퍼지(fuzzy)개념의 지도에 관하여

강 미 광 (동의대학교 수학과)
이 병 수, 양 규 한 (경성대학교 수학과)

I. 서론

현대의 수학은 명제(命題)를 참과 거짓으로 명확하게 구분하는 이치개념(二値槪念)이 바탕인 수리논리학을 매개로 발달해 왔다. 그러나 우리는 오히려 수학에서 처럼 명확하게 참과 거짓으로만 구분할 수 없는 애매함 속에서 살아가고 있다고 해도 과언이 아니다. 실제로 애매성(曖昧性, fuzziness)은 인간에게 있어서 본질적인 것으로, 현실에서 접하는 진술(陳述)이나 문제는 그 자체가 애매하거나 애매한 결과를 유도하는 것이 대부분이다. 따라서 참과 거짓만을 다루는 이치논리로는 우리 생활의 대부분을 표현하거나 해결할 수 없으며 본질적으로 애매함을 지니는 인간의 사고(思考)를 충분히 다룰 수 없다. 예를 들면, 어떤 일에 대해 결정을 하고, 판단을 내리고 평가하는 일은 우리의 일상생활에서 뿐 만 아니라 결정이론, 추론, 학습등의 분야에서도 다반사로 일어나며 이 때 사용하는 언어는 일상의 자연언어를 바탕으로 한다. 이처럼 우리의 생활이나 사고의 대부분은 단어의 의미가 거의 애매모호(fuzzy)한 자연언어로써 표현되며, 또 단어의 의미가 설령 정확히 잘 정의되었다 하더라도 단어를 기존의 집합이론에서와 같이 어떤 집합에 속하느냐? 속하지 않느냐?로 나눌 때의 경계 역시 애매하고 모호하다. 우리는 지금까지 애매모호성을 배제하는 입장에서 이치 논리를 바탕으로 한 수학을 근간으로 과학기술을 발전시켜 왔었다. 그러나 본래 애매모호한 존재인 인간을 억지로 그러한 이치적인 과학기술에 맞추는 것은 인간이 과학기술을 통해 보다 편리한 생활을 영위할 수 있도록 한다는 본래의 취지에도 맞지 않다. 따라서 기존의 이치논리를 바탕으로 한 수학으로는 다양화, 정보화시대의 효율적인 발전을 기대할 수가 없다. 그러므로 처음부터 애매성의 존재를 인정하고 그것을 적극 활용하는 것이 바람직하다.

이에 참과 거짓 사이의 많은 단계의 중간적 개념을 인정하고 애매성을 인정하면서 인간 사고에 걸맞는 어떤 논리적인 것이 필요하다. 그리하여 기존의 수학적 논리와 인간적 사고와의 이런 차이점을 극복하고 인간의 사고와 감성에 보다 가까운 논리를 전

개하고자 하는 이론이 이른 바 퍼지이론(fuzzy theory)이다. '퍼지이론은 현대를 사는 인간의 말의 의미 내용을 수량적(數量的)으로 다루는 유일한 이론이다' 라는 말처럼 이러한 우리 인간의 사고방식에 부합되는 즉 애매성의 존재를 인정하는 퍼지이론을 발전시켜 우리 생활에 적극 활용하는 것이 바람직하다.

퍼지이론은 1965년 미국 버클리 대학의 자데(Zadeh) 교수가 인간의 주관적인 사고나 판단의 과정을 모델화(modelling)하고 이것을 정량적(定量的)으로 취급하는 수단으로써 퍼지집합을 소개한 이후 굽타(Gupta), 칸델(Kandel), 카우프만(Kaufmann), 짐머만(Zimmermann) 등의 많은 학자들에 의해 연구, 발전되어 왔으며, 오늘날 퍼지 제어, 신경망, 소프트 컴퓨팅, 지능시스템 등의 과학과 공학 분야 뿐 아니라 유전자 등 의학 분야, 경영학, 교육학 등의 여러 분야에서 널리 응용되고 있다. 우리나라에서는 1993년 7월 4일부터 9일까지 서울에 있는 스위스 그랜드 호텔에서 제 5차 국제 퍼지 시스템 학술대회(Fifth International Fuzzy Systems Association World Congress '93)가 세계 퍼지 시스템 위원회(International Fuzzy Systems Association)와 한국 퍼지 및 지능 시스템 학회(Korea Fuzzy Logic and Intelligent Systems Society)의 주관으로 개최되어, 이를 계기로 퍼지수학과 응용의 중요성이 크게 알려졌으며 많은 국내외 학자들이 이 분야에 관한 우수한 논문을 발표한 적이 있다.

본 소고에서는 우리 인간사와 관련된 모든 학문에 널리 이용될 가능성이 높은 퍼지 개념(fuzzy concept)을 모든 학문의 기본적인 언어라고 할 수 있는 수학에 도입하는 것을 목적으로 주로 중등 교육 과정에서 다룰 수 있는 퍼지개념과 관련하여 퍼지집합(fuzzy set)과 퍼지명제(fuzzy proposition)에 관한 기본적인 내용을 다루었다.

Ⅱ. 퍼지 개념 지도의 필요성

실 생활계가 점차 복잡해짐에 따라 그것을 정확하고, 의미있는 문장으로 표현하는 능력이 더욱 필요함에도 불구하고 어떤 경우에는 명확성을 강조한 나머지 오히려 정확성과 의미성이 거의 서로 배타적인 관계에 놓이기도 한다. 그리고 우리가 살아가는 세상은 그 본질을 정확히 표현하지 못하는 현상이나 과정으로 가득차 있다고 해도 과언이 아니다. 그럼에도 불구하고 우리는 아직도 이치논리를 바탕으로 현상이나 과정을 묘사하고 그것을 특정화 시키지만 실제로 이를 정확히 표현하거나 평가 하는데에는 어려움이 있다. 따라서 이 시대를 보다 풍부하고, 보다 정확하게 살아가기 위해서는

이치논리적 보다는 퍼지논리적 입장이 더욱 더 바람직하다. 그래서 우리의 실생활에서 이치논리로는 충분히 해결할 수 없고 잘 표현할 수 없는 부분을 애매모호성을 인정하는 퍼지논리로써 해결할 필요가 있다. 그리고 다행스럽게도 인간의 지식 발달에 관한 역사는 지식 그 자체와 그것을 완벽히 추구하려는 인간의 마음은 모호성에서 정확성으로 그리고 다시 모호성으로 연속적으로 끊임없이 변화하고 있음을 보여주고 있다[4].

수학은 역사적인 면, 철학적인 면, 심리학적인 면을 포함하는 문화적인 현상으로 다른 여타 과학에서와 같이 엄밀성이 선험적으로 거의 필요하지 않다[8]. 또한 수학은 인간의 목표와 의사 그리고 목적의 영역에서 도출된 다양한 인간활동의 소산이므로 수학을 인간적, 역사적 관계에서 취급해야 하며, 인간적 활동이나 의사는 수학의 창조, 사용 그리고 변환에 중점을 두어야 한다[1]. 왜냐하면 수학은 인간에 의해 만들어진 일종의 인간적 표현물이자 인간의 창조물이기 때문에 언제라도 새롭게 태어나며 변화할 수 있기 때문이다[2].

집합론에서 원소가 어떤 집합에 속하느냐, 속하지 않느냐 또는 최적화 이론(optimization theory)에서 해의 영역에 들어가느냐, 들어가지 않느냐 그리고 명제이론에서 참이냐, 거짓이냐와 같은 이치개념이 우리의 모든 생활현상을 다 설명하지는 못한다.

이치논리만으로 우리의 생활을 전부 해결할 수 없을 것이고 또한 우리의 마음을 정확히 표현하기도 힘들 것이다. 실생활계를 잘 묘사하는 것은 인간이 인지하고 동시에 과정화 하고 이해하는 것보다 훨신 많은 정교한 자료를 필요로 한다. 전통적으로 사용해 왔던 모든 이론들은 정확한 기호의 사용을 가정한다. 그러므로 그것은 우리의 일상생활의, 또는 우리가 상상하는 미래 생활의 어떤 것에도 적용될 수 없다[6].

지금 우리는 소위 정보화 시대라고 일컬어지는 20세기에 살고 있다. 기존의 수학적 용어인 이치논리적 용어를 가지고 우리의 상상력과 모델을 바탕으로한 문제나 체계에 확실한 해결책을 보장할 수 없다. 한편, 수학교육은 수학, 심리학, 교육학, 사회학, 인식론, 인식과학, 기호학 및 경제학등 처럼 잘 정립된 많은 과학분야들이 어우러져 탄생된 학문으로서 소위 그런 학문들의 십자로에 있다[7]. 심리학, 사회학, 인식론등이 우리 마음과 우리 생활의 모든 정도를 나타내므로 이들 학문과 관련된 수학교육을 퍼지적으로 다룰 필요가 있다. 그리하여 학습자가 지식을 수동적으로 얻기 보다는 오히려 적극적으로 문제를 인식하여 능동적으로 해결해야 하므로 [5], 인지하는 과정은 사회적, 심리적인 것을 바탕으로 해야 한다.

Ⅲ. 퍼지수학 (fuzzy mathematics)

현대 수학을 지배하는 철학인 형식주의(形式主義, formalism)는 이치논리를 바탕으로, 수많은 진술 중에서 특별히 진리값 1을 매길 수 있는 참인 진술과 0을 매길수 있는 거짓인 진술만을 명제라는 이름으로 다루고 있다.

따라서 집합론에서 한 원소가 어떤 집합에 속하느냐, 속하지 않느냐 또는 명제논리(命題論理)에서 어떤 명제가 참이냐 거짓이냐와 같은 이치론적 개념으로써는 우리 생활의 모든 진술에 대해 진리값을 매길 수 없다. 예를 들어, "이 사과는 싱싱하다, 이 토마토는 풋풋하다, 저 학생은 예의가 바르다" 등은 명제가 아닌 진술이기 때문에 이치논리적 입장에서 값을 매길 수 없다. "사과가 싱싱하다"라는 진술은 보편적으로 사과를 보는 사람들이 공통으로 느끼는 객관적 성질이다, 즉 대부분의 사람들이 똑같이 그 사과를 보고 싱싱하다고 느낄 것이다. 만일 "저 사람이 신용이 있다"라는 진술은 그 사람의 사회적 능력, 경제적, 정치적인 문제, 그 사람의 가정교육, 보는 사람의 관점, 등 그 사람이 관계된 사회와 그 사람을 보는 사람과, 그 사람의 입장에 따라 다르다. 이와 같이 보는 사람의 입장이나 그 사람의 입장이 모두 확실치 않은 애매모호한(曖昧模糊, fuzzy) 상황을 수치(數値)로 나타내고자 하는 것이 퍼지논리의 입장이다. 사과가 싱싱한 정도나 하늘의 푸르름의 정도, 그 사람의 신용도등을 정량적으로 나타내는 것이 퍼지논리의 기본이다.

이제는 차츰 생활을 다루는 우리의 지혜가 이치논리에서 다치논리로 변하고 있다. 예를 들어, 오늘의 일기예보가 다음과 같이 "오늘 부산지방의 날씨는 곳에 따라 때때로 비가 오겠다"라고 하자. 만일 하루 중 낮 12시 10분에서 약 1분간 단지 사직운동장 한 모퉁이만 1mm의 비가 왔다고 가정하자. 그러면 위의 일기예보는 적중했다 혹은 적중하지 않았다 중 구분해서 이야기 해야 한다면, 독자는 이치논리의 입장에서 "오늘 부산지방에 비가 왔다"는 명제는 참이라고 할 것이다. 그러나 우리의 인지상정으로는 비가 오지 않았다고 할 것이다. 그래서 비 올 확률이 10% 또는 40%등을 따진다. 불과 2, 3년전에는 비가 오겠다, 비가 오지 않겠다의 단 2가지만의 경우를 다루었다. 요즘은 0%에서 100%까지 10% 단위로 10등분하여 비 올 확률을 예보하고 있다. 사실상 이치논리에서 10치논리로 변한 것이다. 이제 11치논리에서 퍼지논리로 우리의 생활을 다루어 보는 지혜가 필요하며 이러한 것을 퍼지수학이라는 이름으로 접근하고자 한다.

1. 퍼지명제 (fuzzy proposition)

우리의 삶을 좀 더 논리적으로 다루기 위해서는 "하늘이 푸르다"라는 것과 같은 진술이 논리의 범주속에 들어와야 한다. 명제가 참이다의 진리값을 1, 명제가 거짓이다의 진리값을 0으로 매길 때, 집합 {0,1}를 확대하여 0과 1를 포함하는 단위구간 [0,1]를 생각해 볼 수 있다. 즉 푸른 정도에 따라 구간 [0,1]의 어떤 값을 매기는 것을 생각해 볼 수 있다. 예를 들어, 우리 육안으로 볼 수 있는 하늘의 전 부분중에서 약 85%가 푸르다면 "하늘이 제법 푸르다"라는 진술이 어울릴 것이고 그 때의 "푸른 정도"의 값을 0.85 쯤으로 준다면 어떻겠는가?

우리 삶의 보다 넓은 범위를 다룰 수 있는 퍼지적 논리의 중요성이 대두되고 있음을 감안하여 퍼지명제, 퍼지 합성명제등을 다루어 볼 필요가 있다.

정의 1) 퍼지명제, 혹은 퍼지 술어

애매모호한(fuzzy) 용어를 포함하는 모든 진술을 퍼지술어 혹은 퍼지명제라 한다. 그리고 퍼지술어를 "x는 A이다" 라고 나타낸다. 여기서 x는 주부(subject), A를 퍼지적 술부(fuzzy predicate) 혹은 술어라고 한다.

2. 퍼지 합성명제(fuzzy composite proposition)

정의 2) 퍼지 논리합 (fuzzy logical disjunction)

"x는 A이다"라는 퍼지명제 p와 "y는 B이다"라는 퍼지명제 q의 진리값을 각각 a, b라 하자. 그러면 p와 q의 퍼지논리합(fuzzy logical disjunction) $p \vee q$의 진리값을 max(a, b)로 정의한다.

정의 3) 퍼지 논리곱 (fuzzy logical conjunction)

"x는 A이다"라는 퍼지명제 p와 "y는 B이다"라는 퍼지명제 q의 논리값을 각각 a, b라 하자. 그러면 p와 q의 퍼지 논리곱(fuzzy logical conjunction) $p \wedge q$의 진리값은 min(a, b)로 정의한다.

정의 4) 퍼지 부정 (fuzzy logical negation)

"x는 A이다."라는 퍼지명제 p의 진리값이 a이면 "x는 A가 아니다"라는 퍼지 부정명제 $\sim p$의 진리값은 1-a 로 정의한다.

정의 5) 퍼지 함의 (fuzzy logical implication)

"x는 A이다."라는 퍼지명제 p의 진리값은 a, "y는 B이다"라는 퍼지명제 q의 진리값은 b라 하자. 이때 "x가 A이면 y는 B이다"라는 퍼지 함의 $p \rightarrow q$의 진리값은 min(1, 1-a+b)로 정의한다.

정의 6) 단순 퍼지명제의 진리값에 관계없이 논리식의 진리값이 항상 1인 합성명제를 퍼지논리적 항진명제라고 한다.

정의 7) 퍼지명제의 진리값에 관계없이 논리식의 진리값이 항상 0인 합성명제를 퍼지논리적 모순 명제라고 한다.

정리 1) 퍼지명제 p, q의 진리값을 각각 a, b라 할때 $p \to q$의 퍼지합성명제가 항진일 필요충분조건은 $a \le b$이다.

따름 정리 2) p를 퍼지명제라 할 때 합성퍼지명제 $p \to p$는 퍼지논리적 항진명제이다.

따름 정리 3) p와 q를 퍼지명제라 할 때 합성 퍼지명제 $p \to p \vee q$는 퍼지논리적 항진명제이다.

따름 정리 4) p와 q를 퍼지명제라 할 때, 퍼지 합성명제 $(p \wedge q) \to p$는 퍼지논리적 항진명제이다.

따름 정리 5) p와 q를 퍼지명제라 할 때, 퍼지 합성명제 $(p \wedge q) \to (p \vee q)$는 퍼지논리적 항진명제이다.

이치논리의 경우와 같이 퍼지논리에서도 드 모르강 법칙이 성립한다.

정리 6) p와 q를 퍼지명제라 할 때, 퍼지 합성명제 $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$는 퍼지논리적 항진명제이다.

정리 7) p와 q를 퍼지명제라 할 때, 퍼지 합성명제 $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$는 퍼지논리적 항진명제이다.

정리 8) p가 퍼지명제일 때, 퍼지 합성명제 $\sim(\sim p) \Leftrightarrow p$는 퍼지논리적 항진명제이다.

정리 9) p와 q를 퍼지명제라고 할때, 퍼지 합성명제 $(p \to q) \Leftrightarrow (\sim q \to \sim p)$은 퍼지논리적 항진 명제이다.

주의) p와 q가 퍼지명제일 때 퍼지합성명제 $(\sim p \vee q) \Rightarrow (p \to q)$는 항진명제이지만 그것의 역은 이치논리의 경우와는 달리 성립하지 않는다.

3. 퍼지집합(fuzzy set)

한 전체 집합 X와 그것의 진부분 집합 A에 대해 X의 원소 x가 A의 원소일때 $x \in A$, y가 A의 원소가 아닐때 $y \notin A$라고 한다. 여기서 $x \in A$일때 x의 값을 1, $y \notin A$일 때 y의 값을 0라고 한다면, (x,1), (y,0)와 같이 순서쌍의 첫 부분에는 X의 원소를 뒷부분에는 그 원소가 집합 A에 속하느냐? 속하지 않느냐?의 소속 정도(membership grade)를 나타내는 1과 0을 대입하여 순서쌍으로 나타낼 수 있다.

칸토르(Cantor)는 "집합이란 조건과 범위가 확실한 것들의 모임"이라고 했다. 우리가 흔히 이야기하는 집합의 입장에서 볼 때 "노인들의 집합"이라는 말은 할 수 없다. 오히려 "노인들의 모임"이라는 말이 맞다. 그러나 이 "노인들의 모임"을 보통의 집합을 포함한 더 큰 집합의 범주에서 다루기 위해서는 소속 정도가 0과 1 이외의 [0,1] 안의 다른 숫자를 인정할 필요가 있다. 예를 들어, 인간의 수명이 최대 150살 이라고 할때 150살 노인의 노인값 (노인 정도)을 1이라 하고 환갑을 막 넘긴 60살 노인의 노인값을 0 이라고 하자. 그리고, 값 0에서 1까지의 차이 1을 60살에서 150살까지의 차 90년으로 나누어 61살의 노인에게 소속 정도를 $\frac{1}{90}$, 62살의 노인에게 $\frac{2}{90}$를 줄 수 있는 연속 함수 $y = f(x) = \frac{1}{90}x - \frac{2}{3}$, $60 \le x \le 150$ 일 때

$$\begin{aligned} &= 0 &&, \quad x < 60 \text{ 일 때} \\ &= 1 &&, \quad x > 150 \text{ 일 때} \end{aligned}$$

를 정의할 수 있다. 이렇게 해서 "노인들의 모임"은

$$\{((60+x)\text{살 노인},\ \frac{1}{90}x - \frac{2}{3}) \mid x = 60, 61, \cdots, 150\}$$

이라는 순서쌍들의 집합이다. 즉, 노인들의 모임은 {(60살 노인, 0), (61살 노인, $\frac{1}{90}$), …,
(150살 노인, 1)} 인 노인들의 집합이다.

이처럼 원소들의 속하는 정도에 따라 [0,1]에 속하는 한 값을 매길 수 있는 경우에 우리는 그 순서쌍들의 집합을 퍼지집합이라고 하고, 집합 A에 대해 원소 x가 속하는 정도를 $\mu_A(x)$로 나타낸다. 보통집합은 속하는 정도의 값을 단지 0과 1만을 매기며, 퍼지집합은 속하는 정도의 값을 단위구간 [0,1]의 임의의 한 값을 매기는 모임이다. 따라서, 우리가 이제까지 상용적으로 사용하는 보통집합은 속하는 정도가 단지 0과 1 뿐인 특수한 퍼지집합이다.

A가 하나의 고정된 보통 모임(여기서 모임이란 엄밀한 의미에서의 집합이 아니라 일종의 류(class)이다)일 때 임의의 원소 x에 대해 "x는 A에 속한다"라는 퍼지명제를 생각할 수 있다. 이때 원소 x와 위의 퍼지명제의 진리값을 대응시키면 전체 모임 E에서 [0,1]로 가는 함수 μ_A가 정의되어 진다.

정의 8) 보통 모임 A가 주어졌을 때 전체 모임 E의 모든 원소 x에 대해 $\mu_A(x)$를

퍼지명제 "x는 A에 속한다"의 진리값으로 정의한 함수 $\mu_A : E \rightarrow [0,1]$를 A의 소속함수라 하고 이런 소속함수가 정의된 집합을 퍼지집합이라 하며 $\underline{A}$라 표시한다.

따라서 보통집합 A의 특성함수는 공변역이 {0,1}로 제한된 A의 소속함수이다.

정리 10) 퍼지 전체 집합 $\underline{E}$ 는 소속함수 $\mu_{\underline{E}}$ 가 1의 값을 갖는 상수 함수이다. 즉, $\mu_{\underline{E}} : \underline{E} \rightarrow [0,1]$ 로써 임의의 x $\in$ $\underline{E}$ 에 대해 $\mu_{\underline{E}}(x) = 1$이다 .

정리 11) $\underline{E}$ 가 전체 퍼지집합, $\underline{A}$ 와 $\underline{B}$ 가 $\underline{E}$ 의 부분 퍼지 집합일때, 합 집합 $\underline{A} \cup \underline{B}$의 소속함수 $\mu_{\underline{A} \cup \underline{B}} : \underline{E} \rightarrow [0,1]$ 는 $\mu_{\underline{A} \cup \underline{B}}(x) = \max\{\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)\}$이다.

정리 12) 퍼지 집합 $\underline{A}$ 와 $\underline{B}$ 의 교집합 $\underline{A} \cap \underline{B}$ 의 소속함수 $\mu_{\underline{A} \cap \underline{B}} : E \rightarrow [0.1]$ 는 $\mu_{\underline{A} \cap \underline{B}}(x) = \min\{\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x)\}$ 이다.

정리 13) 퍼지 집합 $\underline{A}$의 여집합 $\underline{A^c}$ 의 소속함수 $\mu_{\underline{A}^c} : \underline{E} \rightarrow [0,1]$는 $\mu_{\underline{A}^c}(x) = 1 - \mu_{\underline{A}}(x)$이다.

정리 14) 퍼지 공집합 $\underline{\phi}$ 는 소속함수 $\mu_{\underline{\phi}}$ 가 0의 값을 갖는 상수함수이다. 즉, $\mu_{\underline{\phi}} : \underline{E} \rightarrow [0,1]$ 으로써 임의의 $x \in \underline{E}$ 에대해 $\mu_{\underline{\phi}}(x) = 0$.

정리 15) $A \subset B$일 필요충분조건은 모든 원소 x에 대해 $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$이다.

정리 16) 퍼지 집합족에서 다음과 같은 여러가지 성질을 얻을 수 있다.

(1) Involution : $(\underline{A}^c)^c = \underline{A}$

(2) 교환법칙(commutativity) : $\underline{A} \cup \underline{B} = \underline{B} \cup \underline{A}$

$$\underline{A} \cap \underline{B} = \underline{B} \cap \underline{A}$$

(3) 결합법칙(associativity) : $\underline{A} \cup (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cup \underline{C}$

$$\underline{A} \cap (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cap \underline{C}$$

(4) 분배법칙(distributivity) : $\underline{A} \cup (\underline{B} \cap \underline{C}) = (\underline{A} \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{C})$

$$\underline{A} \cap (\underline{B} \cup \underline{C}) = (\underline{A} \cap \underline{B}) \cup (\underline{A} \cap \underline{C})$$

(5) Idempotency : $\underline{A} \cup \underline{A} = \underline{A}$

$$\underline{A} \cap \underline{A} = \underline{A}$$

(6) 흡수법칙(absorption) : $\underline{A} \cup (\underline{A} \cap \underline{B}) = \underline{A}$

$$\underline{A} \cap (\underline{A} \cup \underline{B}) = \underline{A}$$

(7) Absorption by ϕ and E : $\underline{A} \cap \underline{\phi} = \underline{\phi}$

$$\underline{A} \cup \underline{E} = \underline{E}$$

(8) 항등(identity) : $\underline{A} \cup \underline{\phi} = \underline{A}$

$$\underline{A} \cap \underline{E} = \underline{A}$$

(9) 드모르강 법칙(De Morgan's law) : $(\underline{A} \cap \underline{B})^c = \underline{A}^c \cup \underline{B}^c$

$$(\underline{A} \cup \underline{B})^c = \underline{A}^c \cap \underline{B}^c$$

(10) Equivalence formula : $(\underline{A}^c \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{B}^c) = (\underline{A}^c \cap \underline{B}^c) \cup (\underline{A} \cap \underline{B})$

(11) Symmetrical difference formula :

$$(\underline{A}^c \cup \underline{B}) \cap (\underline{A} \cup \underline{B}^c) = (\underline{A}^c \cap \underline{B}^c) \cup (\underline{A} \cap \underline{B})$$

주의) $\underline{A} \cup \underline{A}^c \neq \underline{E}$ (배중율)

$A \cap A^c \neq \phi$ (모순율)

따름 정리 17) 보통 집합족에서도 위와 같은 성질을 얻을 수 있다.

Ⅳ. 결 론

앞에서 소개한 퍼지명제와 퍼지집합에 대한 내용은 기존의 명제와 집합을 퍼지의 경우로 확장한 것이다. 우리의 문화적, 심리적 상태가 원래 애매모호하므로 이 애매모호성을 반영하고 있는 퍼지논리를 잘 이용한다면 학습자의 직관력과 상상력을 최대한으로 발전시킬 수 있다. 특히 아동의 지식 형성과정에서 발생하는 수많은 심리적 반응에 대한 끊임없는 기억과 외부세계를 파악하려는 노력은 상상력의 생생하고 완전한 규칙아래서 성취될 수 있기 때문이다[3]. 이러한 상상력과 직관력은 다른 어떤 분야보다도 과학 특히 수학 교육의 현장에서 크게 신장되어야 한다. 초,중등 수학은 단순한 수학적 형태로만 다루어서는 안되며 역사, 사회, 철학 그리고 심리등을 바탕으로 다루어야 한다. 한편, 의미와 과정 그리고 비 형식적 표현에 중점을 두는 연구 내용을 포함해야 하며 피 교육자들의 상상력과 직관력을 최대한 신장시킬 수 있도록 지도해야

한다. 따라서 수학 교육 과정 내용도 수학을 비 인간적인 지식의 실체로써 보는 실증론적 입장보다는 다양한 인간적 활동의 결과에서 나온 인간적 산물이라는 사실속에 편찬되어야 한다.

현대의 과학 기술은 그 대상을 점차 물질에서 에너지로, 이어서 정보로 옮겨가고 있다. 이러한 정보를 효율적으로 다루기 위해서는 어느 때 보다도 인간의 상상력과 창의력이 절실히 요구된다. 그러나 만약 기존의 사고 방식인 이치논리를 바탕으로 한 형식주의 철학만을 고집한다면 인간의 사고력은 멀지 않은 장래에 한계에 부딪칠 것이다. 인간은 원래 애매한 존재임으로 앞으로는 이러한 애매모호함도 과학적으로 처리하는 수학적 기술이 절대적으로 필요하다. 그래서 우리의 언어와 마음의 애매모호한 것을 더욱 정확히 표현하고 다룰 수 있는 내용인 퍼지수학에 관한 교육의 필요성이 대두된다.

수학의 본성에 대한 견해에 따라 거의 전적으로 수학 교육에 관한 견해가 결정되는데[8] 퍼지수학은 구성주의(constructivism)와 더불어 수학 교육에 엄청난 바람직한 영향을 끼칠 수 있다.

그러한 변혁은 사고의 전환을 필요로 하며 그러기 위해선 무엇보다도 인간 혁신과 인간 활동을 바탕으로 하는 교육 내용이 마련되어야 한다. 이를 위해서는 이치논리를 바탕으로 한 수학 교육보다는 퍼지논리를 바탕으로 한 수학 교육으로 방향이 전환되어야 한다.

지금은 20세기의 정보화 시대에 대비한 수학 교육 방법으로써 퍼지 수학에 관한 교육이 더욱 절실히 필요한 시기이다.

참 고 문 헌

[1]. 김웅태, 박한식, 우정호, 증보 수학 교육학 개론, 서울대학교 출판부, 1985.

[2]. 박세희 역 (M. Cline 원저), 수학의 확실성, 민음사, 1986.

[3]. 이정빈, 신현대 역 (W. K. Frankena 저), 교육철학, 이문출판사, 1987.

[4]. V. Dimitrov, Group choice under fuzzy information, Fuzzy Sets and Systems, Vol. 9, 1983.

[5]. L. Moreno-Armella and G. Waldegg, constructism and mathematical education, Int. J. Math. Educ. Sci. Technol., Vol. 24, No. 5, 1993.

[6]. B. Russell, Vaguenes, Australisian J. Psychol. Philos. 1. 1923, pp.84-92.(cf: H. J. Zimmermann, Fuzzy Set Theory and its Applications, Second Edition, Kluwer Academic Publishers, 1991, p.3)

[7]. A. Sierpinska et al. What is research in mathematics education and what are its results, J. for Research in Math. Ed., Vol. 24, No. 3, 1993.

[8]. R. Thom, Modern Mathematics, Does it exist?, Geoffrey Howson, Developments in Mathematical Education, Cambridge University Press, 1973, pp. 194-212.