

# 점성토로 뒤채움된 중력식옹벽에서의 인장균열 및 수평토압:비배수 해석

Tension Crack and Lateral Pressure on Gravity Wall Backfilled  
by Cohesive Soil : Undrained Analysis

정 성 교\*1 이 만 렬\*2  
Chung, Sung-Gyo Lee, Man-Yeol  
김 형 수\*3 정 진 교\*4  
Kim, Hyeong-Soo Chung, Jin-Gyo

## Abstract

Coulomb's theory has been usually used in practice to obtain lateral earth pressure against retaining wall. Such theory is based on the assumption that the lateral pressure is a triangular distribution, since the point of applying the lateral thrust cannot be obtained by using it. However, the results of laboratory and field tests showed that the lateral pressure was not a triangular but a nonlinear distribution. To overcome the drawback of the Coulomb's theory, the different theoretical approaches(Handy, 1985; Kingsley, 1989; Kellogg, 1993; Chung et al, 1993, 1996a) were performed for gravity wall backfilled by cohesionless soil. On the other hand, for retaining wall backfilled by cohesive soil, theoretical analyses were carried out only on the basis of the Rankine's or Coulomb's concepts, but the equations showed different results.

Here was newly derived the equations of lateral pressures under undrained condition against gravity wall backfilled by cohesive soil. They were based on the Coulomb's wedge, adopted the arching concept. Some of the equations were derived by neglecting tension crack, while the others by considering it. Comparative results for applying different examples showed that the equation considering tension crack might be reasonable.

## 요 지

옹벽에 작용하는 토압을 구하기 위하여 Coulomb이론이 실무에 대부분 사용되고 있지만, 전수평토압의 작용위치를 구할 수 없으므로 토압분포를 삼각형 분포라고 가정하고 있다. 그러나, 수많은 실내 및 현장실험을 통하여 토압분포가 그렇지 않다는 것으로 규명되었다. 이러한 문제를

\*1 정희원, 동아대학교 공과대학 토목공학과 교수

\*2 정희원, 동아대학교 건설기술연구소 특별연구원

\*3 정희원, 부산광역시 종합건설본부

\*4 정희원, 부산전분대학 토목과 선임강사

극복하기 위한 이론적인 접근이 Handy(1985), Kingsley(1989), Kellogg(1993), 정성교(1993, 1996a) 등에 의하여 비점성토로 뒤채움된 옹벽에 대하여 수행되었다. 점성토로 뒤채움된 옹벽에 대한 기존의 이론적 접근은 단지 Rankine 또는 Coulomb 이론에 근거하여 주로 수행되었지만, 그 이론들은 제각기 다른 결과를 보여주었다.

여기서는 점성토로 뒤채움된 중력식옹벽에 작용하는 수평토압을 위한 이론적 접근이 비배수 조건하에서 수행되었다. 이 접근은 Coulomb의 가정에 바탕을 두고 아칭개념을 도입하였으며, 인장균열을 무시한 경우와 고려한 경우에 대하여 각각 이론식이 유도되었다. 그리고, 몇가지 조건에 대한 비교결과에서 인장균열을 고려한 토압이론식의 적용이 합리적일 것으로 사료되었다.

Keywords : Undrained analysis, Flat arch, Earth pressure, Tension crack, Backfill of cohesive soil.

## 1. 서 론

각종 건설공사에서 옹벽은 가장 흔히 사용되고 있는 구조물 중의 하나로서, 설계자는 옹벽에 작용하는 토압을 정확히 산정하는 것이 대단히 중요하다. 옹벽에 작용하는 토압을 구하기 위하여 실무에서는 Coulomb토압이론을 대부분 사용하고 있는 반면에 Rankine이론은 벽면마찰을 고려하지 않았다는 이유로 사용상 제한을 받고 있다. 그러나, Coulomb이론에서도 전토압의 크기만 구할 수 있을 뿐이지 전토압의 작용위치를 얻을 수 없어서 단지 옹벽저판으로부터 1/3의 높이에 작용한다고 가정하고 있는 단점이 있다.

수많은 옹벽의 모형 및 현장실험에 의한 결과를 보면(Terzaghi, 1934; Sherif, 1982; Terzaghi & Peck, 1967; Tsagreli, 1965; Fang & Ishibashi, 1986; Mastuo et al, 1978), 토압의 분포는 삼각형이 아니므로 전토압의 작용점 위치가 H/3에 있지 않음을 입증할 수 있었다. 따라서, Coulomb이론이 지니고 있는 단점을 극복하기 위하여 Handy(1985), Kingsley(1989), Kellogg(1993), 정성교 등(1993, 1996a)은 Coulomb이론의 가정에 바탕을 두고 아칭개념을 도입하여 새로운 토압이론식을 제안하였으며, 이 식에 의하여 토압분포를 구할 수 있었다.

점성토로 뒤채움된 옹벽의 경우에는 옹벽의 배면에서 인장균열이 발생하므로 이를 고려한 해석이 요구되고 있다(정성교 등, 1996a : 1996b). 그리고, 점성토의 뒤채움이 이루어진 경우에는 배수 또는 비배수해석에 의한 접근이 필요하지만, 현재까지 소개된 문헌에서는 이론상 접근이 미흡하거나 또는 개념이 분명치 못한 점이 많은 실정이다. 특히, 비배수해석에 의한 기존의 접근방법(Craig, 1987, 1992; Terzaghi, 1943; Lambe & Whitman, 1979; Lee et al, 1983; Berry & Reid, 1987; Mazindrani & Ganjali, 1997)을 보면, 인장균열의 깊이를 결정하는 방법이 Rankine 또는 Coulomb 이론에 주로 의존하고 있으나 산출결과가 제각기 다르며, 그리고 토압을 구할 경우에도 인장균열깊이 위의 토압을 무시하거나 또는 과제하중으로 고려하는 등으로 일관성이 없는 실정이어서 혼란을 과중시키고 있다.

따라서, 본 연구에서는 점성토로 뒤채움된 중력식옹벽에 작용하는 수평토압을 구하기 위하여 비배수해석으로 접근을 시도하였다. 접근 방법은 Coulomb이론의 가정에 근거를 두고 평면아칭개념을 도입하였으며, 인장균열을 무시한 경우와 고려한 경우에 대하여 각각 토압이론식을 유도하였다. 그리고 몇가지 조건에 대하여 전수평토압, 작용점 위치 및 토압분포를 비교 분석하였다.

## 2. 토압 이론식의 유도

### 2.1. 인장균열을 무시한 이론식

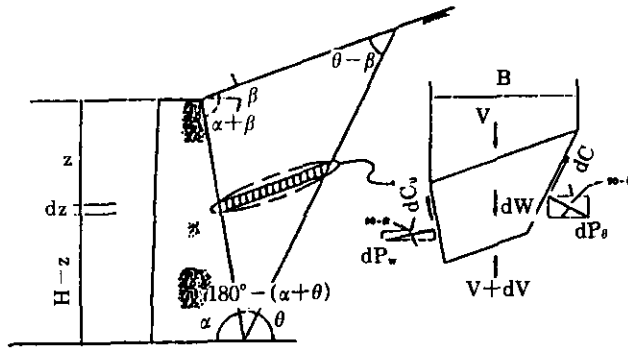
그림 1은 높이  $H$ , 벽체배면의 경사각  $\alpha$ 인 중력식 옹벽에서 뒤채움 경사면이  $\beta$ 이며, 파괴면이 수평면과  $\theta_0$ 각을 이루고 있는 강성옹벽과 흙썰기 ABC내의 미소요소  $dC$ 에 작용하는 힘들을 주동 및 수동상태에 대하여 각각 나타내고 있다. 옹벽의 상단으로부터 깊이  $z$ 아래에 미소깊이  $dz$ , 미소폭  $B$ , 그리고 미소무게가  $dW$ 인 임의의 미소평면요소라 가정하면,  $V$ 와  $dV$ 는 연직력과 그 증분이며, 두 측면에 작용하는 미소반력은 각각  $dP_w$ 와  $dP_u$ 이다. 또한, 수평면과  $\theta_0$ 각을 이루는 파괴면 BC와 벽체의 배면 AB에

서 미소평면요소에 작용하는 전점착력과 전부착력은 각각  $dC_u$ 와  $dC_w$ 이다. 이러한 미소요소에 작용하는 힘들에 대하여 연직 평형방정식과 수평 평형방정식을 적용하면 각각 식(1) 및 (2)와 같다.

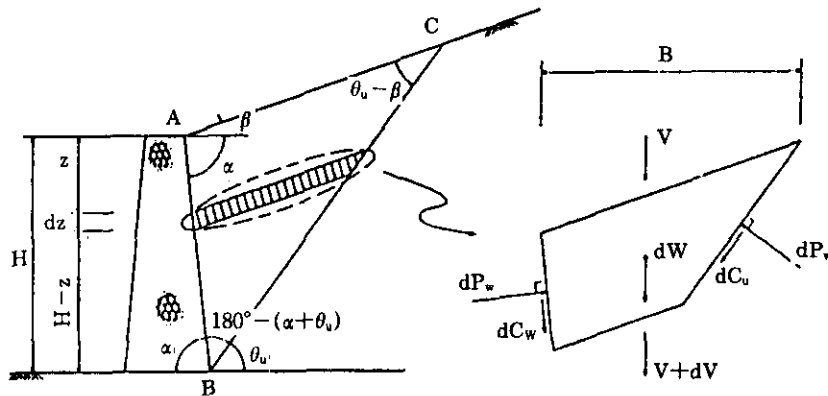
$$dV \pm dP_w \cos \alpha \pm dP_u \cos \theta_0 \pm dC_u \sin \alpha \pm dC_w \sin \theta_0 = dW \quad (1)$$

$$dP_u = [\pm dP_w \sin \alpha \mp dC_w \cos \alpha \pm dC_u \cos \theta_0] / \sin \theta_0 \quad (2)$$

상기의 식에서 이중기호는 상부부호가 주동상태, 하부가 수동상태를 의미한다. 그리고 앞으로 모든 식들에서 동일한 방법으로 정의토록 한다.



(a) 주동상태



(b) 수동상태

그림 1 인장균열을 무시한 경우에 미소평면요소에 작용하는 힘

식 (2)를 식 (1)에 대입하여 정리하면 식 (3)과 같다.

$$dV \pm dP_w \cos \alpha + \cot \theta_u [\pm dP_w \sin \alpha \mp dC_w \cos \alpha \pm dC_u \cos \theta_u] \pm dC_w \sin \alpha \pm dC_u \sin \theta_u = dW \quad (3)$$

여기서, 평균연직응력  $\sigma_z = V/B$ 라 가정하고, 비배수상태의 토압계수  $K'_u = (\sigma_w + c_u \cos 2\kappa) / (\sigma_z \cos^2 \beta - c_u \cos 2\omega)$ 라 정의하면, 토압계수  $K'_u$ 는 1이다(부록을 참조). 따라서, 미소평면요소에 작용하는 벽체의 토압력은 식 (4)와 같이 된다.

$$dP_w = \sigma_w (dz / \sin \alpha) \\ = [K'_u \cos^2 \beta (V/B) \mp (K'_u \cos 2\omega + \text{csc} \alpha) c_u] \text{cosec} \alpha dz \quad (4)$$

여기서,

$dP_w$  = 미소평면요소에 작용하는 전토압의 증분

$dC_w = c_w \text{cosec} \alpha dz$  = 미소평면요소에 작용하는 전부착력

$dC_u = c_u (1 + C_1 \tan \beta) \text{cosec} \theta_u dz$  = 미소평면요소에 작용하는 전점착력

$c_w$  = 벽면에 작용하는 부착응력

$c_u$  = 비배수 점착응력

$dW \simeq \gamma C_2 (H-z) dz$  = 미소평면요소에 작용하는 흙층의 무게

$\theta_u$  = 파괴면이 이루는 각도(부록을참조)

$B = C_1 (H-z)$  = 미소평면요소의 폭

$$C_1 = \frac{\cos \beta \sin(\alpha + \theta_u)}{\sin \alpha \sin(\theta_u - \beta)}$$

$$C_2 = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta} C_1 = \frac{C_1 (1 + C_1 \tan \beta) \sin(\theta_u - \beta)}{\cos \beta \sin \theta_u}$$

위에서 기술한 식 (4)와 그 계수들을 대입하여 다시 정리하면 식 (5)와 같다.

$$\frac{dV}{dz} + \frac{C_5}{(H-z)} V = \gamma C_2 (H-z) \mp C_4 c_u \quad (5)$$

여기서,

$$C_3 = \cos \alpha + \sin \alpha \cot \theta_u$$

$$C_4 = \text{cosec} \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \cot \theta_u) a_u + \text{cosec} \theta_u (\sin \theta_u + \cos \theta_u \cot \theta_u) (1 + C_1 \tan \beta) - C_3 (K'_u \cos 2\omega + \cos 2\kappa) \text{cosec} \alpha$$

$$C_5 = \frac{C_3 K'_u \cos^2 \beta}{C_1 \sin \alpha}$$

$a_u = c_w / c_u$  = 비배수 상태의 흙의 점착력에 대한 벽면에 작용하는 부착력의 비

$$2\kappa = \sin^{-1}(c_w / c_u)$$

$2\omega = 2\alpha + 2\beta + 2\kappa - 180^\circ$   
여기서,  $2\kappa$ 와  $2\omega$ 는 Mohr의 응력원으로부터 구할 수 있다.

식 (5)는 선형 일계 미분방정식이므로 경계조건  $z=0, V=0$ 를 만족시켜 주는 해는 식 (6)과 같다.

$$V = \frac{C_2}{C_5 - 2} [(1-z/H)^2 - (1-z/H)^{C_5}] (\gamma H^2) \mp \frac{C_4}{C_5 - 1} [(1-z/H) - (1-z/H)^{C_5}] (c_u H) \quad (6)$$

벽체에 작용하는 임의의 깊이  $z$ 에 대한 토압  $p_{wu} (= \sigma_w)$ 는 식 (7)과 같다.

$$p_{wu} = \left[ \frac{K_{a\gamma,u}}{K_{p\gamma,u}} \right] (\gamma H) \mp \left[ \frac{K_{a\alpha,u}}{K_{p\alpha,u}} \right] (c_u) \quad (7)$$

여기서,

$$\left[ \frac{K_{a\gamma,u}}{K_{p\gamma,u}} \right] = \frac{K'_u C_2 \cos^2 \beta}{C_1 (C_5 - 2)} [(1-z/H) - (1-z/H)^{C_5-1}]$$

$$\left[ \frac{K_{a\alpha,u}}{K_{p\alpha,u}} \right] = \frac{K'_u C_4 \cos^2 \beta}{C_1 (C_5 - 1)} [1 - (1-z/H)^{C_5-1}] \mp (K'_u \cos 2\omega + \cos 2\kappa)$$

식 (7)를 무차원의 전토압 계수  $K_{wu} (p_{wu} / (\gamma H))$ 로 표시하면 식 (8)과 같다.

$$K_{wu} = \left[ \frac{K_{a\gamma,u}}{K_{p\gamma,u}} \right] = \left[ \frac{K_{a\gamma,u}}{K_{p\gamma,u}} \right] \mp \left[ \frac{K_{a\alpha,u}}{K_{p\alpha,u}} \right] M_u \quad (8)$$

여기서,  $M_u = c_u / (\gamma H)$ 로 정의하며, 비배수 상태에서 무차원의 점착력(dimensionless cohesion)이라 부른다.

높이  $H$ 인 벽체에 작용하는 전토압  $P_{wu}$ 는 벽체의 전 높이까지 적분하여 구하면 식 (9)와

같다.

$$P_{wu} = \left[ \frac{P_{AU}}{P_{PU}} \right] = \int_0^H p_{wu} (dz / \sin \alpha)$$

$$= \left[ \frac{K_{AZ,U}}{K_{PZ,U}} \right] (\gamma H^2 / 2) \mp \left[ \frac{K_{AC,U}}{K_{PC,U}} \right] (c_u H) \quad (9)$$

여기서,

$$\left[ \frac{K_{AZ,U}}{K_{PZ,U}} \right] = \frac{K'_u C_4 \cos^2 \beta}{\sin \alpha C_1 C_5}$$

$$\left[ \frac{K_{AC,U}}{K_{PC,U}} \right] = \frac{K'_u C_4 \cos^2 \beta}{\sin \alpha C_1 C_5} \mp \frac{(K'_u \cos 2\omega + \cos 2\kappa)}{\sin \alpha}$$

식 (9)를 무차원으로 표시하면 식 (10)과 같다.

$$\left[ \frac{K_{AU}}{K_{PU}} \right] = P_{wu} / (\gamma H^2 / 2) =$$

$$\left[ \frac{K_{AZ,U}}{K_{PZ,U}} \right] \mp 2 \left[ \frac{K_{AC,U}}{K_{PC,U}} \right] M_u \quad (10)$$

벽체저면으로 부터 전토압의 작용점 위치 h는 식(11)과 같이 표현할 수 있다.

$$h = \left[ \frac{h_{au}}{h_{pu}} \right] = \left[ \frac{(H_{AU} / H)}{(H_{PU} / H)} \right]$$

$$= \frac{\int_0^H \sigma_w (1 - z / H) (dz / \sin \alpha)}{\int_0^H \sigma_w (dz / \sin \alpha)}$$

$$= \frac{C_5 [(C_2 / 3) \mp (C_6 / 2) M_u]}{(C_5 + 1) [(C_2 / 2) \mp (C_7) M_u]} \quad (11)$$

여기서,

$$C_6 = C_4 \pm \frac{C_1 (C_5 + 1) (K'_u \cos 2\omega + \cos 2\kappa)}{K'_u \cos^2 \beta}$$

$$C_7 = C_4 \pm \frac{C_1 C_5 (K'_u \cos 2\omega + \cos 2\kappa)}{K'_u \cos^2 \beta}$$

## 2.2. 인장균열을 고려한 이론식

그림 2는 인장균열이 발생한 주동상태에서 높이 H, 벽체 배면의 경사각  $\alpha$ 인 벽체에서 뒤채움의 경사면이  $\beta$ 각을 이룰 때, 파괴면이 수평면과  $\theta$ 각을 이루고 있는 강성옹벽과 흙쌓기 ABCDE 내의 미소요소에 작용하는 힘들을 나타내고 있다.

벽체의 상단으로부터 깊이 z 아래에 미소깊이 dz, 미소폭 B, 그리고 무게가 dW인 임의의 미소평면 요소라 가정하면, V와 dV는 연직력과 그 증분이며, 두 측면에 작용하는 미소반력은 각각 dP<sub>w</sub>와 dP<sub>r</sub>이다. 또한, 수평면과  $\theta$ 각을 이루는 파괴면 BC와 벽체의 배면 AB에서 미소평면요소에 작용하는 전점찰력과 전부찰력

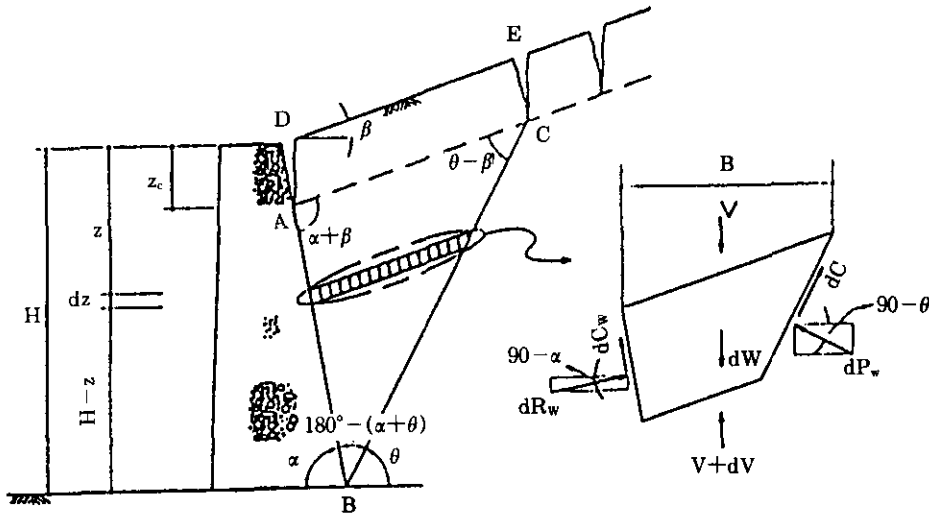


그림 2 인장균열을 고려한 경우에 미소평면요소에 작용하는 힘

은 각각  $dC_u$ 와  $dC_w$ 이다. 인장균열이 발생하는 깊이  $z_w$ 까지의 흙의 무게에 대한 연직력은  $V_T$ 이다. 이러한 미소요소에 작용하는 힘들에 대하여 연직 평형방정식과 수평 평형방정식을 적용하면 각각 식 (12) 및 식 (13)과 같다.

$$dV + dP_w \cos \alpha + dP_s \cos \theta + dC_w \sin \alpha + dC_u \sin \theta = dW \quad (12)$$

$$dP_s = [dP_w \sin \alpha - dC_w \cos \alpha + dC_u \cos \theta] / \sin \theta = 0 \quad (13)$$

식 (13)을 식 (12)에 대입하여 정리하면 식 (14)과 같다.

$$dV + dP_w \cos \alpha + \cot \theta [dP_w \sin \alpha - dC_w \cos \alpha + dC_u \cos \theta] + dC_w \sin \alpha + dC_u \sin \theta = dW \quad (14)$$

여기서, 평균연직응력  $\sigma_t = V/B$ 라 가정하고, 비배수상태의 토압계수  $K_{ut} = (\sigma_w + c_u \cos 2\kappa) / (\sigma_t \cos^2 \beta - c_u \cos 2\omega)$ 라 정의하면, 토압계수  $K_{ut}$ 는 항상 1이다. 그러면 미소평면요소에 작용하는 벽체의 토압력은 식 (15)와 같이 된다.

$$dP_w = \sigma_w (dz / \sin \alpha) = [K_{ut}' \cos^2 \beta (V/B) - (K_{ut}' \cos 2\omega + \cos 2\kappa) (c_u)] \operatorname{cosec} \alpha dz \quad (15)$$

여기서,

$dC_u = c_u (1 + D_1 \tan \beta) \operatorname{cosec} \theta dz =$  미소평면요소에 작용하는 전 점착력

$\theta =$  파괴면의 각도 (부록참조)

$dW \approx \gamma D_2 (H - z) =$  미소평면요소에 작용하는 흙쌓기의 무게

$B = D_1 (H - z) =$  미소평면요소의 폭

$$D_1 = \frac{\cos \beta \sin(\alpha + \theta)}{\sin \alpha \sin(\theta - \beta)}$$

$$D_2 = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \cos \beta} D_1 = (1 + D_1 \tan \beta) \sin(\theta - \beta) \cos \beta \sin \theta$$

식 (14)를 다시 정리하면 식 (16)과 같이 된다.

$$\frac{dV}{dz} + \frac{D_5}{(H - z)} V = \gamma D_2 (H - z) - D_1 c_u \quad (16)$$

여기서,

$$D_3 = \cos \alpha + \sin \alpha \cot \theta,$$

$$D_4 = \operatorname{cosec} \alpha (\sin \alpha - \cos \alpha \cot \theta) a_u + \operatorname{cosec} \theta (\sin \theta + \cos \theta) (1 + D_1 \tan \beta)$$

$$- D_3 (K_{ut}' \cos 2\omega + \cos 2\kappa) \operatorname{cosec} \alpha$$

$$D_5 = \frac{D_3 K_{ut}' \cos^2 \beta}{D_1 \sin \alpha}$$

선형 일계 미분방정식인 식 (16)으로 부터 경계 조건  $z = z_w, V = V_T$ 를 만족시켜 주는 해를 구하면 식 (17)과 같다.

$$V = \frac{D_2}{D_5 - 2} \{ (1 - z/H)^2 - (1 - z_w/H)^{2 - D_5} (1 - z/H)^{D_5} (\gamma H^2) - \frac{D_4}{D_5 - 1} \{ 1 - z_c/H - (1 - z_w/H)^{1 - D_5} (1 - z/H)^{D_5} \} (c_u H) + D_1 (z_w/H) (1 - z_w/H)^{1 - D_5} (1 - z/H)^{D_5} (\gamma H^2) \} \quad (17)$$

여기서  $V_T = D_1 \gamma z_w (H - z_w) =$  흙쌓기 ACED의 무게(연직력). 따라서, 벽체에 작용하는 임의의 깊이  $z$ 에 따른 토압  $p_{at} (= \sigma_w)$ 는 식 (18)과 같이 된다.

$$p_{at} = (K_{ax,t} + K_{au,t}) (\gamma H) - K_{ac,t} (c_u) \quad (18)$$

여기서,

$$K_{ax,t} = \frac{K_{ut}' D_2 \cos^2 \beta}{D_1 (D_5 - 2)} \{ (1 - z/H) - (1 - z_w/H)^{2 - D_5} (1 - z/H)^{D_5 - 1} \}$$

$$K_{ac,t} = \frac{K_{ut}' D_4 \cos^2 \beta}{D_1 (D_5 - 1)} \{ 1 - (1 - z_w/H)^{1 - D_5} (1 - z/H)^{D_5 - 1} \} - K_{ut}' \cos 2\omega + \cos 2\kappa$$

$$K_{au,t} = K_{ut}' \cos^2 \beta (z_w/H) (1 - z_w/H)^{1 - D_5} (1 - z/H)^{D_5 - 1}$$

식 (18)을 무차원의 토압  $K_{at} (= p_{at} / (\gamma H))$ 로 표시하면 식 (19)와 같다.

$$K_{at} = (K_{ax,t} + K_{au,t}) - K_{ac,t} M_u \quad (19)$$

여기서,  $M_u = c_u / (\gamma H)$ 로 정의하며, 비배수상태에서 무차원의 점착력(dimensionless cohesion)이라 부른다.

높이  $H$ 인 벽체에 작용하는 전주동토압  $P_{AT}$ 는 인장균열깊이  $z_w$ 에서 벽체의 전 높이  $H$ 까지 적분하여 구하면 식 (20)과 같이 된다.

$$P_{AT} = \int_{z_w}^H P_{At} (dz / \sin \alpha) \\ = (K_{Ax, T} + 2K_{Au, T})(\gamma H^2 / 2) - K_{Ac, T} (c_u H) \quad (20)$$

여기서,

$$K_{Ax, T} = \frac{K_{ut} D_2 \cos^2 \beta}{\sin \alpha D_1 D_5} (1 - z_w / H)^2 \\ K_{Ac, T} = \left[ \frac{K_{ut} D_4 \cos^2 \beta}{\sin \alpha D_1 D_5} + \frac{K_{ut} \cos 2\omega + \cos 2\kappa}{\sin \alpha} \right] \\ (1 - z_w / H) \\ K_{Au, T} = \frac{K_{ut} \cos^2 \beta}{\sin \alpha D_5} (z_w / H) (1 - z_w / H)$$

식 (20)을 무차원으로 표시하면 식 (21)과 같다.

$$K_{AT} = P_{AT} / (\gamma H^2 / 2) \\ = (K_{Ax, T} + 2K_{Au, T}) - 2K_{Ac, T} M_u \quad (21)$$

벽체의 저면으로부터 전토압의 작용점 위치  $h_{at}$ 는 식(22)과 같이 표현할 수 있다.

$$h_{at} = \frac{H_{AT}}{H} = \frac{\int_{z_w}^H \sigma_w (1 - z/H) (dz / \sin \alpha)}{\int_{z_w}^H \sigma_w (dz / \sin \alpha)} \\ = \frac{D_3 [(D_2/3)(1 - z_w/H) - (D_6/2)M_u + D_1(z_w/H)]}{(D_5 + 1) [D_2/2(1 - z_w/H) - (D_7)M_u + D_1(z_w/H)]} \\ (1 - z_w/H) \quad (22)$$

여기서

$$D_5 = D_4 + \frac{D_1(D_5 + 1)}{K_{ut} \cos^2 \beta} (K_{ut} \cos 2\omega + \cos 2\kappa) \\ D_7 = D_4 + \frac{D_1 D_5}{K_{ut} \cos^2 \beta} (K_{ut} \cos 2\omega + \cos 2\kappa)$$

인장균열의 깊이  $z_w$ 는 식 (7), 즉 토압이 영(0)으로 취하여 구할 수 있다.

$$K_{av, u}(\gamma H) - K_{au, u}(c_u) = 0$$

그러나, 이 경우는 Coulomb이론과는 달리  $z_w$ 를 시행착오법으로 구할 수 있다(정성교 등, 1996b).

### 3. 토압분포의 비교분석

점성토로 뒤채움된 중력식 옹벽에 작용하는

수평토압은 앞의 2장에서 알 수 있는 바와같이 주로 벽체배면의 기울기( $\alpha$ ), 뒤채움 경사각( $\beta$ ), 비배수 점착력( $c_u$ ) 및 부착력( $c_w$ )에 의존하여 결정된다. 이들 영향인자에 따른 주동토압분포, 전주동토압 및 작용점 위치에 대한 상세한 분석결과는 김형수(1996)를 참조할 수 있으나, 여기서는 인장균열을 무시한 경우와 고려한 경우에 대하여 각각 주동토압분포를 비교하고자 한다.

#### 3.1. 인장균열을 무시한 경우

점성토로 뒤채움된 중력식 옹벽에 대하여 비배수해석으로 유도한 수평토압 이론식(인장균열을 무시한 경우)은 앞의 2장에서 식 (7)과 같다. 이 식을 이용하여  $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $a_u (=c_w/c_u)=1/2$ 인 경우에 무차원 점착력비  $M_u$ 가 0.0, 0.05, 0.10 및 0.15일 때 각각의 주동토압분포는 그림 3과 같다. 이 그림에서 보면,  $c_u$ 가 0인 경우에는  $a_u$ 도 역시 0이 되므로 뒤채움

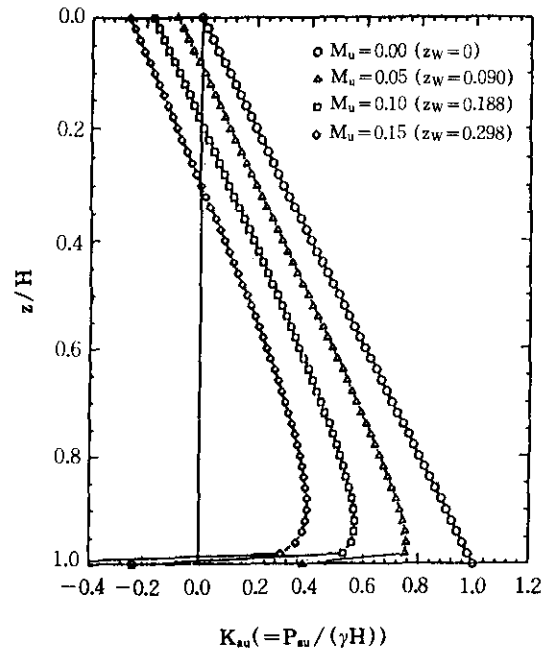


그림 3 인장균열을 무시한 경우에  $M_u$ 의 변화에 따른 주동토압 분포( $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $a_u=0.5$ )

의 지표면( $z=0$ )을 통과하는 삼각형 분포를 정확하게 나타내고 있으며, 비배수 점착력이 증가할수록 용벽의 상부에서 (-)토압이 점차 커지며 또한 토압분포도 점차 곡선형태로 나타내고 있다. 그리고  $M_u$ , 즉  $c_u$ 가 감소함에 따라 전주동토압은 크게 감소하고 있음을 나타내고 있음을 알 수 있다.

그림 4는  $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $M_u=0.15$ 일 경우에  $a_u$ , 즉 부착응력  $c_u$ 의 변화에 따른 주동토압분포를 나타내고 있다. 이 그림에서 볼 수 있는 바와같이  $a_u$ 가 0.0에서 2/3까지 변할 때 인장균열의 깊이  $z_w$ 는 0.30에서 0.276으로 미소하게 증가하는 경향이지만, 대략 일정값으로 유지한다고 볼 수 있을 것이다.  $a_u$ 가 0.0일 때에 주동토압분포는 직선적으로 나타나며,  $a_u$ 가 증가할수록 주동토압은 점차 감소하면서 곡선적인 양상을 보여주고 있다. 그리고  $a_u$ 에 따라 (-)토압의 크기에는 미세하게 영향을 미치고 있다.

그림 3 및 4를 비교하면, 비배수 점착력  $c_u$ 는

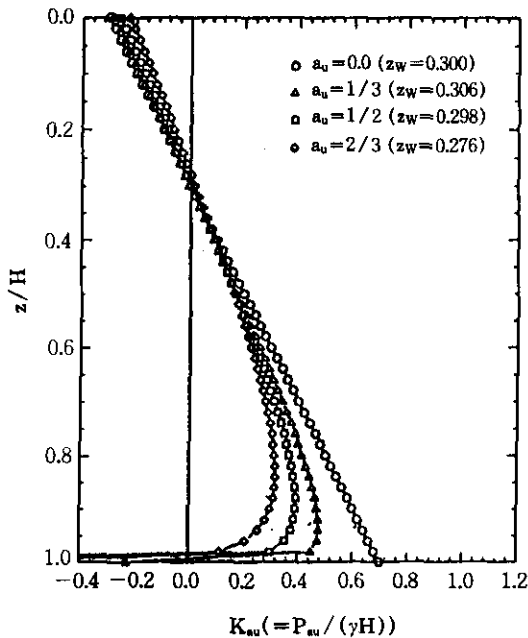


그림 4 인장균열을 무시한 경우에  $a_u$ 의 변화에 따른 주동토압분포( $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $M_u=0.15$ )

인장균열의 깊이에 주로 영향을 미치며, 부착력  $c_u$ 는 토압분포의 양상 및 전주동토압에 어느정도 영향을 미치고 있음을 알 수 있다.

### 3.2. 인장균열을 고려한 경우

점성토로 뒤채움된 용벽의 경우에는 일반적으로 (-)토압 때문에 인장균열이 발생하게 된다. 이러한 경우에 비배수 해석에 의한 수평 토압은 앞의 2장에서 식 (18)과 같이 유도되었다. 식 (18)을 이용하여  $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $a_u=0.5$ 인 경우에 무치원 점착력비  $M_u$ 가 0.05, 0.10, 0.15 및 0.20일 때 각각의 주동토압분포는 그림 5와 같다. 이 그림을 보면,  $M_u=0$ 인 경우(그림 3)에  $z=0$ 을 통과하는 직선적인 토압분포를 나타내던 것이  $M_u$ 가 증가할수록 주동토압은 크게 감소하면서 곡선형태로 보여준다. 그리고  $M_u$ 가 증가할수록 인장균열의 깊이  $z_w$ 는 점차 커지며(그림 3에서와 같이), 또한 과재토압이 증가하는 경향을 보여주고 있다. 이 그림을 인장균열을 무시하였던 경우인 그림 3과 비교하면,

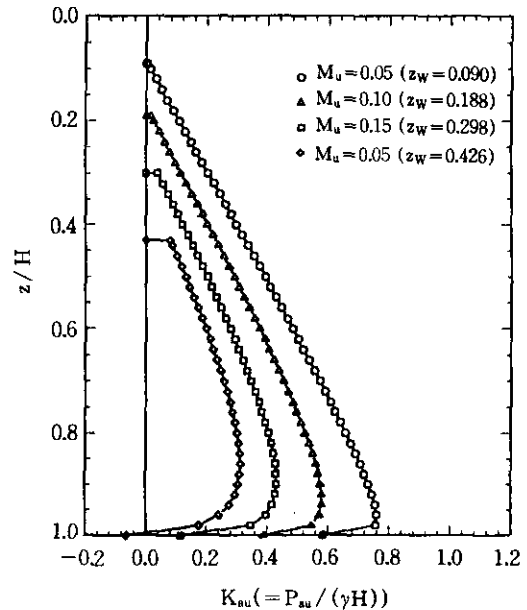


그림 5 인장균열을 고려한 경우에  $M_u$ 의 변화에 따른 주동토압의 분포( $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $a_u=0.5$ )



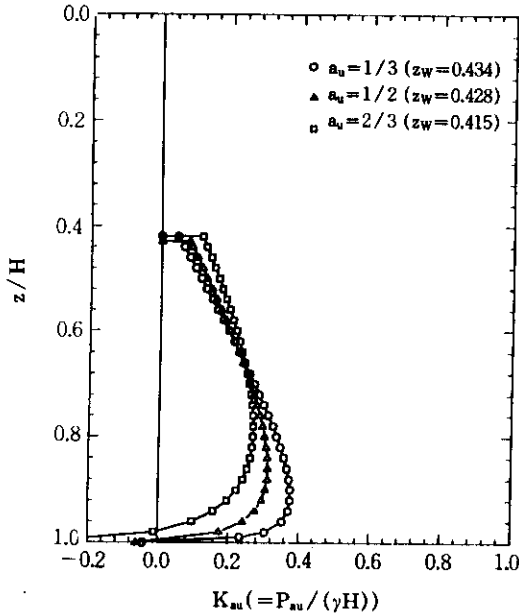


그림 6 인장균열을 고려한 경우에  $a_0$ 의 변화에 따른 주동토압의 분포( $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $M_0=0.15$ )

그림 3에서 (-)토압의 부분을 무시하면 토압의 분포양상은 동일하며, 단지 인장균열 부분의 과재토압이 합해진 형태이다. 만약 전주동토압의 크기로 비교한다면 두 경우에 대한 정량적인 크기는 아주 큰 폭의 차이를 보일 것이며, 또한 작용점의 위치도 아주 상이할 것으로 생각된다(김형수(1996)을 참조).

그림 6은  $\alpha=90^\circ$ ,  $\beta=0$  및  $M_0=0.15$ 일 경우에  $a_0$ 가 1/3, 1/2 및 2/3로 변할 때에 각각의 토압분포를 보여주고 있다. 이 그림을 보면, 인장균열을 무시한 경우인 그림 4와는 달리 과재토압의 영향으로 토압분포는 (-)토압의 부분을 제외하더라도 약간 상이한 경향을 나타내고 있다. 다시 말해서,  $a_0$ 가 증가할 수록  $z_w$ 는 약간 감소하여서 과재토압이 약간씩 감소하고 있다. 그리고  $a_0$ 가 증가할 수록 토압분포는 상부에서 증가하고 아래쪽으로 갈수록 감소하는 경향을 보이며, 이 결과 작용점 위치는 점차 높이 올라가는 경향을 나타낼 것으로 보아진다.

종합적으로 살펴보면, 비록 점성토라고 하더라도 높은 인장응력을 발휘할 수 없으므로, 즉 (-)토압을 고려할 수 없으므로 인장균열 위의 흙을 과재하중으로 고려한 식 (18)에 의한 수평토압이론식이 실제 적용에 합리적일 것으로 사료된다.

#### 4. 결론

점성토로 뒤채움된 중력식 옹벽에 대한 비배수 해석을 통하여 인장균열을 무시한 경우와 고려한 경우에 대하여 각각 토압이론식을 유도하였다. 이 이론식은 Coulomb의 흙체기와 평면아취개념에 근거하고 있다. 두 경우에 대하여 주동토압분포를 비교한 결과, 인장균열을 무시한 경우는 지표면에서 인장균열 깊이까지 (-)토압이 작용하고 있는 반면에, 인장균열을 고려한 경우에는 오히려 인장균열 깊이 위에 있는 흙의 중량이 과재하중으로 작용하게 되어 수평토압이 전자와는 상이하였다. 현실적으로 흙에서 (-)토압이 작용할 수 없다는 것을 감안하면, 인장균열을 고려한 토압이론식이 실제 적용에 있어서 합리적일 것으로 사료되었다. 그리고 비배수 점착력( $c_v$ )은 인장균열 깊이에 크게 영향을 미치며, 부착력( $c_w$ )은 토압분포 형태를 주로 좌우하였다.

앞으로 실제 실험을 통하여 본 이론의 합리성이 입증되기를 기대한다.

#### 감사의 글

본 논문은 1996년도 동아대학교 학술연구조성비(일반과제)에 의하여 수행된 것으로 당국에 감사드린다.

#### 참고 문헌

1. 김상규(1995). 토질역학(이론과 응용), 청문각, pp.253~255.
2. 김형수(1996). "점성토로 뒤채움한 중력식 옹벽

에 작용하는 수평토압에 대한 비배수해석”, 공학석사 학위논문, 동아대학교, 110p.

3. 이만렬(1993). 강성옹벽에 작용하는 동적토압, 공학박사 학위논문, 동아대학교, 219p.
4. 정성교·백승훈(1993). “비점성토로 뒤채운한 강성옹벽에 작용하는 정적토압”, 한국지반공학회지, 제9권, 제 1호, pp.69-75.
5. 정성교·허대영·이만렬(1996a). “c-φ흙으로 뒤채운한 중력식 옹벽에 작용하는 정적토압”, 한국지반공학회지, 제12권, 제4호, pp.47-60.
6. 정성교·이만렬·김문규(1996b). “Coulomb이론을 이용한 인장균열 및 주동토압”, 한국지반공학회지, 제12권, 제6호, pp.101-114.
7. 허대영(1992). “점성토로 뒤채운한 강성옹벽에 작용하는 정적토압”, 공학석사 학위논문, 동아대학교, 93p.
8. Berry D. L. and Reid, D.(1987). An Introduction to Soil Mechanics, McGraw Hill Book Company, pp.168~183.
9. Bowles J. E.(1988). Foundation Analysis and Design, 4th ed., McGraw Hill Book Company, New York, NY, pp.502~504.
10. Craig R. F.(1987). Soil Mechanics, 4th Ed., Chapman & Hall Co., 410p.
11. Craig R. F.(1992). Soil Mechanics, 5th Ed., Chapman & Hall, pp.197~203.
12. Handy R. I.(1985). “The Arch in Soil Arching”, JGE, ASCE, Vol. 111, No. 3, March, pp.302-318.
13. Kellogg C. G.(1993). “Vertical Earth Loads on Buried Engineered Works”, JGE, ASCE, Vol. 119, No.3, pp.487-506.
14. Kingsley H. W.(1989). “The Arch in Soil Arching”, JGE, ASCE, Vol. 115, No. 3, pp. 415-419.
15. Lambe T. W. and Whitman R. V.(1979). Soil Mechanics, SI version, John Wiley & Sons, pp.168~171, pp.342~347.
16. Lee I. K. et al.(1983). Geotechnical Engineering, Pitman Publishing Inc., pp.261~268.
17. Terzaghi K.(1943). Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, Inc, New York, pp.77-117.
18. US Army Corps of Engineers(1989). Engin-

ering and Design : Retaining and Flood Walls, Engineer Manual No.1110-2-2502, Department of the Army, U.S. Army Corps of Engineers.

(접수일자 1997. 4. 22)

## 부 록

### 비배수 상태의 토압계수 $K'_v$ 및 $K'_{av}$ 의 결정

그림 A.1은 비배수 상태에 있어서 인장균열이 발생할 경우는 깊이  $z_c$  아래에서의 옹벽과 흙의 접촉면의 미소요소에 대한 Mohr의 응력원을 나타낸 것으로 벽체의 상단에서 하단까지 유발되는 벽면에 작용하는 전단응력  $\tau_w$ 를 Mohr의 응력원으로부터 결정하면 식 (A.1)과 같다.

$$\tau_w = c_w = c_u \sin 2\kappa$$

따라서 미지각  $2\kappa$ 는 식 (A.1)에서 결정할 수 있으며, 그 각도는 다음과 같다.

$$2\kappa = \sin^{-1}(c_w / c_u)$$

또한 Mohr의 응력원에서 기하학적인 관계로부터 미지각  $2\omega$ 는 구해질 수 있다.

$$2\omega = 2\alpha + 2\beta + \sin^{-1}(a_u) - 180^\circ$$

앞의 2장에서 기술된 바와 같이 비배수 상태의 토압계수  $K'_v$  및  $K'_{av}$ 는 식 (A.2)와 같은 정의와 Mohr 응력원으로부터 나타낼 수 있다.

$$K'_v \text{ 또는 } K'_{av} = \frac{\sigma_w \pm c_u \cos 2\kappa}{\sigma_v \pm c_u \cos 2\omega} = \frac{\sigma_w \pm c_u \cos 2\kappa}{\sigma_v \cos^2 \beta \pm c_u \cos 2\omega} = 1.0 \quad (A.2)$$

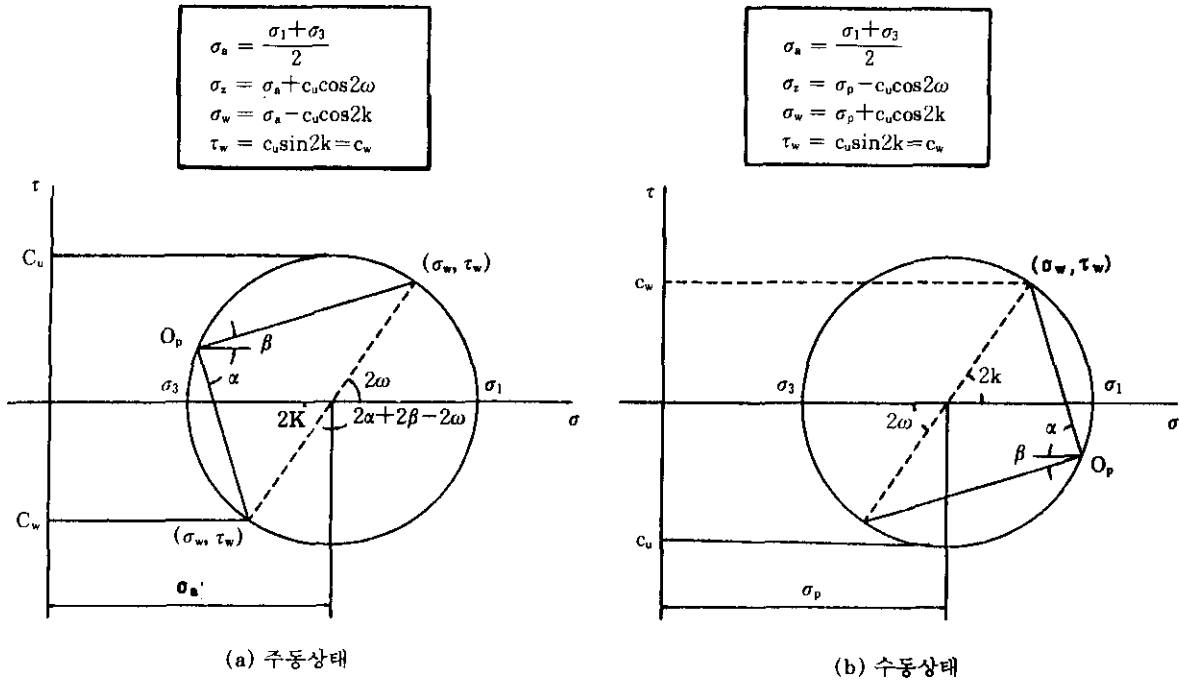


그림 A.1 Mohr 응력원

임계각  $\theta_u$ 의 결정(인장균열을 무시한 경우)

그림 A.2와 같이 비배수 상태에 있어서 인장 균열이 발생하지 않을 경우 흙썰기 ABC는 토압에 의한 벽체의 반력  $P_{wu}$ 와 벽면 AC에 작용하는 전 부착력  $C_w$ , 파괴면 BC에 대한 반력  $P_p$  및 전 점착력  $C_u$ , 그리고 흙썰기의 전 무게  $W$ 가 평형상태를 이룰 때 힘의 평형방정식을 적용할 수 있다.

흙썰기 ABC의 무게  $W$ 는 식 (A.3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = (BC \cdot AD / 2)(\gamma)$$

$$= \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha + \theta_u)}{\sin^2 \alpha \sin(\theta_u - \beta)} \left( \frac{\gamma H^2}{2} \right) \quad (A.3)$$

흙썰기 ABC에 작용하는 힘들에 대하여 연

직 및 수평 평형방정식을 적용하면 각각 식 (A.4) 및 (A.5)와 같이 된다.

$$\pm P_{wu} \cos \alpha \pm P_p \cos \theta_u \pm C_w \sin \alpha \pm C_u \sin \theta_u = W \quad (A.4)$$

$$P_p = [\pm P_{wu} \sin \alpha \mp C_w \cos \alpha \pm C_u \cos \theta_u] / \sin \theta_u \quad (A.5)$$

식 (A.5)를 식 (A.4)에 대입하면 식 (A.6)과 같다.

$$\pm (\cos \alpha + \sin \alpha \cot \theta_u) P_{wu} \pm (\sin \alpha - \cos \alpha \cot \theta_u) C_w \pm (\sin \theta_u + \cos \theta_u \cot \theta_u) C_u = W \quad (A.6)$$

여기서,

$$C_w = c_w AC = c_w H (1 / \sin \alpha)$$

$$C_u = c_u BC = c_u H \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha \sin(\theta_u - \beta)}$$

식(A.3)을 식(A.6)에 대입하여 정리하면 전

토압  $P_{wu}$ 는 식(A.7)과 같다.

$$P_{wu} = \left[ \frac{P_{AU}}{P_{PC}} \right] = \left[ \frac{K_{AY,U}}{K_{PY,U}} \right] (\gamma H^2 / 2) \mp \left[ \frac{K_{AC,U}}{K_{PC,U}} \right] (c_u H) \quad (A.7)$$

여기서,

$$\left[ \frac{K_{AY,U}}{K_{PY,U}} \right] = \frac{\cos \alpha - \cos(\alpha + 2\theta_u)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_u)} q$$

$$\left[ \frac{K_{AC,U}}{K_{PC,U}} \right] = \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta + 2\theta_u)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_u)} r a_u + \frac{s}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_u)}$$

$$q = \sin(\alpha + \beta) / \sin^2 \alpha$$

$$r = 1 / \sin \alpha$$

$$s = 2 \sin(\alpha + \beta) / \sin \alpha$$

식(A.7)을 무차원으로 표시하면 전토압계수

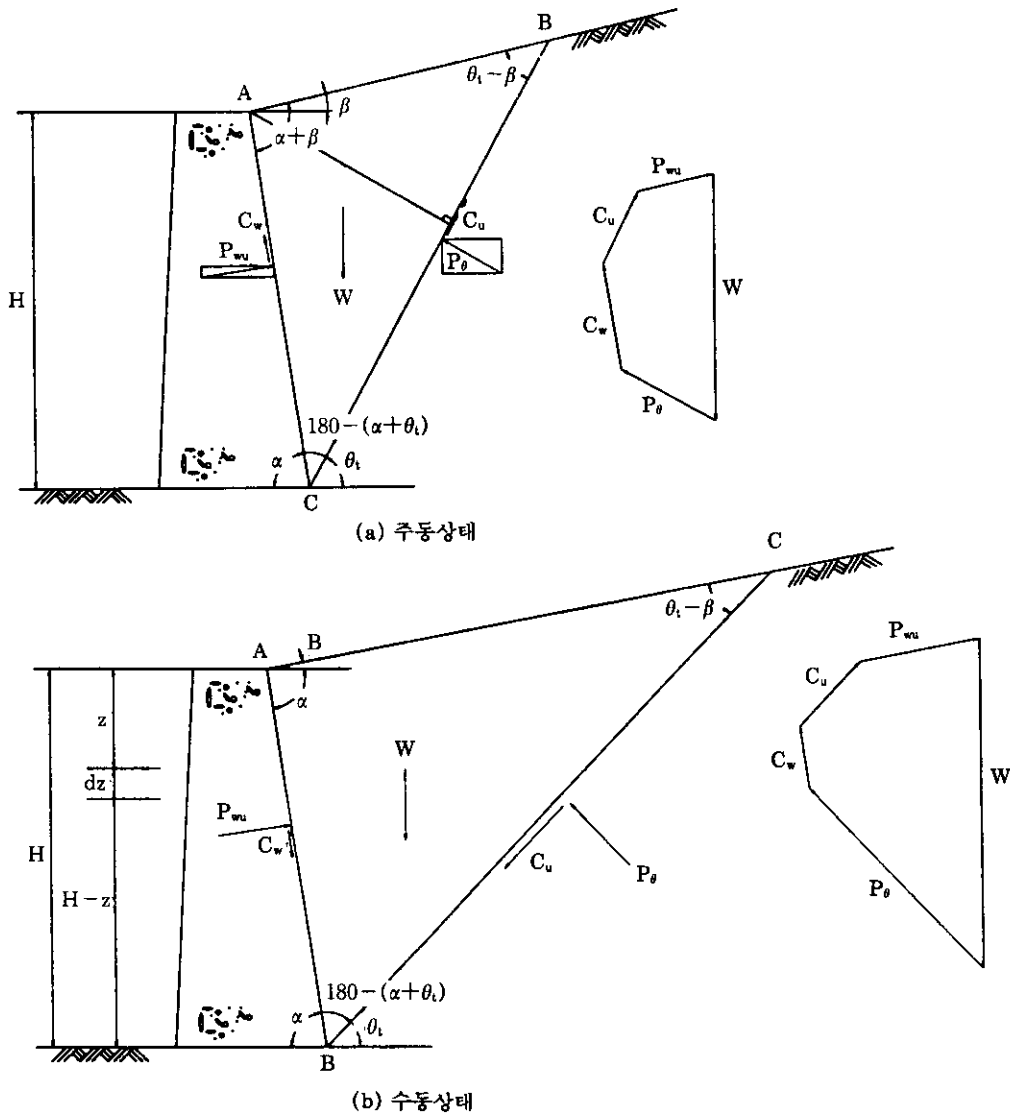


그림 A2 임계각  $\theta_u$ 의 결정을 위한 흙세기 및 힘의 다각형

$K_{wu}$ 는 식(A.8)과 같다.

$$K_{wu} = \left[ \frac{K_{AC'}}{K_{PC'}} \right] = P_{wu} / (\gamma H^2 / 2)$$

$$= \left[ \frac{K_{AY, U}}{K_{PY, U}} \right] \pm 2 \left[ \frac{K_{AC, U}}{K_{PC, U}} \right] M_u \quad (A.8)$$

여기서,  $M_u = c_u / (\gamma H)$ . 그리고 식 (A.7)은 2장의 식 (9)와 정확히 일치한다.

그림 A.2에서 수평면과 파괴면이 이루는 임계각  $\theta_u$ 를 결정하기 위하여 전토압  $P_{wu}$ 가 최대되는 조건, 즉,  $\partial P_{wu} / \partial \theta_u = 0$ 로 하여 임계각  $\theta_u$ 를 구하면 식(A.9)와 같이 된다.

$$\theta_u = \sin^{-1} \left[ \frac{A^2 + B^2 - BC + A \sqrt{(A^2 + B^2 - C^2)}}{2(A^2 + B^2)} \right]^{1/2} \quad (A.9)$$

여기서,

$$A = \pm \left[ \cos \alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha \cos(\alpha - \beta) \right]$$

$$q(\gamma H / 2) \pm \left[ \cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) \right] r_{a_u}$$

$$+ \cos(\alpha - \beta) s(c_u)$$

$$B = \pm \left[ \sin \alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos \alpha \sin(\alpha + \beta) \right]$$

$$q(\gamma H / 2) \pm \left[ \sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) \right]$$

$$+ \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta) r_{a_u}$$

$$+ \sin(\alpha - \beta) s(c_u)$$

$$C = \pm \left[ \sin \beta q(\gamma H / 2) + r_{a_u}(c_u) \right]$$

임계각  $\theta_u$ 의 결정(인장균열을 고려한 경우)

그림 A.3와 같이 인장균열이 옹벽의 배면과 평행하게 발생한다고 가정할 때, 흙체기 ABCDE는 토압에 의한 벽체의 반력  $P_{AT}$ 와 벽면 BC에 작용하는 전 부착력  $C_w$ , 파괴면 CD에 대한 반력  $P_\theta$  및 전 점착력  $C_u$ , 그리고 흙체기의 전 무게  $W$ 가 평형상태를 이룬다고 가정하면, 힘의 평형방정식을 적용할 수 있다.

흙체기 ABCDE의 무게  $W$ 는 식(A.10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$W = \square ABDE + \triangle BCD$$

$$= (\gamma) \{ D_1 [(H - z_w) z_w] \} + (CD \cdot BF / 2) (\gamma)$$

$$= \frac{\cos \beta \sin(\alpha + \theta_u)}{\sin \alpha \sin(\theta_u - \beta)} (H - z_w) z_w (\gamma)$$

$$+ \frac{\sin(\alpha + \theta_u)}{\sin^2 \alpha \sin(\theta_u - \beta)} \frac{\gamma (H - z_w)^2}{2} \quad (A.10)$$

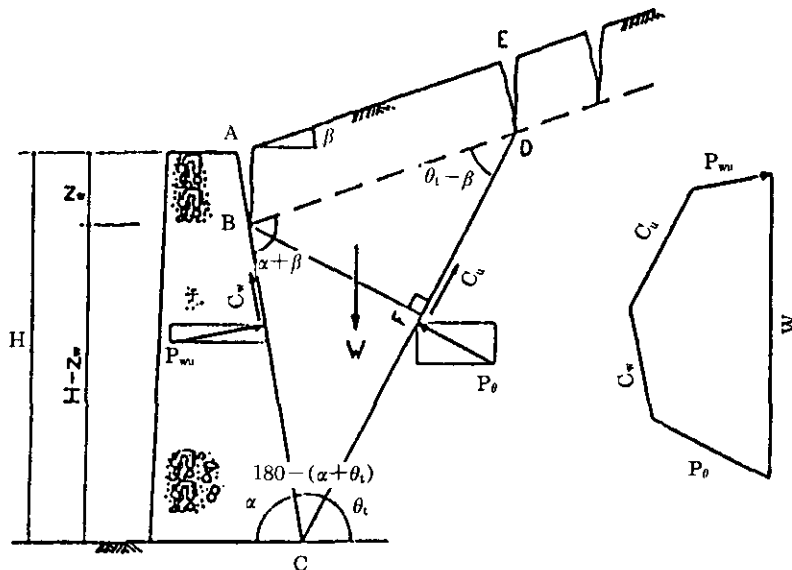


그림 A.3 임계각  $\theta_u$ 의 결정을 위한 흙체기 및 힘의 다각형

흙재기 ABCDE에 작용하는 힘들에 대하여  
연직 및 수평 평형방정식을 각각 적용하면 식  
(A.11) 및 (A.12)와 같다.

$$P_{AT}\cos\alpha + P_u\cos\theta_i + C_w\sin\alpha + C_u\sin\theta_i = W \quad (\text{A.11})$$

$$P_u = [P_{AT}\sin\alpha - C_w\cos\alpha + C_u\cos\theta_i] / \sin\theta_i \quad (\text{A.12})$$

식(A.12)를 식(A.11)에 대입하면 식(A.13)과  
같이 된다.

$$(\cos\alpha + \sin\alpha \cot\theta_i)P_{AT} + (\sin\alpha - \cos\alpha \cot\theta_i)C_w + (\sin\theta_i + \cos\theta_i \cot\theta_i)C_u = W \quad (\text{A.13})$$

여기서,

$$C_w = c_w BC = c_w (H - z_w) / \sin\alpha \\ = \text{벽면에 작용하는 전부찰력}$$

$$C_u = c_u CD = c_u (H - z_w) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin\alpha \sin(\theta_i - \beta)} \\ = \text{파괴면에 작용하는 전점찰력}$$

식 (A.10)을 식 (A.13)에 대입하여 정리하면  
전주동토압  $P_{AT}$ 는 식 (A.14)와 같다.

$$P_{AT} = K_{AV,T} \left( \frac{\gamma H^2}{2} \right) - K_{AC,T} (c_u H) + K_{AU,T} (\gamma H^2) \quad (\text{A.14})$$

여기서,

$$K_{AV,T} = \frac{\cos\alpha - \cos(\alpha + 2\theta_i)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_i)} \cdot \\ q(1 - z_w/H)^2 \\ K_{AC,T} = \left[ \frac{\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta + 2\theta_i)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_i)} r a_u \right. \\ \left. + \frac{s}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_i)} \right] \\ \cdot (1 - z_w/H) \\ K_{AU,T} = \frac{\cos\alpha - \cos(\alpha + 2\theta_i)}{\cos(\alpha + \beta) - \cos(\alpha - \beta + 2\theta_i)}$$

$$\cdot t[(z_w/H)(1 - z_w/H)]$$

$$q = \sin(\alpha + \beta) / \sin^2\alpha, \quad r = 1 / \sin\alpha \\ s = 2\sin(\alpha + \beta) / \sin\alpha, \quad t = \cos\beta / \sin\alpha$$

식 (A.14)을 무차원으로 표시하면 전주동토압  
계수  $K_{WT}$ 는 식 (A.15)와 같게 된다.

$$K_{AT} = P_{AT} / (\gamma H^2 / 2) \\ = (K_{AV,T} + 2K_{AU,T}) - 2K_{AC,T} M_u \quad (\text{A.15})$$

여기서 유도된 식 (A.15)는 2장에서 식 (21)과  
정확히 일치한다.

그림 A.3에서 수평면과 파괴면이 이루는 임  
계각  $\theta_i$ 를 결정하기 위하여 전토압  $P_{AT}$ 가 최대  
되는 조건, 즉  $\partial P_{AT} / \partial \theta_i = 0$ 로 하여 임계각  $\theta_i$ 를  
구하면 식(A.16)과 같다.

$$\theta_i = \sin^{-1} \left[ \frac{(A^2 + B^2 - C^2) + A \sqrt{(A^2 + B^2 - C^2)}}{2(A^2 + B^2)} \right]^{1/2} \quad (\text{A.16})$$

여기서,

$$A = [\cos\alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos\alpha \cos(\alpha - \beta)] q(1 - z_w/H) (\gamma H / 2) \\ + \{ [\cos(\alpha - \beta) \sin(\alpha + \beta) - \cos(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta)] r a_u + \cos(\alpha - \beta) s \} (c_u) \\ + [\cos\alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos\alpha \cos(\alpha - \beta)] t \\ (z_w/H) (\gamma H) \\ B = [\sin\alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos\alpha \sin(\alpha - \beta)] q(1 - z_w/H) (\gamma H / 2) \\ + \{ [\sin(\alpha + \beta) \sin(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha + \beta) \cos(\alpha - \beta)] r a_u + \sin(\alpha - \beta) s \} (c_u) \\ + [\sin\alpha \cos(\alpha + \beta) - \cos\alpha \sin(\alpha - \beta)] t \\ (z_w/H) (\gamma H) \\ C = \sin\beta \cdot q(1 - z_w/H) (\gamma H / 2) + r a_u (c_u) + \sin\beta \\ t(z_w/H) (\gamma H)$$