Journal of the Korean Institute
of Industrial Engineers
Vol.23, No.1, March, 1997

퍼지환경에서 다목적 비선형계획문제의 절충 의사결정

Compensatory Decision-Making for Multiobjective Nonlinear Programming Problem in a Fuzzy Environment

이상완* · 남현우**

Sang-Wan Lee* · Hyun-Woo Nam**

Abstract

This paper presents the algorithm for finding the compensatory solution for fuzzy multiobjective nonlinear programming problem using γ-operator. The proposed algorithm can be applied to all cases with multiobjective problems since the interactive process with a decision maker is simple, various uncertainties involved on decision making are eliminated and all the objectives are well balanced. On the basis of proposed algorithm, an illustrative numerical example is presented.

1. 서 론

오늘날 매우 복잡하고 다양한 경영전략 및 현실 세계의 많은 의사결정 문제에는 주어진 목표와 제약 조건들을 정확하게 알 수 없는 불확실한 상황과 다수의 상충되는 다목적 문제가 내포되어 있다. 이것을 해결하기 위하여 다목적 의사결정 문제에 퍼지 집합론을 접목시킨 새로운 의사결정법들이 많이 연구되고 있다. 다목적 의사결정 문제에서 최적화라는 개념은 정의에서 제외되는데 이는 모든 목적들을 원하는 수준에서 동시에 얻기가 불가능하기 때문이다. 그러므로 유일최적해를 찾는 것 대신에 실행가능 영역 내에서 비열등해(noninferior solution) 또는 파레토 최적해 집합을 확인하는 것이 다목적 의사결정 문제의 첫번째 단계이다.

비지배해 집합 속의 해 숫자는 상당히 많

* 동아대학교 산업공학과
** 경동전문대학 산업안전관리과

으므로 의사결정자는 몇 가지 기준으로 최상의 만족해를 최종적으로 선택해야만 된다. Zeleny[25]는 비지배해 집합내에서 절충해(compromise solution)를 산출하는 절충계획문제(compromise programming)를 제시하였다. 절충계획문제에서 사용되는 척도함수(scaling function)에 기초를 두고 Bellman과 Zadeh[2], 그리고 Zimmermann[26]은 퍼지선형계획법을 제시하였다. 이들이 제시한 기법들은 목적함수들이 선형이고 구성함수(membership function)들도 선형에 의해서만 표현된다는 한계를 여전히 가지고 있다. Sakawa 등은 Leberling 과 Hannan 등이 제시한 다양한 구성함수를 사용하여 대화형 다목적 선형계획법[20], 대화형 다목적 선형분수계획법[17], 대화형 다목적 비선형계획법[19] 등을 제시하였다[15,16,18,21,22].

Sakawa 등은 이들 논문에서 n개의 구성함수를 통합하기 위하여 사용되는 최소연산자와 곱연산자는 구성함수의 통합연산자(aggregator)로서 반드시 만족할 수 있는 것은 아니라고 지적하고 대안적으로 의사결정자와의 대화(interactive)를 통하여 만족해를 구하는 대화형 접근을 사용하였다. 그러나 이 연구들은 의사결정자에게 제공되는 정보들이 너무 어렵거나 복잡하기 때문에 계속적인 대화를 통하여 의사결정자의 일관된 반응을 기대하기 어렵다는 한계를 가지고 있다. 이러한 한계에도 불구하고 대화형 접근법이 계속 연구되고 있는 이유는 퍼지 다목적 의사결정문제에서 구성함수를 적절하게 통합할 수 있는 통합연산자 개발이 미흡하기 때문이다. 그러므로 적절한 통합연산자의 개발을 위한 연구가 많이 되고 있음은 당연한 일이 된다.

Li[8]는 최소연산자가 비절충적(noncompensatory)이기 때문에 이를 사용한 접근들은 변형된 문제의 해가 유일하지 않을 경우 원문제에 대한 유효해를 보장할 수 없다는 이유로 절충적인 통합연산자로서 산술평균 연산자를 사용하여 유효해를 구하는 2단계 접근법을 제시하였다. Li는 절충 유효해의 결정기준을 지배해의 관점에서 선택하였는데 이는 현재 문헌에서 제시되고 있는 다른 절충연산자를 사용하여 비교해 보면 일반으로 사용할 수 없는 기준임을 쉽게 알 수 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위하여 Zimmermann[27]의 개념을 이용한 많은 수의 절충적인 통합연산자가 문헌에서 제시되고 있지만 적절한 절충값의 결정문제가 여전히 남아 있다. Rao 등[14]은 효용함수를 사용하여 목적들의 총 기대 효용을 최대로 하는 절충값을 제시하였다. 효용함수를 사용하여 적절한 절충값을 계산할 경우 목적들이 많아지고, 목적들이 비선형으로 표현되면 하나의 효용함수로 정확하게 정식화 하기 어렵다는 일차적인 문제가 있고 이 연구에서 사용한 의사결정함수는 모든 목적들의 구성값들은 적어도 의사결정함수 수준까지는 되어야 한다는 조건을 만족하고 있지 않다.

이상에서 살펴볼 때 퍼지 다목적 비선형 의사결정 문제에서 보다 효과적으로 의사결정자의 절충해를 이끌기 위해서는 간단한 대화과정을 통하여 각 목적에 대한 의사결정자의 선호정보를 유도하고 이를 적절한 통합연산자로 통합하여 의사결정과정에서 발생되는 불확실성이 제거된 상태에서 각 목적의 평균 성취수준이 의사결정함수에 가장 근접되는 절충해를 산출하는 알고리즘의 개발이 요구

되고 있다.

이에 본 연구에서는 의사결정과정에서 발생되는 불확실성을 제거할 수 있는 γ-연산자[28]를 절충적인 통합연산자로 선택하여 각 목적에 대한 구성함수를 통합하고 전체 만족수준을 나타내는 의사결정함수값에 각 목적의 평균성취수준이 가장 근접된 해를 최적절충해로 산출하는 새로운 알고리즘을 제시한다. 제시된 알고리즘의 수행은 Fiacco와 McCormick[6]이 개발한 SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)를 퍼지형태로 수정한 프로그램을 이용해서 수치예를 통하여 보여진다.

2. 알고리즘 개발을 위한 이론적 배경

일반적으로 다목적 비선형 계획문제는 다음과 같은 벡터-최소화 문제로 정식화된다.

$$\min_{X} \ f(x) = (f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x)) \quad (1)$$

제약조건 :

$$x \in X = \{x \in R^n \mid g_j(x) \leq 0, \ j = 1, 2, \cdots, m\}. \quad (2)$$

여기서 x는 n차원 의사결정변수 벡터이고 $f_1(x), f_2(x), \cdots, f_n(x)$는 n개의 상충되는 목적함수이며 $g_1(x), g_2(x), \cdots, g_m(x)$는 m개의 부등제약식, X는 실행가능영역(feasible region)이다. 모든 $f_i(x)$ $(i=1, \cdots, n)$는 미분가능하고 볼록(convex)하며 X 또한 볼록하다고 가정한다.

다목적 비선형 최적화 문제에서는 목적함수가 벡터이므로 일반적인 스칼라 목적함수의 최적화 문제와는 달리 하나의 목적함수값의 개선은 하나 이상의 다른 목적함수값의 손실에 의해서만 얻어질 수 있는 파레토 최적해를 구해야 한다. 파레토 최적해 집합의 이론적 정의는 다음과 같다.

정의 1. 파레토 최적해

$x^* \in X$에 대하여 $f(x) \leq f(x^*)$인 동시에 $f(x) \neq f(x^*)$로 되는 $x \in X$가 존재하지 않을 때 x^*를 파레토 최적해라 한다.

파레토 최적해 집합을 구하는 방법으로는 가중치법, ε-제약법, 다목적 심플렉스법 등 여러가지 방법이 있다[1]. 파레토 최적해 집합은 의사결정자가 각 목적에 대한 만족수준을 제공하는데 이용될 수 있는 중요한 기초정보원이 되므로 본 연구에서는 ε-제약법으로 파레토 최적해 집합을 산출한다. 산출절차는 다음과 같다. 각 목적함수에 대하여 최대목적함수값 f_i^{max}와 최소목적함수값 f_i^{max}을 계산한다.

$$f_i^{max} = \max_{x \in X} \ f_{i(x)} \qquad i=1, \cdots, n. \quad (3)$$

$$f_i^{min} = \min_{x \in X} \ f_{i(x)} \qquad i=1, \cdots, n. \quad (4)$$

식 (3), (4)에 의하여 계산된 값을 기초로 파레토 최적해 집합의 산출에 사용되는 ε_i의 여러가지값을 식 (5)에 의하여 선택한다.

$$\varepsilon_i = f_i^{min} + [t/(r-1)] \, (f_i^{max} - f_i^{min}), \quad (5)$$

$$t = 1, 2, \cdots, r-1 \ (r : \text{반복수}).$$

ε_i의 가능한 조합값에 대하여 식(6)을 해결한다. (6)

$$\min_{x \in X} \ f_{1(x)}$$

제약조건:

$$f_{i(x)} \leq \varepsilon_i, \qquad i=2, \cdots, n.$$

산출된 파레토 최적해 집합을 참고로 하여 의사결정자는 다음과 같은 5가지 형태의 구성함수로 각 목적에 대한 자신의 만족수준을 표현할 수 있다.

· 선형 구성함수

$$\mu_{f_i}(x) = (f_i^{max} - f_{i(x)}) / (f_i^{max} - f_i^{min}) \quad (7)$$

· 지수 구성함수

$$\mu_{f_i}(x) = a_i(1 - \exp(-b_i(f_i^{max} - f_i(x))/(f_i^{max} - f_i^{min}))) \quad (8)$$

단, $a_i > 0$, $b_i > 0$, 또는 $a_i < 0$, $b_i < 0$

$f_i^a(0 \le a \le 1)$ 는 구성정도가 a인 $f_i(x)$값을 나타낸다고 할 때 의사결정자는 f_i^{max}와 f_i^{min} 값 내에서 $f_i^{0.5}$의 값에 상응하는 $f_i(x)$값을 명시한다.

· 쌍곡선 구성함수

$$\mu_{f_i}(x) = (\tanh((f_i(x)-b_i)\alpha_i))/2 + 1/2$$

(단, $\alpha_i < 0$) (9)

의사결정자는 f_i^{max}와 f_i^{min} 값 내에서 $f_i^{0.25}$, $f_i^{0.5}$의 값에 상응하는 $f_i(x)$값을 명시한다.

· 역쌍곡선 구성함수

$$\mu_{f_i}(x) = a_i(\tanh^{-1}((f_i(x)-b_i)\alpha_i))/2 + 1/2$$

(단, $a_i > 0$, $\alpha_i < 0$) (10)

의사결정자는 f_i^{max}와 f_i^{min} 값 내에서 $f_i^{0.25}$, $f_i^{0.5}$의 값에 상응하는 $f_i(x)$값을 명시한다.

· 부분선형 구성함수

$$\mu_{f_i}(x) = t_{ir}f_{i(x)} + S_{ir}, \quad g_{ir-1} \le f_i(x) \le g_{ir}$$

(단, $t_{ir} < 0$) (11)

여기서 t_{ir}은 기울기이고 S_{ir}은 g_{ir-1}과 g_{ir}을 분별하는 역할을 한다. 의사결정자는 f_i^{max}와 f^{min} 값 내에서 몇 개의 f_i^a의 값에 상응하는 $f_i(x)$값을 명시한다.

각 목적에 대한 만족수준을 표현하는 어떤 형태의 구성함수들이 선택되면 이들을 적절하게 통합할 수 있는 통합연산자가 결정되어야만 된다. 지금까지 현실에서 다목적 의사결정문제를 해결하기 위한 퍼지접근은 주로 최대-최소형태에 기초를 둔 것이다. 최소 통합연산자는 Fung과 Fu[5]가 언급했듯이 각 구성값 사이에 어떤 상충(trade-off)이 허용되지 않고 비절충(noncompensatory)이므로 통합연산자로 사용하기에는 부적당하다. 또한 현실에서 발생되는 대부분의 의사결정들은 절충이 없는 것도 아니고 완전한 절충이 이루어지는 것도 없다. Li는 의사결정과정에서 상충의 개념은 최상과 최악의 평가사이에 있는 어떤 행위의 전체평가를 고찰하는 것과 상응하기 때문에 평균연산자들은 평가들 사이의 절충을 허용함으로써 목적들 사이의 상충을 실현할 수 있다는 이유로 평균 연산자들 중 산술평균을 사용하여 절충모형을 제시하였다. 각 연산자들의 비교는 식(12)와 같다.

$$\min(x,y) \le (x \cdot y)^{1/2} \le (x+y)/2 \le 1 - [(1-x)(1-y)]^{1/2} \le \max(x \cdot y) \quad (12)$$

여기서 산술평균 연산자는 자가쌍대(self dual)이다. 산술평균 연산자로 각 구성함수를 통합한 절충모형의 단점은 보다 높은 수행도(performance)를 가지는 목적들에만 관심을 가지고 수행도가 낮은 목적들은 거의 고려하지 않으므로 Li는 원제약과 모든 퍼지 목표에 대하여 최대-최소형식에서 산출된 의사결정함수값 이상에서 각 구성값이 유지되어야 한다는 제약을 추가적으로 부여한 2단계 접근법을 제시하였다. 2단계 접근법에서 얻어진 해는 Zimmermann의 퍼지 접근에 의하여 얻어진 해를 완벽하게 지배하고 퍼지 목표들의 좋은 균형을 유지한다.

그러나 Li의 2단계 접근법은 최대-최소형

식에 의하여 산출된 해는 지배할 수 있지만 문헌에서 제시되고 있는 다른 절충연산자를 사용할 경우 절충정도에 따라 2단계 접근법에 의하여 산출된 유일해를 지배하는 또다른 해가 있음을 알 수 있다. 때문에 지배의 관점에서 절충해를 산출하는 것은 곤란하고 오히려 목표들의 좋은 균형을 기준으로 삼는 것이 바람직하다. 2단계 접근법에 의하여 산출된 유일해들을 지배하는 다른해가 존재한다는 것을 보다 명확하게 하기 위하여 다음 예를 사용한다.

$$\min f_1(x) = 0.5x_1^2 + 0.8x_2^2 + 2.5x_3^2 \quad (13)$$
$$\min f_2(x) = 0.8x_1^2 + 0.6x_2^2 + 1.5x_3^2$$
$$\min f_3(x) = 3x_1 + 10x_2 + 20x_3$$
subject to
$$10 \le x_i \le 100, \quad i = 1, 2, 3.$$

각 목적에 대한 구성함수를 지수 구성함수, 쌍곡선 구성함수, 선형 구성함수를 선택하였을 경우 이 문제를 먼저 최대-최소형식으로 정식화하면 식(14)와 같이 된다.

$$\max \ \lambda \quad (14)$$
subject to
$$\lambda \le -0.6604(1-\exp(0.9219\times(38000-f_1(x)/37620)))$$
$$\lambda \le 0.5\tanh((f_2(x)-18000)\times(-0.00011))+0.5$$
$$\lambda \le (3300-f_3(x))/2970$$
$$10 \le x_i \le 100, \ i = 1, 2, 3.$$

식 (14)를 해결하면 λ=0.9797이 되므로 이를 근거로 2단계 접근법으로 정식화하면 식(15)와 같이 된다.

$$\max \ \overline{\lambda} = \frac{1}{3}(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \quad (15)$$
subject to
$$0.9797 \le \lambda_1 \le -0.6604(1-\exp(0.9219(38000-f_1(x)/37620)))$$
$$0.9797 \le \lambda_2 \le 0.5\tanh((f_2(x)-18000)\times(-0.00011))+0.5$$
$$0.9797 \le \lambda_3 \le (3300-f_3(x))/2970$$
$$10 \le x_i \le 100, \ i = 1, 2, 3.$$
$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in [0,1]$$

이를 다시 γ-연산자를 사용하여 정식화하면 식 (16)과 같다.

$$\max(\Pi_{i=1}^{3} \lambda_i)^{1-\gamma}(1-\Pi_{i=1}^{3}(1-\lambda_i))^{\gamma} \quad (16)$$
subject to
$$\lambda_i \le -0.6604(1-\exp(0.9219(38000-f_1(x)/37620)))$$
$$\lambda_2 \le 0.5\tanh((f_2(x)-18000)\times(-0.00011))+0.5$$
$$\lambda_3 \le (3300-f_3(x))/2970$$
$$10 \le x_i \le 100, \ i = 1, 2, 3.$$
$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in [0,1]$$

식(16)의 해결은 γ의 모수(parametric)변화에 의하여 이루어질 수 있다. 식(14), (15), (16)의 결과들이 [표 1]에 요약된다.

[표 1]에서 보면 2단계 접근법은 Zimmermann 접근법의 모든 해들을 완벽하게 지배하고 γ-연산자를 사용한 절충모형은 2단계 접근법의 해를 완벽하게 지배한다. 이 정식화에서는 γ=0.62 일 경우 모든 해들을 지배하는 것으로 나타난다. 그러나 다른 정식화에서는 γ의 어떤 값에도 모든 해를 지배하는 해가 없는 경우도 발생한다. 이때 절충값 γ를 어떻게 결정할 것인가가 문제로 대두되므로 지배의 관점에서 절충해를 찾는 것은

표 1. 서로 다른 접근법들에 의하여 구해진 해들의 비교

Zimmermann 접근법			
λ = 0.9797 x_1=14.0787 $f_1(x)$=438.9895	x_2 = 10.5998 $f_2(x)$ = 375.9813	x_3 = 10.0000 $f_3(x)$ = 348.2341	
2단계 접근법			
$\bar{\lambda}$ = 0.9929 x_1 = 10.7783 $f_1(x)$ = 388.0858	λ_1 = 0.9996 x_2 = 10.0000 $f_2(x)$= 302.9374	λ_2 = 0.9800 x_3 = 10.0000 $f_3(x)$= 332.3349	λ_3 = 0.9992
γ-operator 접근법			
γ = 0.62 x_1 = 10.0695 $f_1(x)$=380.6984	λ_1 = 0.9998 x_2 = 10.0000 $f_2(x)$= 291.1164	λ_2 = 0.9801 x_3 = 10.0000 $f_3(x)$=330.2989	λ_3 = 0.9999

곤란한 기준이 된다.

결국 각 목적의 평균만족정도가 전체만족수준에 최대로 근접되는, 즉 퍼지목표들의 좋은 균형을 이루는 절충값을 찾는 것이 타당한 기준으로 제시될 수 있다. 많은 문헌에서 다양한 형태의 절충연산자들이 나타난다. Zimmermann과 Zysno[29]는 최소연산자와 최대연산자의 볼록결합(convex combination)으로 식(17)과 같은 절충연산자를 제시했다.

$$\mu_D(\mu_f(x))=(1-\gamma)\min_i(\mu_{f_i}(x)) + \gamma\max_i(\mu_{f_i}(x)),\ (0\le\gamma\le1) \quad (17)$$

여기서 γ는 절충의 정도(grade of compensation)로 해석된다. Zimmermann과 Zysno[28]는 또 다른 절충연산자로 퍼지 목표들의 교집합과 합집합을 조합하는 γ-연산자를 정의했다.

$$\mu_D(\mu_f(x))=(\Pi_{i=1}^n \mu_{f_i}(x))^{1-\gamma}(1-\Pi_{i=1}^n(1-\mu_{f_i}(x)))^{\gamma},\ (0\le\gamma\le1) \quad (18)$$

γ-연산자는 접단사(pointwise injective), 연속, 단조, 교환적이고 쌍대논리(dual logic)의 진리표와 일치한다[23,28].

Luhandjula[9]는 통합된 구성함수들 사이의 보상을 허용하는 최소구간합(min-bounded sum)이라 불리는 절충연산자를 제시했다.

$$\mu_D(\mu_f(x))= \gamma\min(\mu_{f_i}(x))+(1-\gamma)\,min\{1,\ \Sigma_{i=1}^n \mu_{f_i}(x)\},\ (0\le r\le1) \quad (19)$$

절충값을 포함하는 통합연산자를 사용할 경우 절충값 γ를 어떻게 결정할 것이냐가 문제점으로 남는다. Rao 등[14]은 개인에 대한 위험의 태도를 반영하는 효용함수를 정식화하여 목적들의 총기대효용을 최대로 하는 절충값을 제시했다. 그러나 목적들이 많아지고 비선형으로 표현될 경우 하나의 효용함수

로 정확하게 정식화하기가 상당히 어렵고 이 연구에서 사용된 의사결정함수는 구성값들의 교집합을 반영하지 못하고 의사결정과정에서 발생되는 불확실성을 포함하고 있다는 단점을 가지고 있다. 의사결정함수값은 전체만족수준을 표현하기 때문에 이론적으로 각 목적의 성취수준은 적어도 전체만족수준까지는 달성되어야 하지만 그렇지 못하는 경우가 발생하면 현재까지는 이를 의사결정과정에 포함되는 불확실성으로 해석한다. 본 연구에서는 효용함수 대신에 의사결정자와의 대화를 통하여 각 목적에 대한 부분적인(local) 선호정보를 5가지 형태의 구성함수를 통하여 표현하고 이들 구성함수를 교집합 시킬 수 있고 의사결정과정의 불확실성을 제거할 수 있는 γ-연산자를 이용하여 통합한 후 γ값의 모수변화를 수행하여 각 목적에 대한 평균만족도가 의사결정함수값에 최대한 근접된 해를 최적 절충해로 산출하는 알고리즘이 제시된다.

3. 알고리즘 개발 및 수치예

이상에서 언급된 설명을 기초로 퍼지 다목적 비선형 의사결정 문제를 해결함에 있어 각 목적에 대한 의사결정의 만족수준을 충분히 반영하고 의사결정과정에 포함되는 불확실성을 제거하여 퍼지 목표들이 좋은 균형을 이루고 있는 최적 절충해를 찾는 알고리즘을 다음과 같이 제시한다.

단계 0) 목적함수와 제약식을 정식화한다.

단계 1) ε-제약법으로 파레토 최적해 집합을 산출한다.

단계 2) 의사결정자는 단계1에서 산출된 정보를 기초로 각 목적에 대하여 자신이 만족하는 구성 함수를 선택한다.

단계 3) 구성함수를 정식화하고 γ-연산자를 사용하여 통합한다.

단계 4) 의사결정과정의 불확실성이 제거된 상태에서 각 목적의 평균성취수준이 의사결정함수값까지 최대한 도달하는 해를 최적 절충해로 선택한다.

본 연구에서 제시된 알고리즘에서 볼 수 있는 바와 같이 의사결정자와의 대화단계는 단계 2 하나뿐으로서 대화과정이 매우 단순하다는 것을 알 수 있다. 제시된 알고리즘의 전개과정을 설명하기 위하여 다음과 같은 간단한 수치예를 사용한다.

$$\min f_1(x) = (x_1 + 5)^2 + 4x_2^2 + 2(x_3 - 50)^2 \tag{20}$$
$$\min f_2(x) = 2(x_1 - 45)^2 + (x_2 + 15)^2 + 3(x_3+20)^2$$
$$\min f_3(x) = 3(x_1 + 20)^2 + 5(x_2 - 45)^2 + (x_3 + 15)^2$$
subject to
$$0 \le x_i \le 10,\ i = 1, 2, 3$$
$$0 \le x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 100$$

먼저 ε-제약법으로 파레토 최적해 집합을 구한다. 각 목적함수에 대한 최대목적함수값 f_i^{max}와 최소목적함수값 f_i^{min}은 다음과 같다.

$f_1^{min} = 3225.00$ $\quad$ $f_1^{max} = 5433.33$

$f_2^{min} = 3875.00,$ $\quad$ $f_2^{max} = 7002.94$

$f_3^{min} = 7550.00,$ $\quad$ $f_3^{max} = 13077.94$

이 값들을 기초로 파레토 최적해집합을 구하면 [표 2]와 같다. 본 연구에서는 r=25를 사

용한다.

과 같이 선택한 것으로 가정한다.

표 2. 파레토 최적해 집합

반 복	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	x_1	x_2	x_3
1						
2						
3						
4	비가능해(infeasible solution)					
5						
6						
7	5308.7855	4787.3163	9162.3173	6.1186033	7.9030034	0.32439053
8	5003.5604	4917.6471	9392.6481	6.3551556	7.5111871	1.78719500
9	4747.1639	5047.9780	9622.9789	6.4320088	7.0447155	3.0002073
10	4523.7440	5178.3088	9853.3097	6.4005422	6.5304820	4.0479442
11	4325.6363	5308.6397	10083.640	6.2850860	5.9818846	4.9713902
12	4148.4955	5438.9706	10313.971	6.0990356	5.4067952	5.7938173
13	3989.6406	5569.3014	10544.302	5.8502892	4.8102818	6.5295700
14	3847.3540	5699.6323	10774.633	5.5435409	4.1957927	7.1877993
15	3720.5445	5829.9631	11004.964	5.1813571	3.5657295	7.7742568
16	3608.5749	5960.2940	11235.295	4.7647145	2.9217539	8.2922150
17	3511.1818	6090.6248	11465.625	4.2932199	2.2649637	8.7428935
18	3428.4477	6220.9557	11695.956	3.7651381	1.5959322	9.1256069
19	3360.8299	6351.2865	11926.287	3.1772283	0.91477007	9.4376061
20	3309.2445	6481.6174	12156.618	2.5243181	0.22099734	9.6736207
21	3275.8675	6611.9482	12386.949	1.8786456	0.00000045	9.8219477
22	3251.0879	6742.2791	12617.279	1.2335267	0	9.9236290
23	3233.3604	6872.6099	12847.610	0.55677960	0	9.9844867
24	3225.0000	7002.9408	13077.941	0	0	10

이를 기초로 의사결정자가 각 목적에 대하여 자신이 만족하는 구성함수 형태를 [표 3]

이 정보를 구성함수형태로 정식화하면 다음과 같다.

표 3. 각 목적의 구성함수

구성함수 / 목적함수	형 태	평 가 치
f_1	선 형	$(f_1^{min}, f_1^{max}) = (3225, 5433.33)$
f_2	지 수	$(f_2^{min}, f_2^{0.5}, f_2^{max}) = (3875, 5000, 7002.94)$
f_3	쌍 곡 선	$(f_3^{min}, f_3^{0.5}, f_3^{0.25}, f_3^{max}) = (7550, 10000, 11500, 13077.94)$

$$\mu_{f_1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } f_1(x) \le 3225 \\ (5433.33 - f_1(x))/2208.33 & \text{만약 } 3225 \le f_1(x) \le 5433.33 \\ 0 & \text{만약 } f_1(x) \ge 5433.33 \end{cases} \tag{21}$$

$$\mu_{f_2}(x) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } f_2(x) \le 3875 \\ -0.4395(1-\exp(1.1864(7002.94-f_2(x))/3127.94))) & \text{만약 } 3875 \le f_2(x) \le 7002.94 \\ 0 & \text{만약 } f_2(x) \ge 7002.94 \end{cases} \tag{22}$$

$$\mu_{f_3}(x) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } f_3(x) \le 7550 \\ 0.5 \tanh((f_3(x) - 10000)\times(-0.000366)) + 0.5 & \text{만약 } 7550 \le f_3(x) \le 13077.94 \\ 0 & \text{만약 } f_3(x) \ge 13077.94 \end{cases} \tag{23}$$

식(21), (22), (23)에 나타나는 구성함수 형태를 γ-연산자로 통합하면 식(24)와 같이 되고 γ값의 모수변화에 의한 절충해들이 [표 4]에서 보여진다.

$$\max\left(\Pi_{i=1}^{3} \mu_{f_i}(x))^{1-\gamma}(1-\Pi_{i=1}^{3}(1-\mu_{f_i}(x))\right)^{\gamma} \tag{24}$$

subject to

$\mu_{f_1}(x) \le (5433.33 - f_1(x))/2208.33$

$\mu_{f_2}(x) \le -0.4395(1-\exp(1.1864(7002.94-f_2(x))/3127.94)))$

$\mu_{f_3}(x) \le 0.5\tanh((f_3(x)-10000)\times(-0.000366))+0.5$

$0 \le x_i \le 10$, $i = 1, 2, 3.$

$0 \le x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \le 100$

$\mu_{f_1}(x),\ \mu_{f_2}(x),\ \mu_{f_3}(x) \in [0,1]$

표 4. 절충해 집합

$\mu_{f_1}(x)$	$\mu_{f_2}(x)$	$\mu_{f_3}(x)$	$\mu_D(\mu_f(x))$	γ
0.476103	0.390602	0.521437	0.09697	0.00
0.476345	0.39041	0.521428	0.099095	0.01
0.476393	0.390245	0.521593	0.101266	0.02
0.476448	0.389845	0.522068	0.103485	0.03
0.476398	0.389983	0.521939	0.105753	0.04
0.476531	0.38976	0.522091	0.10807	0.05
0.476636	0.389657	0.522113	0.110438	0.06
0.476523	0.389505	0.522439	0.112858	0.07
0.476798	0.389428	0.52224	0.115331	0.08
0.476941	0.389277	0.522285	0.117859	0.09
0.476696	0.38902	0.522895	0.120442	0.10
0.477213	0.388533	0.522979	0.123081	0.11
0.47713	0.388468	0.523155	0.125779	0.12
0.477415	0.388188	0.523219	0.128535	0.13
0.477193	0.388174	0.523478	0.131352	0.14
0.477046	0.388113	0.523721	0.134231	0.15

표 4. 절충해 집합(계속)

$\mu_{f_1}(x)$	$\mu_{f_2}(x)$	$\mu_{f_3}(x)$	$\mu_D(\mu_f(x))$	γ
0.477427	0.387831	0.523679	0.137173	0.16
0.477419	0.387548	0.524063	0.14018	0.17
0.477336	0.38741	0.524338	0.143252	0.18
0.47772	0.387022	0.524435	0.146392	0.19
0.477382	0.38707	0.524741	0.149601	0.20
0.477804	0.386598	0.524906	0.15288	0.21
0.477707	0.386486	0.525161	0.156231	0.22
0.478078	0.386086	0.525288	0.159656	0.23
0.477999	0.385851	0.525686	0.163156	0.24
0.478311	0.385541	0.525759	0.166733	0.25
0.478158	0.385413	0.526096	0.170388	0.26
0.478752	0.384871	0.526167	0.174124	0.27
0.478366	0.384854	0.52661	0.177942	0.28
0.478509	0.384553	0.526853	0.181843	0.29
0.478883	0.384105	0.52704	0.18583	0.30
0.478862	0.383857	0.527391	0.189905	0.31
0.479165	0.383454	0.527594	0.194069	0.32
0.479296	0.383123	0.527891	0.198325	0.33
0.479191	0.3829	0.528299	0.202674	0.34
0.479558	0.382397	0.528568	0.207119	0.35
0.479587	0.38211	0.528917	0.211661	0.36
0.479619	0.381798	0.529294	0.216304	0.37
0.47985	0.381343	0.529644	0.221048	0.38
0.480336	0.380818	0.529811	0.225897	0.39
0.480279	0.380461	0.530344	0.230852	0.40
0.480336	0.380076	0.530791	0.235917	0.41
0.480511	0.379638	0.531179	0.241093	0.42
0.480731	0.379103	0.531646	0.246383	0.43
0.481177	0.378529	0.531921	0.251789	0.44
0.481146	0.378119	0.532494	0.257315	0.45
0.48145	0.377543	0.532924	0.262962	0.46
0.481986	0.376976	0.533092	0.268733	0.47
0.482094	0.376369	0.533773	0.274632	0.48
0.481988	0.375842	0.53458	0.280661	0.49
0.482611	0.375244	0.534695	0.286823	0.50
0.482687	0.374487	0.535606	0.293121	0.51
0.483149	0.373801	0.536009	0.299558	0.52
0.483428	0.373025	0.536724	0.306137	0.53
0.483593	0.3723	0.537498	0.312862	0.54
0.483782	0.371563	0.538259	0.319736	0.55
0.484226	0.370643	0.538985	0.326762	0.56
0.484425	0.370119	0.539456	0.333943	0.57
0.484933	0.368912	0.540488	0.341283	0.58

표 4. 절충해 집합(계속)

$\mu_{f_1}(x)$	$\mu_{f_2}(x)$	$\mu_{f_3}(x)$	$\mu_D(\mu_f(x))$	γ
0.485556	0.368006	0.541004	0.348786	0.59
0.486023	0.367165	0.541601	0.356456	0.60
0.486772	0.366014	0.542299	0.364296	0.61
0.48671	0.364696	0.544077	0.372312	0.62
0.487312	0.363493	0.544997	0.380505	0.63
0.488081	0.362154	0.545916	0.388882	0.64
0.48885	0.360872	0.546758	0.397444	0.65
0.489053	0.359305	0.548565	0.4062	0.66
0.489992	0.357881	0.549413	0.415152	0.67
0.490454	0.356267	0.551003	0.424305	0.68
0.49159	0.354782	0.551717	0.433664	0.69
0.492229	0.353047	0.553272	0.443235	0.70
0.493035	0.351042	0.554993	0.453023	0.71
0.49437	0.348629	0.556681	0.463034	0.72
0.495046	0.346241	0.559013	0.473273	0.73
0.496202	0.343719	0.561015	0.483748	0.74
0.497562	0.341186	0.562815	0.494464	0.75
0.498836	0.338139	0.565344	0.505429	0.76
0.500337	0.334973	0.567773	0.516647	0.77
0.502112	0.331611	0.570175	0.528136	0.78
0.504181	0.328041	0.57252	0.539895	0.79
0.505801	0.323626	0.576355	0.551939	0.80
0.508494	0.319577	0.578642	0.564275	0.81
0.511136	0.314427	0.582317	0.576916	0.82
0.513808	0.308952	0.586337	0.589878	0.83
0.517058	0.302652	0.590752	0.603173	0.84
0.520954	0.29627	0.594603	0.61682	0.85
0.526819	0.288638	0.597995	0.630837	0.86
0.532243	0.280736	0.602105	0.645251	0.87
0.536979	0.271302	0.608612	0.66009	0.88
0.545702	0.260865	0.612426	0.675392	0.89
0.557062	0.24783	0.616654	0.691196	0.90
0.571915	0.233555	0.618884	0.707565	0.91
0.594056	0.218543	0.61479	0.724589	0.92
0.657513	0.19029	0.582841	0.742584	0.93
0.907025	0.118758	0.298332	0.769569	0.94
0.934802	0.101416	0.262187	0.797152	0.95
0.95471	0.085486	0.236174	0.827936	0.96
0.970356	0.069186	0.216309	0.862286	0.97
0.98217	0.053204	0.201112	0.90085	0.98
0.991894	0.034238	0.191008	0.944906	0.99
0.999999	0.00149	0.1333	0.999999	1.00

[표 4]에서 보는 바와 같이 모든 γ값에 대한 각 목적의 평균성취수준인 0.47에 의사결정함수값이 가장 가까운 γ=0.73 일 때 최적 절충해가 산출된다. 그러나 최적 절충값으로 γ=0.73을 선택할 경우 2번째 목적의 만족수준이 전체 만족수준보다 낮기 때문에 의사결정과정에서의 불확실성을 내포하고 있다. 그러므로 의사결정과정에서 발생하는 불확실성이 제거된 상태에서 각 목적의 평균성취수준이 의사결정함수값에 가장 근접된 최적 절충값은 γ=0.61일 때이다. 이때의 각 목적함수값과 의사결정 변수값은 $f_1(x)$=4358.375951, $f_2(x)$=5405.636138, $f_3(x)$=9768.301721, x_1=5.742091, x_2=6.568633, x_3=4.886833이다.

4. 결 론

본 연구에서는 퍼지 다목적 비선형 의사결정문제를 효과적으로 해결하기 위하여 의사결정자와의 간단한 대화와 각 목적의 적절한 통합, 그리고 의사결정과정에서 포함되는 불확실성의 제거 및 퍼지 목표의 양호한 균형을 유지하는데 목적을 두고 새로운 알고리즘을 제시 하였다. 제시된 알고리즘은 이러한 조건들을 모두 만족하는 절충해를 산출한다. 또한 의사결정자는 제공되는 기초정보를 이용하여 다양한 형태로 자신의 선호구조를 표현할 수 있기 때문에 선형 구성함수에 한정되어 만족수준을 표현하는 한계를 극복할 수 있다. 프로그램의 수정이 용이하므로 다목적을 가지는 현실문제에 폭넓은 응용이 가능할 것으로 기대된다. 추후 많은 실험을 통하여 인간의사결정과정상에 발생되는 불확실성이 밝혀진다면 보다 현실적인 절충해를 이 알고리즘을 통하여 산출할 수 있을 것으로 고려된다.

참 고 문 헌

[1] Ambrose Goicoechea, Don R. Hans and Lucien Duckstein, Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications, John Wiley and Sons, New York, pp. 40-91, 1982.

[2] Bellman, R. E. and Zadeh, L. A., "Decision-Making in a Fuzzy Environment", Management Science, Vol.16, pp. 357-369, 1985.

[3] Chankong, V. and Haimes Vacov, Y., Multiobjective Decision Making, Elsevier Science Publishing Co, 1983.

[4] Dubios, D. and Prade, H., Fuzzy Sets and System Theory and Application, Academic Press, 1980.

[5] Fung, L. W. and Fu, K. S., "An Axiomatic Approach to Rational Decision Making in the Fuzzy Environment", Fuzzy Sets and their Applications to Cognitive and Decision process, pp. 227- 256, 1975.

[6] James, L. and Joe, H.M., Optimization Techniques with Fortran, McGraw-Hill, New York, pp. 412-463, 1973.

[7] Kaufmann, A. and Zadeh, L. A., Theory of Fuzzy Subsets, Academic Press, New York, 1975.

[8] Li., R. J., "Multiple Objective Decision Making in a Fuzzy Environment", Ph.D, The Kansas University, 1990.

[9] Luhandjula, M. K., "Compensatory Operators in Fuzzy Linear Programming with Mul-tiple Objectives", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 8, pp. 245-252, 1982.

[10] Masud, S. and Hwang, C. L, "Interactive Sequential Goal Programming", Journal of the Operational Research Society, Vol. 32, pp. 391-400, 1981.

[11] Mizumoto, M., "Pitorial Representation of Fuzzy Connectives, part II : Cases of Compensatory Operators and Self-Dual Operators", Fuzzy Sets and Systems, vol. 32, pp. 45-79, 1989.

[12] Narasimhan, R., "Goal Programming in a Fuzzy Environment", Decision Science, Vol. 11, pp. 325-336, 1980.

[13] Oppenheimer, K. R., "A Proxy Approach to Multi-Attribute Decision Making", Management Science, Vol. 24, pp. 675-689, 1978.

[14] Rao, T. R., Tiwari, R. N. and Mohanty, B. K., "A Method for Finding Numerical Compensation for Fuzzy Multicriteria Decision Problem", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 25, pp. 33-41, 1988.

[15] Sakawa, M. "An Interactive Computer Program for Multiobjective Decision Making by the Sequential Proxy Optimization Technique", International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 14, pp. 193-213, 1981.

[16] Sakawa, M. "Interactive Multiobjective Decision-Making by the Fuzzy Sequential Proxy Optimization Technique-FSPOT", Times/Studies in the Management Science, Vol.20, pp. 241-260, 1984.

[17] Sakawa, M. and Yano, H., "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for multiobjective Linear Fractional Programming Problems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 28, pp. 129-144, 1984.

[18] Sakawa, M. and Yano, H., "An Interactive Fuzzy Satisficing Method for Generalized Multiobjective Linear Programming Problems with Fuzzy Parameters", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 35), pp. 125-142, 1990.

[19] Sakawa, M. and Yano, H., "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming using Augmented Minimax Problems", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 20, pp. 31-43, 1986.

[20] Sakawa, M. "Interactive Computer Progarms for Fuzzy Linear Programming with Multiple Objectives", International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 18, pp. 489-503, 1983.

[21] Sakawa, M. and Yano, H., "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming using Reference Membership Intervals", International Journal of Man-Machine Studies, Vol. 23, pp. 407-421, 1985.

[22] Sakawa, M. and Yano, H., "Interactive Fuzzy Decision Making for Multiobjective Nonlinear Programming Problems with Fuzzy Parameters", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 29, pp. 315-326, 1989.

[23] Smithson, M. T. "Techniques for Fitting

Fuzzy Connective and Logical Operators to Human Judgement Data in Design and Evaluation of Man-Machine Systems", Advances in Human Factors/Erogonomics, Vol. 6, pp. 137-151, 1986.

[24] Yano, H. and Sakawa, M., "Interactive Fuzzy Decision Making for Generalized Multiobjective Linear Fractional Programming Problems with Fuzzy Parameters", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 32, pp. 245-261, 1989.

[25] Zeleny, H., "A Concept of Compromise Solutions and the method of the Displaced Ideal", Computers and Operations Research, Vol.1, No.4, pp.479-496, 1974.

[26] Zimmermann, H. J., "Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions", Fuzzy Sets and systems, Vol. 1, pp. 45-55, 1978.

[27] Zimmermann, H. J., "Fuzzy Sets Theory and Mathematical Programming", Fuzzy Sets Theory and Applications, pp. 99-114, 1986.

[28] Zimmermann, H. J. and Zysno, P., "Latent Connective in Human Decision Making", Fuzzy Sets and Systems, Vol. 4, pp. 37-51, 1980.

[29] Zimmermann, H. J. and Zysno, P., "On the Suitability of Minimum and Product Operators for the Intersection of Fuzzy Sets", Fuzzy Sets and Systems, Vol.2, pp. 167-180, 1979.

96년 7월 최초 접수 97년 2월 최종 수정