

# 기초지반의 지지력 및 진행성 파괴에 대한 수치해석

Numerical analysis of Bearing Capacity and Progressive Failure of Footings

김 영 민\*  
Kim, Young - Min

---

---

## Abstract

The failure of footing generally involves the concentration of deformation into one or more narrow bands. With the displacement of the footing, the failure plane will subsequently form. The purpose of this paper is to assess the capabilities of numerical techniques to predict bearing capacity and progressive failure of footings. By using the method of large deformation theory and strain softening we have investigated the progressive failure of strip footing on undrained clay. This paper describes the procedure to predict the entire load-displacement curve and the failure mechanism of strip footing. The presented results show that it is possible to analyze the post peak behavior of strip footing numerically and to give a progressive failure mechanism clearly.

## 요 지

기초파괴는 일반적으로 변형이 집중되어 하나 또는 그 이상의 파괴면이 발생되어, 기초의 관입과 더불어 파괴면은 점진적으로 형성된다. 본 논문의 목적은 수치적으로 기초의 극한지지력 및 진행성 파괴거동을 파악할 수 있는가 하는 가능성을 검토하는데 있다. 대변형이론과 변형률연화이론을 사용하여 비배수 상태인 점토지반의 기초에 대한 진행성 파괴거동에 대하여 분석하였다. 본 논문에서는 기초의 진행성 파괴과정과 완전한 하중 변위곡선을 해석하기 위한 수치해석 방법에 대하여 논하였다. 해석결과, 띠기초의 피크 이후의 지반파괴거동 및 진행성 파괴과정에 대한 명확한 수치적 해석가능성을 보여주었다.

Keywords : Progressive failure, Strain softening, Strip footing, FEM, Large deformation theory

---

---

## 1. 서 론

성토나 굴착등의 토공사에서는 지반의 파괴를 방지하기위해 한계평형이론(Limit theory)을 이용한 극한지지력이론을 사용하거나, 원호

파괴면을 가정하여 안전율을 산정하여 시공을 하고 있다(Maruyama 등, 1994). 그러나, 하중 조건이나 토층의 구성이 복잡하게 되면 이러한 기존방법은 적용이 곤란하게 되고, 파괴거동시 지반의 응력상태나 변형을 파악할 수 없

---

\* 정희원, 전주대학교 이공대학 토목환경공학과 전임강사

다. 또한 기초구조물의 파괴를 살펴보면 지반에 발달되는 집중하중에 의해 지반은 그의 진행에 따라 복잡한 거동을 보이면서 최종적인 파괴에 이른다. 이 파괴에 이르는 과정에서 변형이 극도로 집중한 영역이 생성, 발전되어 간다(Tatsuoka 등, 1991). 이러한 기초의 파괴거동예측은 파괴에 이르는 과정에 대한 변형 및 응력상태를 파악하는데 중요한 역할을 하지만, 그의 발생메카니즘은 아직까지 명확하게 밝혀지지 않고 있다(Yatomi 등, 1989).

유한요소법에 의해 파괴거동해석을 행하는 경우, 파괴상태를 계산이 수렴되지 않는 지점에서 지반의 파괴상태로 간주한다. 따라서 수치해석방법을 선택하는 경우 충분히 안정성이 있는 방법을 이용하지 않으면 안된다. 즉, 계산방법자체의 결점에 의해 수렴되는 경우에도 발산되는 방법은 파괴해석의 경우 적절하지 않다. 항복후 응력을 재분배하여 수렴시키는 수치해석방법을 크게 두 가지로 나누어 설명하면, 전체요소를 대상으로 파괴면을 벗어난 초과응력을 평균적으로 재분산시키는 방법과 각 요소를 대상으로 응력값을 파괴면에 일치시키는 방법으로 나눈다(Griffiths, 1989). 전체요소를 대상으로 하는 방법으로 일반적으로 많이 사용하는 초기응력(initial stress method)과 가상점소성법(viscoplastic method)이 있다(Zienkiwics 등, 1991). 본 논문에서는 속도형 대변형 탄소성 구성방정식을 이용하여 각 요소의 응력증가값을 파괴면에 일치하도록 하는 mean normal 법을 이용하였다. 이 방법은 매우 안정성이 높아 파괴거동해석에 적절한 방법이다(Tomita, 1990). 이러한 방법을 이용하여 수치적 기초지지력실험을 통하여 극한 지지력과 진행적 파괴발생 메카니즘 그리고 수치해석상의 문제점에 대하여 검토 분석하였다.

## 2. 대변형 탄소성 구성방정식

대변형, 대변형률을 고려한 파괴거동을 수치시뮬레이션하기 위해서 기준배치를 시시각각

갱신하여 지배방정식의 정식화를 행하는 Updated Lagrange 법으로 유한요소법을 기술한다. 유한변형에 대한 평형방정식을 공칭응력 속도(nominal stress rate)  $\dot{\pi}_{ij}$ 를 이용하여 시간  $t$ 에 대해 속도형으로 나타내면,

$$\dot{\pi}_{ij} + \rho \dot{G}_i \quad (1)$$

여기서  $\dot{G}_i$ 는 시간  $t$ 에 대하여 물체에 작용하는 단위질량당 물체력이다. 다음으로 시간  $t$ 에 대한 탄소성구성식을 Von Mises 항복조건으로 가정하여 표현하면,

$$\mathbb{V} S_{ij} = D_{ijkl}^{\text{op}} \dot{\epsilon}_{kl} \quad (2)$$

$$D_{ijkl}^{\text{op}} = 2G \left[ \delta_{ik}\delta_{jl} + \frac{\nu}{1-\nu} \delta_{ij}\delta_{kl} - \alpha \frac{9G\sigma_{ij}\sigma_{kl}}{2\bar{\sigma}^2(h+3G)} \right]$$

여기서,  $G$ 는 전단탄성계수,  $\nu$ 는 포아손비,  $h = dH/d\bar{\epsilon}$ ,  $H(\bar{\epsilon}) = \sigma_y + h\bar{\epsilon}$ ,

$\alpha$ 는 탄성일때 1, 그이외 0이며,  $\bar{\sigma} = \sqrt{2/3}\sigma_{ij}$ ,

$\mathbb{V}$  S는 Kirchhoff 응력의 Jaumann 속도이다.

## 3. 수치해석방법

식(2)와 같은 속도형 구성방정식을 수치해석하기 위해서는 변형증분 사이에  $D_{ijkl}^{\text{op}}$ 가 변화하기 때문에,  $\dot{\epsilon}_{ij}$ 에 시간증분  $\Delta t$ 을 곱해서 얻어지는 응력증분량은  $\Delta t$ 가 충분히 작고, 또한 항복조건을 엄밀히 만족하지 않으면 안된다. 본 논문에서 사용한 mean normal 법은 소성변형율증분의 평균적 방향을 가정하는 것에 의해 얻어지는 변형증분후의 응력이 완전히 항복조건에 만족하도록 소성변형률증분크기를 결정하도록 개발된 수치해석방법이다(Tomita, 1990).

Mises 항복조건식을 이용한 경우,  $\Delta t$  변형증분후 응력이 항복곡면상에 있을 조건식,  $\sigma'_{ij}\sigma'_{ij} = \frac{2}{3}\bar{\sigma}'^2$ 으로부터,

$$\bar{\sigma}'^2 \Delta m^2 - 3\sigma'_{ij} \dot{\sigma}' \Delta m^2 + \bar{\sigma}'^2 = \bar{\sigma}'^2 \left( \bar{\epsilon}'_p + \frac{\Delta m}{2G} \dot{\sigma}' \right) \quad (3)$$

$$\text{여기서 } \sigma^2 = \frac{3}{2} \hat{\sigma}_{ij} \hat{\sigma}_{ij}, \sigma^{\circ 2} = \frac{3}{2} \hat{\sigma}_{ij}^{\circ} \hat{\sigma}_{ij}^{\circ}$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \frac{1}{2} \Delta \sigma_{ij}^{\circ}, \hat{\sigma}_{ij}^{\circ} = \sigma_{ij}^{\circ} + \Delta \sigma_{ij}^{\circ}$$

$$\Delta \sigma_{ij}^{\circ} = \Delta \sigma_{ij}^{\circ} - \Delta m \hat{\sigma}_{ij}^{\circ}$$

$\Delta \sigma_{ij}^{\circ}$ 는 변형률증분에 대응하는 가상적인 탄성 응력증분,  $\bar{\epsilon}^p$ 는 상당소성변형률(Equivalent plastic strain)을 표시한다.

위식으로부터  $\Delta m$ 을 결정할 수 있다. 따라서 변형증분후 항복조건을 만족하는 응력값을 얻는 것이 가능하다. 단 큰  $\Delta t$ 를 취하면,  $\Delta t$  사이에 불안정점을 통과하는 경우가 있어 수치해석상 주의가 필요하다. 본 논문에서는  $\Delta t$ 를  $\Delta \bar{\epsilon}^p$ 가 0.001 넘지 않도록 제약을 가하여 계산을 수행하였다.

#### 4. 기초지반의 지지력해석

여기서는 수평지반위에 강성띠기초의 연직 등분포하중에 대한 진행성파괴에 대한 것을 대상으로 하고 있다. 연직등분포하중에 대한 띠기초의 극한지지력은 다음과 같은 지지력공식에 의하여 계산될 수 있다(Craig, 1982).

$$q = cN_c + 0.5\gamma BN_\gamma + qN_q$$

여기서,  $q_u$ : 극한지지력

$c$ : 흙의 점착력

$\gamma$ : 흙의 단위중량

$B$ : 기초폭

$q$ : 상재하중

$N_c, N_\gamma, N_q$ : 지지력계수

윗식의 지지력공식을 사용하는데 있어서는 지지력계수,  $N_c, N_\gamma, N_q$ 를 각각 구하여, 그들의 중첩에 의하여 구한다. 유한요소법에 의한 지지력해석의 결과를 종래의 방법에 의한 지지력 이론과 비교, 검토하기 위해서는 3개의 지지력 계수에 대응하는 것을 각각 개별적으로 구하여 비교하는 것이 타당하다.

본 논문에서는 비배수 점토지반을 한정하여, 지지력 계수,  $N_c (=q/c)$ 에 대응하는 것을 구하기 위해서 그림1에 표시한 유한요소모델(14×14 메

쉬)을 이용하여 띠기초의 유한요소해석을 행하였다. 해석범위는 대칭조건을 이용하여 반단면만 고려하고, 기초폭  $B=6m$ , 기초저면은 거칠은 경우로 완전히 고정조건으로, 좌우경계에서는 수평변위만을 고정하며, 바닥의 경계조건은 수직, 수평방향 모두 고정으로 하였다. 하중은 기초에 강제변위를 가하여 시뮬레이션하였다. 선형변형률연화계수는  $h=0t/m^2$ 로 지반은 완전탄소성으로 가정하며, 탄성계수는  $20000t/m^2$ , 포아손비는 0.35, 점착력은  $10t/m^2$ , 항복조건은 Von Mises로 가정한다. 지지력계수에 대응하는 것을 구하기 위해서 흙의 자중, 상재하중은 고려하지 않는다. 여기서 사용된 요소는 4CST(Crossed Triangle) 요소(Tvergaard 등 2인, 1981)로 재료의 파괴거동 해석시 비교적 좋은 결과를 나타낸다(김영민, 1997).

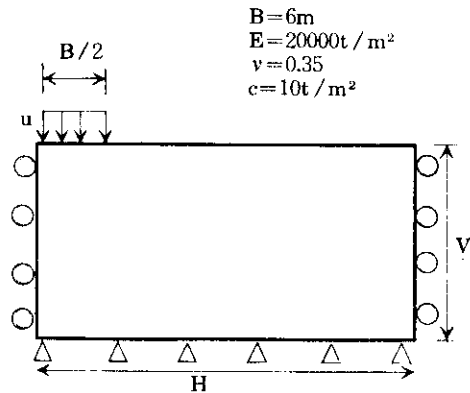


그림 1. 띠기초 지지력해석 모델

#### 4.1 해석범위 설정

기초의 지지력의 계산을 유한요소법에 의해 해석하는 경우에는, 해석범위를 크게하여 계산하면, 계산시간과 계산용량이 기하급수적으로 증가하므로 실제의 계산에 있어서 어느정도까지 범위를 해석하면 좋을까 조사하기 위해서 그림2(a)에 표시한 모델( $H=30, V=20, 16 \times 17$  메쉬분할)과 이를 축소한 모델( $H=20, V=10, 14 \times 14$  메쉬분할)에 대하여 계산을 행

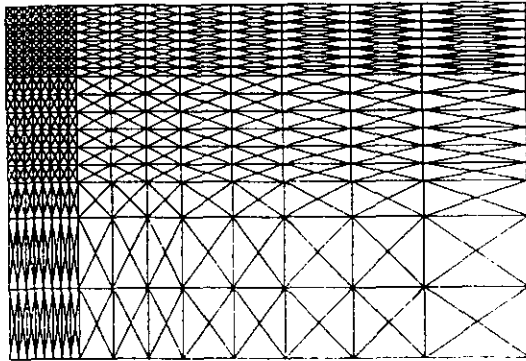


그림 2. (a) 넓은 영역

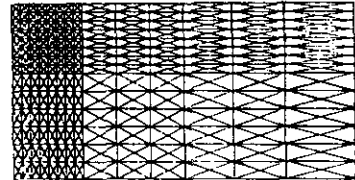


그림 2. (b) 좁은 영역

하였다(그림 2(b)).

이와 같이 해석영역을 변화시켜서 기초의 지지력계수값  $N_c (=q/c)$ 을 구한결과 넓은 영역의 경우 5.69에 대하여 좁은 영역의 해석결과는 5.71을 나타내어 해석범위에 의한 지지력계수값 차이가 거의 없는 결과를 나타내었다. 이후 해석에서는 축소된 영역을 이용하여 계산하였다.

#### 4.2 대변형, 미소변형에 의한 영향

기초지지력계수값에 대한 대변형이론과 미소변형이론과의 차이를 검토하기 위해서 점착

력  $c=10t/m^2$  값을 고정하고,  $E=20000t/m^2$ ,  $E=2000t/m^2$ 의 경우에 대하여 유한요소해석을 행하였다.  $E/c=2000$ 의 경우, 지지력-변위 곡선을 보면 기초의 변형 범위가 기초폭에 대하여 1% 부근인 미소변형 범위내에서 극한 지지력에 대응하는 값에 수렴되는 결과를 나타내어 그림3(a)와 같이 대변형, 미소변형이론과 거의 차이가 나타나지 않지만,  $E/c=200$ 의 경우는 대변형률이 발생될 경우 대변형이론의 경우 기하학적 강성의 증가로 인하여 하중-변위곡선이 미소변형의 경우보다 더 경화되는 결과를 보여준다(그림3(b) 참조).

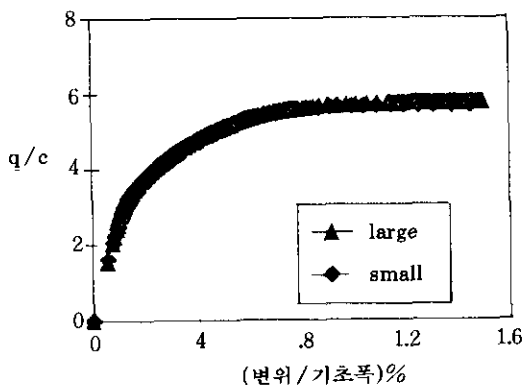


그림 3. (a) 지지력-변위곡선 ( $E/c=2000$ )

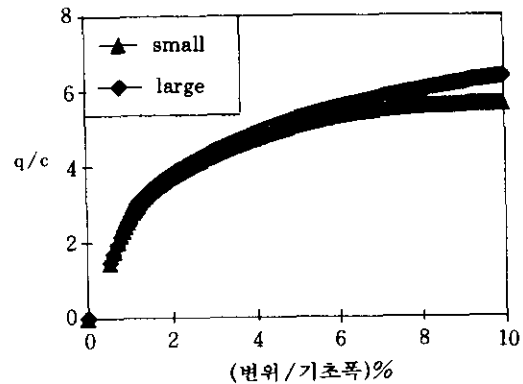


그림 3. (b) 지지력-변위곡선 ( $E/c=200$ )

### 4.3 기초저면의 마찰영향

기초저면의 마찰력이 기초지반의 지지력저동에 미치는 영향을 조사하기 위해서 기초저면이 완전히 고정된 경우(거친 경우)와 기초저면이 자유인 경우(미끈한 경우)에 대하여 그림 1의 모델을 이용하여 수치해석을 하였다. 우선, 지지력-변위곡선을 살펴보면 그림 4에 보듯이 기초저면이 거친 경우와 미끈한 경우의 차이는 거의 발생되지 않으며, 극한 지지력에 해당하는 지지력계수값도 동일한 값을 나타내는 것을

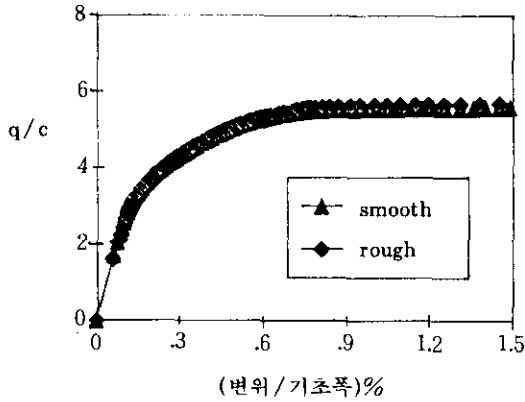


그림 4. 지지력-변위곡선

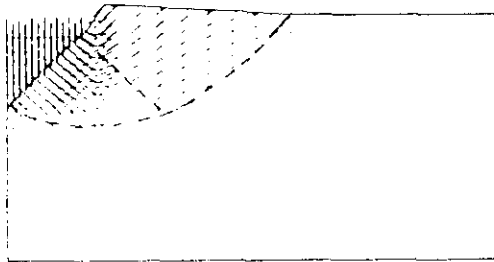


그림 5. (a) 변위 벡터도(거친 경우)

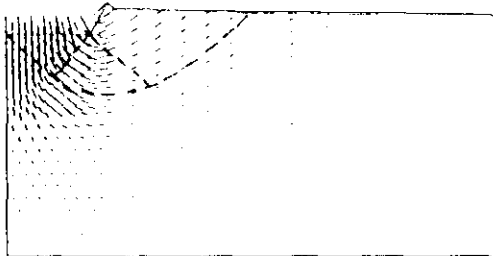


그림 5. (b) 변위 벡터도(미끈한 경우)

알 수 있다. 그러나 기초지반의 변형거동의 일을 보면, 거친 경우는 그림 5(a)와 같이 Prandtl의 파괴과정의 형태를 띄우고, 미끈한 경우(그림 5(b) 참조)는 Hill의 파괴과정의 형태를 띄는 결과를 보여준다(Chen, 1975).

## 5. 기초지반의 진행성 파괴과정에 대한 검토

기초지반의 극한지지력 계산뿐만 아니라 지반재료의 파괴거동을 적절히 묘사하기 위해서는 지반재료의 변형률연화성질을 고려한 해석이 요구된다(Reed 등, 1984, Bazant, 1986). 여기서는 선형변형률연화성질(linear strain softening)을 도입하여 기초지반의 파괴거동에 대하여 수치해석을 하고, 수치해석시 문제점 및 기초지반의 진행성 파괴과정에 대하여 검토한다(선형변형률연화계수  $h = -200t/m^2$ ).

### 5.1 메쉬크기영향

재료의 선형변형률 연화성질을 도입하여 해석한 경우 응력-변형률곡선의 최고점 이후의 기울기 변화가 메쉬의 크기에 따라 의존하는 결과를 나타낸다(Cividini 등, 1992). 띠기초의 지지력계산에 메쉬크기의 영향을 조사하기 위해서 메쉬크기를  $6 \times 6$ ,  $10 \times 10$ ,  $14 \times 14$ 의 메쉬 패턴을 이용하여 기초지지력 시험을 시뮬레이션을 하였다. 각 경우의 지지력-침하곡선을 구하여 보면 그림 6에 표시한 바와 같이 메쉬 크기에 따라 응력-변형률관계의 최고치 이후의 기울기가 가파르게 될뿐 아니라 극한하중값 및 파괴면의 두께가 의존하는 결과를 보여준다(그림 7 참조).  $14 \times 14$ 메쉬패턴을 이용하여 해석한 경우가 최고점 이후 강도가 급격히 떨어지는 결과를 나타내며, 그때의 변형 벡터도 및  $\times$ 변위 등고선도를 표시하면 그림 8과 같다. 그림에서 보듯이 파괴면은 수평선과  $45^\circ$ 방향으로 발생되어 쉘기파괴가 일어나며 주변의 지반의 미끌림은 원호와 직선의 조합형태의 파괴가 발달되고 있음을 알 수 있다.

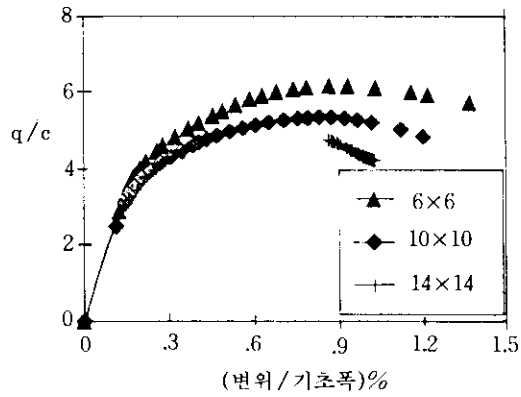
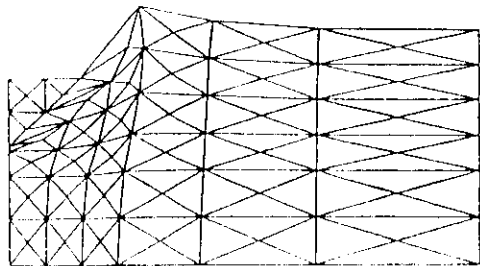
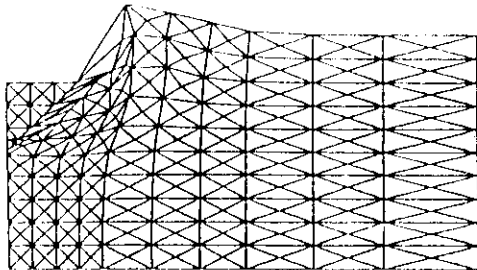


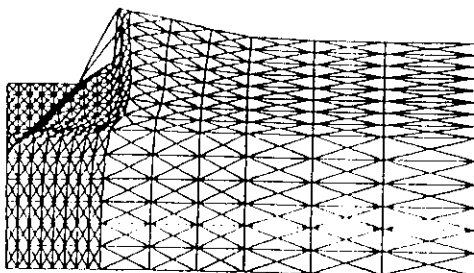
그림 6. 지지력-변위곡선



(a) 6x6



(b) 10x10



(c) 14x14

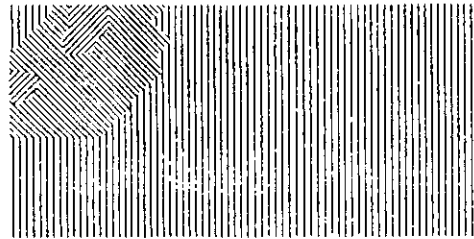
그림 7. 메쉬 변위도



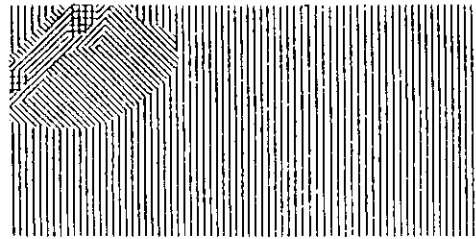
그림 8. 변위벡터 및 x변위 등고선도

## 5.2 진행성 파괴과정

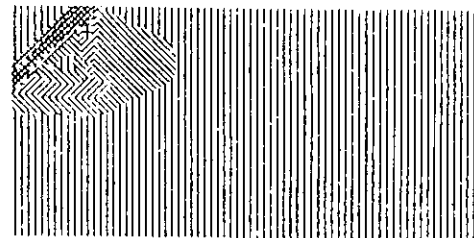
파괴의 진행성을 살펴보기 위해서 각 경우의 메쉬패턴에 대한 피크이후의 지반에 발생하는 상당소성변형율을 계산하여 그림 9에 표시하였다. 그림에서 알 수 있듯이 파괴초기단계



(a) 6x6



(b) 10x10



(c) 14x14

그림 9. 상당소성변형률도

에서는 띠기초의 모서리 부분에서 파괴가 발생되며, 이후에 띠기초의 중앙 위치에서 기초폭의 절반깊이지점으로부터 파괴가 발생되어 모서리 부분에서 진행되어 오는 파괴면과 연결되고, 이후에 곡선부위의 파괴면이 발달되어 가는 것을 알 수 있다.

### 5.3 펀치파괴의 가능성

기초지반의 파괴모드에 미치는 경계조건의 영향을 살펴보기 위해서 기초지반모델의 바닥 경계조건을 바꾸어, y 방향은 구속하고, x방향은 자유로 두고 5절에서 가정한 동일한 조건으로 기초지반의 파괴과정에 대한 수치해석을 수행하였다. 해석결과를 살펴보면 그림 10(a), (b)에서 보는 바와 같이 펀치전단파괴형태를 띤 파괴가 발생되고 있다. 기초열의 지반의 부풀림현상은 거의 발생되지 않고, 기초가 관입되면서, 1차쇄기파괴가 더불어 그 밑에 2차쇄기파괴가 발달되어 파괴에 이르는 결과를 보이고 있다. 이러한 해석결과는 변형연화성질을

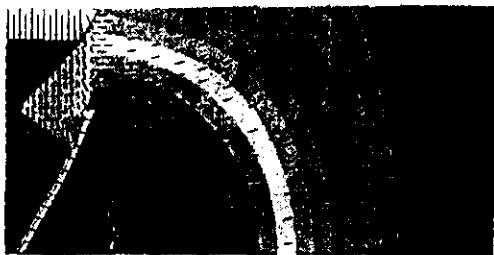


그림 10. (a) 변위벡터 및 x변위 등고선도

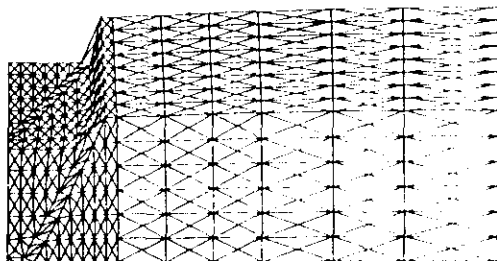


그림 10. (b) 메쉬 변위도

도입하므로써 항복하중을 넘어서 발생하는 분기(bifurcation)가 생성되어 여러 개의 파괴면을 동시에 발달시키기 때문에 생각되어진다 (Leroy 등, 1990).

## 6. 결 론

유한요소법으로 평면변형율조건하의 띠기초의 지지력문제를 수치시뮬레이션하여, 대변형이론이 극한지지력계산에 미치는 영향을 검토를 하였으며, 또한 변형율연화가정을 도입하여 기초지반의 진행성파괴거동에 대하여 분석하였다. 일련의 기초지지력수치해석으로 얻어진 결과를 요약해 보면 아래와 같다.

- (1) 기초지지력계수값을 유한요소해석법으로 계산하는 경우, 기초의 침하량이 기초폭에 대해 5%이상의 변형율이 발생될 경우, 대변형이론과 미소변형이론의 차이가 크게 발생된다.
- (2) 기초의 진행성 파괴거동에 대해 재료의 연화성질을 이용하여 해석한 결과, 비배수상태의 점토지반의 파괴면은 수평선과 45°도 방향으로 발생되어 쇄기파괴가 일어나며, 파괴과정은 초기단계에서는 띠기초의 모서리 부분에서 파괴가 발생되고 이후에는 띠기초의 중심위치의 B/2 깊이에서 파괴가 발달되어 서로 연결되어 가는 진행적인 파괴가 발생된다.
- (3) 변형율 연화성질을 가정하여 기초지반의 파괴해석을 적절히 수행할 경우, 경계조건 또는 초기부정의 영향에 의하여 항복후 발생하는 분기현상으로 여러 개의 파괴면이 동시에 발달될 수 있는 파괴거동해석이 가능하다.
- (4) 재료의 연화성질을 사용하여 파괴거동 해석을 하면 메쉬의 크기에 의존하여 하중의 최고점 및 파괴면의 두께가 달라지는 결과를 보이므로 좀더 정밀히 분석하기 위해서는 이를 해결할 수 있는 비국소이론(Non

local theory)(Bazant 등, 1998) 또는 Cosserat 이론(Papanastasiou 등, 1992) 등의 진보된 이론의 도입이 필요하다.

### 감사의 글

이 논문은 1997년도 전주대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음을 밝히며 이에 깊은 감사를 드립니다.

### 참고문헌

1. Maruyama A. and Wada M. "Blind test analysis of Kobe marine clay using Elasto-plastic finite element analysis", 지반파괴와 변형국소화에 대한 심포지움, 일본토질공학회, pp. 39-42, 1992.
2. Tatsuoka, F., Okahara, M., Tanaka, T., Morimoto, T. and Siddiquee, M., "Progressive failure and particle size effect in bearing capacity of a footing on sand", ASCE Geotechnical Special Publication No. 27, pp. 788-802, 1991.
3. Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I., "Shear band formation numerically simulated by non-coaxial cam-clay model", Soils and Foundations Vol. 29, No. 4, pp 1-14, 1989.
4. Griffiths D.V., "Computation of collapse loads in geomechanics by finite elements", IngenieurArchiv 59, pp 237-244, 1989.
5. Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L., Finite element Method, 4<sup>th</sup>, Vol.2, McGraw-Hill, 1991.
6. Tomita Y., Computational elasto-plasticity, Yokendo press(in Japanese), 1990
7. Craig, R.F., Soil mechanics, Van nostrand reinhold, 1982.
8. Tvergaard V., Neeldman A. and Lo K.K., "Flow localization in the plain strain tensile test", J. Mech. Phys. Solids, 39, pp 115-142, 1981.
9. 김영민, "대변형 탄소성유한요소법에 의한 재료의 연화성질을 고려한 파괴거동해석", 한국지반공학회지 Vol 13 No. 2, Pp29-37, 1997:
10. Bazant Z. P., "Mechanics of Distributed Cracking", Applied Mech. Review, Vol 39, No5. pp 675-705, 1986.
11. Reed H. Z and Hegemine Q. A., "Strain Softening of Rock, Soil and Concrete", A Review Article, Mechanics of Materials 3, pp 271-294, 1984.
12. Cividini A. and Giorda G., "A finite element analysis for direct shear tests on stiff clays", Int. J. for Nume. Anal. Meth. in Geomech., 18-5, pp 875-887, 1992.
13. Leroy Y. and Ortiz M. "Finite element analysis of transient strain localization phenomena in friction solids", J. for Num. Anal. Meth, In Geo., vol 14, pp 93-124, 1990.
14. Bazant Z.P. and Lin F.B. "Non-local yield limit degradation", Int. J. Mun. Meth. Eng. Vol 26, pp 1805-1823, 1988.
15. Papanastasiou P.C. and Vardoulakis I.G., "Numerical treatment of progressive localization in relation to borehole stability", I.J. for Num. Anal. Meth. In Geo., vol 16, pp 389-424, 1992.

(접수일자 1997. 10. 20)