

## 외팔보의 동적응답과 진동모드 분석

### An Analysis of the Dynamic Response and Vibrational Mode for the Cantilevered Beam

김 예 현\*, 고 영 준\*, 강 병 용\*, 장 호 경\*\*  
(Ye-Hyun Kim\*, Young-Jun Go\*, Byoung-Yong Kang\*, Ho-Gyeong Chang\*\*)

※이 논문은 1996학년도 영남대학교 학술연구조성비에 의한 것임

#### 요 약

강제진동에 의한 외팔보의 동적응답과 진동모드를 연구하였다. Bernoulli-Euler 이론과 유한요소법을 이용하여 외팔보의 고유진동수와 진동모드를 수치해석하고 실험으로 측정하여 비교하였다. 가진주파수를 1Hz에서 70Hz까지 변화시켜 외팔보의 1차, 2차 공진주파수를 구하고, 응답위치에 따른 진동 변위를 측정하여 진동모드를 살펴보았다. 실험결과에서 외팔보의 절점(node)이 1차모드에서는 0, 2차모드에서는 0, 0.786으로 측정되었다. 외팔보의 공진주파수와 진동모드에 대해 이론적으로 예상했던 결과와 실험으로 측정된 결과가 거의 일치하였다.

#### ABSTRACT

An analysis of the forced dynamic response and vibrational mode for the cantilevered beam is described. Experimental results are compared with the natural frequencies and vibrational modes for the cantilevered beam using the theory of Bernoulli-Euler and finite element method. We have found 1st and 2nd resonance frequency of the cantilevered beam by means of the various external frequencies, 1~70Hz, using magnetic transducer. And we have studied the vibrational displacement at obtained resonance frequency of the cantilevered beam. The experimental results for the nodes of cantilevered beam were 0 in 1st mode and 0, 0.786 in 2nd mode. Close agreement between the theoretically predicted results and experimental result was obtained for the vibrational mode.

#### I. 서 론

대부분의 기계장치는 탄성계로 이루어져 있으므로 가해지는 외력에 의해 진동을 유발한다. 특히 외력의 가진 주파수가 구조물의 고유진동수와 일치할 때에는 계가 공진을 일으키는 심각한 문제를 야기시킨다. 공진은 전체 계의 성능에 커다란 악영향을 미치게 되므로 계의 성능 향상과 안정성 증대를 위하여 진동 제어는 필수적인 것이 된다. 외팔보 등과 같은 경량화된 장비들의 운동시 발생하는 진동을 효율적으로 제어하기 위해서는 우선 외팔보의 진동특성을 파악하여야 한다.

연속계의 진동방정식은 무한수의 고유진동수와 정규진동형을 구하는 초월방정식(transcendental equation)으

로 이루어져 있으며,<sup>1)</sup> 한정된 수의 고유진동수와 정규진동형을 구하는 불연속계와는 대조적이다. 이러한 연속계의 고유진동수를 구하기 위해서는 경계조건을 적용할 필요가 있다. T.M.Wang은 회전관성과 전단변형을 포함하는 3-모멘트 방정식을 이용하여 연속적인 Timoshenko 빔의 고유진동수를 구했으며,<sup>2)</sup> R.Jones는 진동하는 막의 이론과 자유진동현상을 이용하여 얇은 평판의 고유진동수를 근사적으로 구하는 방정식을 유도하였다.<sup>3)</sup> 1996년에 Zhou Ding은 Rayleigh-Ritz 방법을 이용해 직각평면의 고유진동수를 구했으며,<sup>4)</sup> H.A.Hadid와 M.H.M.Bashir은 Spline-Integral 방법을 이용해 빔의 자유진동 모드를 해석하였다.<sup>5)</sup> 실험적 연구로는 외팔보의 여러 위치에 스트레인 게이지(strain gage)를 설치하여 가진력에 대한 응답 변위의 전달함수(transfer function)를 구하는 연구가 수행되었다.<sup>6)</sup>

최근 연속적인 탄성계의 안정성에 관한 많은 연구가

\*영남대학교 물리학과

\*\*경산대학교 물리학과

접수일자: 1996년 8월 8일

진행되었으나,<sup>4,5)</sup> 이상적인 탄성계를 구성하기 힘들고 이론적 결과와 비교할 만한 정량적 결과를 얻기 힘들기 때문에 실험적 연구는 적은 편이다.<sup>6)</sup> 본 연구에서는 이론적인 부분은 Bernoulli-Euler 이론 및 유한요소법(finite element method; FEM)을 실험대상물인 외팔보에 적용하여 1, 2, 3차 고유진동수를 구하고, 진동모드를 수치해석하였다. 실제 실험에서는 외팔보에 1~70Hz의 강제조화 진동을 가하여 가진 진동수의 변화에 대한 외팔보의 동적응답을 조사하였다. 그리고, FFT 신호처리 후의 최대진폭을 측정하여 피로파괴의 원인이 될 수 있는 외팔보의 고유진동수인 1차, 2차 공진주파수를 구하고, 응답위치에 따른 진동 변위를 측정하여 1차, 2차 공진주파수에서의 진동모드를 살펴보았다.

## II. 이 론

기계 또는 계에서 고유진동수와 거의 일치하는 진동수를 갖는 가진력으로 가진된다면 과도한 진동을 발생하게 된다. 그러므로 계의 제어나 안정성을 고려하려면 고유진동수에 대한 연구가 필수적이다. 본 연구에서는 얇은 보의 굽힘운동에 적용되는 Bernoulli-Euler 보 이론과 유한요소법에 의한 수치해석으로 외팔보의 고유진동수를 구하여 비교 분석하였다.

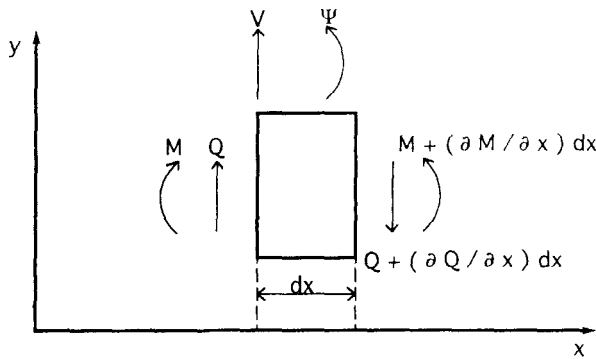


Fig. 1. A plot of the forces and moments acting on the length dx of beam in bending motion.

보의 횡진동(transverse vibration)에 대한 미분 방정식을 구하기 위해 Fig.1에서 보인 보의 한 요소에 작용하는 힘과 모멘트를 고려하였다. 보의 길이와 비교하여 단면의 치수가 작지 않으면 회전관성(rotatory inertia)과 전단 변형(shear deformation)의 영향을 고려해야 한다. Rayleigh에 의해 소개된 회전관성과 Timoshenko가 제시한 전단 변형의 관계식은 두꺼운 보에 적용되는 Timoshenko의 이론에는 영향을 주었으나,<sup>7)</sup> Bernoulli-Euler 이론에는 언급되지 않는다.<sup>8)</sup> Bernoulli-Euler 이론을 적용하여 회전관성과 전단 변형을 무시하고, 빔 요소를 Newton 법칙에 적용하면 측면(y, z)의 운동은 식(1), (2)가 되며, 물질의 강

성이론에 따른 Q, M, v, Ψ의 관계식은 식(3), (4)와 같다.

$$\rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -\frac{\partial Q}{\partial x} + Q_{ex} \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} - Q = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{M}{EI} \quad (3)$$

$$\Psi = \frac{\partial v}{\partial x} \quad (4)$$

여기에서 v는 측면 처짐(lateral deflection), Q는 측면 전단력(lateral shear force), Q<sub>ex</sub>는 단위길이당 측면외력(lateral external force per unit length), I는 중립축에 대한 빔 단면적의 면적 관성모멘트(area moment of inertia), Ψ는 중립축의 경사(slope of neutral axis), M는 굽힘 모멘트(bending moment)이다.

식(1), (2), (3), (4)에서 Q, M, Ψ를 제거하고 빔의 굽힘에 의한 일정한 단면적에 대한 미분방정식은 다음과 같다.

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho S \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - Q_{ex} = 0 \quad (5)$$

굽힘 운동을 하는 빔의 고유모드를 알아 보기 위하여 다음과 같이 변수분리형으로 표현한다. 단 ϕ(x)는 공간함수, f(t)는 시간함수이다.

$$v(x, t) = \phi(x) f(t) \quad (6)$$

식(6)을 식(5)에 대입하면 식(7)을 얻을 수 있다.

$$EI \frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} f(t) + \rho S \phi(x) \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = 0 \quad (7)$$

식(7)을 변수분리하여 전개하면 (8)식과 같다.

$$\frac{EI}{\rho S} \frac{1}{\phi(x)} \frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} = -\frac{1}{f(t)} \frac{d^2 f(t)}{dt^2} = const. = \omega^2 \quad (8)$$

여기서, 분리된 상수값은 ω<sup>2</sup>이다. (8)식을 식(9), (10)으로 나누어 쓸 수 있다.

$$\frac{d^2 f(t)}{dt^2} + \omega^2 f(t) = 0 \quad (9)$$

$$\frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} - \frac{\rho S}{EI} \omega^2 \phi(x) = 0 \quad (10)$$

식(9)의 해는 다음과 같다.

$$f(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (11)$$

식(9)의 해를 β, -β, jβ, -jβ와 같은 근(r)들을 가지는 식(12)에서 얻어진 e<sup>rx</sup> 형태로 볼 수 있다. 여기서 β는  $\sqrt{\rho S \omega^2 / EI}$ 이다.

$$r^4 - \frac{\rho S \omega^2}{EI} = 0 \tag{12}$$

각각의  $\beta$ 값에 따른 해의 형태는 다음과 같다.

$$\phi(x) = C \sin \beta x + D \cos \beta x + E \sinh \beta x + F \cosh \beta x \tag{13}$$

각각의  $\beta$ 값에 속한 진동수들은 경계조건에 의해 결정된다. 대부분 빔에 대한 경계조건은 아래와 같다.

$$\left. \begin{aligned} \text{자유단}(F): M=0, Q=0 \\ \text{고정단}(C): v=0, \Psi=0 \\ \text{단순지지}(S): v=0, M=0 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

외팔보인 경우,  $x=0$ 에서 고정단이고,  $x=L$ 에서는 자유단이다. 그러므로 (1), (2), (3), (4), (13), (14)식에서 다음을 얻을 수 있다.

$$\left. \begin{aligned} D+F=0 \\ C+E=0 \\ -C \sin \beta L - D \cos \beta L + E \sinh \beta L + F \cosh \beta L = 0 \\ -C \cos \beta L + D \sin \beta L + E \cosh \beta L + F \sinh \beta L = 0 \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

식(15)의 계산결과  $1 + \cos \beta L \cosh \beta L = 0$ 의 식을 얻을 수 있다. 따라서 진동수들은 다음 식에서 구할 수 있다.

$$\omega_n = \frac{(\beta_n L)^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho S}} \tag{16}$$

그리고, 외팔보의 모드분석을 위하여 연속체를 각각 무한개의 절량과 강성을 가진 요소들의 복합체로 간주한 유한요소법을 적용하였다. 구조 이론에서 알려진 요소들의 양단에서의 힘과 모멘트를 이용하여 요소를 잇는 연결부들은 변위의 적합성(compatibility)이 성립되도록 했으며, 연결부에서의 힘과 모멘트는 평형 조건으로부터 결정하였다.<sup>9), 10)</sup>

모드에 대한 변위벡터  $\{u_i\}$ 는 식(17)과 같다.

$$\{u_i\} = A_i \{\Psi_i\} \tag{17}$$

여기서 모드계수( $A_i$ )는 진동모드를 구하기 위해 고유벡터에 곱해지는 유효 증폭계수(effective amplification factor)이고  $\{\Psi_i\}$ 는 정규고유벡터이다. 모드계수( $A_i$ )는 모드  $i$ 에 대한 응답영역 값과 모드에 대한 분할계수(participation factor)인  $\gamma_i$ 에 의존한다. 변위 스펙트럼에서의 모드계수는 다음과 같다.<sup>10), 11)</sup>

$$A_i = S_{in} \gamma_i \tag{18}$$

여기서  $S_{in}$ 는  $i$ 번째 모드의 스펙트럼 변위값이다. 유한

요소법 프로그램에서 고유진동수를 구하기 위해 사용된 이론식은 다음과 같다.<sup>11)</sup>

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}}, \quad i = 1, 2, 3 \tag{19}$$

### III. 실험방법

실험대상 구조물은 Bernoulli-Euler 외팔보로 모델을 설정하였으며, 제작된 보의 두께 2mm, 너비 30mm, 길이 400mm이며, 밀도는 7800kg/m<sup>3</sup>이다. 그리고 Young율은  $2.1 \times 10^{11}$ Pa인 스프링강(SK5)이다. 강제진동에 의한 외팔보의 진동모드를 실험으로 관측하기 위하여 한쪽끝을 강철지반에 고정하고, 중력에 의한 처짐이 발생하지 않도록 수직으로 설치하였다.

Fig. 2는 강제진동에 의해 발생하는 외팔보의 진동특성을 분석하기 위한 장치도이다. 디지털 함수 발생기(Digital function generator, PASCO PI-9587A)로부터 정현적 신호를 발생하고, 증폭기(Amplifier, SCOTT A416)로 신호를 증폭하였으며, 가진기(Electromagnetic exciter)로 외팔보를 강제가진 시켰다. 강제진동하는 외팔보의 응답신호는 비접촉식 센서(Electromagnetic transducer, B&K MM 0002)로 받아서, 신호분석기(FFT analyzer, DI.PL20)를 사용하여 분석하였다.

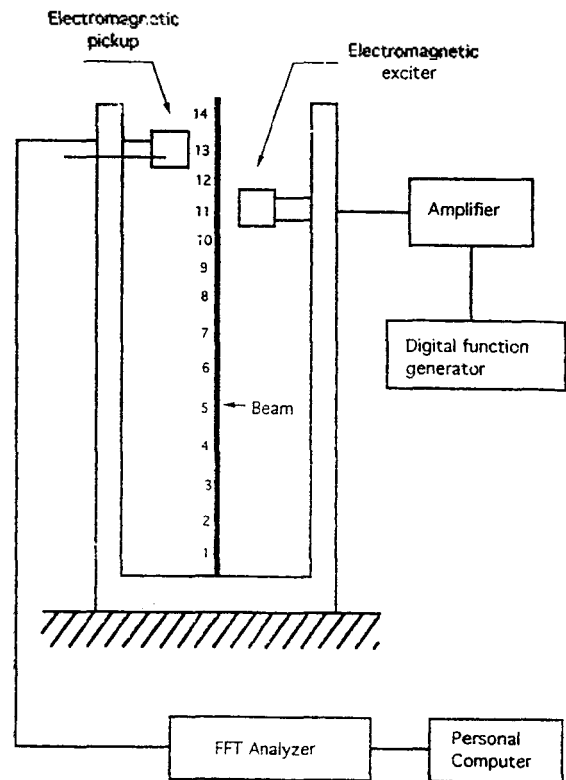


Fig. 2 Schematic diagram of the experimental equipments.

외팔보의 진동특성을 분석하기 위하여 Bernoulli-Euler 이론에서 얻은 고유진동수 (16)식과 유한요소법에 사용된 고유진동수(19)식에 본 실험에서 제작한 외팔보의 제원 특성을 대입하여 외팔보의 1차, 2차, 3차의 고유진동수를 계산하였다. 그리고 Bernoulli-Euler 이론과 유한요소법 프로그램인 ANSYS50을 이용하여 외팔보의 1차, 2차, 3차 고유진동 모드를 수치해석하였다.

강제진동에 의한 외팔보의 길이에 따른 진동응답 특성을 실험으로 분석하기 위하여 Fig. 2의 실험장치도와 같이 빔의 가진위치와 응답위치를 2.5cm 간격, 14지점으로 나누어 실험을 하였다. 외팔보의 공진주파수를 찾기 위해 가진지점을 13의 위치에 설치하고, 응답위치를 외팔보의 최대진폭 부분인 14에 두고, 구동진동수를 1Hz에서 70Hz까지 변화시켜 외팔보의 고유진동수를 조사하였다. 또한 공진주파수에서 속도응답을 시간영역과 FFT 신호 처리한 주파수영역으로 측정하여 외팔보 진동의 동적응답 특성을 연구하였다. 외팔보의 고유진동모드를 실험으로 검증하기 위하여 1차 공진주파수와 2차 공진주파수에서 정현적 신호를 발생하였다. 그리고, 외팔보의 가진위치를 13의 위치에 두고 응답위치를 2.5cm 간격으로 1지점에서 14지점으로 나누어 변위의 값을 측정하여 진동모드를 구하였다.

#### IV. 결과 및 검토

실험대상으로 제작한 외팔보의 제원특성을 적용하여 보의 굽힘운동에 적용되는 Bernoulli-Euler 보의 이론 (16)식과 연속체를 각각 무한개의 질량과 강성을 가진 요소들의 복합체로 간주한 유한요소법의 이론 (19)식을 이용하여 계산한 고유진동수의 결과는 Table 1과 같다. Bernoulli-Euler 보의 이론과 유한요소법의 이론으로 계산한 결과는 1차, 2차, 3차 공진주파수가 거의 일치하였다.

Table 1. The results of the Bernoulli-Euler theory and finite element method.

	Bernoulli-Euler	FEM
1st	10.477 Hz	10.477 Hz
2nd	65.659 Hz	65.675 Hz
3rd	183.851 Hz	184.173 Hz

Fig.3과 Fig.4는 1차, 2차, 3차 공진주파수에서 외팔보의 진동형태를 수치해석한 결과이다.

Fig.3은 얇은 보의 이론에 적용되는 Bernoulli-Euler 보의 이론을 적용하여 계산한 결과이다.

식(6)에서 공간함수인  $\phi(x)$ 에  $\phi(0) = 0, \phi'(0) = 0, \phi'(l) = 0, \phi'''(l) = 0$ 이라는 조건을 부여하고 식(15)의 결과를 적용하면, 다음과 같은 진동모드 방정식을 얻을 수 있다.

$$\phi_n(x) = A_n [\sin \beta_n x - \sinh \beta_n x + \bar{D}_n (\cos \beta_n x - \cosh \beta_n x)] \quad (20)$$

여기서  $A_n$ 는 임의상수이고  $\bar{D}_n$ 는  $\frac{\cos \beta_n L + \cosh \beta_n L}{\sin \beta_n L - \sinh \beta_n L}$  이다. (20)식에서 n값에 1, 2, 3을 대입하여 1차, 2차, 3차 진동모드를 나타내었다. Bernoulli-Euler 보의 이론에 의한 수치해석 결과에서 나타낸 진동모드는 빔의 길이를 1로 두었을 때 절점이 1차 모드에서는 0, 2차 모드에서는 0, 0.774, 3차 모드에서는 0, 0.500, 0.868이었다.

Fig.4는 복합물을 많은 작은 요소의 조합으로 간주하는 수치해석 방법인 유한요소법을 이용하여 외팔보의 1, 2, 3차 모드를 나타낸 결과이다.<sup>10)</sup> 이 그림은 식(17), (18), (19)를 이용하여 유한요소 프로그램인 ANSYS50으로 계산한 결과이다. 유한요소법에 의한 진동모드의 절점은 빔의 길이를 1로 두었을 때 1차 모드에서 0, 2차 모드에서 0, 0.783, 3차 모드에서 0, 0.504, 0.868이었다.

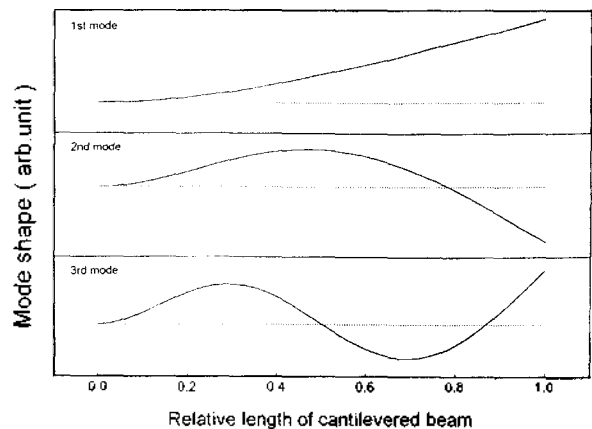


Fig. 3 A plot of the first three mode shapes of the cantilevered beam using Bernoulli-Euler equation.

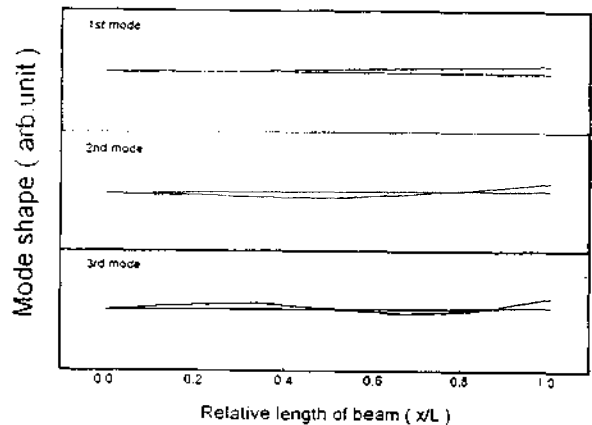


Fig. 4 A plot of the first three mode shapes of the cantilevered beam using finite element method.

Fig.5와 Fig. 6은 공진주파수를 찾기 위해 가진위치를 13, 응답위치를 빔의 최대진폭 부분인 14에 두고 분석하였다. Fig.5는 1차 공진주파수를 찾기 위해 구동주파수를 1Hz에서 70Hz까지 변화시키면서 최대진폭을 측정 한 결과이다. 이때 증폭기(amplifier)의 전압이득은 2로 두었다. 실험결과 10.2Hz에서 변위진폭이 8.25mm로 최대였다.

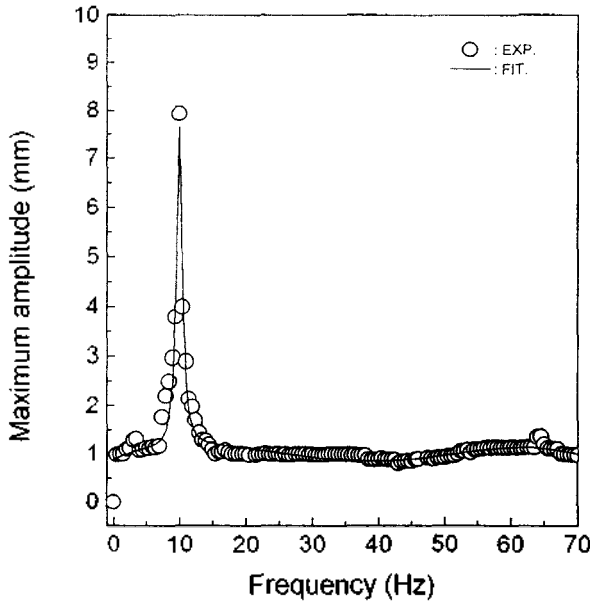


Fig. 5 The maximum experimentally measured amplitude of the cantilevered beam against driving frequency at force position 13, response position 14. (Amplifier gain = 2)

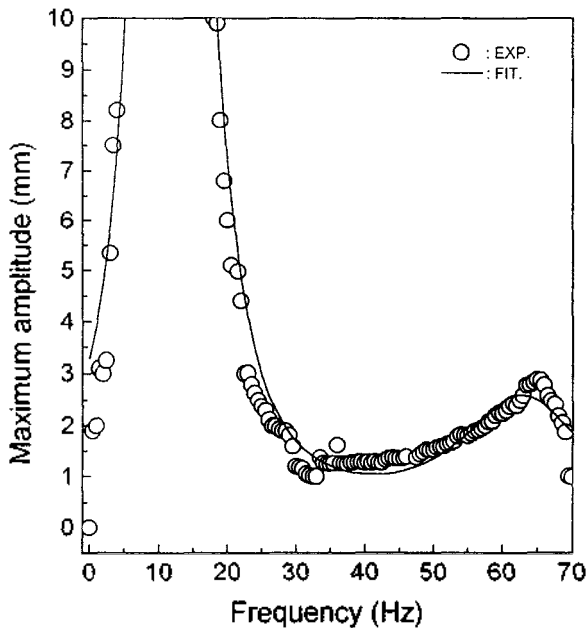


Fig. 6 The maximum experimentally measured amplitude of the cantilevered beam against driving frequency at force position 13, response position 14. (Amplifier gain = 8)

10.2Hz가 1차 공진주파수임을 확인하였으나, 2차 공진주파수는 제대로 확인할 수 없었다. Fig.6은 2차 이상의 공진주파수를 찾기 위해 증폭기의 전압이득을 8로 높여서 응답의 진폭을 측정하였다. 실험결과 빔의 1차 고유진동수 부근에서는 측정한도를 넘었으며 두 번째 최대치는 64.8Hz에서 2.85mm가 측정되었다. 여러차례 전압이득을 변화하고 반복 실험하여 3차 공진주파수를 측정하려 하였으나, 이론에서 구한 3차 공진주파수대에서는 공진현상을 확인할 수 없었다. 1차, 2차의 과도진동 현상 때문에 같은 조건에서 1차, 2차, 3차의 공진현상을 동시에 관측하여 공진에 의한 외팔보의 진동특성과 가진주파수에 대한 응답특성을 비교하는 것은 불가능하였다. Fig.5와 Fig. 6의 분석결과 실험대상 외팔보의 1차와 2차 고유진동수는 각각 10.2Hz와 64.8Hz임을 알 수 있었다.

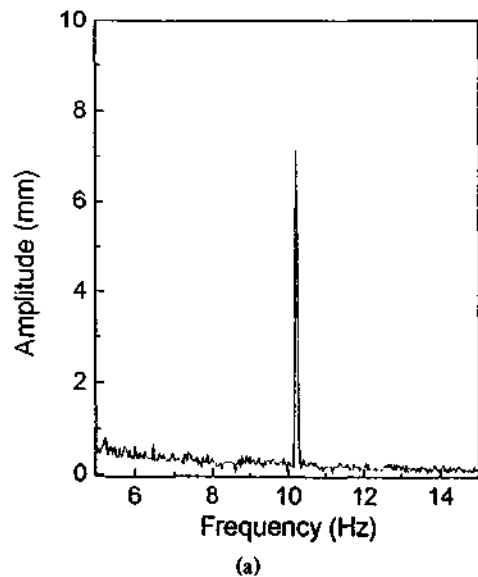
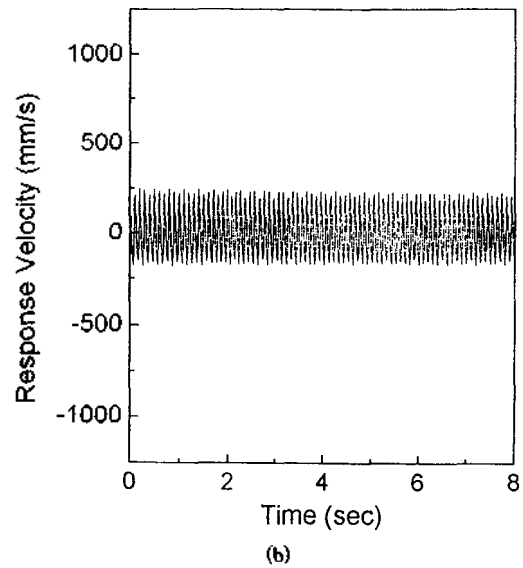


Fig. 7 The response time series and frequency spectrum for the force position 13, response position 14 at 1st resonance frequency.

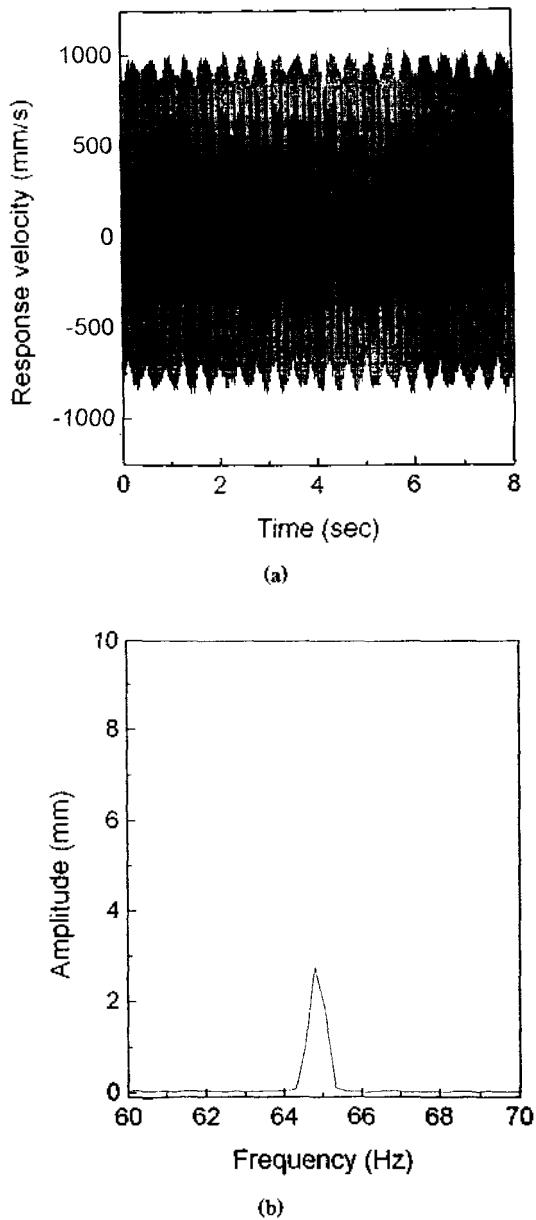


Fig. 8 The response time series and frequency spectrum for the force position 13, response position 14 at 2nd resonance frequency.

Fig.7과 Fig.8의 실험결과는 외팔보의 동적응답 특성을 측정된 것이다. Fig.5와 Fig.6의 실험결과에서 확인한 1, 2차 고유진동수를 가진하였으며, (a)는 시간에 대한 속도를 보여주며 (b)는 FFT응답신호로써 주파수에 대한 진폭을 보여준다. 공진주파수에서의 최대 진폭을 알아보기 위하여 가진을 13지점, 응답을 14지점에서 조사하였다.

Fig.7은 1차 공진주파수인 10.2Hz에서의 응답속도와 FFT 응답신호이다. 빔의 응답속도는  $\pm 250\text{mm/s}$ 이하이며, 진동의 최대 진폭은 7.14mm이다. Fig.8은 2차 공진주파수에서의 응답속도와 FFT 응답신호이다. 2차 공진에서의 빔의 응답속도는  $\pm 980\text{mm/s}$ 이하이며, 최대진폭은

2.76mm이다. 진폭은 작는데 응답속도의 크기가 Fig.7에 비해 큰 이유는 주파수의 증가에 의해 반응시간이 상대적으로 짧기 때문이다.<sup>6)</sup>

Fig.9와 Fig.10은 빔의 13지점에서 1차와 2차 공진주파수로 가진하고 빔을 따라 1~14지점의 응답을 측정하여

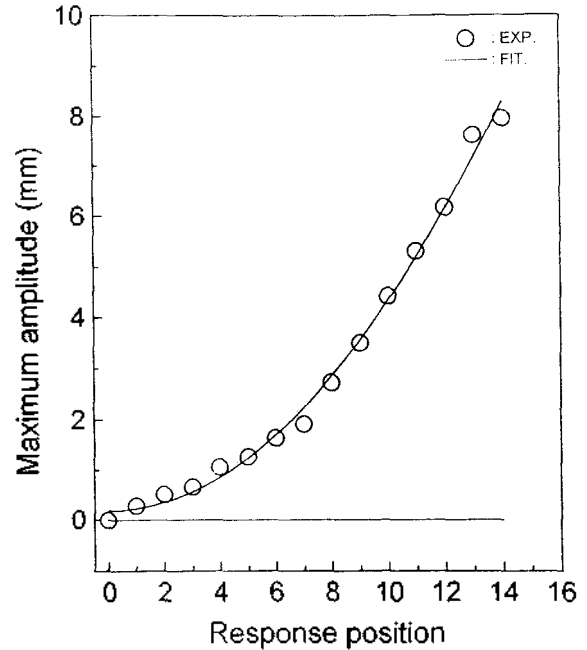


Fig. 9 A plot of the vibrational mode at the 1st resonance frequency. (10.2Hz)

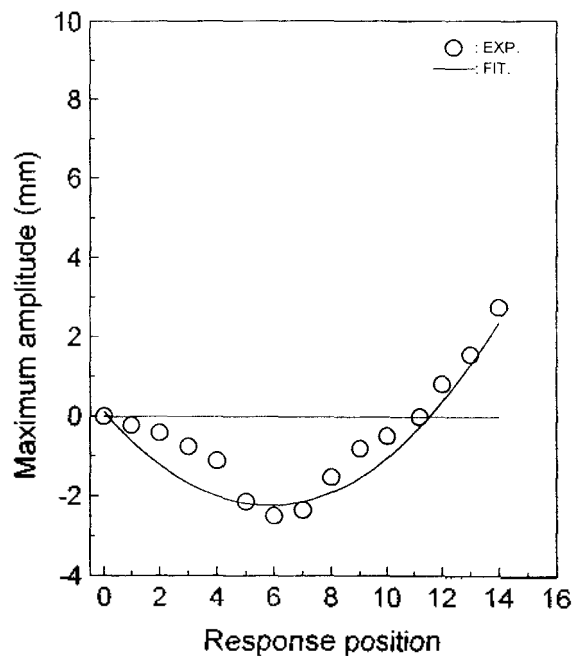


Fig. 10 A plot of the vibrational mode at the 2nd resonance frequency. (64.8Hz)

1차와 2차 진동모드를 나타내었다. 실험에서 외팔보의 고정부분에서는 직접 측정할 수 없었기 때문에 응답신호의 변위값은 0으로 두었다. Fig.9와 Fig.10의 실험에서 빔의 길이를 1로 두면 1차 모드에서 절점은 0, 그리고 2차 모드에서는 0, 0.786이었다. Fig.3의 Bernoulli-Euler 이론에서는 절점이 1차 모드에서는 0, 2차 모드에서는 0, 0.774이었고, Fig.4의 유한요소법에 의한 시뮬레이션은 절점이 1차 모드에서는 0, 2차 모드에서는 0, 0.783이었다. 외팔보를 2.5cm간격으로 14지점으로 나누어 측정된 실험결과와 Bernoulli-Euler이론과 유한요소법으로 수치해석한 절점 위치를 비교할 때 비교적 일치하였다.

## V. 결 론

한쪽 끝이 단단히 고정된 외팔보의 강제진동 응답을 수치해석과 실험으로 분석하여 외팔보계의 동적응답과 진동모드를 연구하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

연구모델로 사용된 외팔보의 재료특성의 값을 이용하여 Bernoulli-Euler 이론과 유한요소법으로 계산한 결과 외팔보의 공진주파수가 일치함을 확인하였다. 공진주파수를 구하는 실험결과 계의 가장 큰 영향을 미치는 1차 공진이 10.2Hz에서 발생함을 알 수 있었으며, 이 주파수는 외팔보의 1차 고유진동수이다. 2차 공진은 64.8Hz에서 발생하였으며, 증폭기의 전압이득을 4배 증폭하였으나 진폭은 1차에 비해 아주 작게 나타났다. 외팔보에서는 고차 모드의 진동수가 1차 모드 진동수의 정수배가 성립되지 않음을 확인하였다.

외팔보의 진동모드를 조사하기 위하여 빔의 길이를  $x/L$ 로 무차원화하여 빔의 길이를 1로 두었다. Bernoulli-Euler 이론에서는 절점이 1차 모드에서는 0, 2차 모드에서는 0, 0.774, 3차 모드에서는 0, 0.500, 0.868이었으며, 유한요소법을 이용하여 계산한 진동모드는 절점이 1차 모드에서는 0, 2차 모드에서는 0, 0.783, 3차 모드에서는 0, 0.504, 0.868으로 나타났다. 실험에서는 1차 모드의 절점은 0, 2차 모드의 절점은 0, 0.786으로써 수치계산한 결과와 약간의 차이는 있었으나 진동 형태는 유사하게 측정되었다.

본 연구의 결과는 외팔보계 연구의 기초자료로 이용될 수 있으며, 자동화된 외팔보계의 잔류진동 감쇠에 적용하여 장비의 정밀도 향상에 크게 기여할 수 있을 것이다.<sup>12), 13)</sup> 그리고 외팔보에 대한 연구는 변형된 빔의 연구나 부착물이 있는 로보트 팔의 진동과 같은 기계 장치에 기본적으로 응용될 수 있다.<sup>12), 14)</sup>

## 참 고 문 헌

1. J.E.Penny and J.R.Reed, "An integral equation approach to the fundamental frequency of vibrating beams", J. Sound Vib., Vol. 19(4), pp. 393-400, 1971.
2. T.M.Wang, "Natural frequencies of continuous Timoshenko

beams", J. Sound Vib., Vol. 13(4), pp. 409-414, 1970.

3. R.Jones, "Approximate expressions for the fundamental frequency of vibration of several dynamic systems", J. Sound Vib., Vol. 44(4), pp. 475-478, 1976.
4. Zhou Ding, "Natural frequencies of rectangular plates using a set of static beam functions in Rayleigh-Ritz method", J. Sound Vib., Vol. 189(1), pp. 81-87, 1996.
5. H.A.Hadid and M. H. M. Bashir, "Free vibration of beams and oblique panels by Spine-integral method", J. Sound Vib., Vol. 189(1), pp. 3-12, 1996
6. C.A.Moccio and R.N.Miles, "Measurement of the transfer function between bending strain and a transient load using a scanning laser vibrometer:", J. Sound Vib., Vol. 189(5), pp. 661-668, 1996.
7. Anetis P. Papadopoulos and David M. Trujillo, "Natural frequency of Timoshenko beam on flexible base", Trans. ASCE. Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 106(2), pp. 307-320, 1980.
8. J.H.Liu, W.J.Stronge and T.X.Tu, "Large deflection of an elastoplastic strain-hardening cantilever", Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics, Vol. 56, pp. 737-743, 1989.
9. A.D.Wright, "Vibration modes of centrifugally stiffened beams", Trans. ASME. Journal of Applied Mechanics, Vol. 49, pp. 197-202, 1982.
10. Kenneth H. Huebner, Earl A. Thornton and Ted G. Byrom, *The Finite Element Method for Engineers, 3rd edition*, A Wiley-Interscience Publication, 1982.
11. Peter Kohneke, *ANSYS User's Manual for Revision 5.0 Volume IV Theory*, Swanson analysis systems. INC., 1993.
12. M. Gurgoze, "On the eigenfrequencies of a cantilever beam with attached tip mass and a spring-mass system", J. Sound Vib., Vol. 190(2), pp. 149-162, 1996.
13. 고영준, 강병용, 장호경, 김예현, "간마찰 감쇠기가 부착된 외팔보의 강제진동 응답 해석", 한국음향학회지, Vol. 15(2), pp. 33-39, 1996.
14. John A. Main, Robert A. Carlin, Ephraim Gracia, Steven W. Peterson and Alvin M. Strauss, "Dynamic analysis of space-based inflated beam structures", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 97(2), pp. 1035-1045, 1990.

### ▲ 김 예 현

1933년 8월 12일생



1956년 9월: 서울대학교 물리학과 졸업(이학사)

1975년 2월: 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1980년 9월: 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1980년~1981년: 영국 University of Southampton, Institute of Sound and Vibration 객원 선임연구원

1981년~현재: 영국 음향학회 정회원(MIOA)

1983년~1985년: 한국음향학회 이사

1966년 3월~현재: 영남대학교 물리학과 교수

▲고 영 준

1969년 12월 16일생



1995년 2월: 영남대학교 물리학과 졸업(이학사)

1995년 3월~현재: 영남대학교 대학원 물리학과 석사과정

▲강 병 웅

1963년 5월 5일생



1986년 2월: 영남대학교 물리학과 졸업(이학사)

1988년 8월: 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학석사)

1989년 3월~현재: 영남대학교 대학원 물리학과 박사과정

▲장 호 경

1961년 12월 6일생



1984년 2월: 영남대학교 물리학과 졸업(이학사)

1986년 2월: 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학석사)

1992년 2월: 영남대학교 대학원 물리학과 졸업(이학박사)

1994년 3월~현재: 경산대학교 물리학과 조교수