저장캐러셀 설계를 위한 최소비용 모델 및 발견적해법
- A Cost Minimization Model and Its Heuristic Solution Procedure for Storage Carousel Designs -

나 윤 균*
Na, Yoon Kyoon

Abstract

A solution procedure to minimize total carousel related costs has been developed under the carousel throughput rate and total storage capacity requirements. The carousel related costs include carousel facility costs which are proportional to the number of carousels and carousel operating costs which are directly related to the moving distances of carousels. The number of carousels is dependent upon the size of a carousel and the moving distances are determined by the size of a carousel, storage item assignment to each carousel, and the item positions in a carousel. When the storage/retrieval requirements for each storage item is equal, an optimal algorithm has been developed. When the storage/retrieval requirements is unequal, a heuristic solution procedure has been developed because of the complexity of the problem.

1. 서론

캐러셀 저장시스템은 저장에 사용되는 일련의 빈이나 배스킷이 서로 연결되어 긴 타원형 궤도 주위를 회전하는 시스템으로서, 공장의 재공품, 저장실의 원자재, 공구실의 공구, 도매점의 서비스 품목이나 기타 품목들의 저장 및 반출작업에 흔히 사용된다. 타원 끝의 적재/하역 스테이션에 작업자들이 위치하여 저장 또는 반출작업을 수행한다. 저장캐러셀은 비교적 낮은 비용, 다양한 기능, 높은 신뢰도 등의 장점을 갖추고 있어 소하물자동창고의 대안이 될 수 있으며 제조공정에서 유용하게 사용될 수 있다.

McGinnis et al.[5]은 자재운반 시스템에 관한 문헌을 정리하였으며, Han and McGinnis[3]는 저장캐러셀의 오더픽킹 비용을 최소화하는 연구를 수행하였다. Bengü[1]는 자동회전 캐러셀에서의 최적 저장위치 결정 방법을 제시하였다. 나윤균[9]은 주어진 작업요구량을 만족시키는 범위내에서 저장캐러셀의 대수를 최소화하는 모델에 대한 계층적해법을 제시하였다. 본 연구에서는 캐러셀 설비비용 및 캐러셀의 운전비용을 포함하는 캐러셀 관련 연간비용을 최소화하는 모델 및 그에 대한 해법을 제시하고자 한다.

2. 대상시스템

저장캐러셀이 저장할 수 있는 재고는 빈의 수에 의해 한정되며 운용비용은 기본적으로 작업

* 수원대학교 산업공학과

처리 비용이다. 즉 저장캐러셀의 작업처리율이 작업능률의 관심사이다. 캐러셀에 소요되는 비용은 각 캐러셀의 설비에 소요되는 비용, 캐러셀의 운전비용을 포함한다. 전체 품목의 저장에 소요되는 빈의 수는 일정하기 때문에 캐러셀 설비에 소요되는 고정비용은 캐러셀의 대수를 적게할수록 적어지게 된다. 그러나 저장캐러셀의 크기를 크게하여 하나의 캐러셀에 모든 품목을 저장하게 되면 저장품목의 수가 많을 경우에는 작업처리에 소요되는 시간이 길어지게 되어 단위시간당 요구되는 작업처리량을 수행하지 못할 수가 있다. 또한 캐러셀 크기가 증가할수록 캐러셀운전에 소요되는 운전비용은 증가하게 된다. 반면에 저장캐러셀의 크기를 작게하면 운전비용은 낮아지지만 여러 대의 저장캐러셀이 필요하게 되어 캐러셀 설비비용 및 캐러셀에 배치되는 인건비의 증가를 초래하게 된다.

본연구에서는 저장품목의 수가 주어졌을 때, 즉 총소요 빈의 수가 알려져 있을 때 단위시간당 작업처리조건을 만족시키면서 캐러셀 설비비용 및 캐러셀 운전비용을 포함하는 총비용을 최소화하는 캐러셀 크기를 결정하고자 한다. 캐러셀 설비비용은 캐러셀의 내용년수, 현재가치, 최저수익율을 고려한 연간회수비용과 캐러셀 한 대당 소요되는 인건비 등을 포함한 고정비용을 연간비용으로 산출하며, 캐러셀 운전비용은 캐러셀이 이동하는 거리에 비례하는 것으로 간주한다. 하나의 캐러셀로 단위시간당 요구되는 작업처리량을 수행할 수 없는 경우에는 크기가 동일한 두 대 이상의 캐러셀이 소요된다.

저장캐러셀의 작업처리 사이클은 저장 또는 반출의 한 가지로만 이루어지는 단일명령 사이클을 사용하며, 저장/반출 스테이션은 고정되어 있고 빈들은 저장/반출 스테이션과 일치되어야 접근이 가능하다. 캐러셀의 속도는 일정하며 가속도와 감속도는 고려하지 않는다. 캐러셀은 양방향 이동이 가능하고, 현재 사용이 된 빈은 다음 작업이 요청될 때 까지 저장/반출 스테이션에 머물러 있는다.

수식모형을 구성하기 위하여 다음과 같은 기호들을 정의하기로 한다.

- C_1 : 캐러셀의 대당 비용 (연간회수비용+연간고정비용)
- C_2 : 캐러셀의 단위거리당 운전비용
- R_k : 캐러셀 k에서의 연간 저장/반출작업 처리 횟수 ($\sum_{j\in N_k} \lambda_j$)
- N : 총 소요 빈의 수
- x : 캐러셀의 대수
- n : 캐러셀 1대가 포함하는 빈의 수
- s : 빈 사이의 간격
- V : 캐러셀의 이동속도
- t_p : 부품을 적재 또는 반출하는데 소요되는 시간
- t_r : 캐러셀당 요구되는 단위작업 평균소요시간
- $d(i,j)$: 부품 i가 현재 입출고 지점에 위치할 때 부품 j에 접근하기 위한 이동거리
- λ_i : 부품 i의 작업율 (부품 i의 단위시간당 작업요구 횟수)
- N_k : 캐러셀 k에 속하는 부품의 집합
- p_i : 캐러셀 내에서 부품 i의 작업요구 확률 ($= \lambda_i / \sum_{j\in N_k} \lambda_j,\ i\in N_k$)

3. 수식모형 및 해법

각 품목의 작업요구율이 모두 같을 경우에는 캐러셀 내에서의 품목들의 저장위치할당은 임의로 해도 무방하나 품목마다 작업요구율이 다른 경우에는 캐러셀 내에서의 품목들의 저장위치에 따라 평균이동거리 또한 달라지게 되므로 다음과 같이 작업요구율이 모두 같은 경우와 그

렇지 않은 경우로 나누어 생각하기로 한다.

(1) $\lambda_i = \lambda$ 인 경우
품목마다 작업요구율이 같은 경우에는 각 작업을 위한 캐러셀의 평균이동거리는 $(n*s)/2$ 로 주어지며 다음과 같은 수학적 모델이 성립한다.

$$\begin{aligned}&\textit{Minimize}\quad C_1 * x + C_2 * (n*s/2) * R\\&\textit{subject to}\\&\qquad n * x \geq N\\&\qquad (n*s)/2V + t_p \leq t_r\\&\qquad\quad n,\ x\text{는 자연수}\end{aligned}$$

목적함수의 첫 번째 항은 캐러셀 설치비용을 나타내며, 두 번째 항은 캐러셀 운전비용을 표시한다. 첫 번째 제약조건식은 전체품목을 저장할 수 있는 빈의 수에 대한 것이며, 두 번째 제약조건식은 단위작업당 처리시간에 관한 것이다. 이 경우에는 두 번째 제약조건식을 만족시키는 최대의 정수 n을 구해서 첫 번째 제약조건식에 대입한 후 그 식을 만족시키는 최소의 정수값 x와 목적함수의 n대신에 N/x를 대입한 목적함수의 값을 최소화하는 x의 값을 비교하여 최적해를 구할 수 있다.

<u>알고리즘 1</u>

<u>(단계 1)</u>
제약조건을 만족시키는 최소의 정수 x를 구하여 x_1이라고 한다.
<u>(단계 2)</u>
목적함수의 n대신에 N/x를 대입한 $f(x)=C_1x+(C_2sR/2)(N/x)$를 최소화하는 x의 값을 x_2라고 한다. ($x_2=\sqrt{C_2sRN/2C_1}$)
<u>(단계 3)</u>
제약조건을 만족시키는 x의 값은 x_1이상이어야 하므로
(i) $x_1 \geq x_2$ 인 경우, $x^*=x_1$이고
(ii) $x_1 < x_2$ 인 경우, $x^*=x_2$ 가 된다.

(2) $\lambda_i \neq \lambda$ 인 경우
알고리즘1에서와 마찬가지로 목적함수는 볼록함수이지만 운전비용은 품목들을 캐러셀에 할당하는 방법과 캐러셀 내에서의 위치할당방법에 의해 좌우된다. 문제의 복잡성으로 인하여 제약조건을 만족시키는 x값이나 목적함수를 최소화하는 x의 값을 구하는 것이 어렵기 때문에 캐러셀의 대수를 고정시킨 후 품목들을 캐러셀에 할당하고, 할당된 품목들을 평균이동거리를 최소화할 수 있도록 캐러셀내의 위치를 결정하도록 하였다.
캐러셀간 품목할당 방법으로는 캐러셀간 이용율의 균형을 유지하면서 캐러셀내에서의 품목간 작업요구율의 차이를 가급적 균등하게 할당하는 방법이 우수한 것으로 판명되었으며[9], 따라서 본 연구에서는 이를 적용하였다. 또한 캐러셀에 저장될 품목들이 결정이 되었을 때 평균이동거리를 최소화하는 저장위치 할당방법은 Bengü[1]에 의해 제시되어 있다.

$$Minimize \quad C_1 * x + C_2 \sum_{k=1}^{x}[\sum_{i\in N_k}\sum_{j\in N_k} p_i p_j d(i,j)] * R_k$$

subject to

$$n * x \geq N$$

$$\sum_{i\in N_k}\sum_{j\in N_k} p_i p_j d(i,j)/V + t_p \leq t_r, \quad k=1,2,\cdots,x$$

n, x는 자연수

먼저 제약조건을 만족시키는 x의 최소 정수값을 구하기 위하여 캐러셀의 대수를 1대 부터 시작하여 각 캐러셀 대수를 고정시킨 후에 품목을 할당하고 품목의 위치를 결정하여 캐러셀의 이동거리를 산출함으로써 작업요구율 조건의 충족 여부를 검사한다. 이렇게 산출된 제약조건을 만족시키는 최소의 정수값 x에 대하여 목적함수 값을 구한다. 목적함수의 첫 번째 항을 $f_1(x)$, 두 번째 항을 $f_2(x)$라 하고 그 합을 $f(x)$로 한다. x를 1만큼 증가시켜 역시 품목할당과 위치결정 과정을 거친 후 그 때의 목적함수 값 $f(x)$을 구하여 $f(x-1)$값과 비교한다. $f(x)$의 값이 $f(x-1)$보다 크면 목적함수의 값은 증가추세이므로 $x^*=x$가 되고 $f(x)$의 값이 $f(x-1)$보다 작으면 목적함수의 값이 감소중이므로 x의 값을 1만큼 증가시켜 같은 과정을 반복한다.

위 모델은 캐러셀의 대수 결정문제, 품목의 캐러셀간 할당문제, 품목의 캐러셀내에서의 위치 결정문제가 복합적으로 얽혀 있어 최적해를 얻는 것이 매우 어렵다. 따라서 본연구에서는 캐러셀 대수를 고정하여 각 캐러셀에 품목을 할당하고, 이어서 할당된 품목들을 캐러셀내에 배치하는 계층적 문제해결 방식을 제시한다.

초기화 단계에서는 캐러셀의 대수를 한 대부터 시작하여 주어진 작업처리 요구율을 충족시킬 수 있는 지를 확인한다. 캐러셀간 품목할당문제는 NP-complete 으로 분류되어 있는 clustering 문제로서 최적해를 구하는 것이 어려우므로, 캐러셀간 이용율의 균형과 캐러셀 내에서의 품목간 작업요구율의 차이를 고려한 기법을 사용하였다.

알고리즘 2

(단계 1)

제약조건을 만족시키는 캐러셀의 대수를 다음과 같은 방법으로 구하여 그 값을 x_0라 하고 목적함수의 값을 $f(x_0)$라 한다.

(i) 캐러셀 대수 $x=1$대로 시작한다.

(ii) 각 품목을 작업요구율이 가장 큰 품목을 첫 번째 캐러셀에 두 번째로 큰 품목을 다음 캐러셀에 할당하고 마지막 캐러셀이 할당된 다음에는 역순으로 마지막 캐러셀 부터 첫 번째 캐러셀로 작업요구율 순서에 따라 할당한다.

(iii) 접근확률이 가장 큰 품목을 먼저 배치하고 접근확률이 그 다음 큰 품목을 가장 큰 품목의 왼쪽에, 그 다음 큰 품목을 가장 큰 품목의 오른쪽에 배치하는 방식으로 번갈아 가면서 좌우에 배치한다

(iv) 만약 모든 캐러셀이 평균 작업처리 요구시간을 만족하면 캐러셀 대수 x대, 단계1과 2에서 얻어진 품목할당 및 품목위치로 결정된다. 그렇지 않으면 캐러셀 대수를 1대 증가시켜 단계1로 돌아간다.

(단계 2)

$x = x_0+1$

(단계 3)

각 품목을 작업요구율이 가장 큰 품목을 첫 번째 캐러셀에 두 번째로 큰 품목을 다음 캐러셀에 할당하고 마지막 캐러셀이 할당된 다음에는 역순으로 마지막 캐러셀 부터 첫 번째 캐러셀로 작업요구율 순서에 따라 할당한다.

(단계 4)

접근확률이 가장 큰 품목을 먼저 배치하고 접근확률이 그 다음 큰 품목을 가장 큰 품목의 왼쪽에, 그 다음 큰 품목을 가장 큰 품목의 오른쪽에 배치하는 방식으로 번갈아 가면서 좌우에 배치한다

(단계 5)

목적함수 값 $f(x)$를 구한다.

(단계 6)

$f(x) < f(x-1)$ 이면(그림1), $x=x+1$로 하여 (단계3)으로 되돌아간다.
그렇지 않으면(그림2), $x^*=x$.

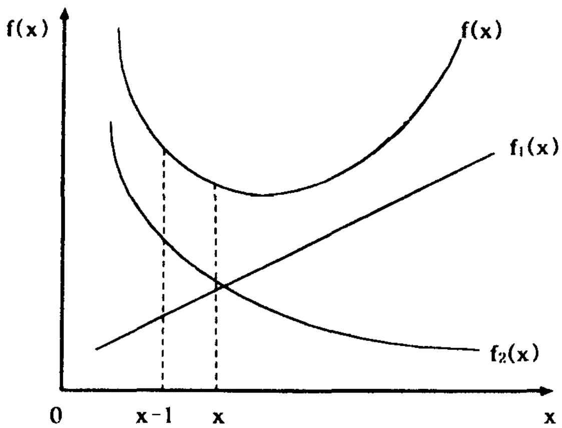

그림 1. f(x) < f(x-1) 인 경우

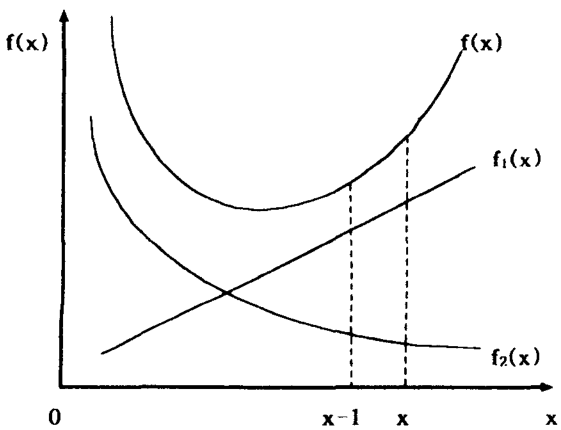

그림 2. f(x) > f(x-1) 인 경우

4. 결론

본연구에서는 저장캐러셀에서 캐러셀 설비비용과 캐러셀 운전비용의 총합을 최소화하는 저장캐러셀 설계방법을 위한 모델 및 해법을 제시하고 있다. 캐러셀 설비비용은 캐러셀의 설비 대수에 관련된 고정비용들을 포함하며, 캐러셀 운전비용은 캐러셀의 크기, 캐러셀간 품목할당방법, 캐러셀 내에서의 품목위치 등에 의해 결정되는 캐러셀의 이동거리에 의해 좌우된다.

각 품목마다 작업요구율이 동일한 경우에는 캐러셀간 품목할당 및 캐러셀 내에서의 위치 결정에 임의 할당방법을 적용할 수 있으므로, 목적함수를 최소화하는 캐러셀의 대수와 제약조건식을 만족하는 최소의 캐러셀 대수를 비교하여, 제약조건식을 만족시키면서 비용을 최소화하는 최적 알고리즘을 개발하였다.

품목마다 작업요구율이 동일하지 않은 경우에는 품목 할당방법으로는 캐러셀간 작업요구율이 균형을 이루면서 캐러셀 내에서의 품목간의 작업요구율의 차이가 크지 않도록 할당하는 방법을 적용하였고 품목위치 결정방법으로는 Bengü의 방법이 사용되었으며, 문제의 복잡성으로 인하여 제약조건식을 만족시키는 최소의 캐러셀 대수를 구하여 대수를 한 대씩 증가시켜 가면서 총비용을 최소화하는 발견적 알고리즘이 사용되었다.

참고문헌

[1] Bengü, G., "An Optimal Storage Assignment for Automated Rotating Carousels," *IIE Transactions,* Vol. 27, No. 1, pp. 105-107, 1995.

[2] Gary, M. R., and Johnson, D. S., *Computers and Intractability,* W. H. Freeman and Company, New York, 1979.

[3] Han, M. H., and McGinnis, L .F., "Automated Work-in-process Carousels: Modeling and Analysis," *MHRC-TR-86-06,* Material Handling Research Center, Atlanta, Georgia, 1986.

[4] Hardy, G. H., J. E., Littlewood, and G. Polya, *Inequalities,* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1952.

[5] McGinnis, L. F., J., Trevino, and J., White, "A Bibliography on Material Handling Systems Analysis," *MHRC-TR-83-06,* Material Handling Research Center, Atlanta, Ga, 1983.

[6] Mongtgomery, D. C., *Design and Analysis of Experiments,* John Wiley & Sons, New York, 1976.

[7] Wilson, H. G., "Order Quantity, Product Popularity, and the Location of Stock in a Warehouse," *AIIE Transactions,* Vol. 9, No. 3, pp. 230-237, 1977.

[8] Wong, C. K., *Algorithmic Studies in Mass Storage Systems,* Computer Science Press, Rockville, Maryland, 1983.

[9] 나윤균, "저장캐러셀의 최소 대수 결정을 위한 해법", 공업경영학회지, 제19권, 39집, 1996, pp. 19-26.