

# ANSYS를 이용한 복합 적층 사각판의 진동특성에 관한 연구

## A Study on the Vibration Characteristics of Laminated Composite Rectangular Plate using ANSYS

이 기 형\*

Kee-hyung Lee

(1996년 3월 2일 접수, 1997년 6월 10일 채택)

### ABSTRACT

Composite materials have various complicated characteristics depending on the ply materials, ply orientations, ply stacking sequences and boundary conditions. Therefore, it is difficult to analyze composite materials.

For efficient use of composite materials in engineering applications, the dynamic behavior such as natural frequencies and nodal patterns should be identified.

This study presents FEM results for the free vibration of symmetrically and antisymmetrically laminated composite and hybrid composite rectangular plates.

The natural frequencies of laminated composite rectangular plates having the various boundary conditions (completely clamped, 2-edge clamped, cantilevered) are experimentally obtained.

In order to demonstrate the validity of the experiment, FEM analysis using ANSYS was performed and natural frequencies experimentally obtained is compared with that calculated by FEM analysis. The results obtained from both experiment and FEM analysis show a good agreement.

### 1. 서 론

높은 비강도(강도/무게)와 비강성(강성/무게), 저열 팽창계수를 갖는 복합재료는 최근 항공우주 분야 뿐만 아니라 자동차, 선박, 스포츠 용품 등

여러 산업 분야에서 구조물의 경량화 설계를 위해 사용되고 있으며 많은 종류의 복합재료들이 개발되고 있고 그 응용성이 더욱 증가되고 있다.

복합 적층판은 거시적 측면에서 단일 섬유방향을 갖는 이방성의 균일한 직교판(orthotropic

\* 전북대학교 공과대학 기계공학부

sheet)으로 취급되는 여러 장의 얇은 복합재료 판(Lamina)들을 원하는 섬유방향으로 적재하고 특별한 방법으로 적층함으로써 얻어지게 된다.

복합재료의 특성과 다양한 기능을 산업분야에 응용하기 위해서는 복합재료의 진동특성에 대한 보다 많은 연구가 필요하다. 이러한 연구를 통해 우수한 기능과 특성을 갖는 개선된 소재의 개발이 가능하게 되고 복합재료를 사용하는 구조물의 안정성에 대한 신뢰성 있는 예측과 설계를 도모할 수 있으며 최종적으로는 최적화 설계에 기여할 수 있게 된다.

본 논문에서는 탄소 섬유 프리프레그(Carbon fiber prepreg)로 구성된 대칭, 비대칭 2종류의 복합 적층판을 직사각형 형상의 실험 시편 판으로 제작하고 원하는 경계조건(한변고정, 네변고정)을 만족시킬 수 있는 실험장치를 구성하여 각각의 경계조건에서의 적층판들에 대한 고유진동수를 FFT 주파수 분석기에 의한 진동실험으로 구하였다.

실험에서 얻은 값들의 타당성을 확인하기 위해서 유한요소법을 이용하는 상용 프로그램인 ANSYS를 사용하여 해석을 수행하였고 복합 적층판들에 대한 고유진동수를 2차원 그래픽으로 얻었다.

## 2. 실험

적층각(섬유방향)과 두께를 달리하는 비대칭(8ply) 대칭(16ply) 2종류의 CFRP 적층판을 시편으로 제작하고 원하는 경계조건(한변고정, 네변고정)을 만족시키기 위한 실험장치를 구성하여 FFT Analyzer에 의한 진동실험으로 각각의 고유진동수를 구하게 된다. 또한 본 논문에서 구성한 실험장치의 적합성과 유한요소 해석의 정확한 수렴특성을 확인하기 위한 기초실험으로 자동차에 사용되는 등방성 균일재료인 강판에 대해서도 실험을 실시하였다.

### 2.1 실험 시편

강철판 시편의 두께는 0.8mm이고 300(mm)×300(mm)인 직사각형으로 제작하였다.

CFRP 적층판들은 두께가 0.125mm인 T300 탄소 섬유 프리프레그를 사용하여 필요한 적층각(섬

유방향)과 적층수에 맞추어 적층을 한 후에 autoclave에서 일정 주기의 온도와 압력의 조건에서 제작하였다. CFRP 비대칭 적층판은 적층각(섬유방향)이  $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ]_{2T}$ 이고 두께는 1mm이며 CFRP 대칭 적층판은 적층각(섬유방향)이  $[90^\circ/-45^\circ/0^\circ/45^\circ]_{2S}$ 이고 두께는 2mm이다.

CFRP 적층판들의 기하학적 형상은 가로 세로, 300(mm)×300(mm)로 강철판의 그것과 같다. 하지만 시편 판들의 해당 기하학적 형상은 실험장치의 구조상 경계조건(한변고정, 네변고정)에 대해서 지그(jig)의 고정 부위로 사용되는 부분들이 있기 때문에 각각 다르게 되는데 모두 직사각형 형상을 갖게 된다.

본 논문의 실험에 사용한 복합 적층판 시편들에 대한 적층 형상은 Fig. 1과 같다.

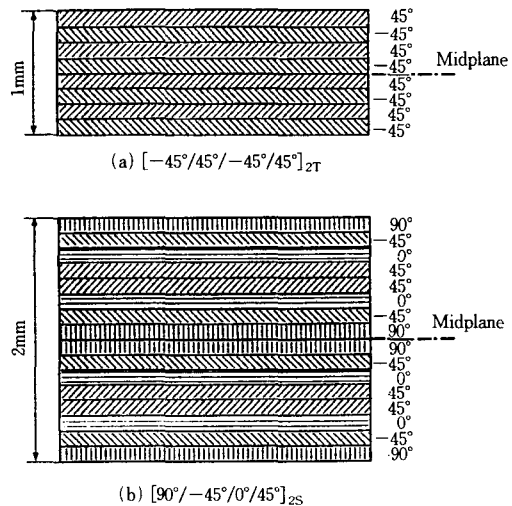


Fig. 1 Laminate stacking sequences of CFRP plate

### 2.2 실험장치

경계조건을 만족시키기 위해서 지그(Jig)를 제작 사용하였다. 지그는 판을 지지하는 320mm의 볼록 2개와 200mm의 볼록 2개 그리고 판위에 놓여 판을 볼록에 고정 체결시키는 역할을 하는 두께 10mm의 덮개판 4개로 구성되며 볼록은 모두 볼트 체결이 가능하도록 나사가 내어져 있다.

4개의 볼록과 덮개판을 모두 사용하면 네변고정, 1개의 볼록과 덮개판을 사용하면 한변고정의 경계조건을 만족시킬 수 있는 실험장치를 구성할

수 있게 된다.

Fig. 2는 실험 장치에 대한 개략도를 Fig. 3은

각각의 경계조건들에서의 시편의 기하학적 형상을 보여주고 있다.

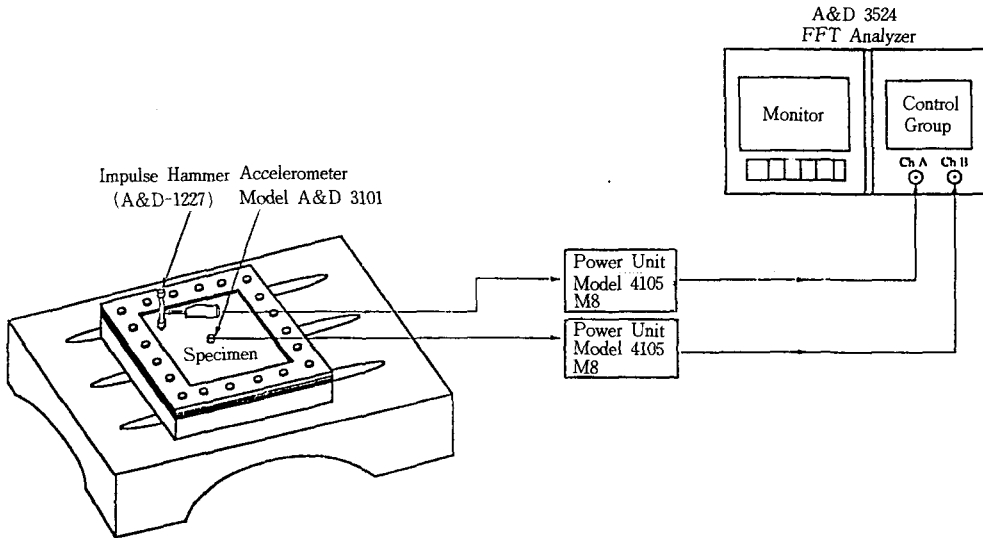


Fig. 2 Schematic diagram of rectangular plate experimental apparatus

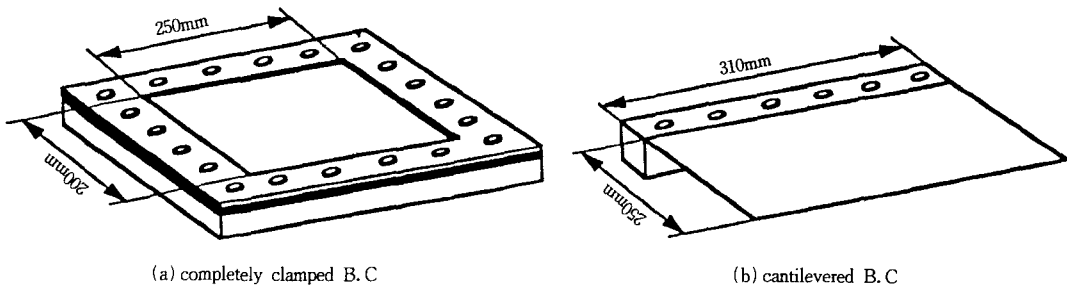


Fig. 3 Geometric size of specimen plates for the boundary condition

### 2.3 실험방법

원하는 경계조건(한변고정, 네변고정)을 만족시킬 수 있도록 구성된 진동 실험장치의 블록과 덮개 판 사이에 시편 판들을 위치시키고 토오크 렌치를 이용하여 일정한 체결력으로 볼트 체결하여 실험을 실시한다.

실험은 고유진동수를 구하기 위해서 FFT 주파수 분석기를 사용하였다.

FFT 주파수 분석기에 의한 고유진동수의 측정 은 임펄스 햄머에 의한 충격 가진 신호가 입력 신호가 되고 판에 부착된 가속도계의 응답이 출력으로 표시되는데 입·출력에 의한 전달함수의 피크

(peak)응답이 일어나는 곳에서의 진동수에 의해 고유 진동수가 얻어지게 된다. 이 때 FFT 주파수 분석기의 Window는 Force-Exponential Window를 사용했고 Spectrum power 영역으로 측정 진동수를 나타내었다.

모든 시편 판들에 대해서 데이터 측정시 부정확한 가진으로 인한 오차를 줄이기 위하여 10회 가진을 실시하여 평균화된 주파수 응답 신호를 얻었다.

### 2.4 실험결과

FFT 주파수 분석기를 이용한 진동 실험에 의해

서 먼저, 내변고정의 경계조건을 갖는 강철판의 고유진동수를 구했고 내변고정, 한변고정의 경계 조건들에 대한 대칭, 비대칭 복합 적층판들의 고유진동수들을 얻을 수 있었다.

Fig. 4~Fig. 8은 실험에 의해 얻어진 주파수 응답 곡선을 보여주고 있는데 횡축은 가진 주파수 (Hz), 종축은 응답변위의 스펙트럼 증폭에 대한 값을 표시하고 있다. 그림에서 주파수 응답 곡선의 피크값이 고유진동수를 나타낸다.

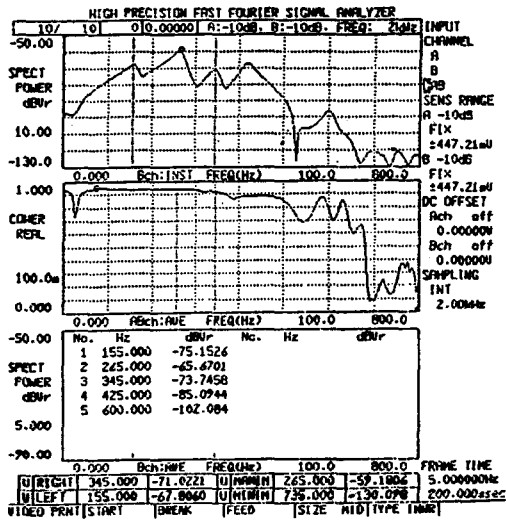


Fig. 4 Frequency response of completely clamped steel plate

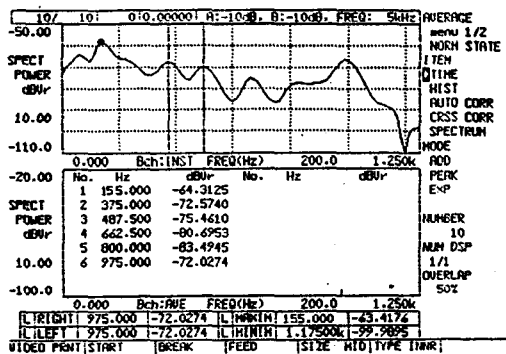


Fig. 5 Frequency response of completely clamped CFRP [45/-45/45/-45]2T plate

실험결과는 실험으로부터 얻은 고유진동수를 유한요소 해석 결과와 비교하기 위해서 Table 1~3에 정리하였다.

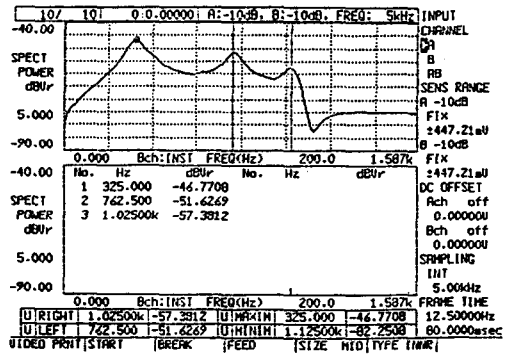


Fig. 6 Frequency response of completely clamped CFRP [90/-45/0/45]2S plate

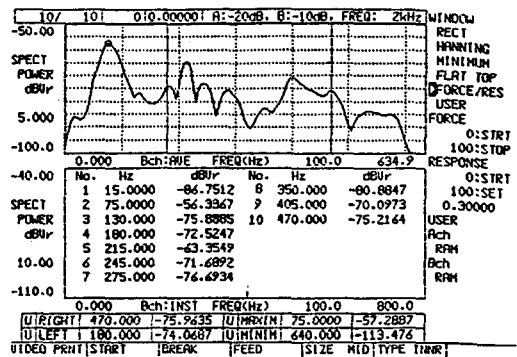


Fig. 7 Frequency response of cantilevered CFRP [45/-45/45/-45]2T plate

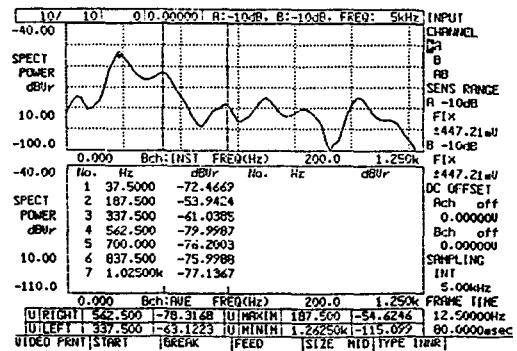


Fig. 8 Frequency response of cantilevered CFRP [90/-45/0/45]2S plate

### 3. 유한요소 해석

본 논문에서는 복합 적층판, 혼합 적층판의 고유진동수와 모드 형상을 구하기 위하여 유한요소

법을 이용하는 구조 해석 상용 프로그램인 ANSYS를 사용하여 해석을 수행하였다.

3.1 복합 적층판의 모델링

“SHELL 99 100-Layer Structural Shell”이라고 하는 ANSYS element를 사용하였는데 이것은 3-D 8-Node 쉘 element를 기본으로 100층까지 적층할 수 있으며 각각의 층에 대해서 적층각(섬유방향)과 두께, 재료의 이방성 등을 고려할 수 있는 element 형태이다.

두께 0.8mm, 크기 250×200(mm)와 네변고정의 경계조건을 갖는 강철판에 대해서도 위에서의 element를 사용하여 모델링했다. 이때 층수는 한 개의 층이 되고 등방성을 고려했다.

“SHELL 99 100-Layer Structural Shell”에 의해 모델링한 복합 적층판들의 Layer list를 Fig. 11~ Fig. 13에 나타내었다.

판들의 기하학적 형상(종횡비 : aspect ratio)은 실험장치 구조상 각각의 경계조건에 대해서 달라지는데 이것을 Table 1에 나타내었고 모델링 할 때 입력한 강판과 CFRP 적층판의 재료 특성값은 Table 2와 같다.

Table 1 Plate size for boundary conditions

Boundary conditions	Size(a×b)(mm)
cantilevered plate	310×250
completely clamped plate	250×210

Table 2 Material properties of plates

Material	E <sub>1</sub> [GPa]	E <sub>2</sub> [GPa]	G <sub>12</sub> [GPa]	G <sub>13</sub> [GPa]	G <sub>23</sub> [GPa]	ν <sub>12</sub>	ρ [kg/m <sup>3</sup> ]
CFRP	135.4	9.6	4.8	4.8	3.0	0.31	1500
Steel	E=206.84		G=80.046			0.292	7833.4
Urethane	E=0.0098		G=0.00331			0.48	100

3.2 혼합 적층판의 모델링

CFRP 비대칭 적층판 2장을 사이에 두고 안쪽에 우레탄이 위치하는 혼합 적층판(Hybrid laminated plate)은 CFRP 적층판이 탄성층이 되고 우레탄이 점탄성층이 되는 구조를 갖게 된다.

이러한 혼합 적층판의 유한요소 해석의 경우 탄성층은 쉘 element로 모델링하고 점탄성층은 판 형태이지만 전단변형을 정확하게 나타내기 위해서

Solid element로 모델링하는 기법이 일반적이다.

따라서 본 논문에서도 혼합 적층판의 모델링에 있어서 CFRP 적층판은 앞에서 사용한 쉘 element를 사용했고 우레탄 층에 대해서는 20-node Solid 95 element라고 하는 ANSYS element를 사용하여 8-node 쉘 element와 node를 공유할 수 있게 했다.

혼합 적층판의 적층 형상은 Fig. 9와 같고 Layer list는 Fig. 10과 같다.

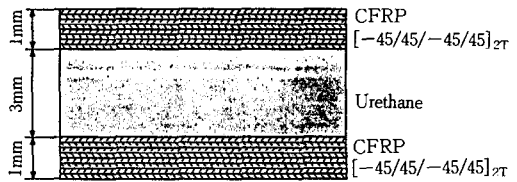


Fig. 9 Laminate stacking sequences of Hybrid plate

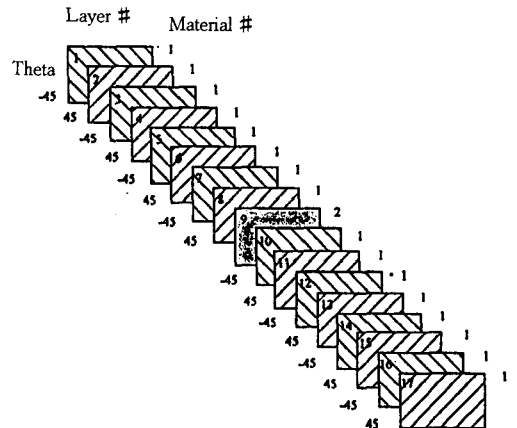


Fig. 10 Hybrid(CFRP/Urethane/CFRP) laminated plate layer list

모델링 할 때 입력한 CFRP 적층판, 우레탄의 재료 특성값은 앞의 Table 2와 같다.

3.3 등방성을 갖는 강철판과 복합 적층판의 해석

등방성의 강판과 전체 층의 섬유방향이 x축과 일치하는(θ=0°) 일방향 복합 적층판의 굽힘강성은 다음과 같이 표현된다.

$$D_{st} = \frac{E_{st} t_{st}^3}{12(1 - \nu_{st}^2)}$$

$$D_0 = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})} \dots \dots \dots (1)$$

이때 강철판과 같은 강성을 갖는 복합 적층판의 두께는 위의 식에 의해서 구할 수 있는데 Table 2에 나타나 있는 강판과 복합 적층판의 재료 특성값을 대입하면 두께 0.8mm의 강판과 등방성을 갖는 일방향 복합 적층판의 두께는  $h=0.947\text{mm}$ 로 계산된다.

이 복합 적층판을 앞에서 사용한 쉘 element를 사용하여 모델링하고 유한 요소 해석에 의해 고유진동수를 구한 뒤 본 논문의 4장에서 강철판과 비교하게 된다.

### 3.4 Vector of acceleration

복합 적층판에 대한 고유진동수와 모드형상을 구하기 위한 모달해석이 ANSYS Mode-Frequency Analysis(ANTYPE, MODAL)를 사용하여 수행되었다.

이 해석 형태는 선형, 비감쇠, 자유진동을 전제로 하고 있고 운동의 평행방정식은 질량 행렬과 강성 행렬로 다음과 같이 표현된다.

$$[M] \{ \ddot{u} \} + [K] \{ u \} = 0 \dots\dots\dots (2)$$

여기서,  $u$  : vector of node displacement

$\ddot{u}$  : vector of node acceleration

선형계의 자유진동에 있어서 절점변위,  $u$ 는 다음과 같이 조화적인함수로 나타낼 수 있다.

$$\{ u \} = \{ \Phi \}_i \cos \omega_i t \dots\dots\dots (3)$$

여기서,  $\{ \Phi \}_i$  : eigenvector representing the mode shape of the  $i$ th natural frequency

$\omega_i$  :  $i$ th natural circular frequency (rad/s)

이것을 절점 변위식에 대입하여 다음 방정식을 얻는다.

$$([K] - \omega_i^2 [M]) \{ \Phi \}_i = \{ 0 \} \dots\dots\dots (4)$$

유용해를 갖기 위해서는 위식에서  $([K] - \omega^2 [M])$ 의 행렬식이 0이어야 한다.

$$| [K] - [\lambda] [M] | = 0 \dots\dots\dots (5)$$

따라서, 고유치 문제가 되는데 ANSYS 모달해석에 의하여 계의 고유진동수를 나타내는  $\lambda$ 와 모드형상을 나타내는 고유벡터  $\{ \Phi \}$ 가 계산되고 해석 결과로 고유진동수와 모드형상을 얻을 수 있게 된다.

Mode-Frequency Analysis에서는 subspace iteration method를 사용해서 해석했는데 15개 모드까

지를 채워하여 반복에 의한 계산으로 고유진동수 값을 얻었으며 네변고정에 대해서는 6차까지의 진동 모드를, 한변고정에 대해서는 10차까지의 진동 모드를 결과로 얻었다.

### 3.5 해석 결과

앞에서 말한 유한요소 모델링에 의해서 강철판, 비대칭, 대칭 복합 적층판, 혼합 적층판에 대해서 유한 요소 해석을 실시하였다.

강철판은 네변고정의 경계조건에 대해서 해석했고 cross-ply 대칭 적층판과 혼합 적층판은 가장 다양한 모드형상을 보여주는 한변고정의 경계조건에 대해서만 해석했다.

해석에 의해서 얻어진 고유진동수값들은 실험 결과와의 비교를 위해 다음 장의 Table 3~5에 정리하였다.

## 4. 결과 및 고찰

각각의 경계조건들에 대해서 실험에 의해 얻어진 고유진동수 값들과 유한요소 해석에 의해 구한 고유진동수 값들을 표로 정리하여 나타내었고 비교 검토하였다.

### 4.1 네변고정 경계조건의 경우

네변고정 강판의 고유진동수에 대한 실험 결과값과 해석 결과값 그리고 이 강판과 등방성을 갖는 복합 적층판의 해석 결과값을 Table 3에 나타내었고 비대칭, 대칭 복합 적층판의 고유진동수에 대한 실험 결과값과 해석 결과값들은 Table 4에 나타내어 비교하였다.

표에서 보는 것과 같이 각각의 판들에 대해서 실험과 해석값이 최대 차이가 7.4%이하로 비교적 잘 일치하고 있다. 특히, 본 논문에서 구성한 실험 장치의 적합성과 유한요소 해석의 정확한 수렴특성을 확인하기 위한 기초 실험으로 등방성의 강철판을 실험에 사용하였는데 유한요소 해석과 최대 차이가 2.2%이하로 아주 잘 일치하는 값을 얻었다. 따라서 본 논문에서 구성한 실험장치가 고정변의 경계조건을 비교적 만족시킨다고 확신할 수 있었고 ANSYS 모달 해석도 정확하게 수행되었다고 생각한다. 또한, 강철판과 같은 강성을 갖는 복합 적층판의 해석값은 각각의 진동 모드에서 모두

강철판의 해석값보다 약간 큰 고유진동수값을 보여주고 있다.

대칭 복합 적층판(16ply)의 고유진동수값들이 비대칭 복합 적층판(8ply)보다 모든 진동 모드에서 큰 값을 나타내는데 이것은 판의 두께가 커질수록 고유진동수 값이 증가하기 때문이라고 생각된다.

Table 3 Natural frequency [Hz] of completely clamped steel and CFRP [0°] plate with equal bending stiffness

Mode number	Steel plate			CFRP [0°]
	FEM (NASTRAN)	FEM (ANSYS)	Exp.	FEM (ANSYS)
1	146.95	147.52	155.0	166.37
2	258.21	259.13	265.0	342.89
3	337.44	338.05	345.0	420.80
4	437.05	440.40	425.0	578.27
5	439.11	440.85	441.0	593.20
6	611.99	613.33	600.0	753.92

Table 4 Natural frequency [Hz] of completely clamped laminated composite plate

Mode number	[45/-45/45/-45] <sub>2T</sub>		[90/-45/0/45] <sub>2S</sub>	
	FEM	Exp.	FEM	Exp.
1	180.61	155.0	358.55	325.0
2	368.92	375.0	732.48	762.5
3	453.92	487.5	1030	1025
4	604.32	610.5	1218	1220
5	650.73	662.5	1292	1290
6	815.64	800.0	1735	1738

#### 4.2 한변고정의 경계조건 경우

한변고정의 경계조건을 갖는 비대칭(8ply, t=1mm), cross-ply(8ply, t=1mm), 대칭(16ply, t=2mm), 혼합 적층판(8ply/우레탄/8ply, t=5mm)들에 대한 실험과 해석의 결과값들을 Table 5에 정리했다.

실험과 해석값이 비대칭 적층판의 경우는 최대 차이가 5.7%이하로 아주 잘 일치했고 대칭 적층판의 경우도 최대 차이가 7.8%이하로 비교적 잘 일치했으며 cross-ply 대칭 적층판은 비대칭 적층판에 대해서 모드에 따라 크거나 작은 고유진동수를 나타내었고 인접한 진동수의 고유진동수를 갖는 특징을 보였다. 또한 혼합 적층판은 비대칭, cross-ply 대칭 적층판들보다 큰 고유진동수 값을

갖는데 이것은 판 두께 때문이라고 생각된다. 한편, 혼합적층판의 해석값을 대칭 적층판의 그것과 비교해 보면 혼합 적층판이 판 전체 두께에 비해서는 상대적으로 오히려 낮은 고유진동수를 갖게 된다. 즉, 우레탄에 의한 혼합적층으로 고유진동수 값을 감소시킬 수 있다고 말할 수 있다.

Table 5 Natural frequency [Hz] of cantilevered laminated composite plate

Mode number	[45/-45/45/-45] <sub>2T</sub>		[0/90/0/90] <sub>S</sub>	Hybrid [90/-45/0/45] <sub>2S</sub>	
	FEM	Exp.	FEM	FEM	Exp.
1	12.71	15	14.47	42.32	37.5
2	38.11	40	20.05	87.61	66
3	69.70	75	88.86	148.46	187.5
4	94.89	96	91.07	183.32	212.5
5	126.48	125	97.99	211.66	258
6	177.38	180	145.29	297.46	337.5
7	221.31	215.0	234.72	322.00	391
8	231.82	245.0	253.5	344.81	562
9	277.41	285.0	259.66	385.84	597
10	316.26	305.0	273.30	452.40	635

### 5. 결 론

본 논문에서는 네변고정의 경계조건을 갖는 등방성의 균일 재질인 강판과 네변, 한변고정의 경계조건을 갖는 적층각(섬유방향)이 대칭 [90°/-45°/0°/45°]<sub>2S</sub>, 비대칭 [45°/-45°/45°/-45°]<sub>2T</sub>인 2종류의 복합 적층판에 대해서 진동실험과 유한요소 해석을 실시하였고 한변고정의 경계조건을 갖는 비대칭 적층판과 우레탄으로 구성된 혼합 적층판과 cross-ply 대칭 적층판 [0/90, 0/90]<sub>S</sub>에 대해서 유한요소 해석을 실시하여 고유진동수를 구하였으며 이들을 비교, 분석하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 네변, 한변고정의 경계조건들을 갖는 CFRP 복합 적층판들에 대해서 실험과 유한요소 해석에 의해 얻어진 고유진동수가 잘 일치하였다.
- 2) 등방성의 강철판과 같은 강성을 갖는 일방향 적층각으로 구성된 복합 적층판의 등가 두께를 계산할 수 있었고 복합 적층판이 강철판보다 각각의 진동 모드에서 큰 고유진동수값을 갖게됨을 알 수 있었다.
- 3) 복합 적층판에 있어서 판의 두께, 적층각, 적층 순서가 고유진동수 값과 모드형상에 큰 영향을 준다는 사실을 확인할 수 있었다.

- 4) 비대칭 혼합 적층판과 우레탄으로 구성된 혼합 적층판은 두께에 비해 낮은 고유진동수값을 나타내는데 이것은 우레탄을 사용함으로써 고유진동수값을 감소시킬 수 있음을 의미한다.

본 연구를 통해 가진 주파수와의 공진 진동수를 피하여 안전성면에서 우수한 특성을 갖는 복합 재료의 개발이 가능하고 이를 사용하는 구조물의 안정성있는 예측과 설계를 도모할 수 있으리라 생각한다.

### 참 고 문 헌

- 1) 成田吉弘, “複合材料構造物のモデリングと振動問題における研究展望”, 日本機械學會論文集(C編), 59卷565號, 1993. 9.
- 2) 一宮, 成田, 丸山, “FRP 積層された片持長方形板の定常應答”, 日本機械學會論文集(C編), 55卷516號, 1989.
- 3) 細川, 成田, 坂田, “FRP 對稱積層板の自由振動”, 日本機械學會論文集(C編), 57卷543號, 1991.
- 4) 細川, 失田, 坂田, “周邊固定された非對稱積層板の自由振動解析”, 日本機械學會論文集(C編), 58卷555號, 1992.
- 5) 細川, 山田, 坂田, “FRP 非對稱積層板の自由振動解析”, 日本機械學會論文集(C編), 60卷574號, 1994.
- 6) Y. Narita and A.W. Leissa, “Frequencies and Mode Shapes of Cantilevered Laminated Composite Plates”, *Journal of Sound and Vibration* 154(1), pp. 161~172, 1992.
- 7) 이영신, 최명환, 1992, “외팔형 복합재료 및 혼합적층 사각판의 자유진동 해석”, 대한기계학회논문집, Vol. 16, No. 5, pp. 849~863.
- 8) Mindlin, R. D., “Influence of Rotary Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 18, pp. 31~38, 1951.