

단열교차점에서 유체간섭에 관한 수치적 고찰

Numerical Analysis of Flow Interference at Discontinuity Junction of Fracture Network

박영진(Young - Jin Park)* · 이강근(Kang - Kun Lee)* · 이승구(Seung - Gu Lee)**

요 약 : 파쇄매질에서 불규칙한 양상의 유체유동과 용질이동의 모의를 위하여 연속체 모델을 대체하는 분리단열망 모델의 이용이 확산되고 있다. 분리단열망 모델은 단열내 유량이 단열 간극의 삼승에 비례한다는 삼승법칙과 매질이 이러한 단열의 통계적 조합으로 구성된다는 가정에 바탕을 두고 있다. 본 연구는 단열교차점에서 삼승법칙의 유효성이 유지될 수 있는가를 평가하기 위하여 경계좌표계 변환법을 이용하여 단열간 교차각과 단열에서 유량분포의 관계를 분석하였다. 단열 교차각의 변화에 따른 유선의 분포에 대한 분석을 통하여 단열의 기하학적 형태가 단열의 유량분포에 영향을 미침을 확인하였다. 따라서, 삼승법칙에 대한 엄밀한 수치적 실험적 검증이 필요하다.

Abstract : Discrete fracture model has become one of the alternatives for the classical continuum model to simulate the irregular aspects of the fluid flow and the solute transport in fractured rocks. It is based on the assumptions that the discharge in a single fracture is proportional to the cube of the aperture and the fractured rock can be represented by the statistical assemblage of such single fractures. This study is intended to evaluate the effect of the fracture junction on the cubic law. Numerical solution of flow in junction system was obtained by using the Boundary-Fitted Coordinate System (BFCS) method. Results with different intersection angles in crossing fractures show that the geometry of the junction affects the discharge pattern under the same simulation conditions. Therefore, strict numerical and experimental examinations on this subject are required.

서 론

파쇄 다공질 매질에서 유체유동과 용질이동은 석유공학을 비롯한 여러분야에서 주요한 연구 주제이다. 산업의 발달과 함께 한 에너지 사용량의 증가와 환경문제에 대한 관심의 증가는 이러한 문제의 중요성을 부각시키고 있다. 1970년대 말 이후의 일부 선진국을 중심으로 진행되고 있는 방사능 폐기물 처분 프로그램(Final Repository Program for Radioactive Waste)은 결정질 암반에서 단열의 분포를 따라 발생하는 유체유동에 대한 관심을 증가시키고 있다.

대수층내 유체유동 예측을 위한 이중공극모델(Dual porosity model)이나 등다공질매질모델(Equivalent porous medium model)과 같은 개념으로 설명할 수 없는 불규칙한 유체유동 양상에 대한 관심은 암반의 안정성 문제에 대한 적용을 목적으로 개발되었던 분리단열망(Discrete Fracture Network) 모델의 사용을 촉진시키고 있다(Bear *et al.*, 1993). 분리단열망 모델의 적용은 판상으로 구성된 단열내에서의 층류모형을 바탕으로 하는 삼승법칙에 기반을 두고 있으며, 단열의 통계적 조합으로 구성

된 단열계에서 각 단열에서의 유체유동에 의한 영향을 파쇄 대수층 전체에서의 유체유동을 해석하는데 주요한 요소로 사용하는 방향으로 확장하려는 시도로 평가할 수 있다. 따라서, 분리 단열망 모델의 적용성은 기본적으로 평행단열내의 삼승법칙과 삼승법칙을 만족하는 유효 간극(effective aperture) 개념 적용의 타당성에 있다고 할 수 있다.

최근에 들어서 삼승법칙에 대한 일련의 검토작업은 암반의 응력상태에 따른 유체 거동양상의 변화에 관계된 조도(roughness)와 단열의 수리전도도에 관한 연구를 중심으로 진행되고 있다(Ge, 1997; Brown, 1987, 1989). 이와 더불어 단열 교차점에서 삼승법칙의 교란에관한 실험적고찰(Wilson and Witherspoon, 1976)에 대한 연구도 수행되었다. 그러나, 단열 교차점에서의 유체유동에 관한 실험에서는 단열교차점에서의 유체거동에 관한 단순한 개념적 모델에 기초하여 실험 설계가 이루어졌으며, 특히 유입구와 유출구의 유량에 대한 개념화와 설계에 있어서 교차각과 유입유량의 관계를 무시하는 오류가 있었다.

본 연구는 단열교차점에서 단열 교차각의 변화와 단열교차점으로 유입되는 유량의 변화가 교차점을 통과한 이후의 유량에 어떠한 변화를 줄 수 있는지를 알아보고, 또 분석의 결과가 단열내 지하수 흐름에 대한 삼승법칙에 대해 어떤 문제를 제기할 수 있는지를 살펴보는데 그 목적이 있다.

*서울대학교 지질학과(Department of Geological Sciences, Seoul National University, Seoul 151-742, Korea)

**한국자원연구소 환경지질부(Environmental Geology Division, Korea Institute of Geology, Mining and Materials, 30 Kajungdong, Yusungku, Taejon 305-350, Korea)

단열교차점에서 유체유동

평행단열의 교차점에서 유체간 간섭에 관한 고찰을 위한 유체유동 모의는 다음의 과정을 거쳐서 수행될 수 있다.

- 가) 일반화된 평행단열 교차점의 기하학적 형태 정의
- 나) 물리적 현상을 지배하는 지배방정식 정의
- 다) 주어진 영역에서 경계조건 정의
- 라) 주어진 경계조건하에서 지배방정식에 효과적인 수치해석 방법 적용

평행단열의 교차점은 Figure 1과 같이 두 개의 평행단열의 두께(t_1, t_2)와 단열간 교차각(θ)을 이용하여 일반화할 수 있다.

일반적인 뉴턴 유체의 거동은 연속방정식, 운동량방정식, 에너지방정식으로 구성되는 Navier-Stokes 방정식에 의하여 지배됨이 잘 알려져 있다. 비압축성 유체의 연속방정식은 속도 또는 유함수(stream function)에 대하여 표현할 수 있다.

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \tag{1a}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} = 0 \tag{1b}$$

\mathbf{v} : velocity of fluid

Ψ : stream function

이 방정식은 단열교차점에서의 흐름이 비점성 비회전(inviscid irrotational) 유동에 가깝거나 단열내의 충전물(infill material)이 있는 경우에 운동량방정식을 고려하지 않고 몸체흐름(plug flow)에 대한 지배방정식으로 사용될 수 있다(Hull and Koslow, 1986; Philip, 1988; Berkowitz *et al.*, 1994). 비압축성 유체의 관성력과 점성력을 고려하는 운동량 방정식을 속도와 정수압의 관계로 표시하면

$$\frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \nu\nabla^2 \mathbf{v} \tag{2}$$

$\frac{D}{Dt}$: material derivative or Lagrangian derivative

ρ : density of fluid

p : hydrostatic pressure of fluid

ν : kinematic viscosity of fluid

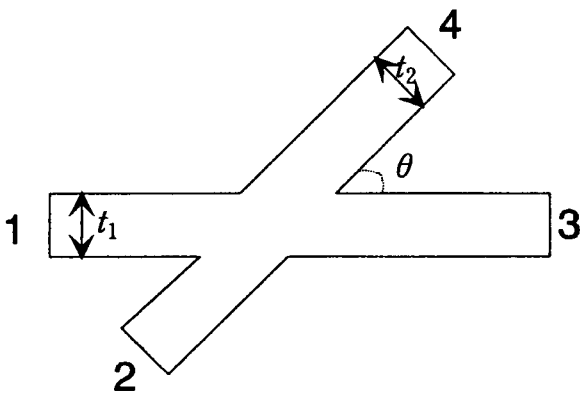


Figure 1. General geometry of a junction defined by the related branches 1, 2, 3, and 4, thicknesses of intersecting fractures (t_1, t_2), and intersecting angle (θ).

이차원 유체유동 해석에 있어서 유함수와 와도(vorticity)를 이용한 풀이가 유용함이 알려져 있다(Hoffmann, 1993). 주어진 운동량방정식을 유함수와 와도를 사용하여 와도흐름방정식(vorticity transport equation)과 유함수방정식(stream function equation)의 두 타원형방정식으로 표시할 수 있다.

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} + u \frac{\partial \Omega}{\partial x} + v \frac{\partial \Omega}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2} \right) \tag{3a}$$

$$-\Omega = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} \tag{3b}$$

지하수 유동이 등온흐름(isothermal flow)을 따른다고 가정했으므로 에너지방정식은 고려하지 않았다.

경계조건의 정확한 적용이 수치해석 해의 정확도를 좌우하는데 매우 중요한 요소임이 알려져 있다(Franke *et al.*, 1987). 단열교차점에서 유체유동의 모의를 위하여 유입구흐름(inlet flow), 유출구흐름(outlet flow), 강체 표면(body surface)에서의 조건 등 세가지 형태의 경계조건이 필요하다. 유입구 흐름과 유출구 흐름에 대한 경계조건으로 정수압 또는 유체 속도에 대한 Dirichlet 경계조건을 적용할 수 있으며 강체 표면에서는 무활 불침투(no slip no penetration) 조건을 적용할 수 있다. 연속방정식과 운동량방정식을 고려하는 경우 무활 조건의 모의는 강체표면에서의 응력의 전파를 정확히 모의하는 것이 중요하다. 강체표면에서 발생한 응력은 강체표면에 수직하게 퍼져나가므로 수치해석에 필요한 격자망도 이러한 물리적 특성에 맞게 구성하여야 한다. 본 연구에서는 경계좌표계 변환법을 이용 주어진 물리현상이 좌표계와 일치하도록 모의하였다.

경계좌표계 변환법

불규칙한 경계를 갖는 영역에 대한 수치해석은 Cartesian 좌표계에서의 차분을 바탕으로 하는 유한차분법에서는 여전히 난제가 되고 있다. 경계좌표계 변환 방법은 이러한 불규칙한 영역에서 경계면에서 발생하는 물리적 현상을 표현하고자할 때 적용할 수 있다. 본 연구에서는 타원형 격자생성기를 이용한 좌표변환법을 이용하였다. 좌표변환 방법을 이용한 수치해석은 다음의 과정을 통하여 이루어 질 수 있다(Steger and Sorenson, 1979; Ryskin and Leal, 1983; Theodoropoulos and Bergeles, 1989).

가) 타원형 미분방정식을 물리영역(physical domain)과 계산영역(computational domain)의 관계에 의해서 정의되는 경계조건하에서 풀고 격자망을 생성

나) 계산영역에서 좌표변환의 특성치와 변환관계를 도출

다) 물리영역에서 지배방정식을 계산영역의 지배방정식으로 변환

라) 계산영역에서 변환된 지배방정식을 풀이

마) 계산영역에서 구해진 해를 물리영역으로 역변환

좌표변환

경계변환 좌표계 방법의 기본개념은 물리공간에서 다음과 같이 Laplace 방정식 또는 Poisson 방정식을 만족하는 ξ, η 를 구하는 것이다.

$$\xi_{xx} + \xi_{yy} = 0 \quad (4a)$$

$$\eta_{xx} + \eta_{yy} = 0 \quad (4b)$$

계산 영역의 (ξ, η) -좌표계에 해당하는 (x, y) -좌표를 얻기 위하여 주어진 Laplace 방정식의 독립변수와 종속변수를 치환하면

$$ax_{\xi\xi} - 2bx_{\xi\eta} + cx_{\eta\eta} = 0 \quad (5a)$$

$$ay_{\xi\xi} - 2by_{\xi\eta} + cy_{\eta\eta} = 0 \quad (5b)$$

여기서 $a=x_\eta^2+y_\eta^2$, $b=x_{\xi\eta}+y_{\xi\eta}$, $c=x_\xi^2+y_\xi^2$ 의 관계를 가진다. 따라서, (ξ, η) -좌표계에서 경계조건이 정의되면 계산영역의 임의의 점에 해당하는 물리영역의 (x, y) -좌표를 구할 수 있다 (Figure 2).

일반적으로 이차원상의 물리영역에서 계산영역으로의 변환식은 다음과 같다.

$$(x, y, t) \Rightarrow (\xi, \eta, \tau) \quad (6)$$

이때, 변환특성치(transformation metrics), $\xi_x, \xi_y, \eta_x, \eta_y$ 와 Jacobian(J)는 다음의 변환관계식으로부터 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \xi_x & \xi_y & \xi_\tau \\ \eta_x & \eta_y & \eta_\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ x_\tau & x_\xi & x_\eta \\ y_\tau & y_\xi & y_\eta \end{bmatrix}^{-1} \quad (7a)$$

$$J = \frac{\partial(\xi, \eta)}{\partial(x, y)} \quad (7b)$$

지배방정식

주어진 변환특성치와 Jacobian으로 부터 계산영역에서 지배방정식을 구하기 위하여 물리영역과 계산영역의 미분작용소의 관계를 도출하여야 한다.

$$\frac{\partial}{\partial x} = \xi_x \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_x \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (8a)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \xi_y \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_y \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (8b)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} = \left(\xi_{xx} \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_{xx} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) + \xi_{xx}^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \eta_{xx}^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \xi_x \eta_x \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \quad (8c)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} = \left(\xi_{yy} \frac{\partial}{\partial \xi} + \eta_{yy} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) + \xi_y^2 \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \eta_y^2 \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} + \xi_y \eta_y \frac{\partial^2}{\partial \xi \partial \eta} \quad (8d)$$

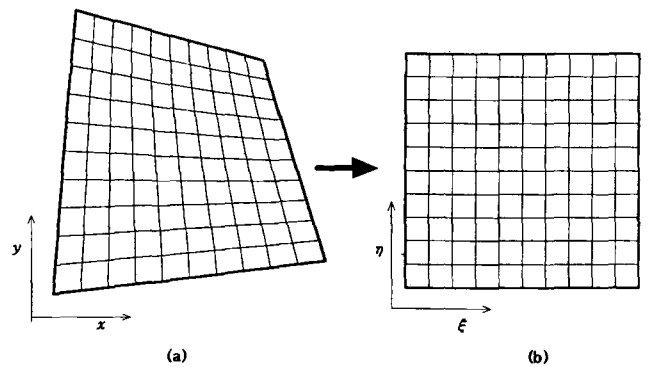


Figure 2. Coordinate transformation from the physical domain (a) to the computational domain (b).

미분작용소의 변환관계로부터 주어진 계산영역에서 지배방정식을 구할 수 있다. 계산영역에서 몸체흐름에 대한 지배방정식은 다음과 같다.

$$(\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} = 0 \quad (9)$$

마찬가지로 Stokes 흐름의 변환식은

$$-\Omega = (\xi_x^2 + \xi_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \partial \eta} \quad (10a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\Omega}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{Q}{J} (\xi_x + \xi_y) \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{Q}{J} (\eta_x + \eta_y) \right) \\ & = v \left(\frac{\partial}{\partial \xi} (\xi_x \frac{A}{J} + \xi_y \frac{B}{J}) + \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta_x \frac{A}{J} + \eta_y \frac{B}{J}) \right) \end{aligned} \quad (10b)$$

$$Q = v\Omega \quad (10c)$$

$$A = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi_x \frac{\Omega}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Omega}{J} \right) \quad (10d)$$

$$B = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi_y \frac{\Omega}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\Omega}{J} \right) \quad (10e)$$

식 (9)와 (10a)는 비보존형(non-conservative form)으로 식 (10b)는 음해법의 적용을 위하여 보존식(conservative form)으로 표시하였다.

수치해석전략

고전적인 분리단열망 모델의 경우 평형 정수압의 분포로부터 단열을 따라 유량을 구하는 방법이 사용되었으나 이는 단열과 단열교차점에서 삼승법칙의 안정성이 뒷받침되어야 한다. 단열교차점에 연관된 각각의 단열에서의 유량을 알 수 있는 경우 유체유동에 대한 해석해를 구할 수 있다(Philip, 1988). 그러나, 유체의 움직임에 유도하는 정수압의 분포에 따라 유량변화를 모의하고자 하는 경우 문제의 성격은 내부의 평형 정수압을 구하는데 있지 않으며 정수압이 주어졌을 경우 속도성분을 구하는 데 있으므로 유체간 간섭에 대한 모의로는 적당치 않다. 따라서, 정상류흐름에 대한 평형문제와 더불어 시간적분(time integration)을 물리적 방향으로 진행시킴이 중요하다. 주어진 문제를 유입구 유량이 주어졌을 때 유출구 방향으로 시간적분을 수행하는 문제로 재구성하는 경우 두 개의 유출구에서 생성되는 유관을 따라 시간적분을 수행할 수 없는 문제점이 있다. 본 연구에서는 분기점 S에서 상류방향 역차분을 통하여 유출구에서의 경계조건으로 주어지는 유함수를 갱신하는 반복법을 사용하여 문제에 접근하였다(Figure 3). 몸체흐름의 경우 재구성된 문제의 경계조건은 Figure 3과 같고 이때 분기점 S에서 유함수를 $\Psi_{i,j}^k$ 라 할 때 경계조건의 갱신식은 다음과 같다.

$$\Psi_{i,j}^{k+1} = \frac{1}{2} [(2\Psi_{i-1,j}^k - \Psi_{i-2,j}^k) + (2\Psi_{i,j-1}^k - \Psi_{i,j-2}^k)] \quad (11)$$

i and j : indices to indicate the grid point S

k : iteration level

경계조건의 갱신은 정규화된 오차가 다음을 만족하도록 반복될

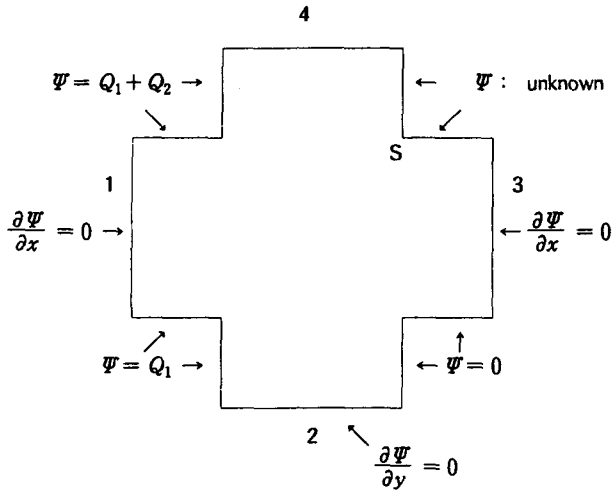


Figure 3. Boundary condition and solution strategy for the numerical analysis for the flow interference at fracture junction.

수 있다.

$$\epsilon = \text{Abs} \left[\frac{\psi_{i,j}^{k+1} - \psi_{i,j}^k}{\psi_{i,j}^{k+1}} \right] < \epsilon_{\max} \quad (12)$$

ϵ : normalized iteration error at (k+1)-level

ϵ_{\max} : convergence criteria

결과 및 토의

분리단열망 모델의 정당성에 대한 일련의 검토작업의 일환으로 단열내 조도와 유량의 관계, 단열교차점에서 유체간 간섭에 대한 연구들이 수행되어 왔다. 본 연구에서는 단열교차점내의 유체 간섭에 대한 경계좌표계 변환법을 이용한 수치적 모의를 수행하였다. 경계조건으로 주어지는 정수압과 단열내 유량의 관계에 대한 문제를 상류에서 하류로 시간적분을 수행하는 문제로 재구성하였으며, 다시 하류 유관의 분기점에서 상류방향 역차분에 의한 유함수 갱신의 문제로 재구성하였다.

단열교차점에서 유체유동 모의를 위하여 몸체유동과 Stokes 유동 방정식이 사용될 수 있다. 비점성 비회전류의 모의를 위한

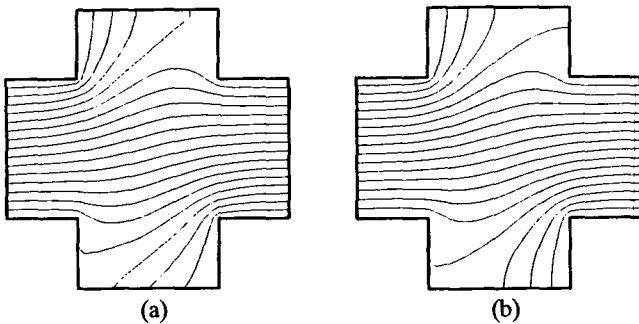


Figure 4. Distribution of the streamlines in plug flow (a) and Stokes flow (b) with Cartesian coordinate system.

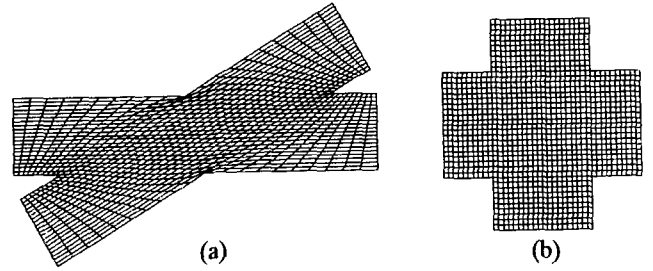


Figure 5. Generated grids in physical space (a) and computational space (b).

몸체유동식과 일반적인 Stokes 유동식에 의한 결과의 차이를 평가하기 위하여 각각의 경우를 Cartesian 좌표계하에서 모의하였다. Figure 4는 유입구 유량 Q_1, Q_2 가 0.8, 0.2로 주어졌을 때 몸체유동과 Stokes 유동에 대한 유선 분포를 보여준다. 이 결과로부터 두 유동양상의 차이가 심각하지 않음을 확인할 수 있다. 따라서, 지하수 흐름과 같이 매우 작은 Reynolds 수에 의하여 통제되는 유동에 있어서 근사적으로 비점성 비회전류에 가깝다는 사실을 확인할 수 있다.

두 단열간의 임의의 경사각에 대하여 수치적 모의를 수행하기 위하여 포물선형 편미분 방정식에 의해 정의되는 변환방정식을 가지는 경계좌표계 변환법을 이용하였다. 경계좌표계 변환법에 의한 유한차분법은 불규칙한 경계를 가지는 물리영역의 문제를 규칙적인 격자를 가지는 계산영역에 적용하고자 할 때 사용될 수 있다. Figure 5는 단열교차점에서 물리영역과 계산영역에서 격자망을 보여준다. 이러한 변환방정식으로부터 얻어지는 각각의 격자점에서 변환 특성치와 Jacobian을 이용하여 계산영역에서 지배방정식을 재정의하였다.

본 연구에서는 두 개의 단열이 $\pi/12 \sim 11\pi/12$ 사이에서 $\pi/12$ 간격으로 교차하고 유입구 1, 2에서 유입량 Q_1, Q_2 가 각각

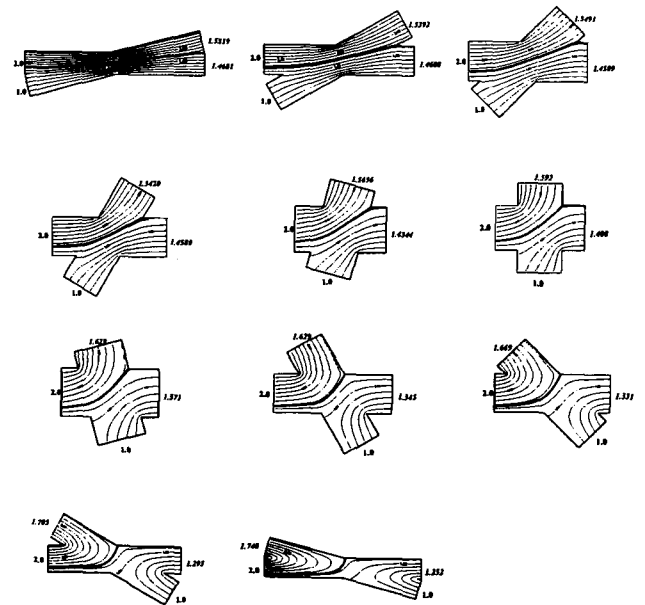


Figure 6. Distribution of the streamlines with varying intersecting angles by $\pi/12$ from $\pi/12$ to $11\pi/12$.

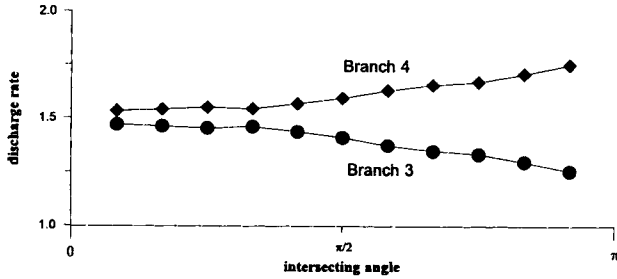


Figure 7. Discharge rates in outlet branches of junction with respect to the intersecting angle of crossing fractures.

2.0, 1.0으로 주어졌을 때 교차각에 따라 유출량의 변화를 계산하였다. Figure 6은 단열간 교차각에 따라 유선의 분포와 단열 교차각에 따른 유출량의 변화를 보여준다. 이를 통하여 단열간 교차각, 단열분포와 압력구배간 교차각이 유체간섭에 영향을 미치는 것을 확인할 수 있다. 이상의 결과로부터 얻어지는 교차각과 유출량사이의 관계를 도식하였다(Figure 7). Figure 7은 교차각에 따라 두 유출구에서 유출량의 차이가 증가함을 보여준다. 이는 교차각이 작을수록 운동량의 확산이 증가하고 따라서 유출구간 유출량의 차이가 미세해짐을 보여준다. 분석의 결과로부터 단열간의 교차각 등 단열교차점의 기하학적 형태가 삼승법칙에 영향을 미치는 것을 확인하였으나 그 정량적인 분포와 실험적 확인은 많은 기술적인 문제를 수반한다. 따라서 단열 교차점에 의한 삼승법칙의 문제점 등 유체간 간섭 현상에 대한 정량적인 관계식 도출을 위하여 향후 엄밀한 수치적, 실험적 고찰이 요구된다.

사 사

이 연구를 수행하는데 한국자원연구소(위탁연구과제명 “균열 암반에서의 지하수 유동 해석 모형 개발”)와 서울대학교 기초과학연구원 지질환경연구소의 일부 지원이 있었다.

참고문헌

- Bear, J., Tsang, C. F., and de Marsily, G., 1993, Flow and contaminant transport in fractured rock, Academic Press, Inc., San Diego.
- Berkowitz, B., Naumanan, C. and Smith, L., 1994, Mass transfer at fracture intersections: An evaluation of mixing models, Water Resour. Res., 30, p. 1765-1773.
- Brown, S. R., 1987, Fluid flow through rock joints: The effect of surface roughness, J. Geophys. Res., 92(B2), p. 1337-1347.
- Brown, S. R., 1989, Transport of fluid and electric current through a single fracture, J. Geophys. Res., 94(B7), p. 9429-9438.
- Franke, O. L., Reilly, T. E. and Bennett, G. D., 1987, Definition of boundary and initial conditions in the analysis of saturated ground-water flow system - An introduction, Open-File Report, Book 3, Chapter B5, US Geological Survey.
- Hoffmann, K. A. and Chiang, S. T., 1993, Computational fluid dynamics for engineers, Engineering Education System, Wichita.
- Hull, L. C. and Koslow, K. N., 1986, Streamline routing through fracture junctions, Water Resour. Res., 22, p. 1731-1734.
- Philip, J. R., 1988, The fluid mechanics of fracture and other junctions, Water Resour. Res., 24, p. 239-246.
- Ryskin, G. and Leal, L. G., 1983, Orthogonal mapping, J. Comput. Phys., 50, p. 71-100.
- Ge, S., 1997, A governing equation for fluid flow in rough fractures, Water Resour. Res., 33(1), p. 53-61.
- Steger, J. L. and Sorenson, R. L., 1979, Automatic mesh-point clustering near a boundary in grid generation with elliptic partial differential equations, J. Comput. Phys., 33, p. 405-410.
- Theodoropoulos, T. and Bergeles, G. C., 1989, A Laplacian equation method for numerical generation of boundary-fitted 3D orthogonal grids, J. Comput. Phys. 82, p. 269-288.
- Wilson, C. R. and Witherspoon, P. A., 1976, Flow interference effects at fracture intersections, Water. Resour. Res., 12, p. 102-104.