한국통계학회논문집 제4권 2호
1997년 8월 pp. 385 - 392

실험계획법 분야에서의 Box 박사의 업적에 관한 요약[1)]

임 용 빈[2)]

요 약

실험계획법분야에서의 Box의 가장 큰 업적은 Fisher에 의해 정립된 실험계획법의 기본원리들을 활용하여 공학과 화학, 물리학 등 과학분야의 실험에 적합한 실용적인 실험계획을 연구하고, 이를 화학공학의 실제문제에 적용하여 실험계획법을 통해 공학기술의 발전에 기여하게 한 사실이다. 이 논문에서는 반응표면분석과 실험계획법과 관련된 Box의 연구업적을 정리, 요약하려 한다.

1. 서론

Box는 1919년 10월 18일 영국의 Gravesend에서 태어났고, 런던 대학에서 화학과를 졸업했다. 제 2차 세계대전 중에 영국 군에 복무하면서, 실험계획법과 자료분석을 필요로 하는 화학무기의 효과분석과 관련된 과제에 참여하면서 통계학에 관심을 갖게 되었다. 런던대학에서 1947년에 수리통계학으로 이 학사 학위를 받았고, 1952년에 박사학위(Ph. D.)를 받았다.

Box는 1950년대 초에서 중반까지 영국의 Imperial Chemical Industries 에서 통계기법연구실장으로 근무하면서 통계경력을 시작했다. 미국에서의 경력은 1957년에 프린스톤대학의 통계기법연구그룹의 소장으로 일을 하면서 시작된다. 1960년에 위스콘신대학으로 옮겨서 통계학과를 설립하고, 학과장과 교수로 많은 연구업적을 쌓았다. Box는 실험계획법, 시계열분석, 추론, 비선형 추정론, 강건성에 관련된 110편의 연구논문을 발표하였다. 이 논문에서는 반응표면분석과 실험계획법과 관련된 연구업적을 정리, 요약하려 한다.

Fisher는 로담스테드의 농업실험실에서 농학, 생물학, 유전학자와 함께 농학과 관련된 실험을 수행하면서 가장 효율적인 실험을 위한 실험계획법의 기본원리들을 정립하였다. Fisher에 의해서 정립된 실험계획법의 가장 중요한 기본원리는 실험의 랜덤화, 반복, 블럭화이다. 요인배치법과 난괴법을 적용하여 대부분의 실험이 계획되고, 얻어진 실험자료가 분석되었다. Box는 1950년대에 ICI(Imperical Chemical Industries, Ltd)에서 화학자, 화학공학자와 함께 화학공정과 관련된 실험을 통해서 반응표면분석의 기법에 관한 공동연구결과를 발표하였다. Box가 자문한 화학실험을 Fisher가 자문한 농학실험에 대비한 경우의 차이점은 ① 관측오차의 분산이 작고, ② 대부분의

---

1) 이 연구는 1995년도 이화여대 교내연구비지원에 의한 결과임. 과제번호 95-25.

2) (120-750) 서울시 서대문구 대현동 이화여자대학교 통계학과 교수.

인자가 계량인자로 실험의 목적이 반응변수를 최적화 하는 계량인자들의 값인 최적조건을 찾는 것이다. Box의 가장 큰 업적은 Fisher에 의해 정립된 실험계획법의 기본원리들을 활용하여 공학과 화학, 물리학 등 과학분야의 실험에 적합한 실용적인 실험계획을 연구하고, 이를 화학공학의 실제문제에 적용하여 실험계획법을 통해 공학기술의 발전에 기여하게 한 사실이다.

2. Box의 실험계획법에서의 주요 업적.

(1) 한번에 모든 실험을 실시하여 반응표면을 분석하기보다 축차적인 실험실시와 최대경사법에의 한 실험자료의 분석을 통해서 최적조건 근처의 관심영역을 축차적으로 찾고, 관심영역근처에서 중심합성계획법(Central Composite Design: C.C.D.)에 의해 이차모형을 적합시켜서 반응표면분석의 기법에 의해 최적조건을 찾는 방법인 축차적인 실험계획법을 이용한 반응표면분석법은 현재까지 공학분야에서 많이 활용되는 방법이다.

(2) Fisher에 의해 제안된 요인실험계획법, 난괴법의 한계에서 벗어나, 중심합성계획, 심플렉스 설계(simplex design), Box-Benken design 등, 적은 실험횟수로 반응표면분석이 가능한 실용적인 실험계획을 만들었다.

(3) 우리가 가정한 모형에 대해서 강건한(robust) 실험계획을 선택할 수 있는 기준인 IMSE (Integrated Mean Squares Error)를 제안하였다. IMSE를 최소로 하는 실험계획은 참모형으로 가정될 수 있는 더 넓은 범위의 모형에 대해서도 반응변수의 추정오차를 제어할 수 있는 실험계획이다.

(4) 2^{k-p} 부분실시법, 별명형식(alias pattern), fold over design 을 연구하여 적은 실험횟수로 인자들의 주효과와 관심이 있는 2인자 교효작용효과를 추정할 수 있는 실용적인 실험계획을 구하였다.

(5) 적은 실험횟수로 반응치의 평균을 제어하면서 동시에 산포를 작게하는 최적조건을 찾는 방법인 다구찌가 제안한 파라미터설계(parameter design)의 이론적인 뒷받침을 제시하고, 변수변환방법과 정규확률그림(half normal probality plot), 베이스 그림(bayes plot)에 의해서 다구찌 방법을 향상시켰다.

3. 주요 연구논문 요약.

실험계획에 관련된 최초의 논문은 화학자인 Wilson과의 공동연구결과인 [1]이다. 이 논문의 가장 큰 목적은 화학공정에서 최적조건을 찾는 것이다. 즉, 반응치 $\eta=\phi(x)$를 최대로(최적으로) 하는 최적조건 x_0를 결정하는 것이다. 각 계량인자의 반응치에 미치는 영향에 관한 지식이 없이, 한번에 필요한 모든 실험을 계획하고, 실시한 후에 얻어진 실험자료를 분석하기(one shot experiment) 위해서는 계량인자의 관심범위에서 수준들를 골고루 많이 취해야 한다. 따라서 요

인배치법을 사용하는 경우에 총실험의 크기가 크게 된다. [1]에서는 실험을 축차적으로 실시하는 것(sequential experiment)을 제안했다. 계량인자들의 수를 k라 표시할 때에, 초기단계에서는 계량인자들과 반응치와의 모형을 1차모형으로 간주하여 2^{k-p}부분실시법 또는 Plackett & Burman실험을 실시하여 최소제곱법에 의해서 각각의 회귀계수를 추정한다. 반응치를 향상시키는 계량인자들의 영역으로 이동하기 위해서, 최대경사법(steepest ascent method)에 의하여 각 계량인자의 추정된 회귀계수들의 벡터에 의하여 이동방향을 결정한다. 최대경사법을 반복적으로 적용하여 반응치를 최적으로 하는 최적조건 근처의 관심영역을 점차적으로 찾는다. 관심영역근처에서 2수준부분실시법의 분석결과 각 인자의 회귀계수가 0에 가까울 경우, 즉 주효과의 크기가 작게 되는 경우에는 2차모형을 가정한다. 2차모형의 회귀계수를 추정하기 위해서는 각 인자에서 적어도 3개의 수준이 필요하다. 이를 위해서 2수준 인자들의 중앙점에서 m회의 실험을 실시하고, 중앙점을 중심으로 각각의 계량인자의 축을 만들어서 각 축에서 동일한 거리에 떨어져 있는 2k 개의 각각의 축상의 점들에서 실험을 추가로 실시한다. 따라서 축차실험의 마지막 단계에서는 총 실험횟수가 $2^{k-p}+2k+m$ 인 중심합성계획법(C.C.D.)을 제안했다. 중심합성계획법의 장점은 실험의 축차적인 실시가 가능하고, 2차모형을 적합시키기 위한 3수준 부분실시법의 실험횟수인 3^{k-p} 보다 훨씬 적은 실험횟수를 필요로 한다는 사실이다. 이 논문의 또 다른 업적은 실험의 계획 시에 가정한 모형과 실제의 참모형이 다른 경우, 예를 들면 가정한 모형이 일차모형인데 참모형은 이차모형인 경우에 계량인자의 넓은 범위의 실험점들은 추정된 회귀계수의 분산을 작게 하지만 치우침의 크기를 크게 한다는 성질을 고려하여, 추정된 회귀계수의 공분산행렬의 크기와 치우침(bias)의 크기의 상반작용(tradeoff)을 고려한 실험점들의 선택을 제시한 점이다.

논문 [4]는 [1]에서 제시된 화학분야에 적용된 반응표면분석의 기본개념과 기법들을 다른 분야에서의 적용이 용이 하도록 구체적인 예를 들어서 설명한 응용논문이다. 이 논문에서는 추정된 반응치의 이차모형이 취할 수 있는 다양한 반응표면의 모양에 대해서 안정점(stationary point)을 중심으로한 정준분석(canonical analysis), 등고선 그림(contour plot)을 통해서 가능한 반응표면의 모양을 설명하였다. 또한 전문분야의 실험자와 통계학자의 상호역할을 제시하였는데, 실험자는 인자들의 선택과 반응변수와 인자들의 관계, 인자들의 범위를 결정하고, 통계학자는 실험공간에서의 효율적인 실험점들을 선택하고, 얻어진 실험자료를 분석한다. 이 논문에서 제시된 바람직한 실험계획의 선택기준은 추정된 반응치의 분산의 크기와 가정된 모형 보다 넓은 범위의 모형이 참모형인 경우의 치우침의 크기를 고려하고, 넓은 범위의 모형에 대해서도 회귀계수의 추정이 가능한 가를 검토할 수 있이야 한다.

[2]에서는 직교실험계획이 일차모형을 가정한 경우의 최적실험계획임을 보여주었다. 2수준 부분실시법, Plakett & Burman 실험계획, N-1차 공간상의 심플렉스의 꼭지점으로 이루어진 실험계획들이 최적실험계획들이다. 여기서 N은 총실험횟수이다. 또한 실험의 실시에 시간이 오래 걸리는 경우에 인자의 선형효과가 시간에 대한 경향(trend)에 직교하도록 설계하여 인자의 선형효과가 시간의 효과에 분리되어 추정되기 위한 인자수준들의 선택방법이 토의되었다.

[3]에서는 [2]에서 토의된 인자의 효과를 시간에 대한 경향효과에 직교하도록 하는 실험계획의 선택방법을 일반화시키고, 계량인자의 효과가 곡선효과인 경우를 가정하여 구체적인 예를 들어서 설명한 논문이다. 기존의 약과 새로 개발한 약에 대해서 투여량에 대한 반응곡선을 비교하는 실험을 생각하자. 두 마리의 쥐를 가지고 동일한 투여량에 대해서 짝 지워진 실험의 실시를 계획한다. 이 실험에서는 일정시간이 경과한 후에 각각의 약의 투여량을 바꾸어 가면서 쥐의 신경조직에 전

기충격을 가한 후의 수축력을 측정한다. 실험자는 동일한 쥐에 대한 반복된 전기충격으로 신경조직의 시간에 따른 피로도를 예상할 수 있어서 시간에 대한 경향효과를 기대할 수 있다. 이 논문에서는 투여량과 경향의 곡선효과, 즉 투여량의 이차효과까지의 존재를 가정하고 시간에 대한 경향을 3차효과까지 가정한 경우에 시간효과에 직교하도록 투여량을 결정하는 방법이 토의되고, 이에 따라서 얻어진 실험자료를 분석하였다.

[5]에서는 바람직한 실험계획의 선택기준으로 추정된 반응치의 분산함수가 관심영역의 중앙점에서 동일한 거리에 있는 독립변수들의 값에서 같은, 즉 관심영역의 중앙점을 기준으로 코우드화된 독립변수들을 x라 표시할 때에 분산함수인 $V(\hat{y}(x))$가 독립변수 x들의 거리인 $\rho=\sqrt{x'x}$ 만의 함수로 표시되는 실험계획인 회전가능 실험계획(rotatable designs)을 제안하였다. 주어진 실험계획은 독립변수들의 공간상에서의 확률분포로 간주될 수 있다. 따라서 각각의 실험계획에 대하여 독립변수들의 적율(moments)들이 정의된다. 이 논문에서는 일반적인 다항모형에서 주어진 실험계획이 회전가능하기(rotatable) 위한 실험계획의 필요충분조건을 적율(moments)들의 식으로 표현하였다. 일차모형의 최적실험계획인 직교실험계획이 회전가능(rotatable) 하다는 사실을 보여주고, 2차모형에 대한 회전가능(rotatable) 한 실험계획의 예로 중심점을 갖는 정오각형(Pentagonal) 실험계획, 정육각형(Hexagonal) 실험계획, 중심합성계획(C.C.D.)등을 들고, 중심점들의 갯수 m의 적절한 선택을 통하여 실험의 직교성을 얻거나, 실험의 중심점과 단위거리상의 점들에서의 추정된 반응치의 분산이 같게 할 수 있슴을 보여 주었다. 또한 중심합성계획을 블럭으로 실시해야할 경우에 직교 블럭실험을 얻기 위한 실험조건들의 블럭배치를 구하였다.

비선형모형의 효율적인 실험계획을 위해서는 회귀계수의 값에 대한 사전정보가 필요하다. [6]에서는 회귀계수의 사전 추측치를 알고 있다는 가정하에, 비선형 회귀모형에서 실험계획을 선택하는 기준으로 선형모형의 경우에 회귀계수의 추정치의 공분산 행렬식을 최소화하는 기준인 D-최적기준에 대응되는 기준을 제시하였다. [13]에서는 비선형모형에서 실험의 크기가 N인 실험계획이 주어졌을 때에 축차적인 방법에 의해서 한 개의 최적실험점을 추가로 선택하는 방법을 제시하였다. 이 논문에서는 회귀계수의 사전분포가 근방에서 균등하다는(locally uniform) 가정 하에 베이스 추정치 $\hat{\theta}_{N+1}$에서의 사후확률(posterior probability)를 최대로 하는 실험조건의 선택이 선형모형의 경우에 독립변수의 영역에서 분산함수의 최대값을 최소화하는 기준인 G-최적기준에 대응됨을 보여주고, 분산함수를 최대로 하는 실험조건의 축차적인 선택을 제시하였다.

독립변수들의 관심영역에서 실제모형을 다항모형에 근사시키는 경우에 가정한 모형이 어느 정도는 부정확하다. 가정된 모형보다 더 넓은 범위의 모형이 참모형일 경우에도 반응치의 추정의 정도가 만족스러운 실험계획을 얻는 문제가 이미 [1], [4]에서 제기되었다. [7], [12]에서는 이를 위한 구체적인 실험계획기준들이 제시되고, 가정된 모형이 각각 1차, 2차 모형이고, 실제모형이 2차, 3차 모형인 경우의 최적실험계획의 조건이 실험계획적률(design moments)로 표현되고, 예제를 통해서 합리적인 실험계획을 구하였다. [7]에서는 적합모형과 실제모형의 차이를 고려한 계량적인 실험계획기준인 반응치의 적분평균제곱오차 IMSE (Integrated Mean Square Errors)를 최소로 하는 기준을 1차적인 조건으로 제시하였다. IMSE는 관심영역내의 주어진 독립변수의 값에서 추정된 반응치의 분산을 관심영역에서 적분한 값인 V와 치우침 크기의 제곱을 관심영역에서 적분한 값인 B의 합이다. 2차적인 조건으로는 적합결여검정력을 크게 하는 실험계획기준이다. 가정된 모형이 일차모형일 경우에는 IMSE를 최소로 하는 실험계획이 B를 최소로 하는 실험계획에 근사된다는 사실을 보이고, 독립변수가 한 개인 경우에 두 가지 조건을 만족하는 실용적인 실험계획을

구하는 과정을 구체적인 예를 통해서 보여주었다. [12]는 [7]의 연구결과의 확장이다. 가정된 모형이 2차이고 실제모형이 3차인 경우에 회전가능한(rotatable) 실험계획들 중에서 [7]에서 제시된 두가지 조건을 만족하는 실험계획을 얻기위한 조건이 구해졌다. [12]에서는 회전가능한(rotatable) 중심합성계획의 범주에서 최적실험계획에 해당되는 상자점(box points)과 별점(star points)의 위치, 중심점의 갯수가 표로 주어졌다.

[8]에서는 2차다항모형을 가정한 경우에 1차 직교실험계획을 활용하여서 2차회전가능한(rotatable) 실험계획을 얻는 방법이 전개되었다. 독립변수가 k개인 경우에 직교실험계획, 직교실험계획의 서로 다른 2개의 벡터의 합, … , k+1 개의 벡터의 합으로 이루어진 벡터들의 크기를 각각 조정하여 얻어진 실험계획은 2차 회전가능한(rotatable) 실험계획이고, 이 실험계획을 Simplex-Sum 실험계획이라 하였다. 이 실험계획의 총 실험의 크기는 $2^{k+1}-1$ 로 중심합성계획보다 더 많은 실험을 해야 한다는 것이 단점이다.

2차다항모형에 유용한 불완전 3수준 요인실험계획법의 바람직한 성질은 실험계획이 회전가능(rotatable) 하고, 직교 블럭화에 의한 실험실시가 가능해야 한다. 3 수준의 부분실시법은 너무 많은 실험을 필요로 하기에, [9]에서는 불완전균형실험(Balanced Incomplete Block: B.I.B.)과 2수준 요인배치법의 실험배치를 조합하여 직교블럭화에 의한 실험의 실시가 가능한 실험계획을 구하고, 이를 표로 만들어서 실험계획의 실용화가 가능하게 하였다. 이 실험계획의 장점은 회귀계수의 추정치의 계산과 분산분석이 간단하고, 중앙점의 갯수에 의해서 추정된 반응치의 분산을 균등하게 조절할 수 있다는 점이다.

반응치에 영향을 주리라 기대되는 인자들의 수가 많을 경우에, 적은 실험횟수로 중요한 인자를 걸러내는 실험계획과 주효과와 2인자 교호작용효과에 관심이 있는 경우의 실험계획으로 2수준 부분실시법이 많이 사용된다. [10], [11]에서는 2수준 부분실시법에서 주효과의 추정에만 관심이 있는 경우에 가장 적은 실험횟수를 필요로 하는 Resolution III 실험계획의 정의대비를 만드는 방법, 주효과와 3인자 교호작용효과를 교락시켜서 2인자 교호작용효과로 부터 분리된 추정을 허용하는 Resolution IV 실험계획의 정의대비를 만드는 방법, 부분실시법의 블럭화 등에 대해서 연구하였다. 특히 Resolution III 실험을 축차적으로 실시하는 경우에 모든 주효과를 2인자 교호작용에서 분리추정을 위한 실험계획, 특정한 주효과을 2인자 교호작용에서 분리추정을 위한 실험계획과 Resolution V 실험계획을 블럭으로 실시해야 할 경우의 정의대비와 블럭을 정의하는 교호작용효과들을 표를 만들어 인자의 수가 5에서 11인 경우에 대해서 나열하였다.

공업실험의 중요 인자를 선별하는 과정에서 경험적으로 잘 알려진 원칙이 영향을 주리라 기대되는 많은 인자들 중에서 실제로 영향을 주는 인자는 많아야 3개에서 5개 정도라는 사실이다. 따라서 2수준 부분실시법인 2^{k-p} 실험을 통해서 유의한 효과를 걸러낼 수 있다. 유의한 효과를 분산분석을 통해서 걸러낼 수 있지만, 그래프를 활용한 쉬운 방법은 각각의 효과의 자유도가 1인 사실을 이용하여 각각의 효과에 대해서 정규확률그림을 그린 후에, 직선에서 많이 벗어나 있는 점에 대응되는 유의한 효과를 시각적으로 알아내는 방법이다. [15]에서는 각각의 효과가 유의할 비율을 과거 자료에 근거하여 0.13 에서 0.27로 고정시키고, 이 범위의 비율에 대해서 유의한 경우의 각각의 효과의 분포를 정규분포로 가정하여 실험자료가 주어진 후의 각각의 효과의 사후확률(posterior probability)을 계산하여 그림으로 그린 베이스 그림(Bayes plot)에 의해서 유의한 효과를 걸러내는 시각적인 방법을 제안했다.

[16]은 2수준 직교배열표를 이용한 실험을 통해서 산포효과(dispersion effects)를 알아내는 분석

방법을 제시한 논문이다. 중요한 효과들을 걸러내려는 변수선별단계의 실험에서 인자들의 평균에 영향을 주는 주효과와 몇 개의 2인자 교호작용 효과의 검출에 관심이 있어서 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표를 이용한 실험을 생각하자. 이 논문에서는 각 열에 해당되는 효과들의 정규확률그림이나 분산분석을 통하여 평균에 영향을 주는 유의한 효과를 검출한 후에, 동일한 실험자료의 분석을 통해서 산포에 영향을 주는 효과를 검출하는 방법을 제시하였다. 먼저 $L_{16}(2^{15})$ 직교배열표의 실험자료들로부터 각각의 실험조건에서의 평균의 추정치인 $\hat{y}_i$, 잔차인 $e_i = y_i - \hat{y}_i$ 를 구한다. 각각의 열은 1수준이 8개, 0수준이 8개로 구성되어 있어서 총 16 개의 잔차를 0, 1 그룹 각각 8개로 분류할 수 있고, 이를 각각의 열에 배치된 인자의 각각의 수준에서의 반복 8회의 오차들의 실험자료로 간주할 수 있다. 각 열에서 0, 1 두 그룹에서의 8 개의 잔차들의 제곱의 합의 비는 1 수준과 0수준에서의 분산의 비인 F_j에 관한 정보를 제공하여서 F_j의 크기가 큰 경우에는 해당열에 배치된 인자를 산포효과인자로 생각할 수 있다. 또한 산포효과를 결정하는 방법으로 $\log F_j$의 정규확률그림을 제안했다. 일반적으로 산포효과의 검출을 위해서는 주어진 실험조건에서 실험을 반복해서 실시해야 하기에 총 실험횟수의 크기가 커진다. 이 논문의 기여도는 2수준 부분실시법인 직교배열표를 이용한 실험계획자료를 이용하여 산포효과의 검출도 가능하다라는 사실을 보여준 데 있다.

파라미터 설계(parameter design)의 목표는 제품의 품질특성치를 목표치에 근접시키면서 제품의 생산현장에서 생기는 제조공정조건의 변동, 제품의 사용환경조건의 변화에 영향을 적게 받는, 즉 둔감한(robust) 제품을 생산하기 위한 최적조건을 찾는 것이다. 이를 위한 다구찌 방법은 실험자가 제어할 수 있는 제어인자(control factors)와 제조공정의 환경조건이나 제어하기가 불가능한 인자들인 잡음인자(noise factors)의 교적실험(product array)에 의해서 실험을 실행하고, 각각의 제어인자의 실험조건에서 SN비를 계산한 후에, SN비를 새로운 특성치로 간주하여 SN비에 영향을 주는 인자를 걸러내서 품질특성치의 산포에 영향을 주는 산포제어인자들을 결정한다. 그 다음 단계로 제어인자의 각각의 실험조건에서의 특성치들의 평균에 대한 분산분석을 통해서 평균에 영향을 주는 평균조정인자들을 결정한다. 최적조건의 결정방법은 SN비를 최대로 하는 산포제어인자들의 조건을 결정하고, 평균조정인자들의 수준변화에 의해서 평균을 목표치에 근접시킨다. Leon 등(1987)은 품질특성치의 목표치에 대한 평균제곱오차(Mean Square Errors)를 최적으로 하는 다구찌의 2 단계 최적화 방법은 각 제어인자의 실험조건에서의 표준편차가 평균에 비례하는 경우에 최적방법이라는 사실을 보여주어서 다구찌 방법의 이론적 근거를 제시하였다. 또한 일반적인 경우에는 평균제곱오차를 최적으로 하기 위해서 각각의 제어인자의 실험조건에서의 표준편차와 평균의 관계에 의해서 결정되는 PerMIA(Performance Measure Independent of Adjustment)를 최적으로 하는 실험조건이 결정되어야 한다는 사실을 보여주었다. [17]에서는 모형의 간단성과 평균과 표준편차의 변형될 수 있는 종속성의 제거라는 분리성의 원칙에 따라서 변수변환과 램다 그림(lambda plot)을 통해서 산포제어인자와 평균조정인자를 그림을 통하여 시각적으로 결정하는 방법을 제안하였다. 모든 실험자료를 멱변환(power transformation), $Y_\lambda(x) = y(x)^\lambda$ 한 후에 변환된 실험자료로 부터 각각의 실험조건에서의 평균과 표준편차를 구한다. 각각의 λ에 대하여 변환된 자료평균들로 부터 각 열의 효과에 대한 t 값을 계산하여 평균조정인자를 결정하기 위한 램다 그림을 그리고, 변환된 자료의 표준편차의 로그를 취한 값들로 부터 각 열의 효과에 대한 t

값을 계산하여 산포제어인자를 결정하기 위한 램다 그림을 그린다. 각각의 램다 값에 대하여 두 그림을 동시에 비교하면서 모형의 간단성과 분리성의 원칙에 따라서 램다 값을 결정하고, 그 값에서의 산포제어인자와 평균조정인자를 결정하여서, Leon 등(1987)에 의해서 제시된 일반적인 경우의 최적조건의 결정방법을 시각적으로 제시하여 실제문제에 적용할 수 있게 하였다.

참고문헌

[1] Box, G.E.P. and Wilson, K.B. (1951) On the Experiment Atainment of Optimum Conditions, *J. R. Stat. Soc., B*, 13, 1-45

[2] Box, G.E.P. (1952) Mult-Factor Designs of First Order, *Biometrica*, 39, 49-57

[3] Box, G.E.P. and Hay, W.A. (1953) A Statistical design for the Efficient Removal of Trends Occurring in a Comparative Experiment with an Application in Biological Assay, *Biometrics*, 9, 304-319

[4] Box, G.E.P. (1954) The Exploration and Exploitation of Response Surfaces: Some General Considerations and Examples, *Biometrics*, 10, 16-60

[5] Box, G.E.P. and Hunter, J.S. (1957) Multi-Factor Experimental Designs for Exploring Response Surfaces, *Ann. Math. Stat.*, 28, 195-241

[6] Box, G.E.P. and Lucas, H.L. (1959) Designs of Experiments in Non-Linear Situations, *Biometrika*, 46, 77-90

[7] Box, G.E.P. and Draper, N.R. (1959) A Basis for the Selection of a Response Surface Design, *J. Amer. Stat. Assoc.*, 54, 622-654

[8] Box, G.E.P. and Behnken, D.W. (1960) Simplex-Sum Designs: A class of Second Order Rotatable Designs Derivable from those of First Order, *Ann. Math. Stat.*, 31, 838-864

[9] Box, G.E.P. and Behnken, D.W. (1960) Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables, *Technometrics*, 2, 455-475

[10] Box, G.E.P. and Hunter, J.S. (1961) The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs, Part 1, *Technometrics*, 3, 311-351

[11] Box, G.E.P. and Hunter, J.S. (1961) The 2^{k-p} Fractional Factorial Designs, Part 2, *Technometrics*, 3, 449-458

[12] Box, G.E.P. and Draper, N.R. (1963) The Choice of Second Order Rotatible Design, *Biometrika*, 50, 335-352

[13] Box, G.E.P. and Hunter, J.S. (1963) Sequential Design of Experiments for Nonlinear Models, *Proceeding of IBM Scientific Computing Symposium on Statistics*, 113-137

[14] Box, G.E.P. and Guttman, I. (1966) Some Aspects of Randomization, *J. Roy. Stat. Soc., B*, 28, 543-558

[15] Box, G.E.P. and Meyer, R.D. (1986) An Analysis for Unreplicated Fractional Factorials, *Technometrics*, 28, 11-18

[16] Box, G.E.P. and Meyer, R.D. (1986) Dispersion Effects from Fractional Factorial Designs, *Technometrics*, 19-27

[17] Box, G.E.P. (1988) Signal-to-Noise Ratios, Performance Criteria and Transformations, *Technometrics*, 30, 1-17

[18] Leon, R.V., Shoemaker, A.C. and Kacker, R.N. (1987), Performance Measure Independent of Adjustment, *Technometrics*, 29, 253-285