

손실함수에 의한 기대상대손실과 Cpm의 관련성 - The relationship to Expected Relative Loss and Cpm by Using Loss Function -

구본철*

Koo, Bon Cheol

고수철*

Ko, Soo Cheol

김종수*

Kim, Jong Soo

Abstract

Process capability Indices compare the actual performance of manufacturing process to the desired performance.

The relationship between the capability index Cpm and the expected squared error loss provides an intuitive interpretation of Cpm. By putting the loss in relative terms a user needs only to specify the target and the distance from the target at which the product would have zero worth, or alternatively, the loss at the specification limits. Confidence limits for the expected relative loss are discussed, and numerical illustration is given.

1. 서론

품질을 합리적으로 평가하기 위해서 품질의 특성치가 목표치에 얼마나 접근하고 있는가의 품질측도를 다구찌는 손실함수로 정의하여 품질손실이라 부르고 품질손실을 화폐단위로 계량화함으로써 품질의 개념을 객관화하였으며, 목표치를 도입하여 생산자에게 사회적 손실을 고려하게 하여 “규격내의 제품”이 아닌 “목표치에 접근한 제품”을 생산하게 함으로서 품질의 향상에 계속 노력할 수 있게 하였고 비용의 절감면에서도 훨씬 효과적이라는 것을 알려주고 있다.[6][7][9]

성능특성치를 Y라 하고 T를 Y의 이상치 또는 목표치라 하면 Y가 T에서 벗어났을 때의 경제적 손실을 L(Y) 즉, 제품의 수명기간중 임의의 시점에서 Y가 T로 부터 벗어남으로 인하여 소비자가 감수해야 할 손실을 화폐단위로 나타낸 평균적 손실과 제조비용의 함수로 표현된 손실을 손실함수라 하고 2차함수로 근사화하여 사용할 것을 권장하고 있다.[1][2][3]

대부분의 생산현장에서는 제품의 개발 및 제조단계에서 생산공정의 품질변동을 측정하고 규격과 비교하여 변동의 폭을 감소시키기 위하여 제반 통계적 방법들이 이용되고 있으며, 특히 규격과 관련하여 공정능력을 평가하는 척도로서 공정능력지수 Cp 또는 Cpk 를 사용하고 있는

본 논문은 1996년도 동명전문대학 학술연구 조성비에 의해서 연구되었음

* 동명전문대학 공업경영과

데, 이것은 규격내의 제품은 무조건 합격이라는 생산자 자신을 위한 구태의연한 관리방식을 사용하고 있기 때문에 소비자 입장에서의 손실을 알아내는데에는 어려움이 따를 뿐 아니라 Cp 또는 Cpk로서는 성능특성치가 목표치에 얼마나 접근하고 있는가를 알 수 없으며 단지 품질의 산포만으로 공정능력을 평가하기 때문에 소비자의 손실측도(비용)면에서 평가하기가 매우 어렵다. 또한 자연공차라 하여 6σ 를 사용하고 있는데 공정평균은 전혀 고려하지 않고 산포만을 고려하고 있기 때문에 목표치와 공정평균이 일치하지 않을 때에는 많은 문제점을 가지고 있다.

또한, Cp와 Cpk는 계산하기가 쉽고 규격한계에 기초하고 있으므로 품질전문가들이 사용하기에는 편리하지만 공정의 제품이 고객의 요구에 따르지 못할 때 생기는 손실의 평가는 고려하지 못하고 있다. 이에 Taguchi[9]는 제품이 가지는 특성중에서 고객이 요구하는 이상적인 값 T에서 멀어지게 되었을 때 제품의 가치에 미치는 손실을 강조하여 Cpm지수를 소개하였으나 [5][6], 여기서는 품질의 가치적인 면에서 비용의 해석으로서, 기대상대손실과의 관련성을 Cpm에 대한 직관적인 손실비용을 관련시켜 놓으므로써 목표치에서의와 가치를 잃어버리는 점과의 차이에 대한 편차로서의 손실, 또는 규격한계점에서의 손실을 사용자들에게 알 수 있도록 하기 위하여, 품질의 특성치가 목표치에 일치할 때의 품질이 최대가치임을 확인하고, Cpm지수가 기대손실의 개념과 관련되어 있으므로 그의 관련성을 수리적으로 해석분석하여 기대손실의 관점에서 Cpm지수를 전개시켜 모든 경영활동에 이의 사용을 증대시키고자 함에 그 목적이 있다.

2. 기존의 연구

2.1 공정능력지수

공정능력(process capability)이란 공정이 관리상태에 있을 때 그 공정에서 생산되는 제품의 품질변동이 어느정도인가를 나타내는 양으로 다음의 식과 같이 실제 공정의 산포와 허용가능한 공정산포의 비로 나타낸다.[1][5]

$$Cp = \frac{USL - LSL}{6\sigma} \tag{1}$$

단, σ 는 공정의 산포, USL 은 규격의 상한, LSL 은 규격의 하한이다. 그러나, Cp는 공정의 산포만을 반영하고, 목표치와 공정평균의 차이에 대해서는 고려하지 못하였기 때문에 Cp의 단점을 보완하여 공정의 산포뿐만 아니라, 평균의 위치를 반영한 Cpk가 제안되었다.[5]

$$Cpk = \min \left(\frac{USL - \mu}{3\sigma}, \frac{\mu - LSL}{3\sigma} \right) \tag{2}$$

이의 단점은 공정평균과 규격만의 검토로서 공정평균이 목표치에 근접하지 못할 때에는 모순을 갖고 있다. 이후 Chan[8]에 의해 목표치에 대한 공정평균의 근접도를 고려한 Cpm이 제안되었다.

$$Cpm = \frac{(USL - LSL)}{6\sigma'}, \quad \sigma' = \sqrt{E(y - T)^2} \tag{3}$$

여기서 모집단의 모수 σ' 은 미지이므로 그 추정량은

$$\hat{\sigma}' = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - T)^2}{n - 1}} \tag{4}$$

으로 된다. 여기서 $\sigma'^2 = E(y - \mu)^2 + (\mu - |USL - LSL|)^2$ 이고, $\sigma^2 = E(y - \mu)^2$ 이므로 이므로 Cpm은 식(5)와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$C_{pm} = \frac{|USL - LSL|}{6\sqrt{\sigma^2 + (\mu - T)^2}} = \frac{C_p}{\sqrt{1 + \frac{(\mu - T)^2}{\sigma^2}}} \quad (5)$$

C_{pm}은 목표치가 규격중심에 일치하는 (USL-T) = (T-LSL)이라는 가정하에서 나온 값으로서 (USL-T) = (T-LSL)이라는 가정없이 C_{pm}의 개념을 확장한 C_{pm}* 제안되었다.[8][10]

$$C_{pm*} = \frac{\min(USL - T, T - LSL)}{3\sigma'} \quad (6)$$

2.2 C_{pm}과 기대손실함수

규격에 합격된 제품은 무조건 양호하다고 받아들이는 종래의 개념이 매우 비합리적이며, 공정능력지수도 공정평균이 목표치에 일치할 때에는 품질평가의 척도로서 사용이 가능하지만 일치하지 않을 때에는 기존의 공정능력지수로서는 부적합한 것이다. 여기서 Taguchi[6]의 손실함수는 이를 구체적으로 반영하고 있고, 또 현실적인 품질평가로서 합리적인 것이다. 따라서, $\sigma'^2 = E[(Y - T)^2]$ 은 목표치 T로 부터 제품의 특성치 Y가 가지는 기대편차제곱이다. μ 와 σ^2 이 Y의 평균과 분산이라면, 식(7)과 같이 나타낼 수 있다.[2][3][11]

$$\sigma'^2 = \sigma^2 + (\mu - T)^2 \quad (7)$$

목표치에 일치되지 않는 특성치 Y의 비용은 식(8)과 같은 대칭적 제곱오차손실함수에 잘 근사되고 있다. 여기서 k는 손실계수로서 양의 상수이고, 공정의 특성치가 목표치와 일치한다면 손실이 0이 됨을 의미한다.

$$L(Y) = k(Y - T)^2 \quad (8)$$

또한, 이의 기대손실은 식(9)와 같고, 이에 따른 공정능력지수 C_{pm}은 식(10)과 같이 표현할 수 있다.

$$E[L(Y)] = E[k(Y - T)^2] = kE[(Y - T)^2] = k\sigma'^2 \quad (9)$$

$$C_{pm} = k \frac{USL - LSL}{6E[L(Y)]} \quad (10)$$

따라서, C_{pm}은 공정평균이 목표치에 일치하지 않을 경우에 사용할 수 있다. 그러나 만일 $\mu = T$ 이면 C_{pm}은 C_p와 동일하게 된다. 또한, Boiles[8]는 다구찌의 2차손실함수를 이용한 그의 공정능력지수를 C_{pm}⁺라 하고 식(11)과 같이 나타내었다.

$$C_{pm}^+ = \frac{USL - LSL}{6\sqrt{E(L)}} \quad (11)$$

여기서 E(L)은 2차손실함수의 기대치이다. 즉,

$$L(Y - T) = \begin{cases} k_1(Y - T), & Y \leq T \\ k_2(Y - T), & Y \geq T \end{cases}$$

로 정의할 때 E(L)은 식(12)와 같이 나타낼 수 있다.

$$E(L) = \sigma^2 [(1 + \zeta^2) \{ k_1(1 - \Phi(\zeta)) + k_2\Phi(\zeta) \} - (k_1 - k_2)\zeta\phi(\zeta)] \quad (12)$$

여기서

$$\zeta = (\mu - T)/\sigma \text{이고, } k_1 = (\beta_2/\beta_1)k_0, \quad k_2 = (\beta_1/\beta_2)k_0, \quad \beta_1 = (T - LSL)/(USL - LSL),$$

$\beta_2 = (USL - T)/(USL - LSL), \quad k_0 = \max \{ (\beta_1/\beta_2), (\beta_2/\beta_1) \} / 2(\beta_1^2 + \beta_2^2)$ 이며, k_1 과 k_2 는 손실계수이고, k_0 는 k_1 과 k_2 의 기하평균 ($k_0 = \sqrt{k_1 k_2}$)이다. β_1 은 목표치가 하한규격쪽

으로의 치우침의 비율이고, β_2 는 상한규격쪽으로의 치우침의 비율이며, $\Phi(\cdot)$ 와 $\phi(\cdot)$ 는 각각 표준정규분포의 누적분포함수와 확률밀도함수이다. 만일 $\beta_1 = \beta_2 = 1/2$ 이고 $E(L) = \tau^2$ 으로서 대칭인 경우에는 C_{pm+} 는 C_{pm} 과 동일하고 k_0 가 결정되면 $\mu = T$ 일때 $C_{pm+} = C_p$ 가 된다.

3. 손실함수에 의한 기대상대손실의 추정

제품의 특성치를 Y 라 하고 T 를 Y 의 목표치라 하자. 만약 Y 가 정확히 T 에 일치한다면, 이때의 제품가치를 Wt 라 하고, 손실함수식에 의한 제품의 가치는 식(13)과 같다.

$$W(Y) = Wt - k(T - Y)^2 \tag{13}$$

제품의 가치를 0이라 할때 목표치 T 로 부터 Y 의 거리를 Δ 라 정의하면 식(14)를 얻게 된다.

$$0 = Wt - k\Delta^2, \text{ or } \Delta^2 = \frac{Wt}{k} \tag{14}$$

식(8)과 같이 연속적인 손실함수를 사용하는 목적은 잘 알려져 있으나[13] Wt 와 k 에 대한 정확한 추정치를 얻기는 어려울 것이며, 그대신 최대잠재가치에 관한 상대손실을 고려하게 되면, 연속손실함수의 이점을 가지게 되고, wt 를 사용하여 표준화 시킴으로써 정보의 요구량을 다소 감소시키게 된다.[9][11]

최대잠재가치에 대한 상대손실은 식(15)와 같고 그의 기대상대손실은 식(16)과 같이 된다.

$$Lr(Y) = \frac{k(Y - T)^2}{Wt} = \frac{(Y - T)^2}{\Delta^2} \tag{15}$$

$$Le = E[Lr(Y)] = \frac{E[(Y - T)^2]}{\Delta^2} \tag{16}$$

따라서, 이들에 대한 기대상대가치는 식(17)과 같다.

$$E[W(Y)/Wt] = 1 - Le \tag{17}$$

σ 을 식(3)과 같이 정의하면, 식(16)의 기대상대손실은 식(18)과 같이 표현할 수 있고, 식(10)의 C_{pm} 지수는 식(19)와 같이 유도할 수 있다.

$$Le = \left(\frac{\sigma}{\Delta}\right)^2 \tag{18}$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\Delta Le} \tag{19}$$

Δ 를 지적하는 한가지 방법으로서 규격한계점에서의 손실을 명시할 것을 Phadake[11]가 제시하였으며, 따라서 규격한계에서의 손실이 A_0 라 하면, 목표치 T 로 부터의 편차를 D 로 했을 때

$$A_0 = loss(USL) = loss(T + D)$$

라 나타낼 수 있다. 또한, 식(8)의 손실함수에 따르면 $A_0 = kD^2$ 이고, 식(14)를 이용하면 식(20)과 같이 된다.

$$\frac{A_0}{Wt} = \frac{D^2}{\Delta^2} \tag{20}$$

따라서 식(18)과 식(19)를 다시 써 보면 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$Le = \left(\frac{\sigma}{D}\right)^2 = \frac{A_0}{Wt} \tag{21}$$

$$C_{pm} = \frac{2D}{6\Delta\sqrt{Le}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{A_0}{WT \cdot Le}} \quad (22)$$

만일 Y의 분포에 대한 모수들이 알려져 있지 않다면, $\sigma(Le)$ 을 표본으로 부터 추정해야만 한다. 따라서 Boyles[10]는 식(23)과 같은 추정량을 사용하도록 제안 했다.

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - T)^2 = \hat{\sigma}^2 + (\bar{Y} - T)^2 \quad (23)$$

여기서

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \text{이고, } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i \text{이다.}$$

따라서 기대상대손실과 C_{pm} 의 추정식은 식(24)와 식(25)가 된다.

$$\widehat{Le} = \left(\frac{\hat{\sigma}}{A}\right)^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - T)^2}{nA^2} \quad (24)$$

$$\widehat{C}_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\Delta\sqrt{\widehat{Le}}} \quad (25)$$

만일 Y가 평균 μ , 분산 σ^2 인 정규분포를 따른다면, 즉, $Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ 이라면, 식(26)는 자유도 n을 가진 비심카이제곱분포를 하고, 비심파라메타인 λ 는 식(27)과 같다.

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - T)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{Y_i - \mu}{\sigma} + \frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2 \quad (26)$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2 = n\left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2 \quad (27)$$

따라서 식(26)을 다시 쓰면 식(28)이 되며, (24)를 이용하여 식(29)를 만들게 된다.

$$\frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (Y_i - T)^2 \sim x_{\lambda}^{\prime 2}(n) \quad (28)$$

$$\frac{\widehat{Le}}{Le} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - T)^2}{n\sigma^2} \quad (29)$$

그리고, 식(23)으로 부터 식(30)을 유도해 낼 수 있으며, 식(28)~(30)을 사용하여 식(31)로 나타낼수 있다.

$$\frac{n\hat{\sigma}^2}{\sigma^2} = n\left[1 + \left(\frac{\mu - T}{\sigma}\right)^2\right] = n + \lambda \quad (30)$$

$$\left(\frac{n + \lambda}{Le}\right) \widehat{Le} \sim x_{\lambda}^{\prime 2}(n) \quad (31)$$

식(31)을 자유도 n의 $x_{\lambda}^{\prime 2}$ 분포의 상한 $1 - \alpha$ 의 량을 나타내는 확률을 식(32)에 나타내고, 식(32)의 대괄호속을 재정리해 보면 식(33)과 같다.

$$\Pr\left[\left(\frac{n + \lambda}{Le}\right) \widehat{Le} \geq x_{\lambda}^{\prime 2}(1 - \alpha, n)\right] = 1 - \alpha \quad (32)$$

$$\Pr\left[Le \leq \left(\frac{n + \lambda}{x_{\lambda}^{\prime 2}(1 - \alpha, \lambda)}\right) \widehat{Le}\right] = 1 - \alpha \quad (33)$$

그러므로 기대상대손실에 대한 상한 1- a 신뢰한계는 식(34)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{n+\lambda}{x_n'^2(1-\alpha,\lambda)}\right)\widehat{Le} \tag{34}$$

여기서 $x_n'^2(1-\alpha,\lambda)$ 는 자유도 n, 비심파라메타 λ 를 가지는 비심카이제곱분포의 상한 1- a의 량이다. 이에 Boyles[10]는 아래의 식(35)와 같은 근사식을 사용할 것을 제안했다.

$$\frac{n+\lambda}{x_n'^2(1-\alpha,\lambda)} = \frac{v}{x_v^2(1-\alpha)} \tag{35}$$

$$v = \frac{(n+\lambda)^2}{n+2\lambda} \tag{36}$$

여기서 모수 λ 와 v 는 추정량으로 사용하여 Le에 대한 근사적인 상한 (1- a) 100% 신뢰한계로 나타내면 식(37),(38),(39)로 된다.

$$\left(\frac{\hat{v}}{x_v^2(1-\alpha)}\right)\widehat{Le} \tag{37}$$

$$\hat{v} = \frac{(n+\lambda)^2}{n+2\lambda} \tag{38}$$

$$\lambda = n\left(\frac{\bar{Y}-T}{\hat{\sigma}}\right)^2 \tag{39}$$

Boyles[10]는 $\sqrt{x_v^2(1-\alpha)/\hat{v}}$ 값을 표로 정리하여 제시하고 있으며, $\hat{v} > 100$ 인 경우에 비심카이제곱분포는 정규분포에 근사될 수 있음을 나타내고, 이것을 기대상대손실 Le에 대해서 결과를 나타내 보면 식(40)과 같다.

$$\left(1 - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{2\hat{v}}}\right)^{-2}\widehat{Le} \tag{40}$$

4. 수치예제

어떤 공정으로 부터 100개의 랜덤샘플을 취하여 표본평균 \bar{Y} 와 표본분산 s^2 에 의해 $\hat{\sigma}^2$ 를 계산하였다. 제품이 규격한계를 벗어나면 그의 값은 0 이 되며, 규격한계는 목표치로 부터 $\pm 6s$ 로 설정하였다. 표본평균은 목표치로 부터 표준편차의 3배까지의 어떤 위치에 있다고 가정하여 어떤 위치 x를 0.5s의 간격으로 변화시켜 가면서 식(23),(24),(25)를 사용하여 모분산에 대한 추정치를 계산한 후 그로부터 기대상대손실과 Cpm의 추정치를 계산해 본 결과치는 <표 1>과 같다. 단, 규격한계는 $T \pm \Delta$, $\Delta=6s$, $\bar{Y}=T+xs$ 이다. 식(22)~(24)를 다시 사용해 보면,

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{n-1}{n} s^2 + (\bar{Y}-T)^2 = \frac{n-1}{n} s^2 + (xs)^2$$

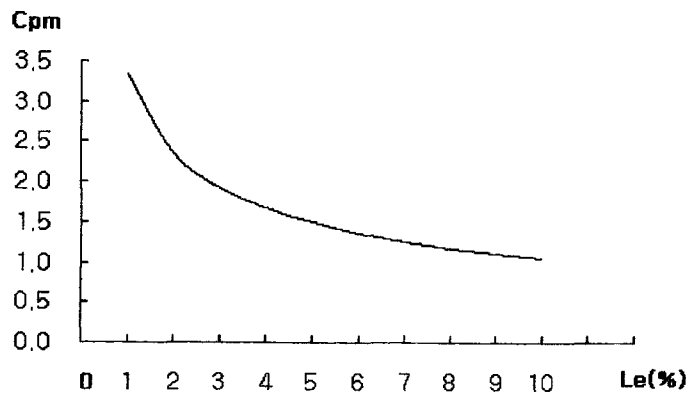
$$\widehat{Le} = \left(\frac{\hat{\sigma}'}{\Delta}\right)^2$$

$$C_{pm} = \frac{USL - LSL}{6\Delta\sqrt{\widehat{Le}}}$$

과 같다

<표 1> 표본평균의 변화에 따른 기대상대손실과 Cpm

\bar{Y}	0.0S	0.5S	1.0S	1.5S	2.0S	2.5S	3.0S
$\hat{\sigma}^2$	$0.99S^2$	$1.24S^2$	$1.99S^2$	$3.24S^2$	$4.99S^2$	$7.24S^2$	$9.99S^2$
\hat{L}_e	0.0275	0.0344	0.0553	0.0900	0.1386	0.2011	0.2775
\hat{C}_{pm}	2.010	1.797	1.417	1.111	0.895	0.743	0.633



<그림 1> 기대상대손실과 Cpm의 관계

표-1에서와 같이 표본평균이 목표치에 근접해 있을 때는 품질이 양호하여 기대상대손실의 추정치가 2.7% 정도로 낮은 비율을 갖고 있지만 목표치로부터 표준편차의 2배정도로 벗어난 위치에서의 기대상대손실은 약 13.9%로서 별로 좋지 못한 공정의 품질이라 판단된다. <그림 1>에서는 평균품질이 목표품질에 접근할수록 기대상대손실은 0에 가까워 지고 Cpm은 2이상이 되어 공정능력이 최대치가 됨을 확인할 수 있다. 또한, 식(38)과 (39)를 이용해보면

$$\lambda = n \left(\frac{\bar{Y} - T}{\hat{\sigma}} \right)^2 = 100 \frac{(2.0s)^2}{\left(\frac{n-1}{n} \right) s^2} = 404.04$$

$$\hat{v} = \frac{(n + \lambda)^2}{n + 2\lambda} = \frac{(100 + 404.04)^2}{100 + 2(404.04)} = 279.77$$

가 얻어지게 되고, 식(40)에 의한 기대상대손실의 근사적인 90% 상한신뢰한계는

$$\left(1 - \frac{Z_\alpha}{\sqrt{2\hat{v}}} \right)^{-2} = \left(1 - \frac{1.282}{\sqrt{2(279.77)}} \right)^{-2} (0.1386) = 0.155$$

가 되어 90%신뢰수준에서 좋지 못한 공정에서 발생한 품질의 기대상대손실은 15.5%정도가 된다고 볼 수 있다.

5. 결론

Cpm과 Le는 각각 나름대로의 장점을 가지고 있다. Cpm은 품질전문가들에게 잘 알려진 전통적 공정능력지수들에 밀접하게 관련되어 있으며, 공정의 변동이 감소되었을 때는 상한한계를 갖지 않는다. 그러나 기대상실손실 Le는 확실한 손실함수의 사용을 필요로 하고 있으며 제품의 가치손실이라는 관점에서 보다 쉽게 해석 될수 있고, 더구나 손실을 관련용어로 표현함으로써 단지, 목표치와의 차이로 인한 제품의 가치가 필요할 따름이다. 그러나 경영자나 관리자들은 모든 데이터들을 화폐가치로 나타낼 필요가 없다고 하겠지만, 실제적으로 품질손실은 사회에 끼치는 총손실을 말해야 되며, 모든 손실은 결국 생산자에게 되돌아 가게 된다는 개념을 수반하게 된다. 그러나, 실제로는 품질의 결여에서 오는 총손실을 결정하기는 어려우며, 이차손실은 근사적인 것임을 인식해야만 한다. 단지, 손실비 Δ 가 과소평가되지 않도록 보증하는 것이 중요하며 실제로 불량품에 기인하는 손실은 알려져 있지 않으며 또 알 수도 없다는 데밍의 주장[12]을 심각하게 받아 들여야만 한다.

따라서, 본 연구의 손실함수적 접근방법은 가장 이상적인 특성치에 초점을 두게 함으로써 전통적 규격한계를 이용한 공정능력지수보다 우수함을 알 수 있고, 또한 목표치의 치우침에 관계 없이 공정능력을 정확하게 평가할 수 있으며, 공정의 민감한 변화에 영향을 받는 공정이나 일반적인 공정에서도 공정변화에 따른 비용의 차이가 큰 공정에 적용해 보면 기존의 Cp나 Cpk를 사용했을 때보다 공정능력을 정확히 평가할 수 있으므로 고객 요구를 충족시킬 수 있는 효율적인 경영활동의 지표가 될 수 있음을 확인할 수 있다.

참고문헌

1. 황의철, 품질경영, 박영사. 1992.
2. 박성현, 다구찌방법과 통계적 공정관리를 중심으로 한 품질공학, 민영사. 1993.
3. Taguchi, G., Wu, Y., (1980) " *Introduction to OFF-LINE Quality Control*", Center Japan Quality Control Association, pp.1-24.
4. Dehnad, K., (1989) " *Quality Control, Robust Design, and the Taguchi Method*", AT&T Bell Laboratories, pp.5-11.
5. Kane, V. E. (1986). "Process Capability Indices". *Journal of Quality Technology* 18, pp. 41-52.
6. Taguchi, G., *Quality Engineering Series 1*, Japanese Standard Association, 1988, pp. 01-26.
7. Hsiang, T. C. and Taguchi, G (1985). "A Tutorial on quality Control and Assurance - The Taguchi Method". ASA Annual Meeting, Las Vegas, NV.
8. Chan, L. K.; Cheng, S.W.; and Spiring, F.A. (1988). "A New Measure of Process Capability ; Cpm". *Journal of Quality Technology* 20, pp. 162-175.
9. Taguchi, G., Elsayed, E., A., and Hsiang, T., C., " *Quality Engineering in Production Systems*", Mcgrow-Hill, 1989, pp. 45-63.
10. Boyles, R. A. (1991). "The Taguchi Capability Index". *Journal of Quality Technology* 23, pp.17-26.
11. Phadake, M.S.(1988). " *Quality Engineering Using Robust Design*." Prentice-Hall International, pp.1-12.
12. Deming, W.E., ; *Elimentary Principles of Statistical Control of Quality*, pp.95-120.
13. Taguchi, G. and Clausing, D. (1990). "Robust Design". *Harvard Business Review*, January-February, pp. 65-75.