

## 반복측정된 자료에 대한 새로운 지속성 지수

강 형 곤<sup>1)</sup>, 김 병 수<sup>2)</sup>

### 요 약

반복측정된 자료에 있어 어떤 특성이 시간의 경과에 따라서 계속적으로 일정수준을 유지할 경우 지속성 현상이 있다고 한다. 만성질환의 위험요인이 지속성 현상을 갖는다면 조기에 위험요인에 대한 처치를 통하여 만성질환을 예방할 수 있으므로 역학 연구에서 지속성을 규명하는 것은 매우 중요하다. 본 연구에서는 지속성을 전체 관찰시점을 통한 일치도 및 시간의 경과에 따른 유지도로 정의하고 반복측정된 자료로부터 지속성 현상을 설명할 수 있는 새로운 지속성 지수를 제안하였다. 모의실험을 통하여 제안통계량과 지속성 지수로 널리 이용되는 McMahan의 지수를 비교하여 본고에서 제안한 지수가 더 높은 검정력을 나타내고 있는 것을 관찰하였다. 또한 제안통계량을 실제 자료에 적용해 본 결과, 제안통계량은 지속성 현상을 적절하게 설명함을 보았다.

### 1. 서 론

반복측정된 자료(repeated measurement data)에 있어 혈압, 콜레스테롤, 신장, 체중 등의 특성이 시간의 경과에 따라 계속적으로 일정 수준을 유지할 경우 지속성 현상(tracking phenomenon)이 있다고 한다. 관상동맥심질환(coronary heart disease)의 위험요인(risk factor)으로 알려져 있는 혈압이 지속성 현상을 갖는다면 조기에 혈압이 높은 위험 대상에게 의학적인 조치를 취함으로써 관상동맥심질환의 예방이 가능하므로 지속성 현상은 역학 연구(epidemiologic study)에서 매우 중요하다. 따라서, 반복측정된 자료에서 지속성 현상을 설명할 수 있는 지속성 지수의 개발이 필요하다.

지속성 현상을 설명하기 위한 많은 연구들이 진행되어 왔는데 이를 지속성의 정의에 따라 다음과 같이 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 첫째는, 지속성 현상을 초기시점에서 어떤 특성이 높은 대상이 시간의 경과에 따라서도 계속적으로 높은 수준을 유지하는 유지도로 정의한 연구들이다. 이러한 연구들을 살펴보면 다음과 같다. McMahan(1981)은 시간의 경과에 따른 어떤 특성의 자연적인 증가를 성장곡선모형(growth curve model)을 이용하여 지속성 지수를 구하였다. Foulkes와 Davis(1981)는 다항회귀식(polynomial regression)을 이용하여 각 개인의 성장곡선을 추정한 후, 추정된 개인의 성장곡선이 교차하는 정도로써 지속성 현상을 설명하고 있다. 둘째는, 지속성 현상을 주어진 관찰치로부터 미래의 값을 예측하는 예측도로 정의한 연구이다. 예측도로 지속성을 정의한 연구의 대표적인 경우로 Ware와 Wu(1981)는 직교다항식(orthogonal

1) 487-800 경기도 포천군 포천읍 동교리 198-1 포천중문의과대학교 의예과 조교수

2) 120-749 서울특별시 서대문구 신촌동 134 연세대학교 상경대학 응용통계학과 교수

polynomial)을 이용하여 관찰치로부터 직교다항식의 차수를 결정하고 모수(parameter)를 추정한 후, 추정된 직교다항식으로부터 미래의 값을 예측하여 지속성 현상을 설명하였다. 셋째는, 지속성을 초기 시점에서 어떤 특성이 높은 대상이 상대적으로 낮은 대상에 비해 시간의 경과에 따라 더욱 빨리 증가하는 일종의 가속도의 개념으로 정의한 연구이다. Blomqvist(1977)는 혈압의 초기값과 변화율 사이의 관계를 이용하여 지속성 현상을 설명하였다.

본 연구에서는 지속성을 어떤 특성의 전체 관찰시점에서의 일치도(measure of agreement) 및 시간의 경과에 따른 유지도(maintenance)로 정의하였다. 제 2절에서는 성장곡선모형을 이용한 McMahan의 지속성 지수에 대하여 살펴보았다. 제 3절에서는 본 연구에서 제안한 정의 하에서 지속성 현상을 설명할 수 있는 새로운 지속성 지수를 제안하였다. 제 4절에서는 모의실험(simulation)을 통하여 새로운 지속성 지수와 McMahan의 지속성 지수를 비교하였다. 5절에서는 새로운 지속성 지수를 실제 자료에 적용하여 보았다.

## 2. McMahan의 지속성 지수

McMahan(1981)은 지속성 현상을 어떤 특성에 대한 상대적인 순위(relative rank)가 시간의 경과에 따라서 계속적으로 유지되는 유지도로 정의하고, 시간의 경과에 따른 어떤 특성의 자연적인 증가를 성장곡선모형으로 모형화하고, 이 모형으로부터 지속성 지수를 구하였다. 어떤 특성을 갖는 모집단으로부터  $n$ 명의 관찰대상자를 시간의 경과에 따라  $m$ 번 관찰한다고 하자. 이 때 개인  $i$ 를  $m$ 번 관찰한 벡터를  $X_i$ ,  $q$ 개의 모수( $q \leq m$ )를 갖는 성장곡선모형의 모수벡터를  $\beta_i$ , 개인내 계획행렬(within individual design matrix)을  $A$ 라 하면 성장곡선모형은  $\beta_i$ 가 주어졌을 때  $X_i$ 의 조건분포(conditional distribution)와  $\beta_i$ 의 주변분포(marginal distribution)로써 다음 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$(X_i|\beta_i) \sim N(A\beta_i, \delta^2 I) \quad (1)$$

$$\text{여기서, } \beta_i \sim N(\beta, \Sigma)$$

따라서  $X_i$ 의 주변분포는 다음 식 (2)와 같다.

$$X_i \sim N(A\beta, A\Sigma A' + \delta^2 I) \quad (2)$$

McMahan(1981)은 다음 식 (3)과 같이 전체 관찰대상자의 평균으로부터 개인  $i$ 의 상대적 편차(relative deviation)가 시간의 경과에 따라 일정하게 유지되는 현상으로 지속성을 정의하였다.

$$E(X_{ij}|\beta_i) = \mu_j + \kappa_j \sigma_j \quad (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \quad (3)$$

여기서,  $\mu_j, \sigma_j$  : 시점  $j$ 에서의 전체 관찰대상자의 평균과 표준편차.

$\kappa_j$  : 개인  $i$ 의 상대적 순위로서  $E(\kappa_i)=0, \text{var}(\kappa_i)=1$ .

식 (3)을 행렬로 표시하면 다음 식 (4)와 같다.

$$A\beta_i = A\beta + \kappa_i \Delta 1 \quad (4)$$

여기서,  $\Delta$  : 대각행이  $\Delta_{11} = (A\Sigma A')^{1/2}$ 인  $m \times m$  대각행렬.

$1$  :  $m \times 1$  단위벡터.

위의 식 (4)의 공분산 행렬(covariance matrix)을 구하면 다음 식 (5)와 같다.

$$A\Sigma A' = \Delta \mathbf{1} \mathbf{1}' \Delta \quad (5)$$

McMahan(1981)은 총분산에 대하여 지속성으로 설명할 수 있는 분산의 비로 다음 식 (6)과 같이 지속성 지수를 제안하였다.

$$\zeta = \frac{\mathbf{1}' \Delta A\Sigma A' \Delta \mathbf{1}}{(\mathbf{1}' \Delta \Delta \mathbf{1})^2}, \quad (0 < \zeta \leq 1) \quad (6)$$

$\zeta$ 는 지속성 현상이 없는 경우(즉,  $A\Sigma A'$ 이 대각행렬인 경우)에도 陽數를 가질 수 있기 때문에 McMahan(1981)은  $\zeta$ 를 수정한 지속성 지수  $\tau$ 를 다음 식 (7)과 같이 제안하였다.

$$\tau = \frac{\mathbf{1}' \Delta (A\Sigma A' - \Delta^2) \Delta \mathbf{1}}{\mathbf{1}' \Delta (\Delta \mathbf{1} \mathbf{1}' \Delta - \Delta^2) \Delta \mathbf{1}} \quad (7)$$

$\tau$ 는 완전한 지속성 현상이 있는 경우(즉,  $A\Sigma A' = \Delta \mathbf{1} \mathbf{1}' \Delta$ )에 1이 되고, 지속성이 없는 경우(즉,  $A\Sigma A'$ 이 대각행렬인 경우)에 0이 된다. 즉 지속성 지수  $\tau$ 는  $0 \leq \tau \leq 1$ 의 범위를 가지며 값이 클 수록 지속성 현상이 있는 것으로 해석할 수 있다. 한편 지속성 지수  $\tau$ 를  $\Delta^{-1}$ 에 의해 표준화 시킬 경우  $\tau$ 는 모든 시점간의 상관계수의 평균( $\bar{\rho}$ )이 된다.

McMahan(1981)은  $\tau$ 의 근사적 신뢰구간을 구하기 위하여 잭나이프 방법(jackknife method)을 이용하였다. 전체 관찰대상자에 대한  $\tau$ 의 추정량을  $\hat{\tau}$ , 개인  $i$ 를 제외한  $(n-1)$ 명의 관찰대상자에 대한  $\tau$ 의 추정량을  $\hat{\tau}_{-i}$ 라고 하면  $\tau$ 에 대한 의사값(pseudo value)  $\bar{\tau}_i$ 는 다음과 같다.

$$\bar{\tau}_i = n \hat{\tau} - (n-1) \hat{\tau}_{-i}, \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

따라서,  $\tau$ 의 잭나이프 추정량은  $\bar{\tau} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{\tau}_i$ 이 되고  $n$ 이 커짐에 따라 다음 식 (8)이 성립 한다.

$$\frac{\frac{1}{n} (\bar{\tau} - \tau)}{\left[ \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{\tau}_i - \bar{\tau})^2 \right]^{1/2}} \rightarrow N(0, 1) \quad (8)$$

### 3. 새로운 지속성 지수

$y_{ij}$ 를 개인  $i$ 의 시점  $j$ 에서의 어떤 특성에 대한 관찰치라고 하자. 이들 관찰치가 특정 범주  $Q$ 에 속할 경우( $y_{ij} \geq c_j^*$ )와 속하지 않을 경우( $y_{ij} < c_j^*$ )로 이분한 값을  $x_{ij}$ 라고 하자. 즉  $x_{ij}$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & y_{ij} \geq c_j^* \text{ 이면,} \\ 0 & y_{ij} < c_j^* \text{ 이면,} \end{cases} \quad (i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,m)$$

여기서,  $c_j^*$  : 시점  $j$ 에서의 절단점(cutoff point)

이때, 개인  $i$ 의 전체 관찰치 중 특정범주  $Q$ 에 속할 관찰치의 수를  $x_i$ 라고 하면 다음이 성립한다.

$$x_i = \sum_{j=1}^m x_{ij}$$

그러므로 개인  $i$ 의 전체 관찰치 중  $Q^c$ 에 속할 관찰치의 수는  $m - x_i$ 가 된다.

예를들어 개인  $i$ 의 여섯 시점에서 반복측정한 관찰치를 이분한 값  $x_{ij}$ 가 그림 1의 (a), (b), (c)와 같다고 하자.

$$\begin{array}{c} 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} c_j^* \quad \begin{array}{c} 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} c_j^* \quad \begin{array}{c} 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} c_j^* \\ \text{(a)} \qquad \qquad \qquad \text{(b)} \qquad \qquad \qquad \text{(c)} \end{array}$$

그림 1. 지속성의 개념.

그림 1에서 (a)와 (b)의 경우에는  $Q^c$ 에 5개의 관찰치가 포함되고 (c)의 경우에는  $Q^c$ 에 4개의 관찰치가 포함된다. 따라서 시점 7의 관찰치가  $Q^c$ 에 속할 가능성은 (a)와 (b)의 경우가 (c)의 경우보다 높다고 할 수 있다. 또한 (a)와 (b)는  $Q^c$ 에 속할 관찰치의 수는 동일하나 (a)의 경우에는 시점 2에서 시점 6까지 다섯시점에서 연속적으로 관찰치가  $Q^c$ 에 속하므로, 시점 3에서 시점 6까지 네시점에서 연속적으로 관찰치가  $Q^c$ 에 속하는 (b)의 경우보다 시점 7의 관찰치가  $Q^c$ 에 속할 가능성이 높다고 할 수 있다. 따라서, 그림 1의 (a)의 경우가 (b)나 (c)의 경우보다 높은 지속성 현상을 갖는다고 할 수 있다.

본 연구에서는 이분된 관찰치가 한 범주에 속하는 정도를 일치도, 관찰치가 같은 범주에 연속적으로 속하는 정도를 유지도라 하고, 이와같은 일치도 및 유지도로 지속성을 정의하였다. 이 때,  $x_i(m-x_i)$ 가 0인 경우 개인  $i$ 의 관찰치는 모두 한 범주에 속하므로 일치도는 1이 되고,  $x_i(m-x_i)$ 가 커질수록 개인  $i$ 의 관찰치가 두 범주에 비슷하게 속하게 되므로 일치도는 낮아진다. 따라서, 각 개인의 전체 관찰시점에 대한 불일치도(measure of disagreement,  $d_i$ )와 일치도(measure of agreement,  $c_i$ )를 수식으로 표현하면 다음 식 (9)와 (10)과 같다.

$$d_i = \frac{1}{\binom{m}{2}} x_i (m - x_i) \quad (9)$$

$$c_i = 1 - \frac{1}{\binom{m}{2}} x_i (m - x_i) \quad (10)$$

또한  $x_{ij}$ 를 개인 i의 시점 j에서의 관찰치를 이분한 값,  $x_{ij+1}$ 를 개인 i의 시점  $j+1$ 에서의 관찰치를 이분한 값이라고 하면 개인 i의 유지도(maintenance,  $rmi$ )는 다음 식 (11)과 같다.

$$rmi = \frac{\sum_{j=1}^{m-1} I(x_{ij+1} = x_{ij})}{m-1} \quad (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m) \quad (11)$$

$$\text{여기서, } I(x_{ij+1} = x_{ij}) = \begin{cases} 1 & \text{만약 } x_{ij} = x_{ij+1} \text{ 이면} \\ 0 & \text{만약 } x_{ij} \neq x_{ij+1} \text{ 이면} \end{cases}$$

반복측정된 자료에 있어 지속성 현상을 파악하고자 할 경우, 반복측정한 자료를 각 시점별로 이분하여 식 (10)과 같은 일치도의 개념을 이용하여 Fleiss(1981)가 제안한 카파통계량(kappa statistics)을 적용할 수 있다(Ware and Wu, 1981). 그러나 그림 1의 (a)와 (b)의 경우에 카파통계량은 동일하므로 지속성 현상을 설명하는데 어려움이 있다. 따라서, 본 연구에서는 식 (10)의 일치도에 식 (11)의 유지도의 개념을 포함한 새로운 지속성 지수를 제안하였다. 본 연구에서는 식 (10)에서 정의한 일치도에 유지도의 개념을 포함하기 위하여 각 개인의 전체 관찰시점을 관찰치를 이분한 값에 대한 연의 수(number of run,  $r_i$ )를 가중치로 고려하였다. 이때 각 가중치로 이용되는  $r_i$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다. 예를 들어 그림 1의 (a)의 경우의 이분한 관찰치는 1, 0, 0, 0, 0, 0이므로  $r_i=2$ 이고 (b)의 경우 관찰치는 0, 1, 0, 0, 0, 0으로  $r_i=3$ 이 된다. 이때  $r_i = m - \sum_{j=1}^{m-1} I(x_{ij+1} = x_{ij})$ 이 됨을 알 수 있다. 그러므로 개인의 연의 수는 식 (11)에서 정의한

$rmi$ 와는 반대로  $r_i$ 가 작을수록 유지도가 높기 때문에  $r_i$ 를 식 (9)에서 정의한 불일치도에 가중치로 사용하였다. 각 개인 간에 관찰치들은 서로 독립이므로, 전체 관찰대상자에 대한 가중화된 불일치도  $d_w$  ( $0 \leq d_w \leq 1$ )는 다음 식 (12)와 같다.

$$d_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{m} d_i \quad (12)$$

한편 식 (12)에서  $d_w$ 가 0과 1사이의 값을 갖게 하기 위하여 개인의 연의 수를 각 개인이 가질 수 있는 최대 연의 수( $m$ )로 나눈 값을 가중치로 사용하였다. 따라서 가중화된 일치도  $c_w$  ( $0 \leq c_w \leq 1$ )를 다음 식 (13)과 같이 정의할 수 있다.

$$c_w = 1 - d_w \quad (13)$$

이때, 가중화된 일치도  $c_w$ 를 새로운 지속성 지수로 제안하고  $x_w$  ( $0 \leq x_w \leq 1$ )로 표기하기로 한다. 따라서, 새로운 지속성 지수는 다음 식 (14)와 같다.

$$x_w = 1 - \frac{2}{nm(m-1)} \sum_{i=1}^n \frac{r_i}{m} x_i (m-x_i) \quad (14)$$

예를 들어,  $n$ 명을 여섯 시점( $m=6$ )에서 반복측정한 경우,  $n$ 명이 모두 그림 1의 (a)와 같은 형태를 취한다면 개인  $i$ 에 대하여  $r_i/m=2/6$ ,  $x_i(m-x_i)=5/6$ 이므로  $x_w=0.89$ 가 되고, (b)와 같은 형태를 취하면  $r_i/m=3/6$ ,  $x_i(m-x_i)=5/6$ 으로  $x_w=0.83$ 이 된다. 따라서  $x_w$ 는 지속성 현상을 잘 설명함을 알 수 있다. 반복측정된 자료에서 어떤 특성이 완전한 지속성이 있다면  $x_w$ 는 1이 된다.

$x_w$ 의 분산을 추정하기 위하여 잭나이프 방법(Efron 1982 : Mosteller and Tukey, 1977)을 이용하였다. 전체 관찰대상자에 대한  $x_w$ 의 추정량을  $\hat{x}_w$ , 개인  $i$ 를 제외한  $(n-1)$ 명의 관찰대상자에 대한  $x_w$ 의 추정량을  $\hat{x}_{w(-i)}$ 라고 하면  $x_w$ 에 대한 의사값(pseudo value)  $\bar{x}_{w(i)}$ 는 다음과 같다.

$$\bar{x}_{w(i)} = n \cdot \hat{x}_w - (n-1) \cdot \hat{x}_{w(-i)} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

따라서,  $x_w$ 의 잭나이프 추정량은  $\bar{x}_w = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x}_{w(i)}$ 이 되고  $n$ 이 커짐에 따라 다음 식 (15)가 성립한다.

$$\frac{\frac{1}{n} (\bar{x}_w - x_w)}{\left[ \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x}_{w(i)} - \bar{x}_w)^2 \right]^{1/2}} \rightarrow N(0, 1) \quad (15)$$

#### 4. 새로운 지속성 지수와 McMahan의 지속성 지수와의 모의실험 비교

반복측정된 자료에서 지속성이 있는가를 알아보기 위한 새로운 지속성 지수와 McMahan(1981)의 지속성 지수를 비교하기 위하여 모의실험(simulation)을 하였다. 모의실험은 GAUSS(1988)를 이용하였다. 지속성이 없다는 귀무가설 하에서 상관계수 행렬은 각 시점간에 상관관계가 없는 경우이다(즉,  $j=j'$ 이면  $\rho_{jj'}=1$ 이고  $j \neq j'$ 이면  $\rho_{jj'}=0$ 이 성립한다.). 한편, 지속성이 있다는 대립가설 하에서 반복측정된 자료의 특정 상관계수 행렬(specific correlation matrix)을 가정한 후 다변량 정규분포로부터 표본크기가 30, 시점이 6인 난수를 생성한 후 유의수준  $\alpha=0.05$ 하에서 단측검정을 시행하였다. 이와 같은 시행을 1,000번 반복하여 귀무가설을 기각하는 횟수로 검정력을 비교하였다. 한편 McMahan의 지속성 지수를 구하기 위해 사용된 성장곡선의 차수는 5차로 하였다.

표 1은 표본크기가 30인 경우에 여섯 시점에서 반복측정한 자료에서 상관계수 행렬의 형태가  $R_1$ 이고 각 시점간의 상관계수  $r$ 이 0.0, 0.1, 0.2, 0.5와 0.9일 때 지속성 지수간의 검정력을 비교한 결과를 보여주고 있다.

$$R_1 = \begin{bmatrix} 1 & r & r & r & r & r \\ r & 1 & r & r & r & r \\ r & r & 1 & r & r & r \\ r & r & r & 1 & r & r \\ r & r & r & r & 1 & r \\ r & r & r & r & r & 1 \end{bmatrix}$$

표 1의 모의실험 결과를 살펴보면 모든 시점간의 상관계수가 0인 귀무가설 하에서  $x_w$ 의 관찰된 유의수준은 0.05임을 볼 수 있다.  $t$ 의 관찰된 유의수준은 0.05가 되지 않았기 때문에 이를 조정하였다. 두 지속성 지수는 모든 시점간의 상관계수가 클 수록 검정력이 증가함을 볼 수 있고, 각 시점간의 상관계수가 0.5이상인 경우에 검정력은 큰 차이가 없음을 볼 수 있다. 그러나,  $t$ 는 각 시점간의 상관관계가 낮은 경우( $r<0.5$ )에도 지속성이 있다는 결론을 내림을 볼 수 있다.

표 1. 상관계수 행렬이  $R_1$ 인 경우 모의실험 결과

표본크기 (n)	상관계수 (r)	기각 횟수	
		$x_w$	$t$
30	0.00	57	49
	0.10	211	524
	0.20	478	877
	0.50	971	1000
	0.90	1000	1000

표 2는 표본크기가 30인 경우에 여섯 시점에서 반복측정한 자료에서 상관계수 행렬의 형태가  $R_2$ (그림 1의 (a)의 형태)이고 각 시점간의 상관계수  $r$ 이 각각 0.1, 0.2, 0.5와 0.9일 때 검정력을 비교한 결과이다. 표 2에서  $x_w$ 는  $t$ 보다 높은 검정력을 보여준다.

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & -r & -r & -r & -r & -r \\ -r & 1 & r & r & r & r \\ -r & r & 1 & r & r & r \\ -r & r & r & 1 & r & r \\ -r & r & r & r & 1 & r \\ -r & r & r & r & r & 1 \end{bmatrix}$$

표 2. 상관계수 행렬이  $R_2$ 인 경우 모의실험 결과

표본크기 (n)	상관계수 (r)	기각 횟수	
		$\chi_w$	$\tau$
30	0.10	133	124
	0.20	243	236
	0.50	759	738
	0.90	1000	1000

표 3은 표본크기가 30인 경우에 여섯 시점에서 반복측정한 자료에서 상관계수 행렬의 형태가  $R_3$ (그림 1의 (b)의 형태)이고 각 시점간의 상관계수  $r$ 이 0.1, 0.2, 0.5와 0.9일 때 검정력을 비교한 결과이다.

$$R_3 = \begin{bmatrix} 1 & -r & r & r & r & r \\ -r & 1 & -r & -r & -r & -r \\ r & -r & 1 & r & r & r \\ r & -r & r & 1 & r & r \\ r & -r & r & r & 1 & r \\ r & -r & r & r & r & 1 \end{bmatrix}$$

표 3에서  $\tau$ 는 상관계수 행렬  $R_3$  하에서 모든  $r$ 에 대하여 높은 검정력을 보여주고 있다.

표 3. 상관계수 행렬이  $R_3$ 인 경우 모의실험 결과

표본수 (n)	상관계수 (r)	기각 횟수	
		$\chi_w$	$\tau$
30	0.10	90	114
	0.20	135	264
	0.50	547	754
	0.90	993	1000

상관계수 행렬이  $R_2$ 인 경우가  $R_3$ 인 경우보다 상대적으로 더 높은 지속성 현상을 보임에도 불구하고  $\tau$ 는  $R_2$ 와  $R_3$ 인 경우에 유사한 검정력을 보임을 알 수 있다.  $\tau$ 는 모든 시점간의 상관계수들의 평균을 검정하기 때문에 자료가 지니고 있는 유형과는 관계없이 모든 시점간의 상관계수의 평균이 비슷할 경우 유사한 검정력을 보임을 알 수 있다.

### 5. 실제 자료를 통한 비교

Vonish와 Carter(1987)는 신장 기능을 돋기 위하여 사용되는 투석기(dialyzer)를 이용할 때 시간의 경과에 따른 삼투압(transmembrane pressure)의 변화가 있는가를 보기 위하여 11명을 대상으로 삼투압을 4회 반복측정하였다. 이 삼투압 자료가 지속성 현상을 보이는가를 알아보고자 한다. 분석에 사용된 자료는 다음 표 4와 같다.

표 4. 삼투압 자료

대상	시점 1	시점 2	시점 3	시점 4
1	183.0	249.0	345.5	449.5
2	160.5	244.5	348.5	424.5
3	149.5	254.5	353.0	403.5
4	188.5	243.0	339.5	462.5
5	208.0	248.5	350.0	448.0
6	182.5	245.5	350.5	443.5
7	184.0	250.0	350.0	446.0
8	192.0	251.5	342.5	452.0
9	181.5	251.5	344.0	479.0
10	174.5	254.0	345.0	455.0
11	213.5	235.5	341.0	454.0

표 4의 삼투압 자료의 시점에 따른 관찰치의 변화를 보기 위하여 그래프로 나타내면 그림 2와 같다.

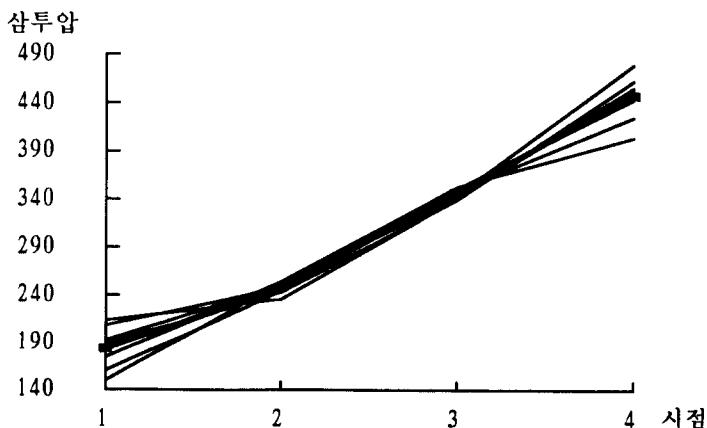


그림 2. 삼투압 자료의 시점에 따른 변화

한편 표 4의 삼투압 자료로부터 구한 상관계수 행렬은 표 5와 같다. 표 5를 보면 두 시점간의 상관계수는 -0.71에서부터 0.62사이의 값을 보여 주고 있다.

표 5. 삼투압 자료의 상관계수 행렬

시점	1	2	3	4
1	1.00	-0.55	-0.50	0.62
2	-0.55	1.00	0.43	-0.17
3	-0.50	0.43	1.00	-0.71
4	0.62	-0.17	-0.71	1.00

그럼 2와 표 5의 결과로부터 개인의 관찰치가 전체 관찰대상자의 평균을 중심으로 두 시점에서 관찰치가 속하는 범주가 바뀜을 볼 수 있다. 따라서 4회 반복측정한 삼투압의 자료가 지속성 현상을 보인다는 데에는 무리가 있다.  $x_w$ 와  $\tau$ 의 추정량과 지속성 현상에 대한 검정 결과는 표 6과 같다. 이때  $x_w$ 를 계산하기 위한 절단점( $c_j^*$ )은 각 시점의 평균을 이용하였다. 한편  $\tau$ 를 구하기 위한 성장곡선의 차수는 3차로 하였다.

표 6. 삼투압 자료에 대한 지속성 지수의 비교

지속성 지수	추정량	$ z $
$x_w$	0.5568	1.058
$\tau$	0.3862	1.665

표 6의 결과를 살펴보면 유의수준  $\alpha = 0.05$ 하에서  $x_w$ 는  $|z|=1.058$ 로  $z_{1-\alpha} = 1.645$ 보다 작으므로 지속성이 없다는 귀무가설을 기각할 수 없다. 반면에,  $\tau$ 는  $|z|=1.665$ 로 지속성이 없다는 귀무가설을 기각하게 된다. 따라서  $\tau$ 의 지속성 지수는 지속성 현상이 없다고 생각되는 자료에서도 지속성이 있다는 결론을 내리게 된다.

## 6. 결 론

반복측정된 자료에서 어떤 특성이 초기 시점에서 높은 수준에 있을 경우 시간의 경과에 따라 계속적으로 높은 수준을 유지할 때 지속성 현상이 있다고 하며 이러한 지속성 현상은 역학 연구에서 매우 중요한 의미를 지니고 있다. 따라서, 지속성 현상을 적절히 설명할 수 있는 통계적

모형의 설정은 매우 중요한 과제이다. 본 연구에서는 기존의 지속성에 대한 연구들을 살펴보고 반복측정된 자료로부터 지속성 현상을 더 잘 설명할 수 있는 새로운 통계량을 제안하였다.

지속성 현상을 설명하기 위한 기존의 연구에서 제안한 여러가지 지속성 지수중에서 널리 이용되는 McMahan(1981)의 지속성 지수  $\tau$ 에 대하여 살펴보았다.  $\tau$ 는 반복측정된 자료의 두 시점 간의 상관계수의 평균이 0인가를 검정하는 통계량으로 상관계수의 평균이 0보다 큰 경우에 자료의 유형과 관계없이 지속성이 있다는 결론을 내리는 문제점을 가지고 있다. 또한 지속성이 없다고 생각되어지는 특정 상관계수 행렬의 경우에 있어서도 지속성 현상이 있다는 검정 결과를 제공하는 등 지속성을 설명하는데 있어서의 문제점을 지니고 있다. 본 연구에서는 각 개인의 연의 수를 가중치로 사용한 새로운 지속성 지수  $x_w$ 를 제안하였다.  $x_w$ 와  $\tau$ 를 모의실험을 통하여 비교하였다. 지속성이 있다고 생각되는 두 시점간의 상관관계가 높은 경우에는 두 지속성 지수가 거의 유사한 검정력을 지니고 있다. 특정 상관계수 행렬을 갖는 반복측정된 자료의 경우에  $x_w$ 가  $\tau$ 보다 지속성을 설명하는데 있어서 적절한 통계량임을 알 수 있다. 한편 Vonish 와 Carter(1987)가 투석기의 삼투압을 반복측정한 자료에 적용해 본 결과 새로운 지속성 지수는 주어진 자료의 유형에 따른 지속성 현상을 적절히 설명하고 있음을 알았다. 모의실험과 실제 자료에 대한 적용에서 새로운 지속성 지수는 지속성 현상을 설명하는데 있어 적절한 통계량으로 지속성에 대한 역학 연구에 많은 도움을 줄 수 있다고 생각된다.

본 연구의 추후연구로 Suh 등(1993, 1994)이 인천광역시 강화군에서 1986년에 국민학교 1학년인 학생을 대상으로 추적 조사한 혈압이 지속성이 있는가를 검정하기 위하여 임의계수모형(random coefficient model)으로 각 개인의 성장곡선을 추정한 후 추정된 성장곡선으로부터 각 시점에서의 개인의 예측치를 구한 후 이 예측치의 순위(rank)를 이용한 새로운 지속성 지수에 대한 연구를 진행하고 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] 서 일, 남정모, 강형곤 (1993). 혈압의 역학적 연구와 지속성에 대한 통계학적 분석, 「응용 통계연구」, 제6권 2호, 191-200.
- [2] Aptech Systems, Inc. (1988). GAUSS, Aptech System, Inc, Washinton.
- [3] Blomqvist, N. (1977). On the relation between change and initial value, *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 72, 746-749.
- [4] Efron, B. (1982). *The Jackknife, the bootstrap and other resampling plans*, Society for industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- [5] Fleiss, J.L. (1981). *Statistical methods for rates and proportions*, John Wiley & Sons, New York.
- [6] Foulkes, M.A., and Davis, C.E. (1981). An index of tracking for longitudinal data, *Biometrics*, Vol. 37, 439-446.
- [7] McMahan, C.A. (1981). An index of tracking, *Biometics*, Vol. 37, 447-455.

- [8] Moteller, F., and Tukey, J.W. (1977). *Data analysis and regression*, Addison-Wesley Publishing Company Inc, Philippines.
- [9] Suh, I., Nam, C.M., Lee, E.S., Kim, I.S., and Lee, S.Y. (1994). Blood pressure tracking in Korean schoolchildren, *International Journal of Epidemiology*, Vol. 23, 710–715.
- [10] Vonish, E.F and Carter R.L. (1987). Efficient inference for random coefficient growth curve models with unbalanced data, *Biometrics*, Vol. 43, 617–628.
- [11] Ware, J.H., and Wu, M.C. (1981). Tracking : Prediction of future values from serial measurement, *Biometrics*, Vol. 37, 427–437.

## A New Measure of Tracking in Repeated Measurement Data

Hyung Gon Kang<sup>1)</sup>, Byung Soo Kim<sup>2)</sup>

### Abstract

The primary purpose of this study is to develop a measure of tracking by using a modified kappa statistic. Understanding tracking phenomena in epidemiologic studies is quite important, because precautionary measures can be made in the early stage of the outcome event. Several authors proposed measures of tracking. Among them we compared ours against McMahan's using a simulation study. Finally we applied our procedure and McMahan's to real data. We may conclude that our statistic is adequate in explaining and detecting the tracking phenomenon.

---

1) Assistant Professor, Department of Pre Medicine, Pochon CHA University Medical College, Pochongun, Kyoungido, 487-800, Korea

2) Professor, Department of Applied Statistics, Yonsei University, Seoul, 120-749, Korea