Historia Mathematica Vol. 10. No. 2, 1997, 53-63

수학사에서 수학의 패러다임 형성과 수학교육관*

관동대학교 수학교육과 **김종명**

Abstract

The paper is analyzed the variety of outlook on the mathematics education as the paradigm of the mathematics in the history of mathematics and suggested the direction of outlook on the mathematics education in the future.

0. 서론

수학은 우리의 사회생활이나 자연과 우주 어디에서나 공기와 같이 존재하고 있다. 자연과 사회를 잘 분석하고 이해하기 위해서는 자연과 사회현상을 수학적인 언어로 표현되어야하며, 완전한 학설로써 인정을 받기 위해서는 수학적인 논리전개와 수학적인 검증 없이는 불가능한 일이다. 수학은 과학기술의 기초이므로 기술개발에 밀접한 관계가 있다. 과학기술의 혁신과 개발 없이는 국제경쟁에서 살아남을 수가 없다. 특히 현대의 정보화 사회에서 과학기술 개발 등 수학의 기능과 역할이 다양하기 때문에 수학은 인류와 개인의 삶에 중요한 영향을 주는 학문이다. 복잡한 정보화 산업사회 속에서 효율적이고 경제적인 삶을 위해서는 수학교육이 더욱 강조되고 있다.

수학교육의 현장에서 교육할 때 가장 중요한 것 중 하나는, 교사의 수학교육관이다. 수학이 발전하고 변화하여 오면서 수학교육관도 발전하여 왔다. 수학사가 학문다운 체제를 갖춘 것은 19세기에 들어온 뒤의 일이다. 인류 문화와 더불어 수학이 시작되었다고 생각하면 수학사의 연구는 오래되지 않았다. 또한 수학교육의 역사와 수학교육관의 연구는 별로 많지않았다. "수학의 변화는 단순한 지식의 누적이 아니라, 수학의 대상, 방법, 진리관에 대한 명

* 본 논문은 1997학년도 관동대학교 학술연구비 지원에 의한 결과임

확한 의식의 변화에 의해서 결정된다"[4]라 하고, 수학사의 흐름에서 몇 가지의 패러다임(paradigm)으로 나누어서 수학의 역사를 바라볼 수 있었다. 수학사에서 수학을 패러다임에 따라 분류하는 방법으로 분석하여서 수학의 발전과 수학교육의 철학적 근거를 알아본다. 또한 미래시대에서 수학교육의 바람직한 수학교육관을 수학사를 통하여 찾아보고 방향을 제안하고자 한다.

1. 이집트, 바빌로니아, 동양 수학(Orient의 수학)

기원전 3000년경부터 인류는 측량이나 수의 계산 등 수학적 활동을 하였던 기록들이 남아있다. 대표적인 곳이 고대문명의 발상지 인 이집트, 바빌로니아, 인도, 그리고 중국이다. 에집트나 바빌로니아의 수학은 그리스로 넘어가면서 다른 차원의 수학으로 발전하였다. 그러나 중국의 수학은 그렇지 못했다. 동양에는 기하학적 모델을 이용한 자연의 설명이나 뚜렷한 우주관이 없었다. 다양한 신(神)관이 있었지만 결국 자연과 조화를 강조한 유교를 국가통치의 기본으로 삼아서 인간관계를 강조하였다. 따라서 동양사상은 인간과 자연이 조화를 이루면서 무신론에 가까운 철학이었다. 이러한 사상의 그늘 아래에서 인문학을 중요시하고 산학(계산)은 잡기로 여길정도로 천시되었다. 수학의 내용과 교육은 몇 가지 원칙을 고수하면서 동양전통의 방법으로 근대까지 이어져 내려왔다.

중국 수학의 대표적인 교과서는 구장산술(九章算術)이다. 이 책은 기원전 250년경 이전에 쓰여진 것으로 농지 면적계산, 곡물계산, 수열의 합, 토목공사, 세금, 곡물운반, 과부족 셈과 방정식 등 실생활에 필요한 문제들로 채워져 있다. 오리엔트와 중국 수학이 발전하지 못한 가장큰 원인은, 산학(수학)책을 경전(經典)으로 취급하여서, 이 책을 수정하거나 보완을 하면 이단자처럼 취급을 받기 때문이었다(수학사학자 캐조리). 더구나 한국은 앞서고 큰 나라 중국 수학의 정통적 계승자로 자부하면서 정통성(正統性)을 강조 하였다. 산학책은 일반인을 위한 책이 아니고 기술관리(官吏)들의 지침서로 펴낸 것이다. 몇 가지 산학책은 수학자(算士)의 집단인 중인(中人)을 뽑는 채용고시 문제집이었다. 산학책이 한자로 되어있기 때문에 일반인에게는 어려웠다. 따라서 산학은 산학자 집안에서만 배우고 전수 받을 수 있는 중인들끼리 세습하는 독점적인 전문 지식이었다. 산학은 왕권의 보호 아래서 관리되고 발달할 수 밖에 없는 관영(官營)과학이었다. 마방진의 경우 산학이 신비(神秘) 사상을 벗어나지 못했기 때문에 순수한 수의 이론을 발전시키지 못하였다. 어려운 한자로된 산학책을 형이상학적 수리사상(음향오행설과 역(易))의 관점에서 많이 다루었고 또한 고루한 중국 고전 중심의 학문관 때문에 수학의 발전에 많은 저해가 되었다.

전통적 실제주의(realism) 수학교육관

가장 널리 생각하고 있는 수학교육관으로 수학적 지식은 실생활에 적용되는 객관적이며 고정된 지식의 집합체로 본다. 수학의 학습내용이나 지도방법에서 전통적인 것을 중요시 한다. 수학의 내용은 자연이나 실제생활에서 수학문제가 나오며, 문제를 체계적으로 선택하여 만들어진 수학교과서를 중심으로 교육한다. 수학내용이 표면적으로는 실용수학의 내용이지만 정신도야재의 성격을 가지고 있다. 어떻게 하면 문제를 잘 풀 수 있게 하며, 교육방법적인 면에서는 어떻게 재미있게 가르치는냐? 하는 기능중심에 초점이 있다. 수학교육의 모든 목표는 시험과 입학시험 점수를 어떻게 높일 수 있는가에 있다. 교과서의 내용을 빠짐없이 가능한 많은 지식을 전달하고, 많은 문제를 접하도록 하여 풀어보도록 하고, 간단하면서도 확실한 공식과 풀이방법을 제공한다. 평가에 있어서는 모든 학생들에게 똑같은 문제가 제공되며 중간의 풀이과정에 관계없이 정답만을 요구한다.

따라서 수학의 즐거움과 아름다움, 도전적인 성취와 만족감을 줄 수 있는 자유로운 수학이 없다. 수학 교실에서 대화정신 즉 논리적 설득과 증명정신이 없고 질문도 없으며 다만 지식을 전달하고 학생들은 받아들이기만 하면 되는 기능적 지식을 전수하는 전통적인 교육관이다. 따라서 수학은 따분한 교과로 재미가 없고 기계적인 풀이방법만 있다. 이러한 교육환경에서는 "교사들에게는 수학의 이론과 수학적 소양, 교재관, 현장교육 등을 연구하는 연구모임이나 수학을 위한 수학문화가 없다[1]."는 김용국 교수의 지적처럼, 수학을 좋아해서 자발적으로 연구하는 대중적인 저변확대가 형성되지 않는다. 이것은 전통적이고 유교적인 풍토에서 민주적인 생활과 자유로운 토론문화가 발전되지 못했기 때문 일 것이다. 현재 한국의 수학교육은 동양전통적인 실제주의 수학교육을 이어가고 있슴을 엿 볼수있다.

2. 그리스의 수학

그리스는 지리적 장점을 이용해서 많은 식민지를 만들었고, 선진 문화국었던 이집트와 바빌로니아 등과 교류를 활발히 할 수 있었다. 다른 나라 사람들과 교역에서 설득력이 필요했다. 따라서 합리적이고 논리적인 사고가 중요하게 되었다. 또한 여러 신(神)들을 섬기는 문화가 있어서 그들의 세계관에는 자연, 인간, 신은 같은 질서속에서 관계가 이루어진다. 자연철학자 탈레스는, 이 세계와 만물의 원질(原質, areh é)은 무엇인가? 라는 의문을 가지고 자연과학에 대한 철학적 질문을 하였다. 피타고라스(B.C. 582-497)는 원질 문제보다는 세계가 어떤 원리와 법칙에서 존재하느냐를 물었다. '신은 수학적(기하학적)으로 사고한다'라 하고 세계(우주)의 원리와 질서는 도형과 수(數)의 조화 법칙에 의해서 밝힐 수 있다고 보았다. 그의 정신은 과학적이며 정신적 가치를 추구해서 자연을 관념적인 정신적 원리에 따라 설명하려고 하였다. 플라톤(Platon, B.C. 428-347)의 이데아(idea)론에서 이데아는 존재의 바탕이

면서 질서의 원천과 목적이 되며, 최고 인식의 내용이며 현실계를 초월한 성스러운 직관을 동반하면서, 우리의 삶을 이데아의 세계 즉 이상적인 세계로 승화시키는데 있다. 최고의 이데아는 선(善)의 이데아라 했는데 선은 참과 진리를 포함하고 있어서, 항상 진리인 수학의 소양이 매우 중요시 되었다[6].

유클리드 등 당시 수학자들은 '모든 진리는 증명되어야만 그 명제의 확실성을 보장 받는다'는 생각 때문에 정확한 증명이 필요하였다. 또한 신은 수학적으로 사고한다는 철학을 가지고 플라톤의 이상적인 진리를 찾기 위해서는 완벽한 공리와 체계의 수학이 필요하였다. 이때 유클리드의 기하학이 쓰여져서 서양과학의 바탕이 되는 증명정신이 이 책으로부터 전통이 이어져 내려왔다. 그리스 수학은 오리엔트의 경험적이고 귀납적인 수학과는 달리 연역적이며 이론적인 수학으로 바꾸어 놓았다.

절대적 학문주의(academicism) 수학교육관

'신은 수학적으로 사고한다. 그리고, 수학의 명제는 변할 수 없는 진리이다.' 라는 확고부동한 수학관을 가지고 지도하는 교육관이다. 수학은 외적이고 정적이며 한계가 있으며 수학의 이론은 고정된 불변의 진리로 생각한다. 수학을 지도하는 방법적인 면에 관심을 가지고 지식을 전수하는 전통적인 수학교육관으로 전통적 실제주의와 같으나, 수학의 본질은 논리성이며 논리를 체계적으로 전개할 때 가장 좋은 학습방법으로 본다. 수학의 본질은 의미보다는 형식 속에 존재한다는 형식주의, 논리주의, 수학은 절대적 지식 체계로써 이데아(idea)의 세계를 이상적으로 생각하는 플라토니즘(Platonism) 등은 모두 절대적 학문주의 수학교육관에 포함된다. 이러한 관점에서 수학은 절대적이고 객관적이므로, 완전한 절대 진리로 간주된다.

수학은 타교과에 관계가 있고 실제생활에 활용할 수 있다는 유용성과 인간 삶의 광범위한 분야에서 활용할 수 있다는 언급이 없어서 학생들은 수학의 매력이나 호기심이 없는 딱딱하고 지루한 교과로 생각하게 된다.

3. 서양근대수학

'자연을 수학적으로 설명할 수 있다' 는 수학관을 가지고 자연의 움직임과 변화를 묘사하여 설명하고 분석하는 근대 서양수학은 데카르트(Descartes, 1596-1650)의 방법서설(方法序說, 1637)의 부록인 <기하학>으로부터 시작되었다. 데카르트는 모든 학문의 기초가 되는 방법론이 없다는 것을 발견하고 새로운 학문의 방법과 철학을 개척해야 하겠다는 야심찬 학문적 탐구로 <방법서설>을 내놓았다. 그는 확실하고 그 자체가 명백한 지식을 찾아야 하며, 더 의심의 여지가 없는 지식을 진리로 받아들여야 한다고 확신했다. 철학의 방법론적 근거

는 수학에 있으며 수학의 방법론적 핵심은 연역성이라고 보았다. 이성(理性) 즉 바르게 판단하고 참과 거짓을 구별할 수 있는 능력은 태여 나면서 모든 인간이 고루 갖추고 있다고 하면서 진리를 탐구하기 위해서 해석기하학을 창안했다. 해석기하학의 출발점은 변수를 정해서 도형을 수치화 했다. 기하학적인 도형을 간단히 대수식으로 나타내어 기하학과 대수학을 하나로 묶어 종합과 분석의 방법을 가지고 연구하였다. 여기에서 좌표라는 새로운 수학적 도구를 사용하여 그리스의 정적인 수학에서 운동과 변화를 다루는 근대수학이 나타날 수 있게 되었다. 좌표를 도입한 수학을 이용하여 뉴톤(Newton, 1642-1727)과 라이프니츠는 미적분학을 창안하였다. 미분적분학은 자연의 연속적 현상을 분석하고 종합하는 방법으로 자연을 탐구하는 최고의 도구가 되었다. 미분은 연속적인 변화를 무한히 쪼개어 순간적인 변화를 알아보는 분석적 방법이지만 적분은 쪼개진 무한히 작은 것들을 모아서 유한의 상태로 만들어 조사하는 종합적 방법이다. 미적분학의 출현은 근대수학을 획기적으로 발전할 수 있도록 했으며 자연을 설명하는 근대과학의 중추적 역할을 하게 되었다. 근대과학의 핵심인 우주를 물체의 운동과 그 원천인 힘을 생각하는 역학적 세계관이 탄생되었다. 자연을 수학적으로 설명할 수 있다는 신념으로 변할 수 없는 자연법칙을 귀납적으로 종합하고 분석하여 모순이 없는 확고한 자연법칙을 탐구하고 발견하였다. 자연현상에 대하여 주어진 초기조건이 있을 때 자연법칙을 적용하여 미분방정식을 풀면 미래의 현상까지도 완전히 예측할 수 있다는 수학주의 사고 즉 미래가 법칙과 주어진 조건에 의해서 미래가 미리 정해져 있다는 결정론(決定論)적인 사상이 있었다. 이것은 수학으로 모든 문제를 밝혀낼 수 있다는 수학지상주의 사고였다. 한편으로는 불확실한 일을 다루는 확율론이 연구되기 시작한 시대였다.

진보적 학문주의(progressive academicism) 수학교육관

자연현상 속에서 새롭고 다양한 문제를 발견하고 탐구하여 새로운 수학적 도구와 수학적 이론을 만들고 구성할 수 있으며 수학은 어떤 문제든 해결할 수 있는 지식체계로써 진보적으로 발전할 수 있다고 본다. 수학을 객관적이고 절대적이라는 관점으로써 절대적학문주의 교육관과 기본적으로 같으나 수학의 창조성을 인정한다. "수학은 고정된 지식의 집합체가 아닌 인간의 창조적 활동에 의해 형성된 지식 체계로서 위대한 문화적 성취로 본다"[12]. 인간이 새로운 문제에 직면했을 때 끊임없는 탐구와 논리적인 사고를 통하여 문제를 해결하며 이런 과정 속에서 수학적 지식과 능력이 성장하고 변화된다고 본다. 이 교육관은 모든 사람에게 문제를 해결할 수 있는 능력이 있으므로 각 개인의 능력을 찾아내어 개발할 수 있다고 본다.

절대적 학문주의와 진보적 학문주의 수학교육관의 관점에서 행동에 의한 수학지식의 획득과정으로는, 먼저 구체적으로 행동할 수 있는 학습목표를 제시하고, 다음 학습내용의 단계와 순서별로 논리적 체계를 구성하여 학습자료를 만들고, 다양한 학습방법의 기법과 전략을 개발한다. 학생들에게 의욕과 흥미를 위하여 교육보조재료를 적극 활용하고 되먹임(feed back)을 통한 학습평가와 행동변화를 관찰하므로써 학습내용과 지도방법을 고쳐나갈 수 있다. 이

러한 수학지식의 획득과정으로 학생들은 수학적 지식을 전수받아 끊임없는 연습과 창조적 활동을 통해서 수학적 지식을 획득하고 만들 수 있다는 관점이다. 그러나 행동에 의한 수학 지식의 획득과정은 교사의 입장을 강조하고 학습자 각 개인의 입장을 간과한 외형적이고 관찰 가능한 교육으로 많은 한계점과 반성이 필요함이 지적되었다[15].

4. 20세기수학

'수학은 가설'이라는 신념으로 공리를 설정하여 가장 완벽한 수학을 건설하려고 했던 힐베르트(Hilbert)는 <기하학 기초론>을 1899년 발표하였다. 이 책에서는 공리를 자명한 사실(진리)로 생각했던 그리스 수학과는 달리, 단지 '이론에 대한 가정'으로 공리의 개념으로 인식하고, 형식적인 공리를 토대로 하여 연역적인 방법으로 이론을 전개하고 구성하여 수학을 만들 수 있음을 보여주었다. 유클리드의 기하학의 미비점을 보완하여 완전(무모순)한 기하학의 새로운 체계를 세우려고 노력하였다. 공리를 새롭게 정하므로써 많은 기하학을 만들어서, 유클리드 기하학뿐만 아니라 기하학이 무수히 많이 있음을 보여 주었다. 이 때 까지는 자연과 우주속에서 법칙과 모델을 발견하여 수학을 만들었으나, 힐베르트 이후 수학은 자연의 원리에 의해서 발견되고 만들어 질 뿐만 아니라 인간의 자유로운 상상속에서 만들어 내는 수학이 되었다. 따라서 수학이 자연세계와 함께 사회와 정신세계까지도 수학의 대상으로 수학적 모델을 만들어 연구를 할 수 있는 보다 큰 사고의 체계가 되었다. 이러한 형식적인 공리를 토대로 수학을 창조해 가는 것을 구성적(constructive) 공리주의라 한다. 20세기 수학의 특징은 구성적이고 정적(靜的)이라고 한다. 정적인 수학은 칸톨이 집합의 개념을 도입하여 수학을 연구할 때 나타난다. 무한집합은 한없이 셀 수 있는 것이지만 무한집합 전체를 하나로 보면 유한적인 대상으로 다룰 수 있다. 즉 폐쇄적이고 정적인 무한집합을 생각하고 집합들 사이의 관계와 성질들을 조사하여 이론들을 구성해 가는 수학이 되었다. 이러한 수학은 많은 분야에 응용되고 다양한 양상 가운데 가장 핵심적인 개념만을 대상으로 하기 때문에 수학이 추상화되고 여러 개념들 사이의 관계와 구조(構造)를 연구하는 수학으로 발전하게 되었다. 따라서 수학을 한마디로 구조를 연구하는 학문이라고 말하기도 한다. 수학적 구조 그것은 개념으로 이루어진 구조물로 완전히 인간의 정신으로부터 나온 아름다운 창조물이다.

구성주의(constructivism) 수학교육관

'수학은 가설'이라는 수학의 정의는 인간의 정신에 의해서 수학의 이론들을 창조하여 자연의 비밀과 사회와 정신세계의 구조를 파악하는데 활용할 수 있는 지식으로 바뀌게 되었다. 수학은 만들어진 수학적 개념들의 관계와 구조를 연구하며 응용하는 과학으로 모든 사람들

에게 문제해결 등 현대생활에서 꼭 필요한 지식이 되었다. 수학은 항상 절대적인 진리가 아니고 어떤 가정과 조건에서 진리인 지식 체계이다. 또한 얼마든지 수학의 개념들을 창안하고 구성할 수 있다고 본다. 따라서 무한히 발전하며 변화하는 지식으로 수학도 하나의 사회적 구조물 처럼 모순이 있을 수 있으며, 모순을 고칠 수 있다는 수학관이다. 이러한 수학관을 가지고 학생들 각 개인의 개성을 중요시 하는 수학교육관이다. 수학을 배운다는 것은 다른 사람으로 부터 전수받는 것이 아니고, 각 개인이 수학의 내용을 생각하고 행동하므로 알아 가는 것에 초점을 두는 교육관이다. 학생들은 능동적이고 의도적인 활동을 통하여 개념을 이해하여 추상화와 창의적 사고를 가지고 증명하고 적용하므로 수학적 지식을 획득할 수 있다. 수학 지식의 획득은 학생들의 개인적이고 개별적인 사고와 논리적 구성으로 이루어 진다고 보기 때문에, 학습은 학생입장에서 다양하게 구성 된다.

'구성주의 수학교육관은 학생들이 스스로 학습내용과 목표를 인식하고 설정하여 수업에 직접 참여하여 이끌어가는 능동적 활동과 구성을 통하여 수학적 지식을 배울 수 있다는 교육관이다. 수학적 지식은 수동적으로 받아드여지는 것이 아니고, 학습자의 능동적이고 의지적으로 추상화하고 창안하여 증명하므로 적용하는 활동으로 얻어진다. 뿔야는 "수학의 역사적 발전 단계에 따라 발견에 참여하도록 할 때 수학을 가장 잘 이해한다"고 생각했다. 또한 자신의 경험을 조직화해 가는 적응과정을 통하여 학습자 스스로 지식을 구성하고 지식을 발견하여 알게된다는 것이 구성주의의 기본적 관점이다[13]. 학생들은 수학의 학습내용을 단순히 모방하지 않고 동화(同化) 즉 이해하여 자기 것으로 만들며(Piaget), 수학적인 생각과 지식의 구성을 자신들이 창안한 방법으로 학습한다. 따라서 학생들이 수학적 지식을 구성할 수 있는 분위기를 만들어 줘야 한다. 이런 관점에서 학생들이 서로 협동하며 토론에 의해서 추측하고 판단하며, 추론을 통하여 문제해결력을 기를 수 있도록 도와 주어야 한다[14]. "교사가 구성하고 있는 지식과 학생이 구성하는 지식이 얼마든지 서로 다를 수 있다. 그러나 학생들이 구성한 지식이 다른 사람들에게 얼마나 납득시킬 수 있느냐에 따라 평가가 이루어져야 한다"[7]. 교사의 의도적인 교육으로 학생들이 의욕을 가지고 의지적으로 어려움을 극복하며, 즐거움과 기쁨을 주는 기회와 환경을 지속적으로 만들 수 있도록 도와 주어야 한다.

5. 현대 수학

'술어논리에서 논리식이 증명에 의해서 얻어진 정리면 그것은 항상 항진식이다. 또한 술어논리의 항진식은 항상 공리계로부터 증명된다.'

위 두 명제가 긍정적으로 증명될 때 술어논리의 공리계가 '완전하다'라 하고 이것을 '완전성정리'라 한다. 명제논리(논리학)의 완전성은 1910년 럿셀이 증명하였다. 술어논리학(수학적 논리학) 체계의 완전성의 증명은 1930년 괴델(Gödel, 1903-1978)이 하였다. 즉,

'모든 올바른 논리의 규칙은 모두 현재의 논리의 기본적인 규칙을 조합하면 얻어진다. 즉

완전하다(완전성 정리).'
라는 것을 증명하였다. 그는 1년후 집합론의 공리는 현재 알려진 것이 모두인가? 즉 현재의 집합론의 공리계는 완성 된 것인가? 에 대한 질문에 대하여

'현재의·산술공리계를 포함하는 무모순 공리계(예로 집합론의 공리계)는 불완전하다. 즉 그 공리계의 산술적인 명제 중에는 그 공리계 안에서는 긍정도 부정도 할 수 없는 것이 존재한다(불완전성 정리).' 라는 불완전성 정리를 증명하였다. 또다른 문제는 일반연속체가설, 구성가능성(constructible) 공리, 선택 공리 등 긍정이나 부정 어느 쪽도 증명할 수 없는 공리를 집합론에 가감할 수 있나? 였다. 이 문제에 대하여 괴델은 1938년,

'만일 Z-F집합론이 무모순이면 Z-F집합론에 일반연속체가설이나 선택공리를 첨가하여도 무모순하다.'는 결과를 얻었다. 또한 1963년 스텐포드대학의 코헨은 위 공리중 하나를 부정하여 Z-F집합론의 공리에 첨가하여도 Z-F집합론이 무모순하면 새로이 모순이 생기지 않는다고 증명하였다. 그러므로 일반연속체가설, 선택공리, 구성가능성공리는 Z-F집합론의 공리계에 독립적이라는 것을 증명하였다[8].

현대 수학에서 컴퓨터의 출현은 수치해석학의 연구를 강화하고, 50년동안 연구가 침체되었던 행렬이론을 활발하게 연구할 수 있도록 하였고, 논리학의 중요성과 이산적인 추상구조이론의 중요성을 환기시켰으며, 선형계획법과 계산의 복잡도이론 및 오토매이터이론과 같은 새로운 분야의 창조를 유도했다. 컴퓨터는 고전적인 미해결 문제를 해결하는 데 많은 도움을 주었다. 또한 현대수학의 새로운 분야가 다양하게 나타나고 있다. 집합론에서 다룰 수 없는 애매한 집합인 퍼지(Fuzzy) 집합을 창안한 자데(Zadeh, 1965)의 퍼지 수학이 있다. 결정론적이 아닌 비선형 동력학(카오스)은 여러가지 답이 가능하며, 연속이지만 어느 곳에서도 미분가능하지 않은 함수들 중에는 어느 조건에서 미분방정식의 해가 될수있나? 등 연구되고 있다. 만델브로(Mandelbrot, 1977)는 <프랙탈(Fractals)>이란 책을 내놓았다. 이 책에서 무질서한 자연현상에서 어떻게 프랙탈을 만들어 내는지 밝혔다. 그가 연구했던 프랙탈은 코흐곡선과 같이 자기닮은꼴(자기상사)이였다. 컴퓨터를 이용하여 상당히 흥미 있고 매력적인 도형을 만들어 냈다[9]. 불연속적인 현상인 급격한 변화를 수학적 모델화한 카타스트로피 이론[3] 등 다양하고 전혀 새로운 수학을 도입하여 앞으로 해결해야할 문제들이 새롭게 나타나고 있다. 정보와 통신 그리고 구조를 파악하고 분석에 의해서 지배되는 오늘의 세계에서 수학과 컴퓨터의 결합은 더욱 필요하게 되었다.

재건주의(reconstructivism) 수학교육관

'수학은 완전하면서도 불완전하다' 라는 수학관을 가지고 과거의 수학을 바라보는 교육관이다.

수학은 하나의 건축물처럼 이론적 구조물로 창조되며, 이론적 모순이 있을 때 다시 재구성(재건) 하여서 완전하게 만들 수 있으나 전체적으로 완전한 이론은 없다는 교육관이다. 재건주의 수학교육관은 지금까지 발전되어 온 모든 수학교육관의 장점을 취하고 단점을 보완

하는 교육관이다. "수학은 형식화된 명제의 체계라기 보다는 형식화를 행하는 인간의 활동 그 자체라고 하는 견해가 많다"[5]. 이런 관점에서 오늘날에도 전통적 실제주의, 절대적 학문주의, 진보적 학문주의, 구성주의 수학교육관의 장점들이 다 필요하다. 교사는 단순히 지식의 전달자가 아니고 학습의 안내자로써 학생들이 스스로 학습목표를 설정할 수 있도록 하여 능동적이고 자발적인 협동으로 수학적활동 즉 추측하고 논리적으로 추론하여 자신의 생각을 설명하고 정당화하며 비판적으로 검토하는 과정을 통하여 개념의 구조와 관계 등을 파악하며, 학생들의 인지적 구조변화를 유도하도록 한다. 문제에는 해답이 없는 것들이 있으며 풀이과정도 얼마든지 다르게 나올 수 있으며, 정확한 풀이과정이 없는 문제들도 얼마든지 있다. 이런 문제들은 어떻게 푸는 것이 경제적이고 간편한가 생각할 수는 있지만, 다양한 풀이 방법이 있으며 자신의 논리적 사고로 풀이를 전개해 나가면 완전한 학습이 된다는 유연한 사고를 촉진 시킬 수 있는 언어구사력과 학습환경을 만들도록 도와 주어야 한다.

6. 미래의 수학

20세기 초 서기 1900년 당시 수학의 전체 내용이 약 80권의 책이면 충분하였다. 이 때 수학의 분야는 12가지 정도로 분류할 수 있었다. 예를들면 산술, 기하학, 미적분학 등이다. 그러나 현재까지 연구되고 만들어진 모든 수학의 내용을 기록하기 위해서는 적어도 10만권의 책이 필요하고, 수학의 분야도 크게 분류해서 약70개 분야가 될 것이다. 오늘날 해마다 약 20만개의 새로운 수학 정리가 발표되고 있다. 따라서 세가지 이상 분야에서 최근의 연구에 정통한 사람이 없을 정도로 복잡하고 다양하게 발전하고 있다.

수학의 양적 팽창과 발전으로 수학의 정의도 변하고 있다. 수학은 수, 형태, 운동, 변화, 공간에 대한 연구라는 정의로부터 수학은 대상의 본질적인 성질과 구조를 파악하는 과학이라는 정의가 나왔다. 즉 수학자가 연구하는 것은 본질적인 성질과 구조를 파악하고 포착하는 「양식(pattern)의 과학이라는 것이다[10]. 따라서 양식의 과학인 수학은 우리가 살고 있는 물리적이고 생물학적이며 사회학적인 세계와 우리의 정신적인 세계 모두를 관찰하여 원리를 찾아내고 새로운 세계를 만들어가는 학문이다. 수학의 세계는 완전히 인간의 창조물로서 수학의 연구는 궁극적으로 인간 자체에 대한 연구이며, 우주와 자연 그리고 인간을 포함하는 광범위한 영역을 연구하고 있다.

미래(인간중심주의)의 수학교육관

세계화와 정보화 시대는 과거 산업사회와는 달리 지식의 양이 폭팔적으로 증가하며 사회의 변화가 다양하게 되어서 여기에 적응하여 살아갈 자율적이고 창의적인 인간을 기르기 위해서는 철저히 수학을 가르쳐야 한다. 왜야하면 수학을 통하여 논리적이고 합리적인 사고력

을 길러 학생들의 두뇌를 개발하고, 끈기와 치밀성을 배움으로 인격을 수양할 수 있기 때문이다. 또한 미래를 예측하고 문제를 탐구하고 논리적으로 추론하는 능력과 문제해결력 등 창의력을 기르기 때문이다. 이러한 수학교육은 대화와 토론 등 즉 수학적활동을 통하여 수학적 지식을 얻도록 하며, 컴퓨터 등 교육보조재료를 이용한 다양한 지도와 평가가 요구된다.

학생 스스로 배우려는 의욕과 자신감을 가지고 능동적인 탐구와 자신의 학습방법을 가지고 수학적 활동을 통하여 스스로 발견할 수 있도록 도와 주어야 한다. 지금까지는 교사의 관점에서 수업을 설계하고 실행하고 평가하였다. 그러나 미래에는 학생중심적인 교육으로 학생의 입장에서 수학의 내용을 선택하고 수업을 실행하고 평가 하여야 한다.

다양한 수학교육관의 장점을 살리고 단점을 보완하여 교육하면서, 활기차고 즐거운 학교생활을 위하여 계열별 구분 없이 자기의 능력과 진로 또는 취향에 맞는 수학과정을 선택하게 해야 한다. 따라서 미래에는 수학학습에서 알아 가는 기쁨을 주는 인간중심적인 교육이 되어야 할 것이다.

7. 결론

현대사회에서 잘 적응하여 앞서가기 위해서는 우수한 수학교육이 필요하다. 왜야하면 수학교육을 통하여 사고력과 창의력 배양, 의사 소통력 증대, 문제 해결 능력과 통찰력 등을 기를 수 있기 때문이다. 또한 각자의 전문적인 분야에서 부드러운 인간관계, 평생 학습해야 하는 지식사회의 일원으로 누구와도 어울려서 일할 수 있는 능력은 합리적인 수학적 사고에서 길러지기 때문이다.

수학은 인간정신과 문화의 산물이며 현대과학의 발달과 인간 삶의 모든 곳에 활용되고 인간성의 도야에 필요한 문화적 자산이다. 수학의 발전에서 수학의 변화가 바로 수학관과 수학교육관의 변화로 이어지며 또한 수학교육의 현장에 반영되었던 것은 아니었다. 수학의 이론과 기호 등이 실생활이나 교육에 반영되기 위해서는 상당한 시일이 지나서야 반영되었다는 사실을 수학사에서 알 수 있다. 그러나 현대 사회는 급변하는 정보화사회이기 때문에 수학교육은 전통적이고 세습적인 방법을 벋어나서 우수한 수학교육이 절실히 필요하며 질 높은 교육을 통하여 미래를 창조해 갈 수 있는 능력을 학생들에게 길러줘야 할 의무가 우리에게 있다. 따라서 앞에서 고찰한 다양한 수학교육관의 장점을 취하고 단점을 보완하여 교사 자신과 수학교육의 발전을 위하여 끊임없는 연구와 실천을 해야한다.

참 고 문 헌

1. 김용국, 한국수학의 전통과 오늘의 수학교육, *수학교육논총*, 9(1991) 231-267.
2. 김용국 외1명, *수학사의 이해*, 우성출판사, 1997.
3. 김용운, *카타스트로피 이론 입문*, 우성문화사, 1980.
4. 김용운, 수학사학과 수학교육, *Historia Mathematica* Vol.3, No.1(1986) 21-33.
5. 김응태, 박한식, 우정호, *수학교육학개론*, 서울대학교출판부, 1984.
6. 김형석, *서양철학사 100장면*, 가람기획, 1994.
7. 남승인, 수학교육과 교사의 수학관, *Proceedings of Math. Education*, Vol. 3,' The 18th National Meeting of Math. Education(1995), 185-193.
8. 임정대, *수학기초론의 이해*, 청문각. 1995.
9. Devlin, 수학: *새로운 황금시대*, 허민 역, 경문사, 1995.
10. Devlin, *수학: 양식의 과학*, 허민, 오혜영 역, 경문사, 1996.
11. Eves, *수학사*, 이우영,신항균 역, 경문사, 1995.
12. Kaputs, Information technology and math. : Opening new representational windows, *The J. Math. Behavior* 5(1986), 187-207.
13. Kilpatric, What Constructivism Might be in mathematics Education, *Proceedings of the Eleventh International Conference on the Psychology of Math. Education*, Montreal, Quebec(1987), 3-27.
14. NCTM, *Professional Standards for Teaching Mathematics*(1991) 3-4.
15. Romberg, A New World View of Assessment in Math. : Assessment. Assessing Higher Order Thinking, *Math., American Association for the Advancement of Science*, NW, Washington(1990)21-35.