

## 정사각형 단면을 갖는 90° 곡관의 층류유동 계산

김형태<sup>\*1</sup>, 김정중<sup>\*2</sup>

### Numerical calculation of Laminar flow in a Square Duct of 90° Bend

H. T. Kim and J. J. Kim

A FA-FD hybrid method, developed for solving three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations, is applied to calculate three-dimensional laminar flows through a square duct with a 90° bend. The method discretizes the convective terms in the primary flow direction with 3rd-order upwind finite-differences and the convective and diffusive terms in the transverse directions with the two-dimensional finite analytic method. The non-staggered grid system is used and the pressure-velocity coupling is achieved by a global iteration procedure based on the PISO algorithm. Detailed comparisons between the computed solutions and the available experimental data are given mainly for the velocity distributions at cross-sections in a 90° bend of a square duct with both fully developed and developing entry flows. Although the computational result shows generally a good agreement with the experimental data, there are some significant discrepancies underlining the necessity of more accurate numerical methods as well as reliable experimental data for their validation.

**Key Words:** 유한해석-유한차분 혼합법(Finite Analytic-Finite Difference Hybrid Method), 대류항 처리 기법(Convection Scheme), PISO 알고리즘, 곡관유동 (Curved Duct flow), 비압축성 유동(Incompressible Flow), 층류유동(Laminar Flow), 입구유동 조건(Entry Flow Condition)

#### 1. 서론

선박유체역학 분야에서는 Reynolds averaged Navier-Stokes 방정식의 수치해법에 의해서 선체 주위의 복잡한 3차원 난류유동을 시뮬레이션 하는 다양한 방법들이 개발되어 사용되고 있다. 이들은 지배방정식의 이산화 방법에 따라 유한차분(FD)법, 유한체적(FV)법, 유한해석(FA)법 등으로 분류할 수 있으며, 이에 대한 자세한 설명과 특성비교는 1990년의 SSPA-CTH-IIIHR 워크숍[1]과 1994년의 CFD Workshop Tokyo 1994[2]의 논문집에 정리되어 있다. 이들 워크숍에서는 주어진 두개의 선형에 대해 정해진 레이놀드 수에서 참가자들이 유동계산을 수행하도록 하고 그 결과를 모아 실험자료와 함께 비교하였는데, 대부분의 계산이 방법에 따라 정도의 차이는 있지만 선미 부근의 복잡한 속도분포를 제대로 재현하지 못하는 것으로 나타났다. 이와 같은 수치계산의 부정확성은 계산에 사용된 격자와 이산화 기법 그리고 난류모형 등의 요인에 의해서 복합적으로 발생하기 때문에 현재로는 이에 대한 엄밀한 분석조차 어려운 실정이다. 한편, 1994년 워크숍에서는 이산화 방법, 그 중에서도 운동량 방정식의 대류항에 대한 이산화 정도를 높임으로써, 또 다른 경우에는 교차의 난류모형을 사용함으로써, 계산결과를 상당히 개선할 수 있다는 연구결과들이 발표되어 주목을 받은

바 있다. 이와 관련하여 본 연구자들은 수치해의 정확도를 개선하기 위한 노력의 일환으로 선박유체역학 분야에서 다양한 유동의 계산에 사용되어온 수치해법[3]에 쓰인 이산화 방법의 정도를 높임으로써 개선된 결과를 얻을 수 있음을 보인 바 있다[4].

본 연구는 앞서 수행한 연구[4]의 연장으로서 개선된 결과를 주는 것으로 나타난 FA-FD 하이브리드 이산화 기법을 사용해서 서로 다른 입사류 조건에서의 곡관유동에 대한 수치계산을 수행하고 그 결과를 계측자료[5,6]와 자세히 비교·검토한 것이다.

#### 2. 수치해법

수치해법은 앞서 수행한 연구[4]에 사용한 것과 동일하지만 본 연구의 이해를 돕고 논문 형식의 온전을 기하기 위해 간략하게 포함시켰다.

##### 2.1 지배방정식

직교좌표계  $(x^i, t)$ 에서 일반곡선좌표계  $(\xi^i, \tau)$ 로 변환된 무차원 Navier-Stokes 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{1}{J} \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi^i} (b_j^i V_j) = 0 \tag{1}$$

$$\sum_{i=1}^3 \left( g^{ii} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^i \partial \xi^i} - 2a^i \frac{\partial \phi}{\partial \xi^i} \right) = Re \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + S_\phi \tag{2}$$

여기서

\*1. 충남대학교 선박해양공학과

\*2. 충남대학교 선박해양공학과 대학원

$$2a^i = \frac{Re}{J} \sum_{j=1}^3 b_j^i \left( V_j - \frac{\partial x^j}{\partial \tau} \right) - \frac{1}{J} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial \xi^j} ( J g^{ij} ),$$

$$S_\phi = s_\phi - 2 \left( g^{12} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^1 \partial \xi^2} + g^{13} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^1 \partial \xi^3} + g^{23} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2 \partial \xi^3} \right)$$

$$s_u = \frac{Re}{J} \sum_{j=1}^3 b_j^i \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j}, \quad s_v = \frac{Re}{J} \sum_{j=1}^3 b_j^i \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j}, \quad s_w = \frac{Re}{J} \sum_{j=1}^3 b_j^i \frac{\partial \phi}{\partial \xi^j}$$

$V_j$ 는 좌표좌표  $x^j$ 방향의 속도성분,  $J$ 는 변환 Jacobian,  $b_j^i$ 는 contravariant base 벡터  $a^i$ 와  $J$ 의 곱으로 정의된 벡터성분,  $g^{ij}$ 는 contravariant metric tensor이다.

## 2.2 지배방정식의 이산화

지배방정식 (2)는 FA-FD 하이브리드 방법을 사용해서 이산화하였다. 먼저 Fig. 1에서와 같이 중앙 격자점 P에서 생성항과 계수들을 근사함으로써 방정식 (2)를 각 계산 요소에 대해서 선형화 하였다.

$$g_P^{22} \phi_{\eta\eta} + g_P^{33} \phi_{\zeta\zeta} - 2a_P^2 \phi_\eta - 2a_P^3 \phi_\zeta \\ = -g_P^{11} \phi_{\xi\xi} + 2a_P^1 \phi_\xi + R\phi_\tau + (S_\phi)_P \quad (3)$$

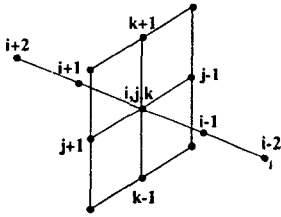


Fig. 1 Computation cell.

방정식 (3)은 좌표계의 신장,  $\eta^* = \eta/k$ ,  $\zeta^* = \zeta/h$  ( $k=1/\sqrt{g_P^{22}}$ ,  $h=1/\sqrt{g_P^{33}}$ ), 에 의해 다시 변환하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\phi_{\eta^*\eta^*} + \phi_{\zeta^*\zeta^*} - 2B\phi_{\eta^*} - 2A\phi_{\zeta^*} \\ = -g_P^{11} \phi_{\xi\xi} + 2C\phi_\xi + R\phi_\tau + (S_\phi)_P \quad (4)$$

여기서

$$A = a_P^3/h, \quad B = a_P^2/k, \quad C = a_P^1, \quad R = Re$$

방정식 (4)에서 우변의 첫 번째 항은 중심차분, 두 번째 항은 풍상차분, 세 번째 시간항을 후진차분으로 각각 이산화하면 다음과 같다.

$$G_P = (-g_P^{11} \phi_{\xi\xi} + 2C\phi_\xi + R\phi_\tau + S_\phi)_P \\ = C_{UU}\phi_{UU} - C_U\phi_U + \left( -C_{UU} + C_U + C_D - C_{DD} + \frac{R}{\Delta\tau} \right) \phi_P \\ - C_{DD}\phi_D + C_{DD}\phi_{DD} - \frac{R}{\Delta\tau} \phi_P^{n-1} + (S_\phi)_P \quad (5)$$

여기서

$$C_{UU} = \beta C^+, \quad C_U = g_P^{11} + (3\beta + 1)C^+ + (\beta - 1)C^-$$

$$C_{DD} = \beta C^-, \quad C_D = g_P^{11} + (\beta - 1)C^+ + (3\beta + 1)C^-$$

$$\text{그리고 } C^+ = \frac{(ld+c)}{2}, \quad C^- = \frac{(ld-c)}{2}$$

위 식에서 하첨자 P, U 또는 UU, D 또는 DD는 Fig. 1에서 보여주고 있는 것처럼 각각 중심, 상류, 하류의 격자점을 나타내고 있다. 하첨자 n-1은 이전 시간단계를 나타내고 있으며,  $\nabla\tau$ 는 시간증분이다. 변수  $\beta$ 는 서로 다른 FD이산화 방법을 나타낸다. 여기서,  $\beta=1/4$ 은  $2C\phi_\xi$ 의 QUICK 이산화방법,  $\beta=1/3$ 은 Agarwal의 이산화 방법, 그리고  $\beta=1$ 은 고전적인 2차정도의 풍상 FD 이산화 방법을 나타낸다.  $\beta=0$ 이면 2차정도의 중심 FD 이산화 방법을 나타낸다. 방정식 (4)의 우변을  $G_P$ 로 근사시키면 완전한 2차원 수송방정식으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\phi_{\eta^*\eta^*} + \phi_{\zeta^*\zeta^*} - 2B\phi_{\eta^*} - 2A\phi_{\zeta^*} = G_P \quad (6)$$

계산요소에 대해서 경계조건이 주어지게 되면, 방정식 (6)은 변수 분리법에 의해 해석적으로 해를 구할 수 있다. 요소의 중심 격자점 P에 대해 구해진 해석 해로부터 다음과 같이 9점 FA 식이 얻어진다.

$$\phi_P = C_{NE}\phi_{NE} + C_{NW}\phi_{NW} + C_{SE}\phi_{SE} + C_{SW}\phi_{SW} \\ + C_{EC}\phi_{EC} + C_{WC}\phi_{WC} + C_{NC}\phi_{NC} + C_{SC}\phi_{SC} \\ - C_P G_P \quad (7)$$

여기서, 요소 레이놀드 수와 각요소의 단면 비율을 포함하고 있는 계수들,  $C_{NE}$ ,  $C_{SE}$ ,  $C_{NW}$ , 등등... ,은 참고문헌[3]에 주어져 있다. 하첨자들, NE, NW, SE, SW, 등등..., 은  $\eta-\zeta$ 평면에서 8개의 주변 격자점을 나타내고 있다. 방정식 (7)에 방정식(5)를 대입함으로써 14개점으로 구성된 FA-FD 하이브리드 이산화 방정식을 최종적으로 구할 수 있다.

$$\phi_P = \frac{1}{1 + C_P \left[ -C_{UU} + C_U + C_D - C_{DD} + \frac{R}{\nabla\tau} \right]} \times \\ \left( C_{NE}\phi_{NE} + C_{NW}\phi_{NW} + C_{SE}\phi_{SE} + C_{SW}\phi_{SW} \right. \\ + C_{EC}\phi_{EC} + C_{WC}\phi_{WC} + C_{NC}\phi_{NC} + C_{SC}\phi_{SC} \\ + C_P \left[ -C_{UU}\phi_{UU} + C_U\phi_U + C_D\phi_D - C_{DD}\phi_{DD} \right. \\ \left. \left. + \frac{R}{\nabla\tau} \phi_P^{n-1} - (S_\phi)_P \right] \right) \quad (8)$$

방정식 (9)에서  $\phi_P$ 는 이전 시간단계에서의 값, 2개의 상류 격자점에서의 값, 2개의 하류 격자점에서의 값, 그리고  $\eta-\zeta$ 평면에서의 8개의 격자점에서의 값들로 구성되어 있다. 공간과 시간에 대해서 방정식 (8)는 implicit이므로 계산영역에서 모든 중심점에 대한 이산화 방정식들의 집합은 연립대수방정식을 구성한다. 본 연구에서 이 방정식들의 해는 주어진 압력장에 대해서 ADI방법을 연결한 3중대각행렬 알

고리들을 이용하여 반복적으로 구하게 된다. 그러나 압력장은 미지수이므로, 반드시 연속방정식을 만족시키도록 계산되어야 한다.

**2.4 압력방정식의 유도**

압력방정식은 각 계산 요소의 중심 격자점 P를 둘러싸고 있는 제어체적에 대해 이산화된 연속방정식으로부터 유도된다. 14개의 격자점으로 구성된 FA-FD 하이브리드 기법을 사용함으로써 속도성분  $V_i = (U, V, W)$ 는 다음과 같이 분리될 수 있다.

$$V_i = \bar{V}_i - \frac{RC_P}{J \left[ 1 + C_P(-C_{UW} + C_U + C_D - C_{DD} + \frac{R}{\nu_r}) \right]} \sum_{j=1}^3 b_j \frac{\partial b}{\partial \xi^j} \tag{9}$$

pseudovelocity  $\bar{V}_i$ 는 압력항을 포함하고 있지 않다. contravariant 속도성분  $V^i = U^i / J$ 를 도입하면,  $U^i$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$U^i = \sum_{j=1}^3 b_j V_j = \sum_{j=1}^3 \left( b_j \bar{V}_j - E^{ij} \frac{\partial b}{\partial \xi^j} \right)$$

여기서

$$E^{ij} = \frac{RC_P}{J \left[ 1 + C_P(-C_{UW} + C_U + C_D - C_{DD} + \frac{R}{\nu_r}) \right]} \sum_{k=1}^3 b_k^i b_k^j$$

여기에 다음과 같이 정의되는 수정된 pseudovelocity 성분을 도입한다.

$$\bar{U}^i = \sum_{j=1}^3 b_j V_j - E^{ij} \frac{\partial b}{\partial \xi^j} - E^{ik} \frac{\partial b}{\partial \xi^k} \tag{10}$$

이식에서 (i,j,k)는 cyclic order다. 그러므로 다음과 같은 분리된 contravariant 속도성분을 구할 수 있다.

$$U^i = \bar{U}^i - E^{ij} \frac{\partial b}{\partial \xi^j} \tag{11}$$

제어체적에 대한 이산화된 연속방정식은 다음과 같이 쓸 수 있으며,

$$U_d^i - U_u^i + U_n^i - U_s^i + U_e^i - U_w^i = 0 \tag{12}$$

방정식 (11)로부터 방정식 (12)에서의 속도성분은 다음과 같은 형태로 구할 수 있다.

$$U_d^i = \bar{U}_d^i - E_d^{ij}(P_D - P_P), \quad U_u^i = \bar{U}_u^i - E_u^{ij}(P_{NC} - P_P) \tag{13}$$

방정식 (12)에 방정식(13)을 대입하면, 다음과 같은 압력방정식을 얻을 수 있다.

$$(E_d^{11} + E_u^{11} + E_n^{22} + E_s^{22} + E_e^{33} + E_w^{33})P_P = E_d^{11}P_D + E_u^{11}P_U + E_n^{22}P_{NC} + E_s^{22}P_{SC} + E_e^{33}P_{EC} + E_w^{33}P_{WC} - \bar{D} \tag{14}$$

여기서

$$\bar{D} = \bar{U}_d^i - \bar{U}_u^i + \bar{U}_n^i - \bar{U}_s^i + \bar{U}_e^i - \bar{U}_w^i$$

방정식 (14)로부터 제어체적의 중심 격자점에서 압력이 주변 격자점과 연성된 것을 볼 수 있다. 본 연구에서 사용되는 비교차 격자계에서는 교차 격자점에

서의 수정된 pseudovelocity들이 정의되어 있지 않으므로 간단한 1차원 선형내삽법을 사용하여 다음과 같이 하였다.

$$\bar{U}_d^i = \frac{1}{2}(\bar{U}_d^i + \bar{U}_P^i), \quad \bar{U}_n^i = \frac{1}{2}(\bar{U}_{NC}^i + \bar{U}_P^i) \tag{15}$$

방정식 (15)를 사용하여 방정식(14)에서의  $\bar{D}$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\bar{D} = \bar{U}_d^i - \bar{U}_u^i + \bar{U}_n^i - \bar{U}_s^i + \bar{U}_e^i - \bar{U}_w^i$$

방정식 (14)에서 계수들,  $E_d^{11}$ ,  $E_u^{11}$ , 등등... 도 같은 선형내삽법으로 계산하였다.

**2.5 속도-압력 연성과 수치계산 과정**

연성된 방정식 (8)과 (14)의 해는 PISO 알고리즘 [9]을 이용한 전체적인 반복계산에 의해서 얻어지며, (8)과 (14)로 구성된 대수방정식은 ADI방법을 연결한 3중대각행렬 해법을 이용하여 풀었다. 전체적인 수치계산 과정을 요약하면 다음과 같다. 첫 번째, 속도에 대하여 초기조건, 경계조건을 주고, 압력은 전체 계산영역을 영으로 준다. 두 번째, 운동량방정식 (8)에 대해 생성항과 FA의 계수들을 계산한다. 세 번째, 전 단계의 압력장을 사용하여 방정식 (8)을 계산한다. 이 단계는 속도장의 추정과정이다. 네 번째, 방정식 (10)과 (15)로부터 수정된 pseudovelocity를 구하고, 압력방정식 (14)를 계산한다. 다섯 번째, 구해진 압력장을 사용하여 방정식 (9)로부터 대응되는 속도장을 계산한다. 이 단계는 속도장의 수정과정이다. 여섯 번째, 주어진 횡수만큼 네 번째 단계에서 다섯 번째 단계를 반복한다. 다음으로 두 번째 단계부터 여섯 번째 단계까지 반복한다.

**3. 계산결과 및 토론**

수치계산은 Humphrey 등[5]과 Taylor 등[6]에 의해서 비교적 자세한 속도계측이 수행된 정사각형 단면의 90° 곡관 내의 층류유동을 대상으로 했으며 관의 수력직경과 단면에서의 평균유속으로 정의된 레이놀드 수는 790이고 이에 상응하는 Dean 수는 368이다. Fig. 2는 곡관의 형상과 좌표계를 보여준다. 곡관단면의 수평방향 중심선을 기준으로 위와 아래(z축 방향)의 유동이 대칭이라고 가정하고 계산영역은 아랫부분으로 제한하였다.

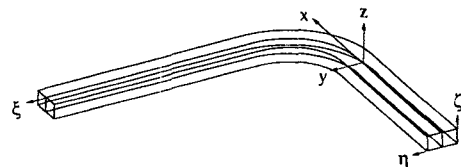


Fig. 2 Duct geometry and coordinate system.

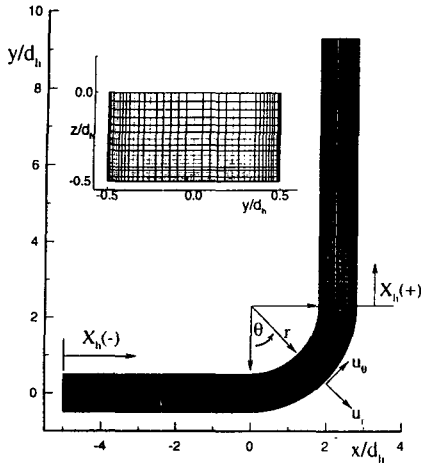


Fig. 3 Cross-section and plane of symmetric grid.

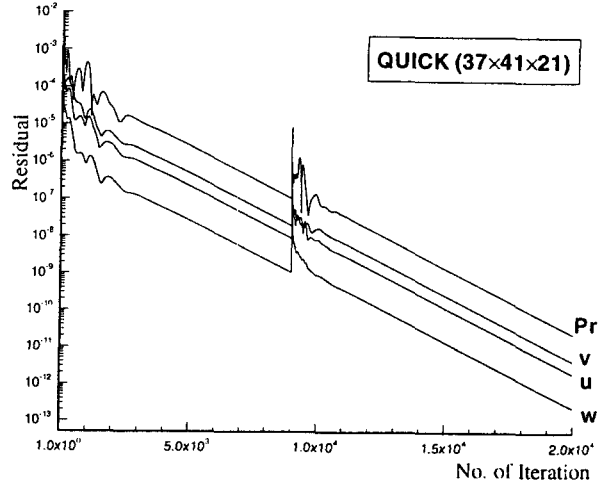


Fig. 4 Convergence history.

Fig. 3은 유동계산에 사용된 대표적인 격자와 계산 및 실험 결과의 비교에 사용된 변수들을 보여준다. Fig. 4는 반복계산의 횟수가 늘어남에 따른 속도성분 및 압력에 대한 잔차(residual)의 변화를 보여준다. 격자수는  $37 \times 41 \times 21$ 이고 먼저 9,000번의 반복계산을 수행해서 얻은 수치 해를 읽어서 다시 11,000의 반복 계산을 수행한 경우에 대한 수렴특성을 나타낸다.

본 연구에서 사용한 하이브리드 이산화 방법의 특성을 보여주고 수치해법을 좀더 정확하게 평가하는데 도움을 주기 위해서 앞서 본 저자들의 연구[4]에

서 발표되었던 완전히 발달된 입사류 조건에 대한 결과를 인용하였다. Fig. 5는 곡관의 길이방향 격자수가 비교적 작은 경우에 주유동 방향 대류항의 이산화 방식이 계산 속도장에 미치는 영향을 잘 보여준다. 즉, 고차의 풍상유한차분법을 사용할수록 수치해가 실험값[5]에 접근함을 알 수 있으며, FA-QUICK 또는 FA-Agarwal의 하이브리드 이산화 기법이 가장 근접한 결과를, FAM[3]은 가장 상이한 결과를 나타낸다.

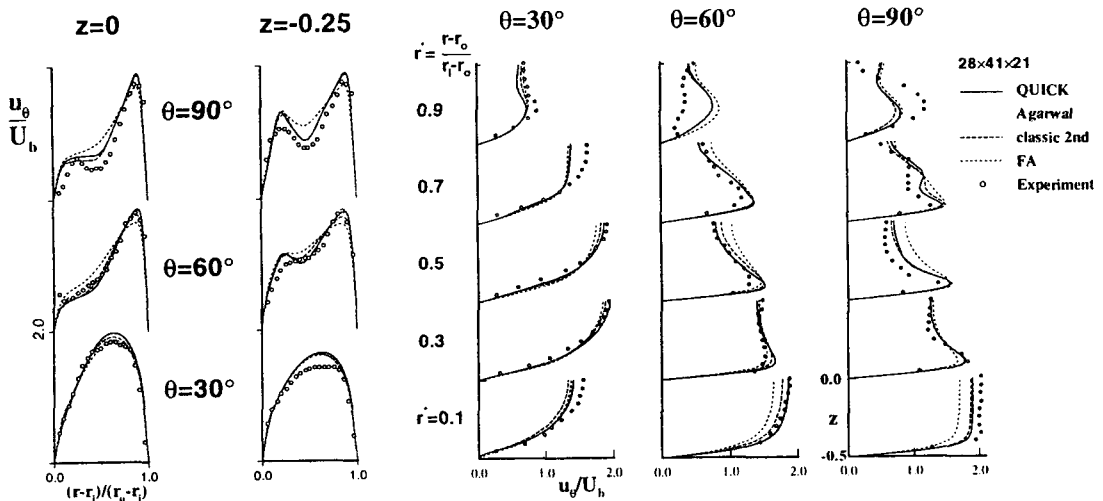


Fig. 5 Effect of different discretization on streamwise velocity profiles(developed flow).

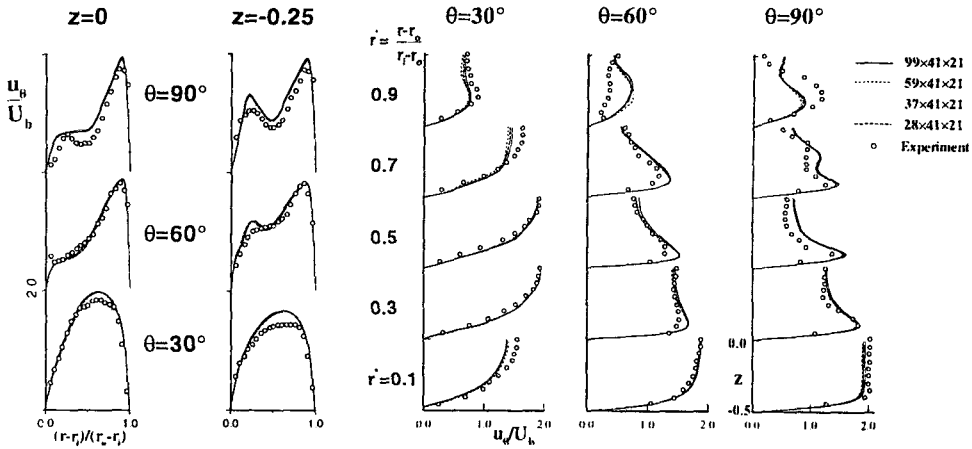


Fig. 6 Effect of streamwise grid refinement on streamwise velocity profiles computed by QUICK discretization(developed flow).

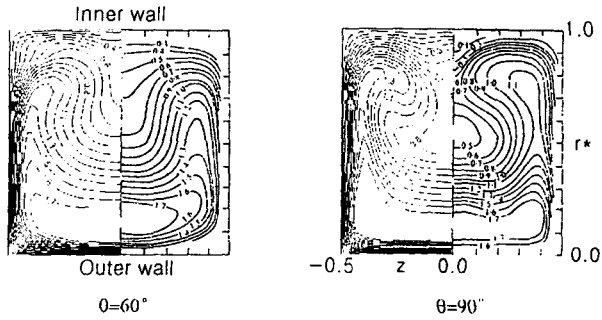


Fig. 7 Measured and computed velocity contours at cross-section(developed flow).

Fig. 6은 FA-QUICK에 의한 수치해가 길이방향 격자수를 증가시킴에 따라 어떻게 변화하는가를 보여준다. 수치해는 격자수가 37개 이상이 되면 거의 변하지 않는 것으로 나타났다. Fig. 7은 주유동 방향 속도분포와 Humphrey 등의 계측값[5]을 비교해서

보여준다. 그림에서 단면의 왼쪽은 계산값을, 오른쪽은 실험값을 나타내며 계산결과가 계측결과와 전반적으로 잘 맞는 것으로 볼 수 있으나 국부적으로 적지 않은 차이를 보여준다. Fig. 8과 Fig. 9는 발달하고 있는 입사류 조건에 대한 계산결과로서

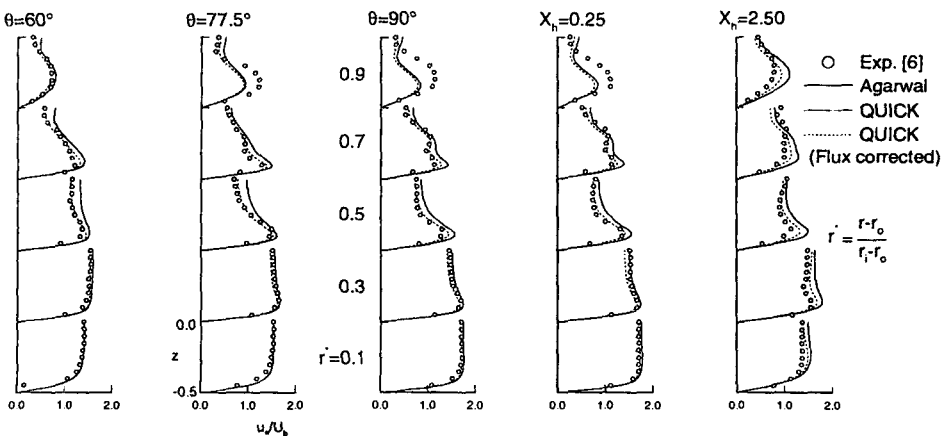


Fig. 8 Streamwise velocity profiles at successive streamwise stations (developing flow).

FA-QUICK, FA-Agarwal 이산화 기법 그리고 각 단면에서 강제적으로 유량을 맞춘 FA-QUICK기법의 주 유동방향과 반경방향의 속도분포를 나타내고 있다. 두 그림 모두에서 FA-QUICK과 FA-Agarwal의 계산결과는 서로 차이가 없음을 나타내고 있으며, 실험값과는 약간의 차이를 보여주고 있다. 유량을 강제적으로 수정한 FA-QUICK의 수치해는 수정하지 않은 것과 적지 않은 차이를 나타내고 있으며, 전체적으로 측정값에 더 근접하는 것을 보여주고 있다.

Fig. 9에서는 주 유동방향 각 단면에서 반경방향의 압력구배의 영향을 받은 유동이 대칭면 부근에서는 바깥 벽면으로 향하고, 단면 아랫부근에서는 안쪽 면으로 향하는 2차류의 발달과정을 잘 보여주고 있다. Fig. 10은 각 단면에서 계산된 주 유동방향 등속도선과 실험결과[6]를 비교하여 보여주고 있다. 그림에서 위쪽은 계산값을, 아래쪽은 측정값을 나타내고 있으며, 전반적으로 주 유동방향의 속도는 실험값보다 크게, 2차류는 상대적으로 작게 추정되었다.

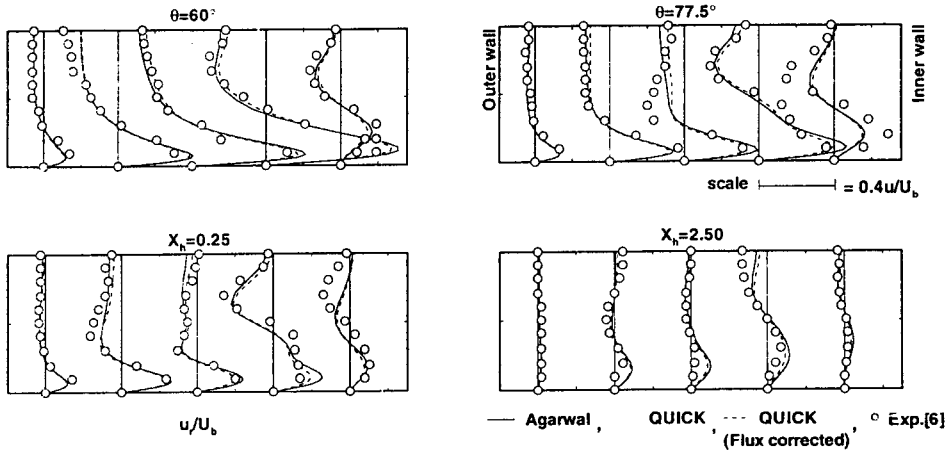


Fig. 9 Radial velocity profiles at successive streamwise stations (developing flow).

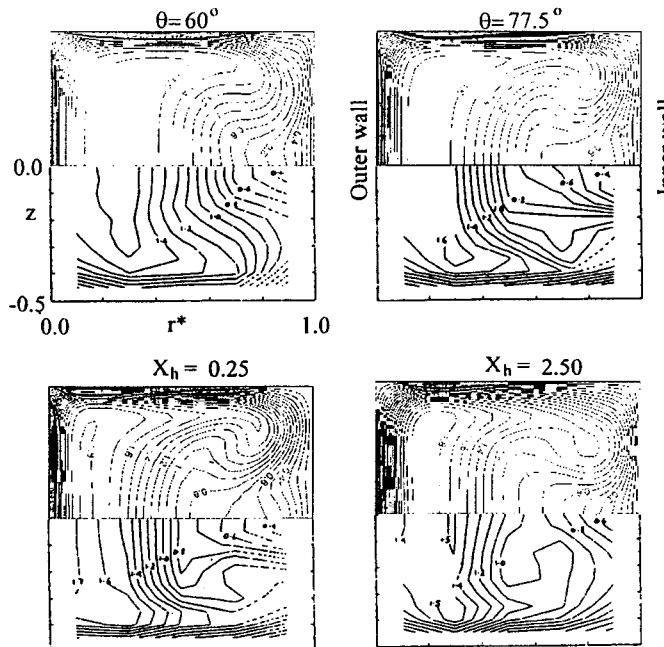


Fig. 10 Measured and computed streamwise velocity contours at cross-section (developing flow).

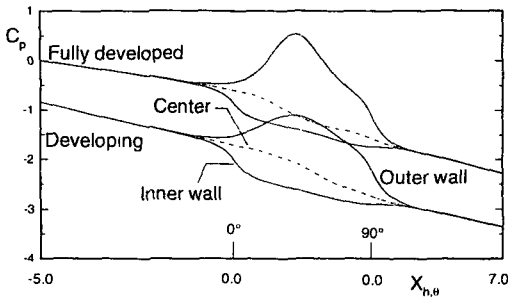


Fig. 11 Computed pressure coefficients along the centerline of the duct and inner and out wall.

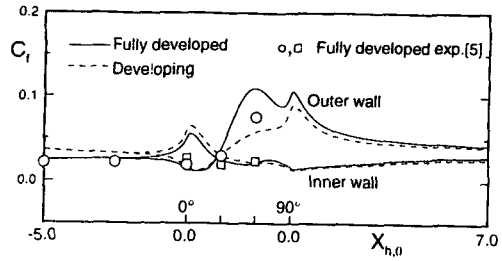


Fig. 12 Computed friction coefficients along the inner and out wall.

Fig. 11은 서로 다른 두 입사류 조건에 대해서 안벽면과 바깥 벽면의 중심선 그리고 곡관 중심선에서의 압력계수 변화를 보여주고 있다. 압력의 차이가 발생하는 위치와 다시 같아지는 위치, 그리고 두 위치사이에서 압력이 변화하는 모양은 유사하나, 완전히 발달된 입사류의 경우에는 벤드 앞쪽에서의 압력 손실이 상대적으로 작고, 두 벽면사이의 압력차는 크게 나타났다. 이와같은 차이는 벤드 상류의 유동 조건의 차이에 의한 것으로 생각되며, 벤드 뒤쪽 압력의 기울기는 서로 잘 일치한다.

Fig. 12는 서로 다른 두 입사류 조건에 대해서 안벽면과 바깥 벽면의 중심선에서의 마찰계수 변화를 보여주고 있다. 마찰계수의 변화는 대체로 유사하며, 안 벽면에서는 0° 부근에서 피크를, 바깥 벽면에서는 90° 부근에서 피크를 나타낸다. 한편, 벤드 앞쪽에서 30° 부근까지는 발달하고 있는 입사류의 마찰계수가 상대적으로 크고, 60° 이후에는 작게 나타났으며, 완전히 발달한 입사류 조건의 경우, 바깥 벽면의 마찰계수는 30° 부근에서 급격히 증가하여 45° 부근에서 또 하나의 피크를 나타낸다. 이러한 마찰계수의 변화는 벽면에서의 속도구배의 차이를 의미하며, 관성력이 큰 코어의 위치와 크기에 연관지어 이해할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 FA-FD 하이브리드 방법을 사용해서 정사각형 단면을 갖는 90° 곡관의 층류 유동에 대한 수치계산을 서로 다른 입사류조건에 대해서 수행하였으며, 계산된 결과를 두 입사류조건에 대하여 각각 실험결과와 비교하였다. 본 계산결과는 두 입사류 조건에대해서 실험값과 비교적 잘 일치하는 것을 확인하였으며, FA-FD 하이브리드 방법이 기존의 FA방법보다 수치계산상 더 효율적임도 확인할 수 있었다. 그러나, 계산결과가 부분적으로 실험값과 적지 않은 차이를 보이고 있어, 이의 개선과 난류문제로의 확장을 위해 더 많은 연구가 필요하다고 생각된다.

참고문헌

- [1] Larsson L., Patel V. C. and Dyne G. (Eds), *Ship Viscous Flow. Proc. the 1990 SSPA-CTH-IIHR Workshop*, Gothenburg, Sweden, (1991).
- [2] Kodama, Y.(eds), *Proc. CFD Workshop Tokyo 1994*, Tokyo, Japan (1994).
- [3] Chen, H. C., Patel, V. C. and Ju, S., Solutions of Reynolds-averaged Navier-Stokes equations for three-dimensional incompressible flows, *J. Comput. Phys.* 88, 798 (1990).
- [4] Kim, H. T. and Kim, J. J., *Proc. the Sixth International Symposium on Computational Fluid Dynamics*, Nevada, USA, (1995).
- [5] Humphrey, J. A. C., Taylor, A. M. K. and Whitelaw, J. H., Laminar flow in a square duct of strong curvature, *J. Fluid Mech.* 83, 509 (1977).
- [6] Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H., Yianneskis, M., Curved ducts with strong secondary motion: velocity measurements of developing laminar and turbulent flow, *J. Fluid Eng.* 104, 350 (1982).
- [7] Sotiropoulos, F., Kim, W. J. and Patel, V. C., A computational comparison of two incompressible Navier-Stokes solvers in three-dimensional laminar flows, *Computers and Fluids*, 23, 4, 627, (1994).
- [8] Kim, H. T., in *Proc. the Second Japan - Korea Joint Workshop on Ship and Marine Hydrodynamics*, Osaka, Japan, (1993), 9.
- [9] Issa, R. I., Solution of the implicitly discretized fluid flow equations by operator-splitting, *J. of Comput. Phys.* 61, 40 (1985).