

수축부 기초 유동 해석을 위한 삼차원 Euler 방정식 풀개 개발

김 진^{*1}, 김 형태^{*2}

Development of a Three-Dimensional Euler Solver for Analysis of Basic Contraction Flow

J. Kim and H. T. Kim

The three-dimensional Euler equations are solved numerically for the analysis of contraction flows in wind or water tunnels. A second-order finite difference method is used for the spatial discretization on the nonstaggered grid system and the 4-stage Runge-Kutta scheme for the numerical integration in time. In order to speed up the convergence, the local time stepping and the implicit residual-averaging schemes are introduced. The pressure field is obtained by solving the pressure-Poisson equation with the Neumann boundary condition. For the evaluation of the present Euler solver, numerical computations are carried out for three contraction geometries, one of which was adopted in the Large Cavitation Channel for the U.S. Navy. The comparison of the computational results with the available experimental data shows good agreement.

Key Words: Euler 방정식, 유한차분법(Finite difference method), Implicit residual smoothing법, 4단계 Runge-Kutta법, 수축부 유동(Contraction flow), 비압축성(Incompressible)

1. 서 론

풍동, 회류수조 또는 캐비테이션 터널에서는 시험부에 요구되는 빠른 유속의 균일유동을 얻기 위하여 시험부 전방에 수축부를 설치한다. 수축부의 주요 설계변수는 수축비, 길이 그리고 형상이며, 이들 중 수축비는 전체 유로의 제원을 결정한다. 수축비를 크게 하면 수축부를 제외한 터널 유로의 단면적이 증가하여 수두 손실이 줄어들고 시험부 유동의 균일도가 향상되며 난류의 세기 또한 감소시킬 수 있지만, 터널의 크기가 커짐으로써 제작비가 증가하게 된다. 수축부의 길이는 짧을수록 유리하지만 수축부 전방에서 역압력 구배에 의한 난류 경계층의 박리가 발생할 우려가 커지며, 캐비테이션 터널의 경우에는 수축부 하단에서 저압력 골에 의한 캐비테이션이 발생할 위험이 높아진다. 이와 같은 경계층의 박리와 캐비테이션의 발생은 시험부에서 요구되는 균일유동의 형성에 지장을 초래한다. 통상, 터널 내부의 압력을 낮추어 실험을 수행하는 캐비테이션 터널에서 수축부 캐비테이션이 발생하면 실험이 불가능하게 되므로 이에 대한 정확한 예측이 필요하다. 본 연구에서는 수축부의 성능을 일차적으로 추정할 수 있는 삼차원 Euler 방정식 풀개를 개발하고 이를 검증하기 위하여 미해군연구소가 보유하고 있는 Large Cavitation Channel의 수축부 형상에 대한 수치계산을 수행한 다음, 계산 결과를 실험 자료와 비교하였다. 또한, 3가지 수축부 형상의 유동에 대한 수치해석을 수행함으로써 주요 설계변수의 영향을 고찰할 수 있음을 보였다. 본 연구의 수치해법으로는 유

한 차분법을 사용하였으며 Jameson[1]이 사용한 4단계 Runge-Kutta 법 및 implicit residual smoothing 방법을 적용하여 수렴속도를 촉진하였다. 수치계산에는 비교차 격자를 사용하였으며, checkerboard 압력장의 발생을 억제하기 위하여 압력 Poisson 방정식의 이산화는 Sotiropoulos[2]의 방법을 따랐다.

2. 지배 방정식의 정식화

수축부 유동은 높은 레이놀드 수의 난류 경계층 유동으로서, 경계층의 두께가 수축부 횡단면의 수력 반경에 비하여 매우 작기 때문에 점성의 영향을 무시하고 비점성 유동으로 가정하여 Euler 방정식을 수축부 유동의 지배 방정식으로 사용하였다.

본 연구에서는 Fig. 1에 보인 바와 같이 수치해석의 대상으로 정사각형 단면을 갖는 수축부 형상을 선택하고 계산영역의 정의 및 경계조건의 적용에 편리한 직교 좌표계를 기본 좌표계로 사용하였으며 기본 좌표계에서의 지배 방정식을 물체맞춤 좌표계에 대하여 부분 변환하는 방법을 사용하였다. 직교 좌표계에서의 Euler 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

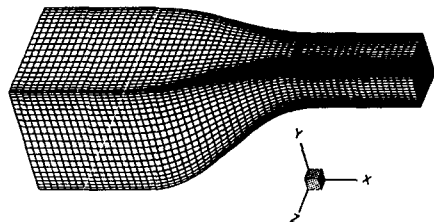


Fig. 1 Grid system of contraction.

*1. 삼성중공업(주) 중앙연구소

*2. 충남대학교 선박해양공학과

연속 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

x-운동량 방정식

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

y-운동량 방정식

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3)$$

z-운동량 방정식

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = - \frac{\partial P}{\partial z} \quad (4)$$

위의 방정식에서 모든 변수들은 시험부 속도 V_T , 수축부 길이 L , 그리고 유체의 밀도 ρ 로 무차원화 되었으며, u, v, w 는 직교 좌표계의 각 속도 성분들, P 는 정압을 나타낸다. 수축부 유동 영역에 대한 수치 계산을 수행하기 위하여 물체맞춤 좌표를 도입하고 지배 방정식의 좌표 변환을 수행하여 실제 유동영역을 단순한 정방형의 계산 영역으로 변환하였다. 좌표 변환에 필요한 Jacobian J 와 contravariant metric tensor g^{ij} 는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta, \zeta)}{\partial(x, y, z)} = \begin{bmatrix} \xi_x & \xi_y & \xi_z \\ \eta_x & \eta_y & \eta_z \\ \zeta_x & \zeta_y & \zeta_z \end{bmatrix},$$

$$g^{ij} = \xi_x^i \xi_x^j + \xi_y^i \xi_y^j + \xi_z^i \xi_z^j, \text{ for } i, j = 1, 2, 3 \quad (5)$$

여기서 $(\xi^1, \xi^2, \xi^3) = (\xi, \eta, \zeta)$ 이며, 좌표 변환의 관계식들을 사용해서 결과적으로 얻어진 물체맞춤 좌표계에서의 지배 방정식은 다음과 같다.

연속 방정식

$$\nabla \left[\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{U}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{V}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{W}{J} \right) \right] = 0 \quad (6)$$

운동량 방정식

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + A \frac{\partial Q}{\partial \xi} + B \frac{\partial Q}{\partial \eta} + C \frac{\partial Q}{\partial \zeta} + H = 0 \quad (7)$$

여기서 Q 는 속도 벡터로 $Q = (u, v, w)^T$ 로 표시되며 행렬 A, B, C 는 대각 행렬로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \text{diag}(U, U, U) \\ B &= \text{diag}(V, V, V) \\ C &= \text{diag}(W, W, W) \end{aligned} \quad (8)$$

또한 U, V, W 는 각각 ξ, η, ζ 방향의 contravariant 속도 성분으로서 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U^i = u \xi_x^i + v \xi_y^i + w \xi_z^i, \text{ for } i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

이 식에서 $(U^1, U^2, U^3) = (U, V, W)$ 이다. 운동량 방정식 (7)에서 쏘오스 벡터 H 는 다음과 같이 주어진다.

$$H = \begin{bmatrix} \xi_x P_\xi + \eta_x P_\eta + \zeta_x P_\zeta \\ \xi_y P_\xi + \eta_y P_\eta + \zeta_y P_\zeta \\ \xi_z P_\xi + \eta_z P_\eta + \zeta_z P_\zeta \end{bmatrix} \quad (10)$$

본 연구에서는 연속 방정식 (6)을 만족시키기 위하여 압력 Poisson 방법을 사용하며, 정확한 수치해를 얻기 위해서는 지배 방정식 (6)과 (7)로부터 적절한 형태의 이산화된 압력 방정식을 유도해 내는 것이 매우 중요하다. 이제 지배 방정식의 이산화 방법과 이산화된 압력 Poisson 방정식의 유도 과정을 설명하기로 한다.

3. 지배 방정식의 이산화

운동량 방정식 (7)의 공간 도함수들을 이산화하기 위하여 압력 구배항은 중심 차분을 사용하고, 대류항은 2차 풍상 차분을 사용하여 근사하였다. 대류항을 풍상 차분함으로써 운동량 방정식의 우변에 인위적인 소산항을 더해줄 필요가 없게 되며, 이는 풍상 차분이 일정량의 소산항을 본디 포함하고 있기 때문이다[5]. Fig. 2에 보인 수치계산 요소에 대하여 방정식 (7)의 대류항과 압력 구배항을 유한차분 근사식을 사용하여 이산화하면 다음에 일부 보인바와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \left[U \frac{\partial u}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} &= \frac{1}{2} (|U_{i,j,k}| + U_{i,j,k}) \delta_\xi^- u_{i,j,k} \\ &\quad - \frac{1}{2} (|U_{i,j,k}| - U_{i,j,k}) \delta_\xi^+ u_{i,j,k} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\left[\xi_x \frac{\partial P}{\partial \xi} \right]_{i,j,k} = (\xi_x)_{i,j,k} \delta_\xi P_{i,j,k} \quad (12)$$

여기서

$$\begin{aligned} \delta_\xi^\pm \phi_{i,j,k} &= \pm \frac{1}{2\Delta\xi} [-3\phi_{i,j,k} + 4\phi_{i\pm 1,j,k} - \phi_{i\pm 2,j,k}] \\ \delta_\xi \phi_{i,j,k} &= \frac{1}{2\Delta\xi} [\phi_{i+1,j,k} - \phi_{i-1,j,k}] \\ \bar{\delta}_\xi \phi_{i,j,k} &= \frac{1}{\Delta\xi} [\phi_{i+1/2,j,k} - \phi_{i-1/2,j,k}] \end{aligned} \quad (13)$$

위의 모든 식에서 좌표 변환에 관련된 metrics와 Jacobian은 중심 차분 근사를 사용하여 (i, j, k) 격자점에서 계산하고 $(i+1/2, j, k)$ 와 같은 격자 중간에서의 metrics와 Jacobian은 이웃 격자점에서의 값을 산술 평균하였다. 연속 방정식 (6)은 중심 유한차분 근사를 사용하여 이산화할 수 있으며, 이산화된 발산을 연산자는 다음과 같이 정의한다.

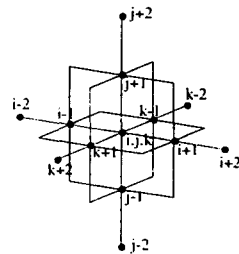


Fig. 2 Computational Cell.

$$DIV Q_{i,j,k} = J \left[\delta_\xi \left(\frac{U}{J} \right)_{i,j,k} + \delta_\eta \left(\frac{V}{J} \right)_{i,j,k} + \delta_\zeta \left(\frac{W}{J} \right)_{i,j,k} \right] \quad (14)$$

이산화된 운동량 방정식을 시간에 대하여 수치 적분하기 위하여 4단계 Runge-Kutta법을 사용하였으며, 지배 방정식 (6) 및 (7)에 Runge-Kutta법을 적용하면 다음의 식들을 얻을 수 있다.

$$DIV Q'_{i,j,k} = 0, \quad \text{for } l=1,2,3,4 \quad (15)$$

$$Q'_{i,j,k} = Q_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} RHS_{i,j,k}^{l-1}, \quad \text{for } l=1,2,3,4 \quad (16)$$

윗 식에서 위첨자 n 은 해가 알려져 있는 시간 단계를 나타내고 위첨자 l 은 시간 단계 n 으로부터 $n+1$ 까지 수치해를 진행시키기 위하여 사용되는 중간 단계 또는 반복 단계를 의미하며, $l=0$ 는 시간 단계 n 에, $l=4$ 는 시간 단계 $n+1$ 에 해당된다. 식 (16)에서 $\alpha_1 = 1/4$, $\alpha_2 = 1/3$, $\alpha_3 = 1/2$, $\alpha_4 = 1$ 이며 RHS 는 운동량 방정식 (7)의 좌변에서 시간 도함수 항을 제외한 나머지 항들을 유한차분을 사용해서 이산화한 것을 나타낸다. $\Delta t_{i,j,k}$ 는 격자점 (i,j,k) 에서의 시간 증분으로서 본 연구에서 채택하고 있는 local time stepping에서는 각 격자점에 따라 다른 값을 사용한다(식 (25) 참조). 편의상 이후에서는 시간 증분의 아래첨자 (i,j,k) 를 생략하기로 한다. 압력에 대한 방정식을 유도하기 위해서 먼저 식 (16)을 다음과 같은 3개의 스칼라 운동량 방정식으로 표현한다.

$$\begin{aligned} u'_{i,j,k} &= u_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} (\xi_x \delta_\xi + \eta_x \delta_\eta + \zeta_x \delta_\zeta) P_{i,j,k}^{l-1} \\ v'_{i,j,k} &= v_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} (\xi_y \delta_\xi + \eta_y \delta_\eta + \zeta_y \delta_\zeta) P_{i,j,k}^{l-1} \\ w'_{i,j,k} &= w_{i,j,k}^n - \alpha_l \Delta t_{i,j,k} (\xi_z \delta_\xi + \eta_z \delta_\eta + \zeta_z \delta_\zeta) P_{i,j,k}^{l-1} \end{aligned} \quad (17)$$

여기서 $f'_{i,j,k}$, $f''_{i,j,k}$, $f'''_{i,j,k}$ 는 운동량 방정식의 이산화된 대류항들을 포함한다. 식 (17)과 (9)를 함께 사용해서 이산화된 연속 방정식 (15)에 대입하면 이산화된 압력 방정식을 얻을 수 있으나 홀수와 짝수 격자점에서의 압력이 연성되지 않아서 압력장의 checkerboard 불안정이 발생한다. 매끈한 해를 구하기 위해서는 연속 방정식을 수치적으로 완벽하게 만족시키는 것을 유보하고 인위적으로 수정항을 포함시킨 수정된 압력 방정식을 사용해야 한다.

일반 곡선 좌표계에서 수정항을 포함시킨 이산화된 연속 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$DIV Q'_{i,j,k} = \epsilon J (\tilde{L} - L) [P'_{i,j,k}] \quad (18)$$

ϵ 은 수정항의 크기를 조절하며 $0 < \epsilon < 1$ 이고, 연산자 \tilde{L} 와 L 은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \tilde{L}[P_{i,j,k}] &= \left[\delta_\xi \left(\frac{\epsilon^{11} \Delta t}{J} \delta_\xi \right) + \delta_\eta \left(\frac{\epsilon^{22} \Delta t}{J} \delta_\eta \right) + \delta_\zeta \left(\frac{\epsilon^{33} \Delta t}{J} \delta_\zeta \right) \right] [P_{i,j,k}] \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} L[P_{i,j,k}] &= \left[\delta_\xi \left(\frac{\epsilon^{11} \Delta t}{J} \delta_\xi \right) + \delta_\eta \left(\frac{\epsilon^{22} \Delta t}{J} \delta_\eta \right) + \delta_\zeta \left(\frac{\epsilon^{33} \Delta t}{J} \delta_\zeta \right) \right] [P_{i,j,k}] \end{aligned} \quad (20)$$

식 (19)와 (20)을 사용하면 식 (18) 우변의 인위적 질량 소오스 항은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \epsilon J (\tilde{L} - L) [P_{i,j,k}] &= -\frac{\epsilon J}{4} \left[(\Delta \epsilon)^2 \tilde{\delta}_{\xi\xi} \left(\frac{\epsilon^{11} \Delta t}{J} \tilde{\delta}_{\xi\xi} \right) + (\Delta \eta)^2 \tilde{\delta}_{\eta\eta} \left(\frac{\epsilon^{22} \Delta t}{J} \tilde{\delta}_{\eta\eta} \right) + (\Delta \zeta)^2 \tilde{\delta}_{\zeta\zeta} \left(\frac{\epsilon^{33} \Delta t}{J} \tilde{\delta}_{\zeta\zeta} \right) \right] [P_{i,j,k}] \end{aligned} \quad (21)$$

여기서 예를 들면

$$\tilde{\delta}_{\xi\xi} \phi = \frac{\phi_{i+1,j,k} - 2\phi_{i,j,k} + \phi_{i-1,j,k}}{(\Delta \xi)^2} \quad (22)$$

식 (21)에서 연산자 L 의 이산화에 필요한 격자 중간점에서의 계수는 격자점에서의 값을 산술평균하여 계산하였다. 결국 식 (17)을 식 (18)에 대입해서 정리하면 다음과 같은 압력방정식을 얻게된다.

$$\begin{aligned} (1-\epsilon)L[P'_{i,j,k}] + \epsilon \tilde{L}[P'_{i,j,k}] + M[P'_{i,j,k}] &= \frac{1}{\alpha_l} DIV Q_{i,j,k}^n - \sigma'_{i,j,k} \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $M[P_{i,j,k}]$ 은 좌표선이 서로 직교하지 않기 때문에 생기는 6개의 교차 도함수항을 포함하며 $\sigma_{i,j,k}$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{i,j,k} &= \delta_\xi \left[\frac{\Delta t}{J} (\xi_x f^x + \eta_x f^y + \zeta_x f^z) \right]_{i,j,k} + \delta_\eta \left[\frac{\Delta t}{J} (\xi_y f^x + \eta_y f^y + \zeta_y f^z) \right]_{i,j,k} + \delta_\zeta \left[\frac{\Delta t}{J} (\xi_z f^x + \eta_z f^y + \zeta_z f^z) \right]_{i,j,k} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (23)에서 ϵ 이 충분히 큰 값을 갖게되면 홀수와 짝수번째 격자점에서의 압력이 서로 연성된다. 수축부 유동에 대한 수치 실험에 의하면 ϵ 값이 0.05면 매끈한 압력분포가 얻어지고 해법의 안정성이 보장되는 것으로 나타났다. 한편, 경계면에서의 압력은 Neumann 조건을 적용해서 계산하였다.

4. 수치알고리즘과 수렴촉진 기법

' n ' 시간 단계에서의 해를 알고 있다고 가정하면 다음과 같은 과정을 통해서 ' $n+1$ ' 시간 단계에서의 해를 얻을 수 있게 된다.

- 1) 대류항을 포함한 f^x , f^y , f^z 를 ' $l-1$ ' 단계에서 계산한다.
- 2) 압력 방정식 (23)의 우변을 계산한다.
- 3) ' $l-1$ ' 단계에서의 압력장을 얻기 위해서 압력 방정식 (23)의 해를 점순완화법(point successive relaxation method)을 사용해서 구한다. 본 연구에서는 정상해를 구하는데 관심이 있으므로 압력 방정식에 대한 iteration은 1번만 수행한다.
- 4) 제 1)과정에서 계산해 둔 f^x , f^y , f^z 와 제 3)과정에서 새로 구한 압력장을 사용해서 (정상)운동량 방정식의 RHS 를 계산한다.

5) 식 (17)을 사용해서 속도장을 새로 계산한다.

4단계 Runge-Kutta법에서는 제 1)에서 제 5)과정을 $l = 1, 2, 3, 4$ 에 대하여 반복 수행하며, $Q^l = Q^{l+1}$ 이다. 압력 방정식의 해는 모두 네 번 구하도록 되어 있으나, 첫번째 단계 ($l = 1$)에서만 계산하는 방법을 사용하였다. 각 격자점에서의 시간증분은 다음의 관계식으로부터 계산해서 저장한다.

$$\Delta t_{i,j,k} = CFL \Delta S_{i,j,k}, \quad (25)$$

$$\Delta S_{i,j,k} = \min(\sqrt{g_{11}}, \sqrt{g_{22}}, \sqrt{g_{33}})$$

윗 식에서 CFL은 Courant-Friedrich-Lewis 수로서 모든 격자점에서 상수로 유지하였다. g_{11}, g_{22}, g_{33} 는 covariant metric tensor의 성분을 나타낸다. 시간 진행법의 수렴속도를 향상시키기 위해서 implicit residual smoothing과 함께 local time stepping 기법을 사용하였다[1]. 본 연구에서 implicit residual smoothing은 운동량 방정식의 residual에 대해서만 적용하였다. 식 (16)의 RHS를 다음과 같이 상수 계수의 implicit operator를 사용해서 얻어진 새로운 RHS로 치환한다.

$$(1 - \beta_\epsilon \delta_{\epsilon\epsilon})(1 - \beta_v \delta_{vv})(1 - \beta_t \delta_{tt}) \overline{RHS^l} = RHS^l \quad (26)$$

$\beta_\epsilon, \beta_v, \beta_t$ 는 smoothing parameter로서 O(1)의 값으로 서로 다른 값을 가질 수 있으며 식 (26)은 Thomas 알고리즘을 사용해서 풀었다. 4단계 Runge-Kutta 과정에서 implicit residual smoothing을 적용함으로써 훨씬 더 큰 CFL수를 사용할 수 있어서 수렴속도를 빠르게 촉진시킬 수 있으며 본 연구에서는 해법 과정의 매단계 ($l = 1, 2, 3, 4$) 마다 4)와 5)과정 사이에서 residual smoothing을 적용하였다.

5. 수축부 유동 계산

본 연구에서 개발한 수축부의 3차원 유동장에 대한 수치해석 프로그램을 검증하기 위하여 미해군연구소가 보유한 Large Cavitation Channel의 수축부 형상에 대한 계산을 수행하였다. 수축부는 정사각형 횡단면을 갖고, 위쪽면은 편평하고 아래쪽면은 수축되어 아래위로는 비대칭이지만 양옆면은 대칭적으로 수축되는 형상이다. 본 연구에서는 유동이 $x-y$ 좌표면에 관해서 대칭이라고 가정하고 한쪽 영역에 대해서만 계산하였다. 수축부의 길이 방향 경계선은 원점이 수축부 시작점에 위치한 직교좌표계를 사용하여 다음의 5차 곡선식으로 정의된다.

$$\frac{y}{y_0} = A \left(\frac{L-x}{L} \right)^3 + B \left(\frac{L-x}{L} \right)^4 + C \left(\frac{L-x}{L} \right)^5 \quad (27)$$

여기서, $A = 10x_1(4x_1 - 3)/D, B = -2A + 5, C = A - 4,$ 그리고 $D = 10x_1^2 - 12x_1 + 3$ 이며 x_1 는 수축부 출구로부터 변곡점까지의 거리이다.

5.1 수치격자 및 경계조건

계산에 사용한 수치격자는 대수형 격자 생성법을 사용하여 생성하였다. 수치격자는 길이 방향으로 균일하게 분포하고 각 단면에서는 Hoffmann[4]의 식 (9-41)과 (9-42)를 사용하여 표면에 격자가 집중되도록 분포하였다. 그림 1은 수치계산에서 주로 사용한 격자를 보여주며 격자수는 $61 \times 21 \times 11$ 개 이다.

각 경계면(그림 1참조)에서의 경계조건은 다음과 같다.

- 1) 입구면 : 속도성분에 대해서는 균일유동 조건 ($u = 1, v = w = 0$)을 사용하고 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 적용하였다.
- 2) 출구면 : Neumann 경계조건을 속도와 압력에 대한 경계조건으로 적용하였다.
- 3) 벽표면 : 속도성분은 유속이 벽표면의 접선면을 따르도록 결정하고 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 사용하였다.
- 4) 대칭면 : 속도 성분에 대해서는 대칭면 조건 ($\partial u / \partial \xi = \partial v / \partial \xi = w = 0$)을 적용하고 압력에 대해서는 Neumann 경계조건을 적용하였다.

5.2 수치계산 결과

수축부에 대한 수치계산은 수축비가 6인 LCC의 형상(식 [27] 참조)에 대하여 변곡점 x_1 를 변화시켜가면서 수행하였다. 수축부의 앞뒤로 수축부 절반 길이 만큼 더 연장시킨 영역에 대하여 계산을 수행하였으며 모든 유동변수는 수축부 출구에서의 속도와 압력, 수축부의 길이로 무차원화 하였다.

Fig. 3은 Wetzel과 Arndt[3]의 실험결과가 있는 $x_1 = 0.5$ 인 수축부 형상에 대하여 바닥 벽면 중심선을 따라서의 압력분포를 나타낸 것으로서 비교된 실험자료와 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

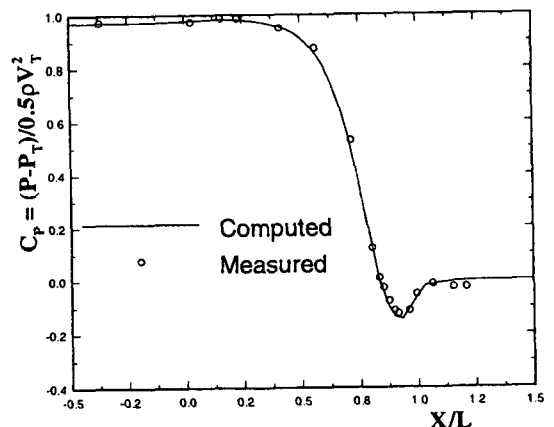


Fig. 3 Comparison of computed and measured wall side pressures along the bottom wall centerline.

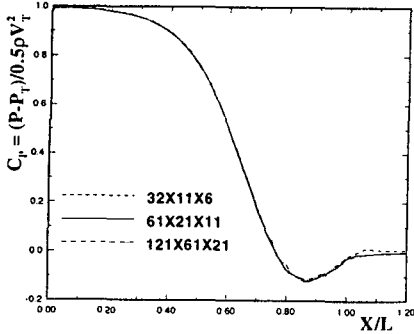


Fig. 4 Side wall pressure distributions along the bottom cornerline.

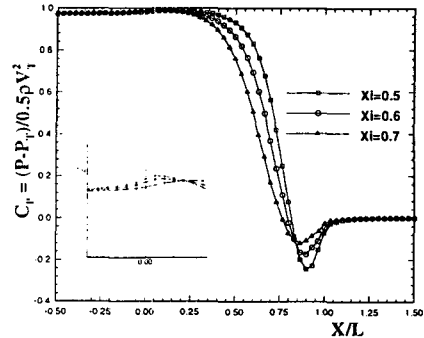


Fig. 6 Difference of wall pressure with change of inflection point.

Fig. 4와 5는 격자수에 따른 수치결과의 변화여부를 조사하기 위하여 격자수가 각각 32×11×6, 61×21×11, 121×41×21 이고 $x_i = 0.7$ 인 경우에 대하여 수축부 구석선을 따라서 압력분포와 압력의 수렴성을 보여준다. 이 결과를 토대로 하여 모든 수치계산은 61×21×11개의 격자를 이용하여 수행하였다. Fig. 6은 x_i 를 0.5, 0.6, 0.7로 변화시켰을 때의 수축부 바닥 벽면 중심선을 따라서의 압력 분포를 보인것으로써 x_i 가 클수록 수축부 하단에서의 압력골의 크기는 증가하고 수축부 상단 혹은 입구에서의 역압력 구배의 양은 감소 하는 것을 알 수 있다. 이는 다시 말하면 Cavitation이 발생할 가능성은 높아지나 경계층의 박리 가능성은 적어짐을 의미한다. Fig. 7에는 수축부 중심면을 따라서의 속도 벡터와 압력 분포선을 도시하였다.

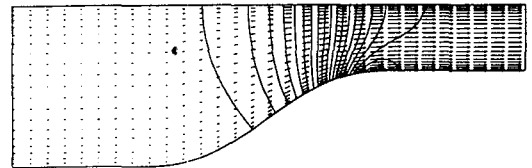


Fig. 7 Velocity vectors and pressure contours in the center plane.

압력의 분포는 실험 결과와 잘 일치하였으며 수축부 설계 변수들의 기본적인 특성을 파악할 수 있게 되었다. 연구의 결과를 살펴볼 때 본 연구에서 개발된 전산 프로그램은 수축부의 설계시 필요한 기초 설계 변수들의 결정에 충분히 활용될 수 있을 것으로 생각된다.

6. 결론

본 연구에서는 수축부의 성능 추정을 위한 삼차원 Euler 방정식 풀개를 개발하고 그 목적으로 하였다. Jameson[1] 과 Sotiropoulos[2]의 수치계산 방법을 선택하여 수치해법에 관련되어 있는 기본 이론을 살펴보고 이를 바탕으로 수축부의 3차원 비점성유동을 수치 계산하는 컴퓨터 코드를 개발하였고 실험결과가 있는 LCC의 수축부 형상에 대한 수치계산을 수행하여 개발된 코드를 검증하였다. 계산으로부터 구한 중요한 물리량인

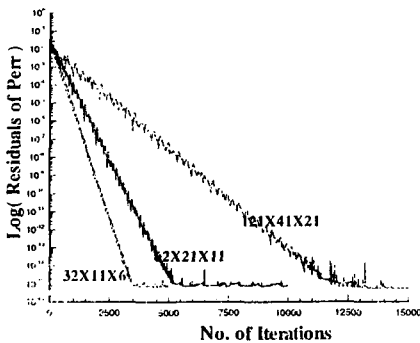


Fig. 5 Convergence of residuals of pressure errors.

참고문헌

- [1] Jameson, A. and Schmidt, W., "Some Recent Developments in Numerical Methods for Transonic Flows," *Computer Methods in Applied Mech. and Eng.*, 51, 1985.
- [2] Sotiropoulos, F., *A Primitive Variable Method for the Solution of External and Internal Incompressible Flow- Fields*, Ph.D. Thesis, the Univ. of Cincinnati, Cincinnati, OH, 1991.
- [3] Wetzel, J. M. and Arndt, R. E. A., "Hydrodynamic Design Considerations for Hydroacoustic Facilities : Part I - Flow Quality", *Tran. ASME, J. Fluid Eng.*, Vol. 116, pp. 324-331, 1994
- [4] Hoffmann, K. A., "Computational Fluid Dynamics for Engineers", Vol.1, Engineering Education System, 1993
- [5] Peyret, R. and Taylor, T.D., *Computational Methods for Fluid Flow*, Springer-Verlag, New York, 1982.