

회로기판 생산에서의 대형 외판원문제를 위한 경험적 해법의 응용

- An Application of Heuristic Algorithms for the Large Scale Traveling Salesman Problem in Printed Circuit Board Production -

백 시 현*

Paik, Si-Hyun

김 내 현*

Kim, Nae-Heon

Abstract

This study describes the important information for establishing Human Computer Interface System for solving the large scale Traveling Saleman Problem in Printed Circuit Board production. Appropriate types and sizes of partitioning of large scale problems are discussed. Optimal tours for the special patterns appeared in PCB's are given. The comparision of optimal solutions of non-Euclidean problems and Euclidean problems shows the possibilities of using human interface in solving the Chebyshev TSP. Algorithm for the large scale problem using described information and coputational result of the practical problem are given.

1. 서론

전자회사에서 최근 생산되는 제품들은 소형화, 고집적화 되고 있는 추세이며, 이러한 제품들을 구성하고 있는 주요 부품은 회로기판이다. 컴퓨터, 비디오, 캠코더, 카메라 등에 소요되는 회로기판의 수요는 날로 증대되고 있으며 그 종류도 다양화 되고 있다. 회로기판 수요의 증대와 종류의 다양화는 생산자로 하여금 유연 생산라인의 도입이나 생산 방식의 개선을 통한 제품 납기의 단축, 재고 수준을 낮추는 등 생산성 향상을 위한 노력을 강구토록 하였다.

회로기판 제조 과정에서 생산성 향상과 관련된 외판원문제는 다음의 세 가지를 들 수있다. 첫 번째 외판원문제는 미리 구멍을 뚫어는 회로기판에 소형의 전자 부품을 장착하는 작업이다. 자삽기는 용기에서 부품을 집어 회로기판에 삽입하는데, 어느 용기에 어떤 곳에 삽입할 부품을 배치하며, 어떤 순서로 삽입할 것인가에 따라 작업 시간이 달라진다. 용기와 회로기판의 운동 방향과 부품을 집는 위치 및 회로기판에 부품을 장착하는 위치의 고정성 여부에 따라 다르게 변화되는 이 문제에 대해 많은 연구가 진행되어 왔고 또한 진행되고 있다. 두 번째 외판원문제는 회로기판에 부품을 삽입하기 위한 구멍이나 또는 회로기판의 두면을 연결하는 회로를 구성하는 구멍을 뚫는 순서를 결정하는 문제이다. 뚫어야 하는 구멍의 숫자는 회로기판의 사용

*아주대학교 기계 및 산업공학부

목적과 한 장의 판 위에 몇 개의 동일한 회로기판이 그려 있느냐에 따라 다르며, 대체로 수 백에서 수 천개에 달한다. 한 장의 판 위에 동일한 회로기판이 여러개 그려져 있는 경우에는 같은 모양의 배열이 복사된 회로기판의 숫자만큼 반복된다. 세 번째 외판원문제는 회로기판의 회로를 구성하기 위한 마스크의 제작이다. 회로기판의 회로는 사진의 제작과정과 유사하다. 회로기판상에 나타나야 될 회로를 유리로 된 마스크에 빛을 차단할 수 있는 물질로 미리 그린 후 빛의 근원과 기판 사이에 이 유리 마스크를 놓고 기판에 빛을 비추면 회로기판에는 필요한 회로만 나타나게 된다. 회로는 반경이나 폭이 다른 점이나 선들로 구성되어 있는데, 유리 마스크상에 회로를 구성하는 점들과 선들을 어떠한 순서로 그리는 것이 마스크의 제작시간을 최소화 할 수 있는가의 문제이다.

본 논문의 연구의 대상이 되는 회로기판 천공문제는 일반적으로 기판에 천공 되는 구멍의 직경이 모두 같지 않으며, 서로 다른 직경의 구멍을 뚫기 위해서는 드릴을 바꾸어야 한다. 그런데 드릴을 바꾸는 시간이 이동시간에 비하여 상대적으로 많이 걸리기 때문에, 한 번 드릴을 선택하면 같은 크기의 구멍은 동시에 천공하는 것이 바람직하다.

이 문제의 목표는 생산시간을 최소화하는 천공 순서를 결정하는 것이다. 구멍을 뚫는 시간은 변하지 않기 때문에 오직 천공경로의 단축만이 생산시간을 감축할 수 있다. 이 문제는 자연스럽게 구멍의 크기에 따라 몇 개의 부분문제로 나뉘며, 드릴의 위치가 원점에 있다고 가정하면 원점을 출발하여 같은 크기의 구멍을 모두 천공한 후 다시 원점으로 돌아오는 외판원문제의 최소 경로를 구하는 문제가 된다.

회로기판 문제의 또 하나의 특성은 천공하는 드릴의 위치는 고정되어 있고, 회로기판은 횡축 방향과 종축 방향으로 움직이는 두 개의 구동 모터에 의하여 동시에 양 방향으로 움직일 수 있다. 따라서 천공할 기판의 위치가 드릴이 위치한 곳으로 이동하는 시간은 횡축 방향의 이동시간과 종축 방향의 이동시간중 긴 시간 만큼 걸리기 때문에 두 점간의 거리는 체비세프거리로 주어진다. 따라서 우리가 풀어야 할 문제는 두 도시간의 거리가 체비세프거리로 주어지는 방문할 도시가 수백개에서 수천개에 달하는 대형의 외판원문제이다.

구동 모터의 성능에 따라 횡축 방향의 속도와 종축 방향의 속도가 다른 경우도 있으나 횡축과 종축을 스케일링을 하여 처리할 수 있으므로 각 축 방향의 속도는 같다고 가정한다. 또한 회로기판의 이동시 기판의 이동 속도는 가속상태, 최고속도 이동상태, 정지를 위한 감속 상태로 나누어 생각할 수 있는 경우가 있어, 가까운 두 점 사이의 이동시간이 오히려 충분한 가속을 할 수 없기 때문에 멀리 있는 두 점 사이의 이동시간 보다 더 걸리는 경우도 있으나, 본 연구에서는 이동시간은 거리에 직접 비례한다고 가정한다.

이러한 특성을 갖는 회로기판 천공의 대형 외판원문제는, 제품의 설계 변경이나 또는 새로운 제품의 출현으로 수시로 새로운 문제로 변하며, 때로는 실시간에 그 천공경로를 구해야한다. 본 연구는 새로운 경험적인 해법의 제거나 또는 기존해법의 질적, 시간적 개선이 목적이 아니며, 생산성을 높이고 비용을 절감하고자 부단히 노력하는 기업에서 제기된 대형의 외판원문제를 많은 비용을 들이지 않고 퍼스널컴퓨터상(Pentium-166, RAM 32 Mega)에서 기존의 쉬운 경험적인 해법과 인간의 개입을 통해 좋은 해를 발견할 수 있는 소프트웨어의 제작을 위하여 이에 필요한 결과를 도출하는 것을 목표로 한다.

2절에서는 실제 생산현장에서 제기된 문제를 제시하고, 이 문제의 수학적인 모형과 최적해법, 경험적인 해법을 간단히 검토한다. 3절에서는 체비세프거리, 유클리드거리, 렉티리니어거리(Rectilinear Matric)를 사용하여 얻은 최적해들을 분석하여 이들 사이의 관계를 살펴보고, 특수한 배열을 포함하고 있는 대형 외판원문제의 분할방법과 해의 개선방법을 제시한다. 4절의 사례연구에서는 3절에서 제시된 방법을 실제 문제에 적용하여 개선된 결과를 보이고, 5절에서 결론을 맺는다.

2. 외판원문제

2.1 문제의 제시

전자회사는 고객이 요구하는 새로운 종류의 제품을 수주하게 되면, 고객이 요구하는 기능을 갖는 제품을 설계한다. 이 제품에 내재되는 회로기판은 한 장의 커다란 판위에 여러장이 그려져, 천공기에 의해 구멍이 뚫린 후 절단기에 의해 여러장으로 잘려지게 된다. 만일, 100개의 구멍이 뚫린 기판을 커다란 판 위에 10장을 그릴 수 있다면 천공기는 커다란 한 장의 판 위에 1000개의 구멍을 뚫어야 한다. 그런데 회사는 작업시간을 단축하기 위하여 1000개의 구멍이 뚫려야 할 기판을 여러장 겹쳐서 천공기로 하여금 구멍을 뚫게 할 뿐만 아니라, 구멍을 뚫는 속도도 가급적 빠르게하기를 원한다. 천공속도를 가속하게 되면 여러장이 겹쳐진 기판 위에 무리한 힘이 가해지게 되고, 이 힘으로 인하여 여러장의 기판은 휨이 발생하고 때로는 이 힘으로 인하여 천공위치에 오차가 발생하여 불량 회로기판을 생산하게 된다.

회사가 갖고 있는 고민은 한 종류의 기판의 생산량이 많지 않다는데 있다. 어느 기판은 작게는 500개에서부터 몇 천개에 이르기 때문에, 효율적인 생산계획에 따른 작업이 용이하지 않고, 때로는 납기를 맞추기 위하여 무리하게 작업을 가속할 수 밖에 없다. 무리한 작업으로 인한 불량품의 증가는 비용의 증가를 가져오고 이러한 비용의 상승은 회사 수익의 감소로 나타나 경쟁력을 약화시키는 요인으로 작용한다.

천공기가 한 장의 회로기판을 작업하는 시간중 이동시간과 천공시간의 비는 대략 2:1 정도이며, 작업시간의 5% 단축으로 5억원 정도하는 천공기를 한 대 절감할 수 있기 때문에 이동시간을 10% 정도 단축할 수 있다면 년 5억원의 절감 효과를 얻을 수 있는 것이다.

2.2 수리모형 및 문헌연구

외판원문제(Traveling Salesman Problem; TSP)는 방문해야 할 도시들이 결정 되어 있을 때, 이 도시들을 모두 방문하는 최소의 거리를 갖는 방문 경로를 찾는 문제이다.

Combinatorial Optimization 문제의 대표적인 외판원문제는 그 응용 분야가 다양하기 때문에, 지난 20년간 많은 연구자들의 관심을 끌어 왔고 또한 최적해를 구하는 연구에서도 괄목할 만한 진전을 이루었다. 1954년 Danzig, Fulkerson 과 Johnson[1]에 의해 48개 도시의 외판원 문제의 최적해를 구하는 연구를 출발점으로하여, 1980년 318개 도시의 외판원문제[2], 1991년 3038개 도시의 외판원문제, 1993년 4461개 도시의 외판원문제[3]의 최적해를 구하는 경이적인 발전을 이루었다. 이와같은 놀라운 연구 결과는 컴퓨터 계산 능력의 발달로 인한 도움이 없었던 것은 아니지만, 수학적 이론의 뒷받침과 효율적인 해법의 발견에 기인했다. 그러나 이러한 발전에도 불구하고 외판원문제가 완전히 해결되었다고 말할 수 없다.

대형 외판원문제의 최적해를 구하는 해법이 같은 숫자의 도시를 방문하는 문제를 풀 경우에도 문제에 따라 계산 시간이 엄청나게 차이가 나며, 방문할 도시의 갯수에 따른 최적해의 계산 시간도 예측할 수 없다. 그러나 무엇보다도 심각한 문제는 몇 백개의 도시를 방문하는 외판원문제의 최적해를 구하기 위하여 슈퍼컴퓨터의 중앙연산장치 사용 시간이 수 시간이 넘는다는 점이다. 그런데 생산 현장에서 제기되는 문제들은 도시의 수가 이 보다 훨씬 더 많아서, 최적해를 구할 수 없기 때문에, 각 문제의 특성을 이용하는 경험적해법의 개발이 요구 된다. 물론 이미 많은 좋은 경험적인 해법이 개발되어 있어, 어떤 경험적인 해법은 불과 최적해보다 몇 % 정도 밖에는 나쁘지 않은 좋은 결과를 주기도 한다. 그러나 이러한 경험적인 해법의 사용도 전문인력의 참여, 효율적인 소프트웨어의 제작등 많은 비용이 소요된다.

이러한 많은 응용을 갖는 외판원문제의 수리모형은 다음과 같다.

매개변수 및 변수:

c_{ij} = 도시 i 에서 도시 j 까지의 거리.

$x_{ij} = 1$, 도시 i 에서 도시 j 로 갈 경우.

0, 그렇지 않은 경우.

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n-1 \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (5)$$

위의 식 (1)은 목적함수로서 전체경로를 최소화하며, 식 (2)는 각 도시에서는 반드시 다른 도시로 한번 나가야 하고, 식 (3)은 모든 도시로 들어오는 경로는 하나뿐임을 의미한다. 식 (4)는 부분경로를 제거하는 제약식이다.

두 점 사이의 거리 c_{ij} 일반적으로 유클리드거리인 L_2 norm으로 주어지나, 회로기판의 천공 문제는 체비세프거리인 L_1 norm이 주로 사용 되며, 때로는 렉티리니어거리인 L_∞ norm이 사용 되는 문제도 있다. 거리의 특성에 따른 외판원문제의 연구 문헌은, Barachet[4], Norback and Love[5], Papadimitriou[6], Yi-Chen Su, Collin Wang, Pius J. Egbelu and David J. Cannon [7] 에게서는 유클리드거리의 외판원문제를, Allison and Noga[8]에게서는 렉티리니어거리의 외판원문제를, Goetschalckx[9]과 Bozer, Schorn and Shapr[10], Leipala and Nevalainen[11]에게서는 체비세프거리의 외판원문제를 찾아 볼 수 있다. 외판원문제는 쉽게 최적해를 구할 수 없는 NP-hard 문제이다[6]. 따라서, 최적해를 구하는 것이 매우 어렵기 때문에 많은 경험적인 해법이 연구 되어왔고 또한 많은 좋은 경험적인 해법이 발견 되었다.

일반적으로 경험적인 해법들은, 부분경로를 구해 점차적으로 연결하는 방법등을 사용하여 초기경로를 구성한 후, 이 초기 경로를 개선시킨다. 초기경로의 구성 방법은 임의의 도시에서 시작하여, 현재의 도시에서 가장 가까이에 있는 도시를 차례로 경로에 삽입하는 Nearest Neighbor Heuristic(NNH), 방문할 도시들로 구성되는 집합의 convex hull을 구한후, 경로에 아직 포함되지 않은 도시를 가장 적은 거리가 증가되도록 삽입하는 Convex Hull Heuristic(CHH)[12]등이 있다. Croes[13]와 Lin[14]은 2-opt와 3-opt를 이용해 경로를 개선하는 방법을 제기했고, 이 보다 확장된 k-opt절차를 Lin and Kernighan[15]이 다루었다. 그러나 좋은 근사해를 얻을 수 있는 효율적인 방법들도 대형의 외판원문제를 푸는 효과적인 방법은 될 수 없다. 대형의 문제를 풀기 위하여는 많은 계산을 하여야 하기 때문에, 특히 실시간과 관계가 있는 제약을 갖는 대형의 외판원문제나 또는 빠른 시간에 대형의 외판원문제의 해를 구해야 하는 경우에는 위에서 제시된 방법을 직접 대형의 문제에 적용할 수 없다. 유클리드거리를 갖는 대형 외판원문제를 풀 수 있는 빠른 방법들은 Space Filling Curve Heuristic, Strip Heuristic, Partial Representation Heuristic, Decomposition Heuristic[3] 등이 있다.

2.3 경험적해법과 체비셰프거리

위의 모든 경험적 해법들은 모두 유클리드거리로 정의되는 외판원문제를 위한 해법이다. 앞에서 설명한 바와같이, 우리가 목표로 하는 회로기판 문제로부터 얻어지는 외판원문제는 거리가 체비셰프거리로 정의 된다. 이 절에서는 체비셰프거리로 정의되는 외판원문제를 위에서 언급한 유클리드거리로 정의되는 외판원문제를 위한 경험적인 해법들 NNH, CHH를 사용할 때의 특징을 살펴본다.

NNH의 경우는 거리만 체비셰프거리를 사용하며, CHH의 경우는 유클리드거리를 이용하여 convex hull을 구한 다음, 체비셰프거리의 증가 없이 삽입할 수 있는 점들을 먼저 삽입하며, 만일 거리의 증가 없이 삽입할 수 있는 점들이 여러개가 있는 경우는, 삽입 순서에 따라 거리의 증가가 달라지므로 거리의 증가가 최소가 되는 순서로 삽입하여 경로를 구성한 다음, 나머지 점들을 거리의 증가가 최소가 되도록 삽입한다.

회로기판과 체비셰프거리의 특성상 거리가 같은 점이 많이 있을 수 있어 위의 간단한 두 해법도 단순하게 적용될 수 없으며, 더욱이 해의 개선을 위한 경험적인 방법들을 대형의 문제에 그대로 적용하는 것은, 많은 계산을 필요로 하기 때문에 실제로 불가능하다. 단순한 경험적 해법의 사용을 위하여서도 문제를 작은 부분문제로 분할해야 하는 것은 필연적이다. 뿐만 아니라, 유클리드거리 문제의 해법을 사용할 수 있기 위하여는, 실제문제의 최적해(정의된 거리를 이용한 최적해)와 유클리드거리를 이용한 최적해 사이의 관계를 분석해야 한다.

3. 대형문제의 해법

체비셰프거리로 정의되는 대형의 외판원문제를 풀기 위하여 본 연구에서는 대형의 문제를 분할하여 여러개의 작은 외판원문제로 나눈후 기존의 경험적해법을 이용하여 분할된 각각의 작은 문제를 풀어, 이로부터 얻은 해들을 결합함으로써 원래 대형문제의 근사해를 얻는다.

3.1 분할 방법

대형 외판원문제의 해결은 대형의 문제를 어떠한 모양의 얼마만한 크기의 작은 문제로 분할하는가에 달려 있다. 일반적으로 회로기판문제를 분할하는 가능한 방법은 밑의 그림 1과 같이 동심원형, 격자형, 밴드형의 세가지로 분류 할 수 있다.

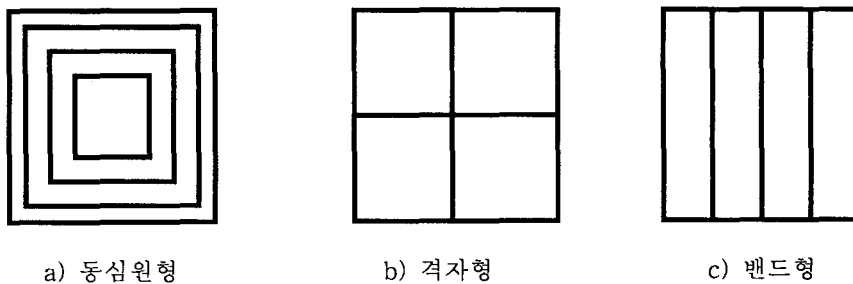


그림 1. 분할방법

대형의 문제를 어떠한 모양의 얼마만한 크기로 분할하는 것이 가장 효율적인 방법인가를 알기 위하여, 한번의 길이가 1000인 정사각형의 평면 위에 랜덤하게 1600개의 방문할 도시들을 갖는 15개의 외판원문제를 생성하여, 이 들을 동심원형, 격자형, 밴드형의 세가지 모양으로 분할의 정도를 단계적으로 증가시켜 가며 분할한 후, 이 분할된 문제들을 Pentium-166(램 32메가)을 사용하여, 경험적인 해법 CHH를 이용하여 푼 결과가 표 1에 주어져 있다.

문제	P-1 Type		P-2 Type		P-4 a Type		P-4 b Type		P-4 c Type		P-8 Type		P-16 Type	
	거리	시간	거리	시간	거리	시간	거리	시간	거리	시간	거리	시간	거리	시간
1	30949	3115.8	30588	754.5	30974	215.1	30137	189.7	30333	189.8	30046	47.6	30051	12.1
2	30889	3090.7	30583	757.4	31983	255.3	30539	189.6	30656	188.5	30069	47.0	30168	11.9
3	31208	3086.1	30966	757.1	31341	199.8	30539	189.7	30453	188.8	30283	47.3	30660	12.0
4	30697	3067.6	30556	757.5	31674	213.4	30511	189.8	30827	188.3	30750	47.3	30537	12.0
5	30698	3068.7	30464	757.0	31075	217.3	30670	189.6	29890	189.1	30173	47.3	30500	12.1
6	30746	3113.4	30694	757.5	31271	205.2	30266	189.9	30068	188.8	30138	47.5	30097	12.4
7	30487	3090.9	30122	757.4	31329	218.3	30173	189.8	29888	188.5	29931	47.4	30312	11.9
8	31067	3077.5	30945	757.3	31437	213.5	30948	189.6	30581	188.6	30250	47.8	30498	10.9
9	30735	3114.3	30492	758.8	31317	215.5	30198	189.2	30379	188.7	30119	47.4	30030	11.9
10	31198	3099.8	31291	756.9	31512	213.1	31265	189.7	30716	189.1	30503	47.4	31188	11.8
11	31129	3077.1	30952	754.0	31707	221.3	30448	190.5	30832	189.9	30400	47.4	30126	12.1
12	31059	3063.2	30717	763.9	31649	217.2	30459	190.7	30492	190	30311	47.3	30148	12.0
13	30894	3079.4	30737	762.1	31389	210.3	30480	200.3	30369	190.5	30366	48.5	30389	12.1
14	30798	3106.3	30671	762.0	31094	220.4	30731	191.1	30363	190.4	30098	47.6	29998	12.4
15	30655	3077.9	30254	757.4	30985	207.9	30328	188.8	29933	189.2	29918	47.5	29907	12.5
평균	30882.4	3088.6	30668.4	758.7	31382.4	216.2	30519.5	190.5	30385.3	189.3	30223.7	47.5	30307.3	12.0

표 1. 분할방법과 분할정도에 따른 수행도

표 1의 첫째 열은 문제의 번호이고, 둘째 열은 전체를 하나의 외판원문제로 보고 풀은 근사해와 해의 계산시간을 나타낸다. 셋째 열은 세로 밴드형 2개로 분할한 결과이며, 넷째, 다섯째, 여섯째 열은 전체의 문제를 4개로 분할한 것인데 각각 순서대로 동심원형, 격자형, 세로 밴드형의 결과이다. 일곱째 열은 여섯째 열의 네 개로 나누인 세로 밴드형을 다시 가로선을 그어 여덟 개로 분할한 결과이며, 여덟째 열은 16개의 격자형으로 나누어 얻은 결과이다.

열다섯 문제중 가장 좋은 근사해를 주고 있는 분할은 평균 200개의 도시를 갖는 여덟 개로 분할된 경우가 6개, 평균 100개의 도시를 갖는 열여섯개로 분할된 경우가 5개, 평균 400개의 도시를 갖는 네 개로 분할된 세로 밴드형 3개, 격자형 1개 이다. 두 번째로 좋은 근사해를 주고 있는 분할은 여덟 개로 분할된 경우가 7개, 열여섯개로 분할된 경우가 6개, 네 개로 분할된 세로 밴드형이 2개이다. 이 결과를 볼 때 분할된 문제의 크기가 100개에서 200개의 도시를 포함하고 있을 때 비교적 좋은 결과를 주고 있으며, 계산시간을 고려할 때는 열여섯개로 분할하는 것이 월등하게 시간을 절감하고 있다. 평균 400개의 도시를 갖는 네 개로 분할된 세 경우를 비교해 보면 다음과 같은 결론을 얻는다. 동심원형은 격자형이나 밴드형에 비해 계산시간도 더 걸리며 근사해의 값도 좋지 않다. 이 계산의 결과는 격자형과 밴드형이 계산시간은 비슷하나, 밴드형이 격자형보다 약간 나은 결과를 보이거나 그 차이는 아주 미미하다.

대형의 문제를 분할하는 경우 분할된 문제가 포함하는 도시의 수는 100개에서 200개 정도가 적합하며 문제의 크기가 아주 큰 경우는 분할된 문제가 400개 정도의 도시를 포함해도 무방하다. 계산시간을 단축하기 위하여는 작은 문제로 분할하는 것이 바람직하다. 분할의 형태에서는 동심원형이 다른 분할의 형태에 비하여 미흡한 결과를 보이고 있다.

3.2 특수한 패턴

앞 절에서 랜덤하고 균일하게 분포하는 방문할 도시를 갖는 대형의 외판원문제를 작은 문

제로 분할하는 방법을 언급하였다. 그러나, 회로기판 천공문제로부터 얻어진 대형의 외판원문제는, 회로기판의 특성상 부품을 삽입할 구멍은 회로기판 사용의 효율을 높이기 위하여 기판 전체에 분포되어 있기는 하지만, 리드가 달린 부품들을 삽입하는 구멍들은 밀집되는 등 특수한 배열을 이루고 있고 동일한 모양이 여러번 반복되므로 구멍의 분포를 완전한 무작위적 분포로 볼 수는 없다. 실제로 회로기판을 살펴보면, 리드가 달린 칩들을 삽입할 구멍들은 두줄, 혹은 세줄 이상으로 평행하게 배열되어 있거나, 어떤 경우는 사각형이나 혹은 원형으로 배열되어 있다. 이런 특별한 모양의 패턴은, 따로 분류하여 최적해를 미리 구한 후, 분할된 문제로부터 전체 경로를 만들 때에 함께 결합시키는 것이 문제의 분할을 위해서도 필요하다.

실제 기판에서 나타나는 구멍들의 특수한 배열을 보면, 두줄, 세줄, 네줄, 다섯줄 그리고 사각형 모양의 평행한 패턴을 볼 수 있다. 이러한 특별한 패턴의 체비세프거리에 의한 최적경로는 그림 2와 같다.

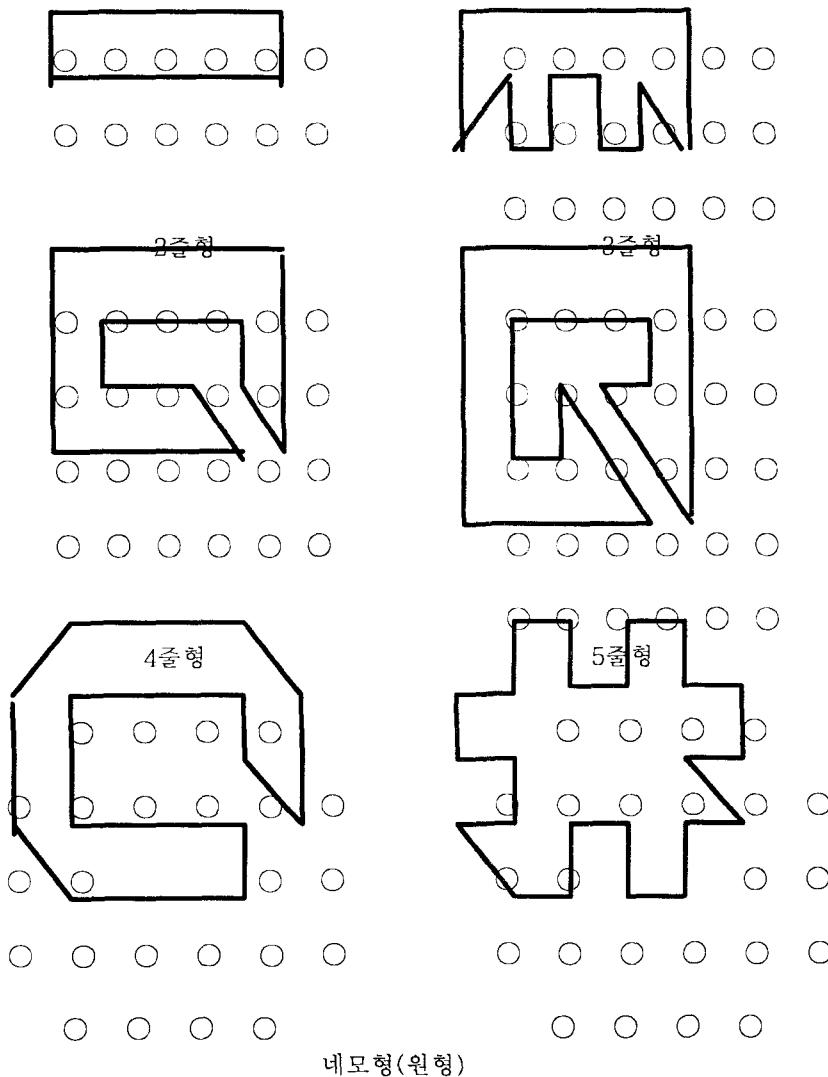


그림 2. 특수패턴의 최적경로

3.3 체비셰프거리 외판원문제의 최적해

대형 외판원문제의 근사해를 구하기 위하여 NNH, CHH와 같은 비교적 단순한 해법들이 사용

문 제	최적해			각최적해의체비셰프거리			각최적해의유클리드거리			각최적해의렉트리니어거리		
	CD	ED	RD	CD	ED	RD	CD	ED	RD	CD	ED	RD
1	28	28	36	28	28	29	28	28	29	38	38	36
2	31	32	40	31	31	33	32	32	33	44	44	40
3	26	27	34	26	27	28	27	27	28	38	36	34
4	25	25	34	25	25	26	25	25	26	36	36	34
5	27	27	32	27	27	28	29	27	28	40	40	32
6	22	22	30	22	22	23	22	22	23	32	32	30
7	30	30	36	30	30	30	32	30	30	44	36	36
8	23	24	34	23	23	26	24	24	27	34	34	34
9	25	25	30	25	25	25	25	25	25	30	30	30
10	24	24	32	24	24	25	24	24	25	32	32	32
11	24	25	32	24	24	24	25	25	25	32	32	32
12	25	26	36	25	25	29	26	26	29	38	38	36
13	23	23	36	23	23	24	23	23	24	36	36	36
14	24	24	32	24	24	24	25	24	25	32	32	32
15	23	24	34	24	23	23	24	24	24	34	34	34
16	26	26	34	26	26	26	26	26	26	34	34	34
17	29	29	32	29	29	29	30	29	29	36	32	32
18	24	25	34	24	24	27	25	25	27	40	40	34
19	27	30	40	27	28	32	30	30	32	44	44	40
20	27	28	38	27	27	31	28	28	31	40	40	38
21	33	33	40	33	33	33	33	33	33	40	40	40
22	22	22	30	22	22	22	22	22	22	30	30	30
23	25	25	36	25	25	26	25	25	26	36	36	36
24	23	24	32	23	23	25	24	24	26	32	32	32
25	25	28	36	25	26	26	29	28	28	40	36	36
26	29	29	36	29	29	30	30	29	30	42	36	36
27	25	25	32	25	25	28	25	25	28	34	34	32
28	27	28	36	27	28	30	30	28	30	42	36	36
29	23	23	30	23	23	23	23	23	23	30	30	30
30	25	25	28	25	25	25	25	25	25	28	28	28
31	26	27	38	26	26	27	27	27	28	42	42	38
32	27	27	38	27	27	29	27	27	29	38	38	38
33	20	20	26	20	20	20	21	20	20	30	26	26
34	26	28	36	26	26	26	28	28	28	36	36	36
35	23	23	30	23	23	23	23	23	23	32	32	30
36	20	21	28	20	20	20	21	21	21	30	30	28
37	16	16	22	16	16	18	17	16	18	26	26	22
38	24	26	36	24	26	26	27	26	26	40	36	36
39	30	31	38	30	30	31	31	31	32	38	38	38
40	27	27	34	27	27	30	27	27	30	38	38	34
41	24	25	32	24	24	26	25	25	26	38	38	32
42	25	26	38	25	25	27	26	26	28	40	40	38
43	23	24	32	23	23	23	24	24	24	32	32	32
44	25	27	34	25	27	28	27	27	28	36	36	34
45	22	23	32	22	22	22	23	23	23	32	32	32
46	31	31	38	31	31	31	31	31	31	38	38	38
47	23	23	28	23	23	23	23	23	23	28	28	28
48	26	26	36	26	26	26	26	26	26	36	36	36
49	25	26	30	25	25	26	26	26	27	30	30	30
50	23	23	32	23	23	24	23	23	24	32	32	32

표 2. 비 유클리드거리와 유클리드거리의 관계

된다. 이러한 해들은 대체로 개선이 필요하다. 앞에서 언급한 바와 같이, 기존의 해석적인 개선 절차는 많은 계산이 필요하므로 대형의 문제에 적용하는 것은 거의 불가능하다.

일반적으로 유클리드거리로 정의된 외판원문제에서는 경험적인 해법으로 얻은 경로를 육안으로 살펴보고 개선 가능한 부분을 쉽게 찾을 수 있으므로, 본 연구에서도 경로의 일부를 화면에 올려 사람이 개선하는 경우를 고려하고자 한다. 이 때에 당면하는 문제는, 회로기판으로부터 얻어진 외판원 문제는 두 도시간의 거리가 체비셰프 거리로 주어지기 때문에 비 유클리드거리로 정의된 외판원문제의 경로를 유클리드거리로 정의된 문제에서와 같이 시각적으로 가까운 거리를 택하여 개선하는 것이 가능한가 하는 것이다. 그러므로, 사람의 개입을 통한 해의 개선을 위해, 체비셰프거리와 렉트리니어거리로 주어지는 외판원 문제의 최적해와 유클리드거리로 주어지는 외판원문제의 최적해 사이의 관계를 알아본다.

도시의 수가 10개인 외판원문제 50개를 랜덤하게 발생시켜, 체비셰프거리에 의한 최적 경로, 유클리드거리에 의한 최적 경로와 렉트리니어거리에 의한 최적 경로를 각각 구하여 그 결과를 표 2에 정리하였다. 첫 번째 칸은 랜덤하게 발생한 문제들의 번호이고, 두 번째 칸의 세 열은 각각 문제에서 정의된 거리를 사용하여 구한 최적경로의 길이이다. 세 번째 칸의 세 열에서는 두 번째 칸에서 얻은 각각의 경로를 체비셰프거리(Chebyshev Distance:CD)를 이용해 경로의 길이를 계산한 것이고, 네 번째, 다섯 번째 칸에서는 각각 유클리드거리(Euclid Distance:ED), 렉트리니어거리(Rectilinear Distance:RD)를 이용해 계산한 경로의 길이이다.

표 2을 살펴보면, 체비셰프거리로 정의된 문제의 최적경로와 유클리드거리로 정의되는 최적 경로가 전체 문제의 80%인 40문제가 일치하고 있고, 나머지 20%도 값을 비교해 볼 때 그 최적경로가 유사함을 보여주고 있었다. 반면에, 렉트리니어거리로 정의된 문제의 최적경로와 유클리드거리로 정의되는 최적경로는 단지 40%만이 일치하고 있고, 나머지도 60%도 값을 비교해 볼 때 그 최적경로에 많은 차이가 있음을 알 수 있다.

위의 관찰 결과는, 체비셰프거리로 정의되는 회로기판 문제에서도 유클리드거리 처럼 모니터상에서 시각적으로 발견할 수 있는 개선 가능한 부분을 찾아 개선 시킬 수 있도록 하는, 즉, HCI(Human-Computer Interface)를 가능하게 하는 중요한 결과이다. 다시말하면, 10개 정도의 초기해를 구성하는 인접한 도시들을 화면에 올려 관찰함으로써 개선 가능한 부분을 찾을 수 있다는 점이다. 이러한 가능성은, 경로변경에 따른 결과를 실시간으로 계산하여 화면에 동시에 보여줌으로써 구체화할 수 있다.

3.4 대형 외판원문제의 해법

앞에서 얻은 결과들을 이용한 대형 외판원문제의 해법을 다음과 같다.

- 단계 1. 특수한 패턴은 별도로 분할하여, 패턴 별로 최적해를 찾는다.
- 단계 2. 특수한 패턴이 제거된 문제를 크기 100에서 400정도의 작은 문제로 분할한다.
- 단계 3. 분할된 문제의 해를 경험적해법을 사용하여 구한다.
- 단계 4. 분할된 문제의 해를 개선한다.
- 단계 5. 분할된 문제의 해를 연결하여 대형 외판원문제의 해를 구한다.
- 단계 6. 단계 5에서 얻은 해를 개선한다.

특수한 패턴을 파악하여 제거한 후, 패턴이 제거된 도시들을 다시 작은 문제로 분할한다. 분할된 부분문제들의 경로들을 구하고, 이 경로들이 최적해가 아닌 경우에는 사람이 화면에서 시각적으로 이를 개선하며, 이렇게 얻은 부분문제의 경로들을 하나로 결합하여 대형 외판원문제를 위한 경로를 만들고, 다시 이 전체 경로를 사람이 개입하여 개선 시킨다.

4. 사례연구

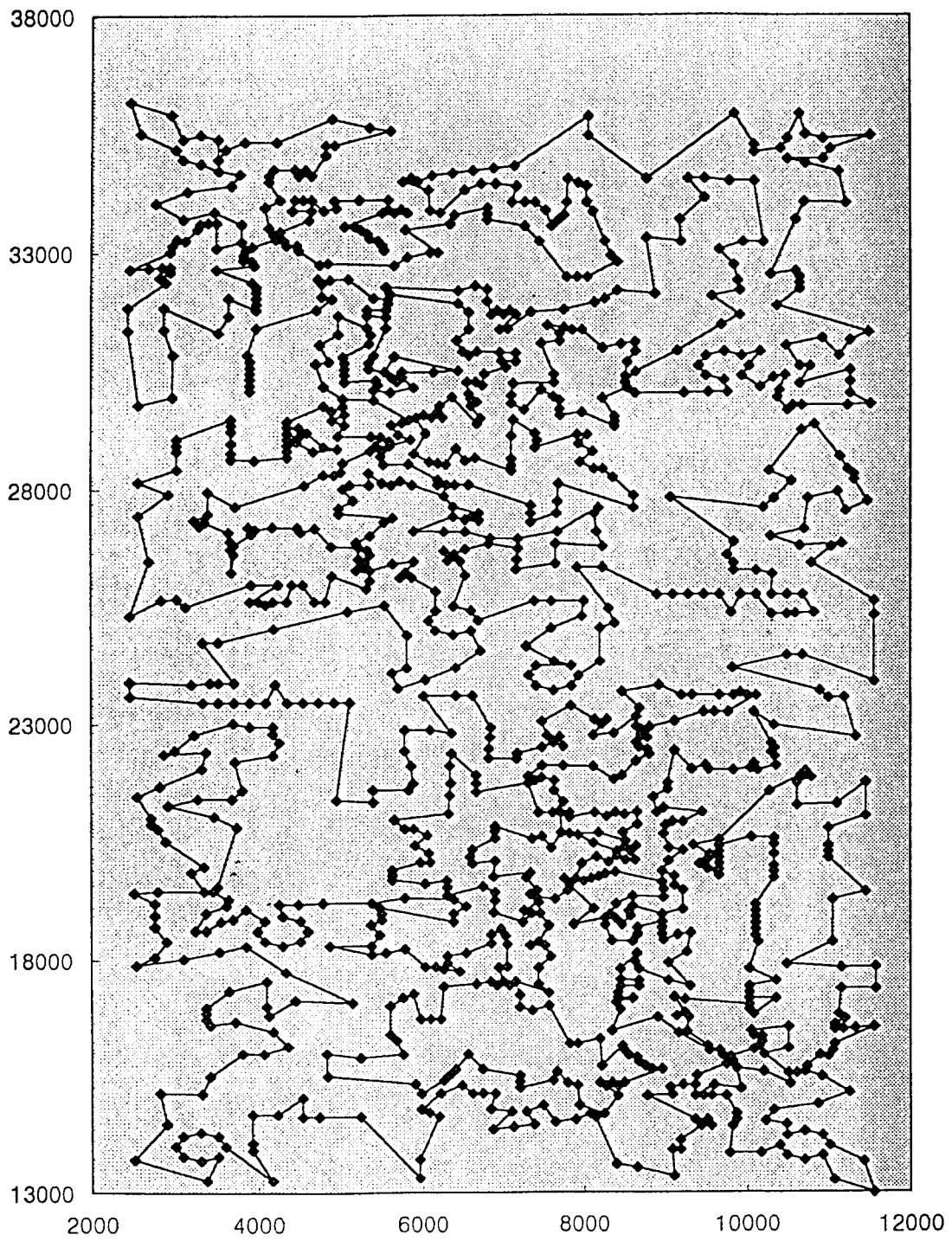


그림 3. 사례연구 문제

4. 적용사례

앞의 그림 3 에 제시된 외판원문제의 경로는 전자회사에서 실제로 생산되는 회로기판중 하나로, 그림에서 주어진 경로를 따라 같은 크기의 구멍 1256개를 천공하는 문제이다. 그림 3에 주어진 경로는 외국에서 제작된 자동천공기에 내재된 프로그램에 의하여 생성된 경로로, 천공기는 이 경로를 따라 구멍을 뚫는다. 경로를 생성하는 내재된 프로그램은 블랙박스과 같아서 어떠한 알고리즘을 사용하고 있는지는 알수 없지만, 그림에서와 같이 교차하는 경로가 없고 아래부분을 방문하고 윗 부분으로 옮겨가는데 상당히 정교한 방법을 사용하고 있어 그 경로의 개선이 용이하지 않음을 알 수 있다.

대형의 외판원 문제와 이에 대한 각 경험적 해법의 수행도에 대한 적절한 자료가 없어, 그림 3 의 문제에 3절에서 제시한 해법을 적용하여 개선의 가능성을 보였다. 그림 3 의 점들의 분포를 살펴보면 특별한 패턴을 찾을 수 없기 때문에, 패턴의 제거 없이 바로 적절한 크기의 부분 문제로 분할하였다.

분할 단계에서는, 부분문제가 평균 100개 정도의 구멍을 포함하도록 12개로 분할하였다. 분할의 모양은 점들이 분포하는 영역의 횡축과 종축의 범위를 고려하여, 횡축을 이등분, 종축을 육등분한 격자형으로 분할하였다.

각 부분문제는 Pentium-166(램 32메가)을 사용하여, Convex Hull Heuristic을 이용하여로 근사해를 구하였다. 열두개의 부분 경로들을 결합한 결과, 전체 경로의 길이는 358854, 수행시간은 12.7초가 소요되었다. 이 기판을 생산하는 과정에서 실제로 천공하는 순서를 따른 경로의 길이는 385460 이므로 약 7.2%의 경로의 개선을 얻었다. 실제 기판 생산에 사용된 그림 3의 경로는 천공기에 내재된 프로그램에 의하여 일단 최적화의 과정을 거쳐 구해진 것이어서 위의 개선은 팔목할만한 결과를 보여준다.

참고를 위하여, 크기가 다른 분할에 의한 경로의 길이와 수행시간을 살펴보면 다음과 같다. 가로와 세로를 이등분하여 네 개로 분할한 경우에는 경로의 길이가 364699, 수행시간이 107.2 초이며, 가로를 이등분하고 세로를 사등분하여 여덟 개로 분할한 경우에는 경로의 길이가 360726, 수행시간이 26.87초이며, 가로를 삼등분하고 세로를 육등분하여 열여덟 개로 분할한 경우에는 경로의 길이가 362880, 수행시간이 6.32초이다.

5. 결론

외판원문제의 최적해를 구하는 것은 어려운 문제이며, 특히 데이터의 갯수가 많아지면, 기하학적으로 증가하는 경로의 수로 인해 일반적으로 퍼스널컴퓨터에서는 좋은 해를 구하기가 더욱 어렵다. 본 연구에서는 대형 외판원문제의 경로를 퍼스널컴퓨터로 쉽게 구하기 위한 시스템개발을 위해, 이에 필요한 효율적인 분할방법과 인간의 개입을 통한 경로 개선 방법을 제시하였다. 특별한 패턴을 가지고 있는 데이터를 우선적으로 분류 제거하여, 분할하고자 하는 대형 문제의 데이터 갯수를 줄이고, 랜덤한 데이터들은 격자형으로 분할하는 것이 일반적으로 좋은 분할 방법임을 제시하였다. 또한 체비세프거리에서도 유클리드거리와 마찬가지로 모니터 상에서 육안으로 식별이 가능한 개선 부분을 개선 시킬 수 있는 가능성을 제시하였다.

본 연구를 통해, 제품에 따라 수시로 변하는 회로기판의 구멍들의 분포에도 불구하고 퍼스널컴퓨터에서도 효과적으로 경로들을 설계할 수 있어 납기 단축을 비롯한 생산성 향상에 기여할 수 있고, 무엇보다도 사람의 개입을 통해 육안으로 개선 가능한 부분을 개선할 수 있는 가능성을 부여하였다.

앞으로 HCI 시스템 구축에 대한 연구가 계속 필요하겠고, 또한 모니터상에서도 직접 그룹핑이 가능하도록 하는 방법을 개발할 필요가 있다.

참 고 문 헌

1. G.B. Dantzig, D.R. Fulkerson and S.M. Johnson, "Solution of a large-scale traveling salesman problem", *Oper. Res.* 2, pp 393-410, 1954.
2. H. Crowder and M.W. Padberg, "Solving Large-Scale Symmetric Traveling Salesman Problems to Optimality", *Management Science* 26, pp 495-509, 1980.
3. G. Reinelt, "*Lecture Notes in Computer Science 840; The Traveling Salesman*", Springer-Verlag, 1994.
4. Barachet, "Graphic Solution of the Traveling Salesman Problem." *Oper. Res.*, Vol. 5, pp 841-845, 1957.
5. Norback and Love, "Geometric approaches to solving the traveling salesman problem", *Management Science* 23, pp 1208-1223, 1977.
6. Papadimitriou, "The Euclidean Traveling Salesman Problem is NP-complete", *Theoretical Computer Science*, Vol.4, No.3, pp 237-244, 1977.
7. Yi-Chen Su, Collin Wang, Pius J. Egbelu and David J. Cannon, "Dynamic Point Specification Approach to Sequencing Robot Moves for PCB Assembly", *Int. J. Computer Integrated Manufacturing*, Vol. 8, No. 6, pp 448-456, 1995.
8. Allison and Noga, "The Rectilinear Traveling Salesman Problem", *Information Processing Letters*, Vol. 18, No.4, pp 195-199, 1984.
9. Goetschalckx, "*Storage and Retrieval Policies for Efficient Order Picking*," Unpublished Ph.D. dissertation, Georgia Institute of Technology, Atlanta, GA, 1983.
10. Bozer, Schorn and Shapr, Geometric Approaches to Solve the Chebyshev Traveling Salesman Problem, *IIIE Transactions*, Vol 22, No3, pp 238-254, 1990.
11. Leipala and Nevalainen, "Optimization of the movements of a component placement machine", *European Journal of Operational Research*, 38, pp 167-177, 1989.
12. Rosenkrantz, Stearns and Lewis, "Approximate Algorithms for the Traveling Salesperson Problem", *SIAM J Comput.* 6, pp 563-581, 1977.
13. Croes, "A method for solving traveling-salesman problems", *Operations Res.* 6, pp 791-812, 1958.
14. Lin, "Computer solutions of the traveling salesman problem", *Bell System Tech. J.*, 44, pp 2245-2269, 1965.
15. Lin and Kernighan, "An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem", *Oper. Res.* 21, pp 498-516, 1973.