우선 시험 종결방법에는 정시와 정수종결방법(Type I censoring and Type II censoring, 제1종 종결과 제2종 종결)이 있으며 고장 관찰방법은 연속검사와 간헐적(intermittent)검사의 두가지로 나눌 수 있다. 연속검사에서는 시료의 상태를 연속적으로 관찰하여 정확한 고장시각을 기록하게 되며, 간헐적 검사의 경우에는 일정한 시각마다 검사를 행하여 어떤 구간에서 몇 개의 고장이 발생했는가를 기록하게 된다. 간헐적 검사는 시험에 소요되는 노력 및 비용을 줄일 수 있으며 관리에 편리하다는 이점이 있다[26]. 또한, 수명시험은 제품 또는 부품의 사용조건에서 수행되기도 하며, 사용조건보다 좀 더 가혹한 상태(overstress condition)에서 수행되기도 하는데, 후자를 가속수명시험(accelerated life test,이하 ALT)이라 부른다. 현대의 장비나 부품과 같이 일반적으로 높은 신뢰도를 갖는 시료에 대해서는 가속수명시험이 거의 필수적으로 사용되며 가속수명시험은 다양한 재료와 제품의 시험에 적용되고 있다[20].

그리고 이런 가속수명시험에서 발생되는 자료(lifetime data, failure time data)는 다른 자료와는 달리 정규분포를 따르지 않고 Weibull, 지수, 대수정규분포 등을 따른다. 지금까지는 연속검사에 의한 가속수명시험의 설계와 자료분석에 대한 연구가 주로 진행되어 왔는데[16, 20], 간헐적 검사는 노력의 절감뿐 아니라 관리의 편리함 때문에 수명시험에 자주 이용되는 방법이며 고장이나 성능저하가 서서히 진행되는 제품에 대해서는 거의 유일한 검사방식이기도 하다[17, 26].

따라서 본 연구는 수명이 대수정규분포를 따르며 스트레스와 모수의 관계가 선형일 때 간헐적 검사(연속검사 포함)와 정시종결 하에서 스트레스를 고장날 때까지 또는 시험종결시까지 고정적으로 가하는 일정 스트레스(constant stress) 가속수명시험을 다음과 같이 설계하고자 한다.

첫째, 통계적으로 최적인 가속수명시험을 간헐적 검사시에 설계한다. 즉, 두 개의 스트레스 수준에서 가속수명시험을 행하되 정시종결을 가정하고, 사용조건하에서 고장분포의 특정한 분위수(quantile)의 추정량의 점근적 분산을 최소화하는 스트레스 수준, 시료의 할당률, 각 스트레스의 시험시각을 결정한다.

둘째, 위에서 구한 통계적 최적계획은 효율면에서 가장 바람직스러우나, 간헐적 검사시에 구해진 검사간격이 불규칙하여 실용상 문제점이 있을 수 있고, 나아가 고장분포의 모수와 스트레스간에 상정한 관계식의 적합성 여부를 판단할 수 없다는 단점이 있다. 또한 연속검사시의 Meeker and Hahn[18]의 실용적 계획, 연속 및 간헐적 검사시의 Weibull 분포에 대한 Seo and Yum[24] 의 실용적 계

획을 대수정규분포에 적용한 것은 주어진 설계기준에 대해 스트레스 수준을 최적화하고 있으나 시험제품의 할당비율을 최적화 시키지 않고 있어 이를 보완한 보다 엄밀한 의미의 최적성에 가까운 가속수명시험방식을 설계하고 이들을 통계적 및 실용적 측면에서 비교한다.

셋째, 기존과 제시된 계획들의 설계기준이 대표본일 때의 점근적분산이므로 실제로 당면하는 소표본일 경우의 통계적 성질을 Monte Carlo 시뮬레이션을 통하여 비교 고찰한다.

대수정규분포에 관련된 기존 연구로서는 일정스트레스 시험방법과 연속검사하에서 Little and Jebe[15]는 완전표본이고 축차적으로 시험하는 경우에 가속수명시험방식의 설계를 하였으며 연속검사와 정시종결하에서는 Kielpinski and Nelson[14,21], Meeker[16], Meeker and Hahn[18]의 연구결과가 있다. 또한 Barton[6]은 Kielpinski and Nelson의 계획을 이용하여 고스트레스 수준을 최소화하는 방법을 제시하였고, Escobar and Meeker[10]는 스트레스 변수가 2개이상인 경우로 확장하였으며, Menzefricke[19]는 연속검사와 정수종결하에서 비용제약조건을 고려한 가속수명시험을 근사적으로 설계하였다. 그리고 계단형 스트레스(step-stress) 가속수명시험, 대수정규수명분포와 연속검사하에서 Bai 등[5]은 사용조건하의 시험이 요구되는 부분 가속수명시험방식을 설계하였다.

그리고 간헐적검사하에서 가속수명시험의 설계는 최근에 활발히 연구되고 있는데 주로 지수[1, 3, 26]와 Weibull 수명분포[2, 24]를 따르는 경우로 한정되고 있다.

2. 모형

2.1 기호

N	총 시험제품의 크기
s_0	(표준화된) 사용 스트레스 수준
s_i	사용 스트레스보다 높은 i번째 (표준화된)스트레스 수준 $i=1,\cdots,m-1$
s_m	(표준화된)고 스트레스 수준
$n_i(\alpha_i)$	s_i에 할당된 시험제품의 수(비율) $i=1,\cdots,m$
t_{ci}	s_i에서 (표준화된)시험 종결 시간 $i=1,\cdots,m$
t_{co}	P_u 또는 P_h를 추측하기 위해 필요한 사용 혹은 고 스트레스에서의 (표준화된)시험 종결 시간
P_u	사용 스트레스에서 시험한 단위가 t_{co}까지 고장이 발생할 확률
P_h	고 스트레스(s_m)에서 시험한 단위가 t_{co}까지 고장이 발생할 확률
T	시험단위의 수명시간 (확률변수)
Y	시험단위의 대수수명시간 ($\ln T$)
t_{ij}	s_i에서 j번째 검사시각 단, $t_{i0}=0$, $t_{i,K(i)}=t_{ci}$, $t_{i,K(i)+1}=\infty$, $j=1,\cdots,K(i)$; $i=1,\cdots,m$
$K(i)$	s_i에서의 검사회수 $i=1,\cdots,m$
Z_{ij}	s_i에서 j번째의 표준화된 검사시각 즉, $Z_{ij}=(\ln t_{ij}-\beta_0-\beta_1 s_i)/\sigma$, $j=1,\cdots,K(i)$; $i=1,\cdots,m$
$\mu(\delta)$	$Y=\ln T$의 평균(T의 중앙값)
σ	$Y=\ln T$의 표준편차
x_{ij}	s_i에서의 $[t_{i,j-1},t_{ij})$에 관측된 고장난 시험제품의 갯수, $j=1,\cdots,K(i)$;$i=1,\cdots,m$
P_{ij}	s_i에서의 $[t_{i,j-1},t_{ij})$에 시험제품이 고장날 확률, $j=1,\cdots,K(i)$;$i=1,\cdots,m$

β_0 δ와 스트레스사이의 대수선형관계의 (표준화된) 절편
β_1 δ와 스트레스사이의 대수선형관계의 (표준화된) 기울기
$t_q(y_q)$ 사용 스트레스에서의 (대수)수명 분포의 q분위수
f_{gh} Fisher 정보량 행렬의 성분, g,h=0,1,2
$F(F_i)$ (s_i에서의) Fisher 정보량 행렬
$\phi(\cdot)$ 정규분포의 확률밀도함수
$\Phi(\cdot)$ 정규분포의 누적분포함수
z_q 표준정규분포의 q분위수
avar$(\cdot)$ 점근적 분산
v_0 표준화된 점근적 분산

2.2 가정

본 연구에서 고려하고자 하는 가속수명시험은 다음과 같은 가정을 갖는다.

(1) 스트레스 수준 $s_1 < s_2 < \cdots < s_m$ $(m \geq 2)$에서 시험이 행해진다. 사용조건 s_0와 가장 높은(고) 스트레스수준 s_m은 알려져 있다.

(2) 스트레스 수준 s_i에서 시료의 수명 T는 다음과 같은 확률밀도함수를 갖는 대수정규분포를 따른다.

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma t}\exp\left[-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad t>0.$$

여기서 T의 중앙값 δ 또는 대수 중앙값(Y의 평균) μ는 스트레스 s와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\mu \equiv \ln\delta = \beta_0 + \beta_1 s_i \qquad (1)$$

단, β_0와 β_1는 미지의 모수이다.

(3) 사용 가능한 시료의 총 갯수는 N이며, 스트레스 수준s_i에 할당되는 시료의 갯수 n_i는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$n_i = \alpha_i N, \quad \sum_{i=1}^{m}\alpha_i = 1, \quad \alpha_i > 0$$

(4) 연속검사하에서는 스트레스 수준 s_i에서 시각 0부터 n_i개의 시료에 대한 시험을 독립적으로 실시하여 미리 정해진 시각 t_{ci}에서 종결(정시종결)하며, 간헐적 검사에서는 s_i 수준에서 $t_{i1}, t_{i2}, \cdots, t_{iK(i)}$ 등 $K(i)$개의 시점에서 검사가 수행된다. 여기서 획득한 구간자료(grouped data)는 스트레스 s_i의 j번째 구간 $[t_{i,j-1}, t_{ij}]$, $j=1,2,\cdots,K(i)+1$에서 관측된 고장갯수 x_{ij}가 된다.

각 스트레스에서 수행되는 간헐적 검사방법으로는 최적 검사(Optimum Inspection Times : OPT; 사용스트레스하에서 대수정규분포인 경우의 최적 검사시각의 결정 방법은 Cheng [9]의 논문참조), 등확률 검사(Equal Probability Inspection Times : EP), 등간격 검사(Equally Spaced Inspection Times, Periodic Inspection : ES), 등대수간격 검사(Inspection Times Equally Spaced in Log Time : ESL) 방법이 주로 이용된다. 검사시각 결정방법은 Meeker[17]의 수명이 와이블분포를 따를 때의 사용스트레스하의 상기 검사방법을 기초로 하여 본 논문의 모형에 대한 검사방법으로 수정하였다.

2.3 최우추정량과 점근적 분산

1) 간헐적 검사

각 스트레스에서 구간자료 $\{x_{ij},\ j=1,2,...,K(i)+1\}$은 모수 n_i 와 $\{P_{ij},\ j=1,2,...,K(i)+1\}$을 갖는

다항분포를 따르므로 우도함수는 다음과 같다.

$$L = \prod_{i=1}^{m} L_i = \prod_{i=1}^{m} n_i! \prod_{j=1}^{K(i)+1} P_{ij}^{x_{ij}} (x_{ij}!)^{-1} \quad (2)$$

식 (2)를 이용하여 한 스트레스 수준에서 하나의 제품에 대한 Fisher 정보량 행렬을 다음 식으로 부터 구할 수 있다[23].

$$F_i = (f_{gh})_{g,h=0,1,2} \quad (3)$$

$$f_{gh} = \sum_{j=1}^{K(i)+1} (1/P_{ij})(\partial P_{ij}/\partial \theta_g)(\partial P_{ij}/\theta_h)$$

단, $\theta_0 = \beta_0, \theta_1 = \beta_2, \theta_2 = \sigma$

따라서, 한 스트레스 수준에서 한 개의 제품에 대한 Fisher 정보량 행렬의 성분 f_{gh}은 다음과 같이 나타낼 수 있다[4].

$$f_{00} = \sigma^{-2} \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \quad (4)$$

단, $P_{ij} = \Phi(Z_{ij}) - \Phi(Z_{i,j-1})$

$Z_{ij} = (y_{ij} - \beta_0 - \beta_1 s_i)/\sigma$

$y_{ij} = \ln t_{ij},\ i=1,2,...,m\ ;\ j=0,1,...,K(i)+1$

$$f_{01} = s_i^2 \cdot f_{00} \quad (5)$$

$$f_{11} = s_i^2 \cdot f_{00} \quad (6)$$

$$f_{02} = \sigma^{-2} \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{Z_{ij}\phi(Z_{ij}) - Z_{i,j-1}\phi(Z_{i,j-1})\} \cdot \{\phi(Z_{ij}) - \phi(Z_{i,j-1})\} / P_{ij}] \quad (7)$$

$$f_{12} = s_i \cdot f_{02} \quad (8)$$

$$f_{22} = \sigma^{-2} \cdot \sum_{j=1}^{K(i)+1} [\{Z_{ij}\phi(Z_{ij}) - Z_{i,j-1}\phi(Z_{i,j-1})\}^2 / P_{ij}] \quad (9)$$

모든 시험제품에 대한 총 Fisher 정보량은 m 스트레스 수준에 대한 각 정보량의 합이므로, 총 정보량 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있으며

$$F = N \sum_{i=1}^{m} \alpha_i F_i \quad (10)$$

점근적 분산-공분산은 총 정보량 행렬의 역행렬로서 구할 수 있다.

사용 스트레스 수준에서의 관심있는 q분위수(y_q)의 최우 추정량($\hat{y}_q$)은 다음과 같이 구할 수 있으므로

$$\hat{y}_q = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 s_0 + z_q \hat{\sigma} \quad (11)$$

$\hat{y}_q$의 표준화된 점근적 분산은 H를 $\left(\frac{\partial y_q}{\partial \beta_0}, \frac{\partial y_q}{\partial \beta_1}, \frac{\partial y_q}{\partial \sigma}\right)$로 두면 식 (12)와 같다.

$$v_0 = \frac{N}{\sigma^2} \cdot avar\{\hat{y}_q(s_0)\} = \frac{N}{\sigma^2} H F^{-1} H' \quad (12)$$

단, $H = (1 \quad s_0 \quad z_q)$

avar은 점근적 분산을 나타내며, v_0은 $\{y_{ij} : i=1,2,\ j=1,2,\cdots,K(i)\}$, β_0, β_1, σ(ES인 경우만)의 함수이며 N에는 의존하지 않는다.

2) 연속 검사

정시종결하에서, 연속검사의 경우는 Kielpinski and Nelson[14, 21]의 연구결과로부터 f_{gh}, g,h=0,1,2 를 구할 수 있으며, Fisher 정보량 행렬과 사용 스트레스 수준에서의 q분위수에 대한 최우추정량의 표준화된 점근적 분산은 간헐적 검사하에서의 형태(즉, 식(12))와 동일하게 표현할 수 있다.

3. 가속수명시험계획

본 논문에서 제시된 2종류(통계적 최적과

신절충형 계획)와 비교목적으로 선택된 2종류(참고 문헌 [4]에서 개발된 최적과 실용적 계획)의 ALT계획들은 다음과 같은 상황에서 설계하였다.

(1) 각 계획은 두 스트레스(m=2), 또는 세 스트레스에서의 부분실험(m=3)이 수행된다.
(2) 모든 계획은 고스트레스의 부분시험이 수행된다.
(3) 각 스트레스에서의 시험종결시각은 동일하다. 즉 $t_c=t_{ci}$, $i=1,\ldots,m$
(4) 각 스트레스에서의 검사횟수도 동일하다. 즉 $k=K(i)$, $i=1,\ldots,m$

또한, $s_0=0$, $s_m=1$, $t_{ci}=t_c=1$, $i=0,1,\cdots,m$ 으로 표준화할 수 있으며 이런 변환은 문제의 성질을 변화시키지 않는다[4, 24].

이런 가속수명시험계획을 결정하기 위해서는 β_0, β_1, σ에 대한 사전추정이 필요하며 (locally optimal design [8]) 이에 대한 사전추정방법으로 과거자료, 유사제품의 시험자료 또는 고스트레스수준에서의 예비시험결과 등을 이용할 수 있는데 β_0, β_1, σ보다는 다음척도를 이용하는 것이 편리하다.

P_u : 사용조건하에서의 t_c까지의 고장확률
P_h : 고스트레스수준에서 t_c까지의 고장확률

따라서, β_0/σ와 β_1/σ는 다음과 같이 P_u와 P_h에 의해서 결정될 수 있다.

$$\beta_0/\sigma \;=\; \Phi(-\beta_0/\sigma) \tag{13}$$
$$\beta_1/\sigma \;=\; \Phi[(-\beta_0-\beta_1)/\sigma)] \tag{14}$$

3.1 통계적 최적계획(Statistically Optimal Plan)

이 계획은 두 스트레스(overstress)수준에서 시험되며 고 스트레스 수준 (s_2),t_c,k(연속검사하에서는 $k=\infty$),P_u,P_h 조합에서 식(12)를 최소화하는 s_1, α_1, Z_{ij}의 최적값을 Powell[22]의 conjugate direction method를 이중으로 적용하여 구하였다[24].

즉, 주어진 (s_1, α_1)의 쌍에 대하여 v_0를 최소화하는 Z_{ij}의 최적값이 식(15)와 식(16)를 만족하도록 결정한 후에 축차적으로 선택된 (s_1, α_1)에 대하여 반복적으로 이를 적용하는 절차를 주어진 수렴기준까지 수행한다.

$$-\infty < Z_{i1} < Z_{i2} < \cdots < Z_{i,k-1} < Z_{i,k} < \infty \tag{15}$$
$$\begin{aligned} Z_{ik} &= (y_{ik}-\beta_0-\beta_1 s_i)/\sigma \\ &= -\beta_0/\sigma-\beta_1 s_i/\sigma \end{aligned} \tag{16}$$

이 계획은 간헐적검사하에서 실질적인 최적 계획이 되며 다른 계획들을 비교하는 기준으로 삼을 수 있으나 검사회수가 클 경우에 최적값을 찾아야 되는 변수가 많아서(즉, $k=5$이면 10개의 변수) 제시된 방법에 의해서 구해진 결과가 해석적으로 최적이라는 것을 보장할 수 없는 단점이 있다.

q=0.001, 0.01, 0.1 일때의 통계적 최적계획이 표 1(a)~(c)에 정리되어 있으며 이를 고찰하면 다음과 같은 특성을 찾을 수 있다.

(1) 주어진 P_u와 P_h에 대해 s_1과 α_1의 변화는 그리 크지 않다.
(2) v_0는 P_u와 P_h가 개별적으로 또는 동시에 증가하면 감소한다.
(3) 간헐적 검사의 연속검사에 대한 측도로서 아래과 같이 정의된 R_l을 관찰하면 검

사회수가 3~5회일 때에 1에 근접하므로 작은 회수의 간헐적 검사를 채택하더라도 연속검사의 대용으로 충분히 사용할 수 있음을 알 수 있다.

$$R_1=\frac{v_0(k)}{v_0(k=\infty)} \tag{17}$$

3.2 최적계획(Optimal Plan with EP inspection scheme)

두 스트레스에서 시험되는 이 계획은 s_2,t_c,k,P_u,P_h, 선정된 간헐적 검사방법하에서 식(12)를 최소화하는 저스트레스수준 s_l, s_l에 할당되는 시험제품 α_l를 결정하는데, 등확률 검사하의 최적 계획이 ES와 ESL 검사방법에 비해 대체적으로 v_0가 적은 우수한 통계적 성질을 가

표 1(a). q=0.001일 경우의 통계적 최적 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_l	α_l	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_l	α_l	v_0	R_1
		2	.394	.760	14.39	1.101			2	.326	.751	12.80	1.171
		3	.398	.758	14.15	1.082			3	.328	.751	11.87	1.085
	0.99	5	.406	.771	13.36	1.022		0.99	5	.346	.754	11.26	1.029
		10	.409	.773	13.15	1.006			10	.341	.764	11.02	1.008
		∞	.409	.774	13.07	1			∞	.342	.765	10.93	1
		2	.451	.783	18.79	1.054			2	.368	.796	14.30	1.052
		3	.454	.789	18.26	1.024			3	.371	.797	14.02	1.032
	0.9	5	.456	.793	17.99	1.009		0.9	5	.375	.801	13.73	1.011
		10	.456	.794	17.87	1.002			10	.377	.802	13.63	1.003
		∞	.457	.795	17.83	1			∞	.377	.803	13.59	1
		2	.508	.795	37.61	1.039			2	.394	.843	23.48	1.015
		3	.507	.801	36.81	1.017			3	.396	.843	23.30	1.007
0.0001	0.5	5	.507	.805	36.43	1.006	0.001	0.5	5	.396	.844	23.20	1.003
		10	.507	.806	36.26	1.002			10	.396	.844	23.15	1.001
		∞	.507	.806	36.19	1			∞	.398	.844	23.13	1
		2	.524	.783	129.99	1.056			2	.317	.895	55.38	1.005
		3	.520	.795	126.01	1.023			3	.317	.895	55.24	1.002
	0.1	5	.519	.800	124.18	1.009		0.1	5	.317	.895	55.16	1.001
		10	.519	.800	123.40	1.002			10	.317	.895	55.12	1.000
		∞	.518	.803	123.12	1			∞	.318	.895	55.11	1
		2	.449	.732	588.68	1.113			2	.000	1.000	88.12	1.000
		3	.442	.752	554.09	1.047			3	.000	1.000	88.11	1.000
	0.01	5	.439	.762	538.27	1.017		0.01	5	.000	1.000	88.11	1.000
		10	.437	.767	531.96	1.006			10	.000	1.000	88.11	1.000
		∞	.436	.768	529.04	1			∞	.000	1.000	88.11	1

표 1(b). q=0.01일 경우의 통계적 최적 가속수명시험계획

P_a	P_h	k	s_l	α_1	v_0	R_l	P_a	P_h	k	s_l	α_1	v_0	R_l
		2	.415	.763	13.23	1.108			2	.430	.788	26.19	1.065
		3	.420	.775	12.51	1.048			3	.427	.799	25.28	1.028
	0.99	5	.423	.782	12.15	1.018		0.5	5	.427	.804	24.85	1.010
		10	.424	.785	12.00	1.005			10	.432	.789	24.55	0.998
		∞	.425	.786	11.94	1			∞	.426	.808	24.59	1
		2	.473	.751	19.61	1.090	0.001		2	.407	.736	81.88	1.110
		3	.475	.765	18.70	1.039			3	.402	.756	77.19	1.046
	0.9	5	.476	.772	18.26	1.015		0.1	5	.398	.766	75.04	1.017
		10	.476	.775	18.06	1.004			10	.398	.770	74.18	1.005
		∞	.476	.776	17.99	1			∞	.396	.772	73.78	1
0.0001		2	.536	.724	44.73	1.096			2	.209	.839	7.35	1.109
		3	.533	.742	42.47	1.041			3	.217	.834	7.06	1.065
	0.5	5	.532	.749	41.41	1.015		0.99	5	.230	.838	6.77	1.021
		10	.535	.744	41.98	1.029			10	.232	.841	6.67	1.006
		∞	.531	.754	40.79	1			∞	.233	.842	6.63	1
		2	.561	.667	181.47	1.139			2	.232	.867	8.16	1.041
		3	.556	.690	168.60	1.058			3	.238	.869	7.99	1.020
	0.1	5	.554	.701	162.72	1.021		0.9	5	.242	.869	7.90	1.009
		10	.554	.701	160.22	1.006			10	.243	.870	7.85	1.002
		∞	.552	.708	159.30	1			∞	.244	.870	7.84	1
		2	.335	.801	9.94	1.091	0.01		2	.195	.917	11.22	1.013
		3	.342	.810	9.47	1.040			3	.198	.917	11.15	1.007
	0.99	5	.346	.814	9.24	1.015		0.5	5	.200	.917	11.11	1.003
		10	.348	.816	9.14	1.004			10	.200	.917	11.09	1.001
		∞	.348	.817	9.11	1			∞	.200	.916	11.08	1
0.001		2	.385	.801	13.39	1.065			2	.000	1.000	13.94	1.000
		3	.388	.810	12.93	1.029			3	.000	1.000	13.93	1.000
	0.9	5	.389	.815	12.71	1.011		0.1	5	.000	1.000	13.93	1.000
		10	.390	.817	12.60	1.003			10	.000	1.000	13.94	1.000
		∞	.390	.817	12.57	1			∞	.000	1.000	13.93	1

지며 ES 검사방법과는 달리 σ에 의존하지 않고 계획을 도출하는 장점을 가지고 있으므로[4] 이 계획을 본 논문에서 설계된 계획들과 비교하였다. 그리고 최적 계획은 통계적 최적 계획보다 v_0가 커지만 검사시각 결정의 어려움과 불규칙성을 피할 수 있다.

표 1(c). q=0.1일 경우의 통계적 최적 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_1	α_1	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_1	α_1	v_0	R_1
0.0001	0.99	2	.457	.701	14.73	1.127	0.01	0.99	2	.282	.801	6.73	1.087
		3	.461	.720	13.77	1.053			3	.287	.813	6.43	1.038
		5	.463	.729	13.33	1.019			5	.291	.819	6.28	1.014
		10	.465	.729	13.14	1.005			10	.293	.821	6.22	1.004
		∞	.465	.734	13.08	1			∞	.294	.822	6.20	1
	0.9	2	.509	.676	24.12	1.134		0.9	2	.314	.778	9.48	1.091
		3	.510	.694	22.45	1.056			3	.316	.790	9.02	1.038
		5	.511	.704	21.69	1.020			5	.318	.796	8.81	1.014
		10	.516	.715	21.40	1.006			10	.321	.799	8.72	1.004
		∞	.512	.710	21.26	1			∞	.319	.801	8.69	1
	0.5	2	.564	.624	60.70	1.161		0.5	2	.319	.717	18.11	1.122
		3	.562	.649	55.78	1.067			3	.316	.739	16.96	1.051
		5	.561	.661	53.55	1.025			5	.315	.750	16.44	1.019
		10	.561	.661	55.27	1.058			10	.315	.750	16.21	1.005
		∞	.560	.668	52.26	1			∞	.314	.756	16.13	1
0.001	0.99	2	.391	.737	10.73	1.112	0.1	0.99	2	.034	.974	2.83	1.026
		3	.395	.754	10.11	1.048			3	.044	.969	2.79	1.013
		5	.398	.761	9.82	1.017			5	.050	.967	2.77	1.005
		10	.399	.765	9.69	1.005			10	.053	.966	2.76	1.001
		∞	.400	.766	9.65	1			∞	.055	.965	2.76	1
	0.9	2	.437	.710	16.68	1.119		0.9	2	.010	.991	2.91	1.006
		3	.438	.727	15.64	1.050			3	.016	.988	2.90	1.003
		5	.440	.735	15.17	1.018			5	.019	.986	2.90	1.001
		10	.437	.741	14.99	1.006			10	.019	.986	2.90	1.000
		∞	.440	.741	14.90	1			∞	.021	.985	2.89	1
	0.5	2	.478	.653	38.35	1.149		0.5	2	.000	1.000	2.92	1.002
		3	.476	.677	35.45	1.062			3	.000	1.000	2.92	1.001
		5	.475	.689	34.13	1.023			5	.000	1.000	2.92	1.001
		10	.479	.691	33.58	1.006			10	.000	1.000	2.92	1.001
		∞	.475	.696	33.37	1			∞	.000	1.000	2.92	1

3.3 실용적 계획(Practical Plan)

통계적 최적계획은 통계적으로 효율성은 높지만 모수와 스트레스 관계식의 적정성 여부에 대한 검토가 불가능하며, 저 스트레스 수준이 높아서 외삽(extrapolation in stress)의 효과가 클 경우가 있으므로 이를 보완한 세 스트레스 수준(m=3)에서 시험되는 실용적[18, 24](또는 절충형[16]) 계획이 개발되었다.

본 논문에서 비교 목적으로 선택된 실용적 계획(서순근, 조호성 [4])은 (통계적)최적계획의 두 스트레스(s_1와 s_3)외에 이들의 중앙점에 설정되는 중간 스트레스($s_2 = \frac{s_1+s_3}{2}$)에서 시험이 포함되는데, 중간스트레스의 추가는 식(1)의 적합성을 검토하는 수단을 제공하며 사용스트레스보다 높은 저 스트레스 수준에 의해서 파생되는 스트레스에 의한 외삽가능성을 감소시켜 주지만[18, 24] (통계적)최적계획에 비하여 통계적 효율성이 떨어지는 약점을 가지고 있다.

그들은 세 스트레스에서의 시험제품 할당비율로서 각 스트레스에서의 시험할당량 결정의 편리성과 사용스트레스에 가까울수록 많은 시험제품이 할당되는 ($10\alpha_1$:$10\alpha_2$:$10\alpha_3$) = (5:3:2), (5:4:1), (6:3:1), (7:2:1) 할당계획과 검사방법으로는 *ES*, *EP*, *ESL* 방법을 고려하여 수치실험한 결과에 따라 7:2:1 할당계획과 *EP*검사방법하의 계획을 추천하고 있다.

3.4 신 절충형계획(New Compromise Plan)

실용적계획은 두 스트레스에서 시험되는 통계적 최적과 최적계획의 일부 단점을 보완할 수 있지만 이를 위해 희생된 통계적 효율성이 너무 크다(표 3 참조). 즉, 연속검사하에서 Weibull 및 대수정규분포하에서 개발된 ALT 계획[14, 16, 18, 21]과 간헐적 검사하에서 개발된 3.3절의 실용적 계획은 특정 할당계획이나 조건(등기대고장개수계획[16])하에서 v_0를 최소화하는 저 스트레스(및 중간 스트레스)수준을 결정하거나, 한정된 할당계획 후보중에서 v_0가 가장 작은 값을 가지는 할당계획과 저 스트레스 수준을 선택하므로 각 스트레스의 할당비율의 배분이 만족스럽지 못한 단점이 발생된다. 따라서 이를 보완한 신 절충형 계획은 실용적 계획과 같이 *EP*검사방법(Meeker[17]는 사용스트레스하에서 검사방법으로도 *EP*를 추천하고 있다)하에서 세 스트레스 수준에서 시험이 수행되는데, 중간 스트레스는 실용적 계획과 동일하게 설정하며 다음과 같은 절차에 의해서 개발되었다.

(1) 주어진 q, P_u, P_h, k 에 대하여 실용적 계획에 적용된 4가지 할당계획, Meeker and Hahn[18]의 4:2:1 할당계획, 현장에서 주로 활용되고 있는 1:1:1 할당계획(best standard plan; Kielpinski and Nelson[14] 참조)하에서 Forsythe[11] 등이 제시한 방법(golden section search combined with a successive parabolic interpolation)에 의하여 s_1과 이에 따른 s_2를 구하고 v_0 를 계산한다.

(2) (1)에서 구한 각 할당계획의 v_0를 비교하여 최소 v_0를 가지는 할당계획을 선택한다.

(3) 중간 스트레스의 시험제품비율(α_2)을 (2)에서 선택된 비율로 고정하며 나머지 비율($1-\alpha_2$)의 저, 고 스트레스의 할당률과 저 스트레스와 이에 따라서 설정되는 중간 스트레스 수준을 conjugate direction method에 의하여 구한다(특정 스트레스에서의 할당(상대) 비율을 고정시키는 다양한 방법을 수치실험하여 선택된 것임).

상기 방법에 의해서 설계된 신 절충형계획이 표 2(a)~(c)에 정리되어 있으며, 다수의 경우에 α_2의 비율은 0.2가 채택되고 있다. 또한 R_1을 조사하면 통계적 최적계획보다는 높은 경향을 보여주고 있지만 k가 3~5회 일 경우에도 충분히 연속검사의 대용으로 사용할 수 있음을 파악할 수 있다.

표 2(a). q=0.001일 경우의 신 절충형 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_t	α_1	α_3	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_t	α_1	α_3	v_0	R_1
0.0001	0.99	2	.381	.638	.162	18.98	1.211	0.001	0.99	2	.303	.673	.127	16.78	1.322
		3	.392	.620	.180	17.46	1.114			3	.318	.635	.165	14.92	1.175
		5	.399	.612	.188	16.53	1.055			5	.328	.622	.178	13.78	1.086
		10	.404	.608	.192	16.01	1.022			10	.333	.618	.182	13.14	1.035
		∞	.407	.606	.194	15.67	1			∞	.337	.617	.183	12.69	1
	0.9	2	.437	.601	.199	23.07	1.071		0.9	2	.351	.619	.181	17.81	1.103
		3	.440	.605	.195	22.36	1.037			3	.356	.620	.180	17.08	1.058
		5	.442	.606	.194	21.93	1.018			5	.360	.621	.179	16.62	1.030
		10	.443	.606	.194	21.70	1.007			10	.362	.622	.178	16.35	1.013
		∞	.444	.606	.194	21.55	1			∞	.363	.622	.178	16.14	1
	0.5	2	.459	.496	.204	49.01	1.154		0.5	2	.367	.641	.159	27.87	1.025
		3	.482	.604	.196	43.87	1.033			3	.368	.642	.158	27.61	1.015
		5	.481	.608	.192	43.15	1.016			5	.369	.642	.158	27.43	1.008
		10	.481	.610	.190	42.75	1.007			10	.370	.642	.158	27.31	1.004
		∞	.481	.612	.188	42.46	1			∞	.371	.643	.157	27.21	1
	0.1	2	.453	.484	.216	161.29	1.102		0.1	2	.273	.685	.115	63.69	1.007
		3	.448	.497	.203	154.21	1.054			3	.274	.685	.115	63.52	1.005
		5	.446	.504	.196	150.42	1.028			5	.274	.685	.115	63.39	1.003
		10	.443	.509	.191	148.21	1.013			10	.275	.685	.115	63.30	1.001
		∞	.441	.513	.187	146.32	1			∞	.275	.685	.115	63.23	1
	0.01	2	.349	.435	.265	719.67	1.217		0.01	2	.000	.767	.033	103.56	1.002
		3	.340	.462	.238	660.04	1.117			3	.000	.767	.033	103.49	1.001
		5	.334	.477	.223	627.66	1.062			5	.000	.767	.033	103.44	1.001
		10	.329	.486	.214	608.38	1.029			10	.000	.767	.033	103.41	1.000
		∞	.326	.495	.205	591.17	1			∞	.000	.767	.033	103.37	1

4. 가속수명시험계획의 비교와 소표본 연구

4.1 시험계획의 비교

전절에서 제시된 4종류의 ALT계획을 P_h가 0.9일 경우에 q, P_u, k에 대하여 v_0와 R_1, R_2를 정리한 표 3을 고찰하면 다음과 같은 특성을 파악할 수 있다.

(1) 실용적 계획과 신 절충형 계획의 통계적 효율성을 나타내는 $R_1 = \frac{v_0(\text{신절충형 또는 실용적})}{v_0(\text{통계적 최적계획})}$ (단, $k=\infty$)는 통계적 최적 및 최적계획보다 떨어지지만 신 절충형 계획은 실용적 계획의 이런 단점중 일부분을 경감시켜 주고 있다.

(2) 4종류의 모든 계획에서 R_1을 조사하면 검사회수가 크지 않더라도 연속검사의 v_0와 큰 차이가 나지 않으므로 간헐적 검사의 타당성을 보여주고 있다.

표 2(b). q=0.01일 경우의 신 절충형 가속수명시험계획

P_a	P_h	k	s_1	α_1	α_3	v_0	R_1	P_a	P_h	k	s_1	α_1	α_3	v_0	R_1
0.0001	0.99	2	.404	.589	.202	16.48	1.124	0.001	0.5	2	.369	.492	.208	34.34	1.211
		3	.409	.603	.197	15.58	1.063			3	.365	.506	.194	32.52	1.146
		5	.413	.604	.196	15.08	1.029			5	.392	.611	.189	29.33	1.034
		10	.415	.605	.195	14.82	1.011			10	.390	.617	.183	28.79	1.015
		∞	.416	.605	.195	14.66	1			∞	.388	.621	.179	28.37	1
	0.9	2	.442	.474	.226	26.95	1.250		0.1	2	.313	.442	.258	103.15	1.226
		3	.440	.488	.212	25.37	1.177			3	.305	.468	.232	94.33	1.122
		5	.440	.494	.206	24.58	1.140			5	.299	.483	.217	89.52	1.064
		10	.456	.592	.208	21.82	1.012			10	.295	.493	.207	86.65	1.030
		∞	.455	.595	.205	21.56	1			∞	.291	.502	.198	84.10	1
	0.5	2	.483	.434	.266	59.96	1.200	0.01	0.99	2	.191	.718	.082	9.41	1.202
		3	.478	.456	.244	55.06	1.102			3	.207	.690	.110	8.73	1.114
		5	.474	.468	.232	52.53	1.051			5	.218	.677	.123	8.28	1.057
		10	.472	.476	.224	51.10	1.023			10	.224	.671	.129	8.02	1.024
		∞	.469	.482	.218	49.98	1			∞	.229	.669	.131	7.83	1
	0.1	2	.464	.338	.329	236.13	1.306		0.9	2	.215	.676	.124	10.11	1.076
		3	.460	.369	.298	211.41	1.169			3	.221	.674	.126	9.80	1.043
		5	.457	.388	.279	198.02	1.095			5	.225	.674	.126	9.60	1.022
		10	.472	.434	.266	187.90	1.039			10	.228	.673	.127	9.48	1.009
		∞	.469	.445	.255	180.87	1			∞	.230	.673	.127	9.39	1
0.001	0.99	2	.322	.642	.158	12.57	1.128		0.5	2	.162	.704	.096	13.33	1.020
		3	.331	.638	.162	11.91	1.068			3	.165	.704	.096	13.23	1.012
		5	.337	.635	.165	11.51	1.032			5	.166	.704	.096	13.15	1.006
		10	.341	.633	.167	11.28	1.012			10	.167	.704	.096	13.10	1.003
		∞	.343	.632	.168	11.14	1			∞	.168	.703	.097	13.07	1
	0.9	2	.371	.610	.190	16.45	1.083		0.1	2	.000	.768	.032	16.57	1.005
		3	.370	.619	.181	15.81	1.041			3	.000	.768	.032	16.54	1.003
		5	.371	.623	.177	15.47	1.019			5	.000	.768	.032	16.52	1.002
		10	.371	.625	.175	15.29	1.007			10	.000	.768	.032	16.51	1.001
		∞	.371	.626	.174	15.18	1			∞	.000	.768	.032	16.50	1

(3) P_h가 0.9 인 경우만 표 3에 주어져 있지 단 수치실험을 통하여 구해진 모든 경우에 R_1을 비교하면 두 스트레스 수준에서 시험되는 계획에서는 통계적 최적계획이 최적계획보다 우수하지만 세 스트레스 수준에서 사용되는 두 계획의 간헐적 검사회수에 따른 우월성을 판정하기는 힘들었다.

그리고 다음절에서 ALT계획들의 특성과 유

표 2(c). q=0.1일 경우의 신 절충형 가속수명시험계획

P_u	P_h	k	s_1	α_1	α_3	v_0	R_1	P_u	P_h	k	s_1	α_1	α_3	v_0	R_1
		2	.435	.449	.251	20.74	1.202			2	.271	.616	.184	8.38	1.126
		3	.431	.467	.233	18.97	1.099			3	.269	.630	.170	7.92	1.063
	0.99	5	.429	.477	.223	18.06	1.047		0.99	5	.268	.636	.164	7.67	1.030
		10	.427	.482	.218	17.58	1.019			10	.267	.640	.160	7.54	1.012
		∞	.426	.487	.213	17.25	1			∞	.266	.643	.157	7.44	1
		2	.461	.376	.290	35.21	1.326			2	.265	.496	.204	12.96	1.290
		3	.467	.432	.268	30.45	1.147			3	.289	.602	.198	11.06	1.101
0.0001	0.9	5	.463	.447	.253	28.46	1.072	0.01	0.9	5	.284	.615	.185	10.55	1.050
		10	.459	.456	.244	27.37	1.031			10	.280	.622	.178	10.26	1.022
		∞	.458	.464	.236	26.56	1			∞	.276	.628	.172	10.04	1
		2	.485	.306	.361	86.60	1.398			2	.235	.432	.268	24.37	1.309
		3	.483	.342	.324	74.76	1.207			3	.226	.462	.238	21.67	1.164
	0.5	5	.481	.364	.303	68.53	1.106		0.5	5	.220	.481	.219	20.21	1.085
		10	.478	.378	.289	64.95	1.048			10	.215	.492	.208	19.35	1.040
		∞	.476	.390	.277	61.96	1			∞	.210	.503	.197	18.62	1
		2	.365	.478	.222	14.99	1.302			2	.011	.773	.027	3.51	1.041
		3	.362	.494	.206	13.89	1.206			3	.020	.765	.035	3.46	1.024
	0.99	5	.378	.588	.212	12.01	1.043		0.99	5	.026	.760	.040	3.42	1.012
		10	.376	.594	.206	11.72	1.018			10	.030	.757	.043	3.39	1.005
		∞	.374	.598	.202	11.51	1			∞	.033	.756	.044	3.38	1
		2	.397	.436	.264	23.44	1.256			2	.000	.773	.027	3.52	1.024
		3	.390	.460	.240	21.04	1.127			3	.000	.770	.030	3.49	1.014
0.001	0.9	5	.387	.474	.226	19.83	1.062	0.1	0.9	5	.000	.769	.031	3.46	1.007
		10	.383	.482	.218	19.17	1.027			10	.000	.768	.032	3.45	1.003
		∞	.380	.489	.211	18.67	1			∞	.000	.768	.032	3.44	1
		2	.391	.336	.331	54.02	1.392			2	.000	.780	.020	3.57	1.013
		3	.387	.370	.296	47.07	1.213			3	.000	.779	.021	3.55	1.008
	0.5	5	.383	.391	.276	43.39	1.118		0.5	5	.000	.778	.022	3.54	1.005
		10	.396	.436	.264	40.59	1.046			10	.000	.778	.022	3.53	1.002
		∞	.393	.448	.252	38.80	1			∞	.000	.778	.022	3.52	1

용성을 파악하기 위하여 수치예에 적용하였으며 각 계획의 설계시에 필요한 입력치의 불확실성에 따른 감도분석을 실시하여 비교하였다.

4.2 수치예

어떤 제품은 Arrhenius 모형 ($s=\frac{-1000}{273.2+온도}$)을 따르며 사용(130℃ ; s_0')및 고스트레스(220℃ ; s_m')하에서의 5000시간(t_c') 까지의 고장확률이

표 3. P_h=0.9일 경우에 ALT계획의 비교

q	P_u	k	통계적 최적		최적		실용적			신 절충형		
			v_0	R_1	v_0	R_1	v_0	R_1	R_2	v_0	R_1	R_2
0.001	0.0001	2	18.79	1.054	18.89	1.060	24.85	1.079		23.07	1.071	
		3	18.26	1.024	18.38	1.031	23.95	1.040		22.36	1.037	
		5	17.99	1.009	18.09	1.015	23.45	1.018		21.93	1.018	
		10	17.87	1.002	17.93	1.006	23.19	1.007		21.70	1.007	
		∞	17.83	1	17.83	1	23.03	1	1.292	21.55	1	1.209
	0.001	2	14.30	1.052	14.93	1.099	18.54	1.102		17.81	1.103	
		3	14.02	1.032	14.36	1.057	17.80	1.058		17.08	1.058	
		5	13.73	1.011	13.99	1.029	17.32	1.029		16.62	1.030	
		10	13.63	1.003	13.77	1.013	17.04	1.013		16.35	1.013	
		∞	13.59	1	13.59	1	16.83	1	1.238	16.14	1	1.188
0.01	0.0001	2	19.61	1.090	20.78	1.155	28.41	1.205		26.95	1.250	
		3	18.70	1.039	19.33	1.074	25.83	1.095		25.37	1.177	
		5	18.26	1.015	18.62	1.035	24.62	1.044		24.58	1.140	
		10	18.06	1.004	18.25	1.014	24.00	1.018		21.82	1.012	
		∞	17.99	1	17.99	1	23.58	1	1.311	21.56	1	1.198
	0.001	2	13.39	1.065	13.66	1.087	17.56	1.107		16.45	1.083	
		3	12.93	1.029	13.10	1.042	16.67	1.051		15.81	1.041	
		5	12.71	1.011	12.81	1.019	16.23	1.023		15.47	1.019	
		10	12.60	1.003	12.66	1.007	16.00	1.009		15.29	1.007	
		∞	12.57	1	12.57	1	15.86	1	1.262	15.18	1	1.208
	0.01	2	8.16	1.041	8.40	1.072	10.15	1.075		10.11	1.076	
		3	7.99	1.020	8.16	1.041	9.84	1.042		9.80	1.043	
		5	7.90	1.009	8.00	1.021	9.64	1.021		9.60	1.022	
		10	7.85	1.002	7.91	1.009	9.53	1.009		9.48	1.009	
		∞	7.84	1	7.84	1	9.44	1	1.205	9.39	1	1.199
0.1	0.0001	2	24.12	1.134	29.05	1.366	43.00	1.490		35.21	1.326	
		3	22.45	1.056	25.16	1.183	35.82	1.241		30.45	1.147	
		5	21.69	1.020	23.20	1.091	32.27	1.118		28.46	1.072	
		10	21.40	1.006	22.11	1.040	30.35	1.051		27.37	1.031	
		∞	21.26	1	21.26	1	28.87	1	1.358	26.56	1	1.249
	0.001	2	16.68	1.119	19.63	1.318	27.28	1.417		23.44	1.256	
		3	15.64	1.050	17.29	1.160	23.19	1.205		21.04	1.127	
		5	15.17	1.018	16.09	1.080	21.18	1.100		19.83	1.062	
		10	14.99	1.006	15.42	1.035	20.09	1.044		19.17	1.027	
		∞	14.90	1	14.90	1	19.25	1	1.292	18.67	1	1.253
	0.01	2	9.48	1.091	10.69	1.230	13.34	1.275		12.96	1.290	
		3	9.02	1.038	9.71	1.118	11.88	1.136		11.06	1.101	
		5	8.81	1.014	9.20	1.059	11.16	1.067		10.55	1.050	
		10	8.72	1.004	8.91	1.026	10.77	1.029		10.26	1.022	
		∞	8.69	1	8.69	1	10.46	1	1.025	10.04	1	1.156
	0.1	2	2.91	1.006	2.92	1.008	3.69	1.029		3.52	1.024	
		3	2.90	1.003	2.91	1.006	3.64	1.017		3.49	1.014	
		5	2.90	1.001	2.90	1.003	3.61	1.008		3.46	1.007	
		10	2.90	1.000	2.90	1.002	3.60	1.003		3.45	1.003	
		∞	2.89	1	2.89	1	3.58	1	1.237	3.44	1	1.187

0.001과 0.9이고 사용스트레스하에서의 관심있는 분위수는 0.01이다. 시험자는 3회의 등확률 검사방법을 택하며 50개의 제품을 시험할 예정이다. 과거의 시험자료로부터 σ는 0.7로 추정되므로 식(13)과 식(14)로부터 β_0=0.216 , β_1=-3.060 이 된다.

표 1(b)와 2(b)로부터 통계적 최적계획일때 s_1=0.388, α_1=0.810, v_0=12.93, 신 절충형계획일때 s_1=0.370, α_1=0.619, α_2=0.2, α_3=0.181, v_0=15.81 이므로 실제의 스트레스 수준(s_i')과 검사 시각(t_{ij}')을 식(18)로부터 구할 수 있으므로 최적과 실용적 계획을 포함한 세부내역을 표 4와 같이 정리할 수 있다.

$$s_i' = s_i(s_m' - s_0') + s_0' \tag{18}$$
$$t_{ij}' = t_c' \cdot t_{ij} \quad i=1,\cdots,m;\ j=1,\cdots,k$$

망된다.

표 5는 감도 분석을 실시한 결과중에서 수치예의 상황에 적용할 수 있는 일부를 정리한 것인데, P_u, P_h, σ 의 가능한 참값의 범위가 다음과 같다고 가정할 때 각각 0.001, 0.9, 0.7로 추정한 경우이다.

$$0.0005 \le P_u \le 0.002$$
$$0.8 \le P_h \le 0.95$$
$$0.5 \le \sigma \le 0.9$$

즉, 상기 범위의 선택된 값에 대하여 다음과 같이 감도 분석이 실시되었다. P_u,P_h, σ 의 추정된 값($\tilde{P}_u$, $\tilde{P}_h$, $\tilde{\sigma}$)에 대하여 스트레스 수준과 할당비율이 결정되면 감도는 $\tilde{P}_u$, $\tilde{P}_h$, $\tilde{\sigma}$ 에 의한 v_0와 P_u, P_h, σ에 의한 v_0의 비로서 정의된다. 예를 들면 표 5의 통계적 최적계획에서 P_u=0.0005, P_h=0.8, σ=0.5일 경우에 각각 0.001,

표 4. 수치예에서 제시된 ALT계획

계 획	통계적 최적		최적		실용적			신 절충형		
	저	고	저	고	저	중	고	저	중	고
s_i (℃)	161	220	161	220	158	187	220	159	188	220
n_i	41	9	40	10	35	10	5	31	10	9
t_{i1}	2625	962	3443	1412	3520	2650	1412	3488	2618	1412
t_{i2}	3819	2032	4314	2434	4359	3788	2434	4339	3762	2434
t_{i3}	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
$avar(\hat{y}_q)$	0.127		0.128		0.163			0.155		

4.3 감도 분석

ALT 계획을 활용하기 위해서는 P_u, P_h, σ (검사시간 결정시에 필요)의 사전 추정이 필요하므로 P_u, P_h, σ 의 가능한 값의 범위에 따른 감도 분석(sensitivity analysis)의 실시가 요

0.9, 0.7 로 잘못 추정시에 v_0의 증가 비율은 5%임을 알 수 있다. (표 5에서 감도가 1 이하가 되는 경우는 $\tilde{P}_u$, $\tilde{P}_h$, $\tilde{\sigma}$ 에 따른 등확률 검사 시각이 P_u, P_h 와 σ 일 때의 등확률 검사 시각보다 통계적 최적계획의 검사시각에 가깝다

는 것을 파악할 수 있다). 감도 분석의 결과를 보면 4종류의 ALT계획들이 P_u,P_h, σ의 추정에 대하여 상당히 둔감함을 파악할 수 있다.

표 5. $\tilde{P}_u$=0.001, $\tilde{P}_h$=0.9, $\tilde{\sigma}$=0.7일 경우에 ALT계획의 감도분석 (k = 3 , q=0.01)

계 획	σ	0.5			0.7			0.9		
	P_h \ P_u	0.0005	0.001	0.002	0.0005	0.001	0.002	0.0005	0.001	0.002
통계적 최적	0.8	1.05	1.02	1.03	1.04	1.00	1.01	1.05	1.01	1.01
	0.9	1.03	1.02	1.04	1.02	1	1.02	1.04	1.01	1.02
	0.95	1.01	1.02	1.07	1.01	1.00	1.04	1.04	1.02	1.04
최적	0.8	0.99	0.98	1.00	1.01	0.98	1.00	1.05	1.01	1.01
	0.9	0.99	0.99	1.02	1.02	1	1.02	1.08	1.04	1.04
	0.95	0.99	1.00	1.05	1.03	1.02	1.05	1.11	1.07	1.08
실용적	0.8	0.98	0.98	1.00	0.99	0.98	1.00	1.03	1.01	1.01
	0.9	0.99	0.99	1.01	1.01	1	1.02	1.07	1.04	1.04
	0.95	0.99	1.00	1.02	1.03	1.02	1.03	1.12	1.08	1.07
신 절충형	0.8	0.99	0.99	1.00	1.00	0.99	1.00	1.03	1.01	1.01
	0.9	1.00	0.99	1.01	1.01	1	1.01	1.05	1.03	1.03
	0.95	1.00	1.00	1.02	1.02	1.01	1.03	1.08	1.05	1.06

4.4 소표본 연구

본 논문에서 설계된 ALT 계획들의 기준이 최우추정량의 점근적 성질(consistency, asymptotic normality 등)을 이용한 대표본일 때의 점근적 분산으로 실제로 당면하게 되는 한정된 제품 또는 부품수로서 시험할 경우에 계획들의 통계적 특성을 조사할 필요가 있다.

따라서 Monte Carlo 시뮬레이션을 이용하여 소표본 또는 중표본일 경우에 4종류 계획의 편기(bias), MSE(Mean Squared Error), 최우추정량이 존재할 비율(E_p)을 구할 수 있는 FORTRAN 프로그램이 작성되었다. 이 프로그램에 포함된 일양 난수와 대수정규분포에 따른 수명치의 발생은 IMSL subroutine[13]을 이용하였으며 최우추정량의 도출방법은 Wolynetz[25]의 EM방법을 이용한 algorithm을 활용하였다. 또한 본 논문의 ALT 시험 상황하에서 최우추정량의 존재 조건은 Hamada와 Tse[12]의 연구결과로부터 설정할 수 있으며 이를 선형계획법[7] 으로 정식화하여 추정량의 존재여부를 파악할 수 있도록 프로그램에 포함시켰다.

표본크기가 40과 100일 경우에 Monte Carlo 시뮬레이션으로 수행된 대표적인 일부 결과 (P_u=0.001, P_h=0.9, k=3, q=0.01)를 표 6에 정리하였는데 이를 고찰하면 다음과 같은 사실을 얻을 수 있다.

(1) N=40일 경우는 다소 큰 편기와 MSE을 보여주고 있지만 N=100일 경우는 만족스러운 추정결과를 보여주고 있다.

(2) MSE에서 중요한 부분을 차지하는 것은 편기보다 최우추정량의 표준오차이다.

(3)N=40일 경우는 두 스트레스에서 시험되는 계획보다 세 스트레스에서 시험되는 계획이 MSE 측면에서 우수하며 N=100일 경우는 반대의 현상도 발생되고 있지만, 이 중에서 신 절충형계획이 비교적 우수한 소표본 성질을 가지고 있음을 파악할 수 있다.

(4) 최우추정량이 존재할 비율은 N=40일 경우에 두 스트레스에서 시험되는 계획도 1에 가까워지므로 이 정도의 표본크기에서는 ALT 계획에 따라 큰 차이가 없다.

5. 결론

본 논문은 수명이 대수정규분포를 따를 때 간헐적 검사하에서 일정스트레스 가속수명시험 계획의 통계적 최적계획과 새로운 절충형계획을 설계하였다. 먼저 연속검사보다 노력과 비용이 적게드는 간헐적 검사하에서 스트레스 수준, 할당비율, 검사시각까지 최적화하는 통계적 최적계획이 개발되었다. 그리고 두 스트레스에서 시험되는 통계적 최적계획의 단점을 보완하기 위해서 개발된 세 스트레스수준에서 시험되는 실용적 또는 절충형계획은 통계적 효율성이 전자보다 떨어지므로 이를 보완하면서 시험제

표 6. 시뮬레이션에 의한 ALT계획의 소표본 특성 (P_u=0.001, P_h=0.9, k=3, q=0.01)

계 획		N = 40			N = 100		
		편기	MSE	E_p	편기	MSE	E_p
통계적 최적	β_0/σ	-0.126	1.597	0.998	-0.068	0.392	1.000
	β_1/σ	0.114	1.948		0.069	0.512	
	σ/σ	-0.131	0.150		-0.046	0.048	
	$y_{0.01}/\sigma$	0.182	0.781		0.037	0.142	
최적	β_0/σ	0.047	1.379	1.000	-0.018	0.420	1.000
	β_1/σ	-0.076	1.792		0.017	0.592	
	σ/σ	-0.045	0.127		-0.021	0.043	
	$y_{0.01}/\sigma$	0.152	0.694		0.031	0.155	
실용적	β_0/σ	0.125	1.331	1.000	0.074	0.631	1.000
	β_1/σ	-0.154	2.240		-0.090	1.042	
	σ/σ	-0.016	0.126		0.008	0.058	
	$y_{0.01}/\sigma$	0.162	0.633		0.054	0.207	
신 절충형	β_0/σ	0.123	1.184	1.000	0.046	0.440	1.000
	β_1/σ	-0.141	1.802		-0.057	0.672	
	σ/σ	-0.014	0.098		-0.007	0.041	
	$y_{0.01}/\sigma$	0.155	0.563		0.063	0.189	

비고 β_0/σ = 3.090 β_1/σ = -4.372 σ/σ = 1 $y_{0.01}/\sigma$ = 0.764

품 할당비율까지 근사적으로 최적화 변수에 포함시키는 신 절충형계획이 개발되었다. 이에 따른 가속수명시험계획을 시험자가 적절히 이용할 수 있도록 제시하였으며, 전술된 두 계획과 두 스트레스 수준에서 시험되며 등확률 검사방법에 의한 최적계획, 세 스트레스 수준에서 시험되며 등확률 검사방법과 7:2:1 할당계획을 채용한 실용적계획을 통계적 효율성과 수치예를 통한 감도분석 등으로 비교하였다. 또한 그리고 이런 계획들의 설계기준이 대표본일 때의 점근적 분산이므로 실제로 당면하는 소표본일 때의 적용가능성을 Monte Carlo 시뮬레이션을 통하여 비교하였다.

간헐적 검사하의 이런 계획들은 검사회수가 크지 않더라도 연속검사와의 통계적 효율성의 차이가 크지 않으므로 노력과 비용을 절약할 수 있는 간헐적 검사의 타당성을 보여주고 있으며, 본 논문의 설계방법과 소표본 연구를 Weibull 분포 등에도 동일하게 적용하여 ALT 계획의 특성을 조사할 수 있을 것이다. 앞으로 ALT 계획들의 비용측면과 통계적 효율성을 고려한 경제적 설계에 대한 연구와 소표본일 경우에 적용될 수 있는 설계기준을 찾아서 이를 최소화하는 최적 스트레스 수준과 할당비율 등을 구할 수 있는 방법에 대한 연구가 요망된다.

참고문헌

[1] 배도선, 김명수, 이상혁, "Optimum Simple Step-Stress Accelerated Life Tests under Periodic Observation", 한국통계학회지, 18, pp. 125-134, 1989.

[2] 서순근, "Development of Optimal Accelerated Life Test Plans for Weibull Distribution under Intermittent Inspection", 품질관리학회지, 17, pp. 89-106, 1989.

[3] 서순근, 최종덕, "지수고장분포 및 단속검사하의 최적가속수명시험의 설계", 대한산업공 학회지, 17, pp. 95-108, 1991.

[4] 서순근, 조호성, "대수정규분포와 간헐적검사하에서의 가속수명시험 방식의 설계", 품질경영 학회지, 24, pp. 25-43, 1996.

[5] Bai, D.S., Chung, S.W. and Chun, Y.R., "Optimal Design of Partially Accelerated Life Tests for the Lognormal Distribution under Type I Censoring", *Reliability Engineering and System Safety*, 40, pp. 85-92, 1993.

[6] Barton, R.R., "Optimum Accelerated Life-Time Plans that Minimize the Maximum Test- Stress", *IEEE Transactions on Reliability*, 40, pp. 166-172, 1991.

[7] Best, M.J., and Ritter, K., *Linear Programming Active Set Analysis and Computer Programs*, Prantice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.

[8] Chernoff, H., "Optimal Accelerated Life Designs for Estimation", *Technometrics*, 4, pp. 381-408, 1962.

[9] Cheng, S.W., "On the ABLUE of the Normal Mean from a Censored Sample", *Journal of Statistical Planning and Inference*, 4, pp. 259-265, 1980.

[10] Escobar, L.A. and Meeker, W.Q., "Planning Accelerated Life Tests with Two or More Experimental Factors", *Technometrics*, 37, pp. 411-427, 1995.

[11] Forsythe, G.E., Malcolm, M.A. and Moler, C.B., *Computer Methods for Mathematical Computations*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1977.

[12] Hamada, M. and Tse, S.K., "A Note on the Existence of Maximum Likelihood Estimates in Linear Regression Models Using Interval-Censored Data", *Journal of the Royal Statistical Society*, Ser.B, 50, pp. 293-296, 1988.

[13] IMSL, STAT/LIBRARY, version 1.0, IMSL Inc. Houston, TX, 1987.

[14] Kielpinski, T.J. and Nelson, W., "Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions", *IEEE Trans. on Reliability*, R-24, pp. 310-320, 1975.

[15] Little, R.E. and Jebe, E.H., "A Note on the Gain in Precision for Optimal Allocation in Regression as Applied to Extrapolation in S-N Fatigue Testing", *Technometrics*, 11, pp. 389-392, 1969.

[16] Meeker, W.Q., "A Comparison of Accelerated Life Test Plans for Weibull and Lognomal Distributions and Type-Ⅰ censoring", *Technometrics*, 26, pp. 157-171, 1984.

[17] Meeker, W.Q., "Planning Life Tests in Which Units are Inspected for Failure", *IEEE Trans. on Reliability*, R-35, pp. 571-578, 1986.

[18] Meeker, W.Q. and Hahn, G.J., "How to Plan an Accelerated Life Test-Some Practical Guidelines", *ASQC Basic References in Quality Control : Statistical Techniques*, Vol. 10, 1985.

[19] Menzefricke, U., "Designing Accelerated Life Tests When There is Type Ⅱ Censoring", *Commun. Statist.-Theory & Math.*, 21, pp. 2569-2590, 1992.

[20] Nelson, W., *Accelerated Testing : Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, Wiley, New York, NY., 1990.

[21] Nelson, W. and Kielpinski, T.J., "Theory for Optimum Censored Accelerated Life Tests for Normal and Lognormal Life Distributions", *Technometrics*, 18, pp. 105-114, 1976.

[22] Powell, M.J.D., "An Efficient Method for Finding the Minimum of a Function of Several Variables Without Calculating Derivatives", *The Computer Journal*, 7, pp. 155-162, 1964.

[23] Rao, C.R., *Linear Statistical Inference and It's Application*, 2nd ed., Wiley, New York, NY, 1973.

[24] Seo, S.K. and Yum, B.J., "Accelerated Life Test Plans under Intermittent Inspection and Type Ⅰ Censoring : The Case of Weibull Failure Distribution", *Naval Research Logistics*, 38, pp. 1-22, 1991.

[25] Wolynetz, M.S., "AS 139 : Maximum Likelihood Estimation in a Linear Model from Confined and Censored Normal Data", *Applied Statistics*, 28, pp. 159-206, 1979.

[26] Yum, B.J. and Choi, S.C., "Optimal Design of Accelerated Life Tests under

Periodic Inspection", *Naval Research Logistics*, 36, pp. 779-793, 1989.

96년 8월 최초 접수, 96년 10월 최종 수정