

다단계 터널굴착시 계측된 증분변위를 이용한 역해석 기법의 개발

Development of the Back Analysis Technique Using Incremental Displacements Measured in a Multi-step Excavation

이 연 규*1

Lee, Youn-Kyou

이 정 인*2

Lee, Chung-In

Abstract

By applying the finite element theory which is capable of handling the geometrically altered structure in a successive manner, the linear relationship between incremental displacements and the magnitude of the initial stress field was derived. Based on this relationship, back analysis code having the capability of dealing multi-step excavation problem was built and verified. With this back analysis code, the measurements of the incremental displacements in a particular excavation step make it possible to back-calculate the initial stress state. Illustrative examples showed the applicability of this code to a practical problem.

요 지

구조물의 형상 변화를 연속적으로 고려할 수 있는 유한요소법 원리에 기초하여 탄성지반내에 단계적 터널굴착시 임의의 굴착단계에서 발생한 증분변위와 굴착전 암반내에 존재하는 초기응력의 크기가 선형관계에 있음을 유도하였다. 즉, 총변위가 아닌 임의 단계에서 계측된 증분변위만으로 탄성지반내 초기응력의 역산이 가능함을 이론적으로 증명하였다. 이러한 이론적 관계식에 기초하여 다단계 터널굴착시 계측된 증분변위를 이용하여 초기응력을 역산할 수 있는 역해석 프로그램을 작성하였다. 간단한 예제를 통하여 구성한 프로그램의 정확성과 현장 적용 가능성을 검토하였다.

Keywords : Back analysis, Incremental displacement, Multi-step excavation, Finite element method

*1 김희원, 서울대학교 공과대학 부설 에너지자원신기술연구소 특별연구원

*2 정이인, 서울대학교 공과대학 교수

1. 서 론

터널을 굴착하게되면 터널의 안정성 확인을 위해 반드시 계측이 이루어진다. 계측의 종류에는 측정대상에 따라 변위, 변형률, 응력계측 방법 등이 있으나 이 중에서도 내공변위, 지중 변위, 천단침하 등의 변위 계측자료가 터널주위 암반의 거동상태를 가장 잘 나타내 주는 것으로 알려져 있다.

최근 수치해석 기법의 발달에 따라 기존의 터널계측자료를 단순히 안정성 확인의 수단으로만 이용하지 않고, 이러한 계측 값을 이용하여 암반의 역학적 성질 및 초기지압을 역산하려는 연구들이 수행되고 있다. 이러한 역산방법을 포괄하여 역해석이라 하며 크게 직접법과 역순법으로 분류된다. 직접법은 암반의 역학적 성질이나 초기응력을 변화시키면서 해석을 수행하여 계측치와 계산치가 최소의 오차를 보이는 경우를 찾고 이로부터 암반의 역학적 성질 또는 초기응력을 추정하는 방법으로 Gioda & Maier(1980)와 Cividini 등(1981)의 연구를 예로 들 수 있다. 역순법은 일반적인 탄성응력해석과는 반대로 변위를 입력자료로 하며 암반의 역학적 성질이나 초기응력 상태를 계산하는 방법으로 Sakurai & Takeuchi(1983)의 방법이 대표적이라 할 수 있으며 국내에서도 Lee 등(1996)이 이러한 방법을 적용한 연구를 수행하였다. 역순법과 순해석을 결합한 또 다른 형태의 역해석 방법이 Feng & Lewis(1987)에 의해 제안되었다. Feng & Lewis는 순해석에 의해 응력-변위 관계를 결정하고 이를 바탕으로 계측변위를 이용한 역해석을 실시하였으며, 응력-변위 관계가 비선형을 보이는 경우까지를 고려하였다. 응력-변위의 관계가 선형 탄성인 경우 Feng & Lewis의 방법은 Sakurai & Takeuchi가 제안한 역순법과 유사한 지베방정식을 보인다.

앞서 언급한 여러 역해석 방법들은 상호간에 장단점을 가지고 있지만, 공통적으로 계측 자료의 정확성이 올바른 해석결과를 얻기 위

한 전제조건이 되고 있다. 암반의 역학적 성질이나 초기지압을 역산하기 위해서는 터널의 굴착시작부터 발생한 총변위가 필요하지만 현장에서는 여러 가지 제약조건 때문에 총변위의 일부분만이 계측되고 있는 경우가 대부분이다. 회귀분석식을 이용하여 계측변위로부터 총변위를 추정하려는 시도도 있지만 아직까지 모든 지반조건과 시공조건에 적용될 수 있는 추정식이 제안되지 못하고 있다. 따라서 기존의 역해석 방법들에서는 입력자료가 되는 총변위를 잘못 추정함으로써 부정확한 역해석 결과를 얻을 가능성을 항상 가지고 있다. Akutagawa 등(1991)은 탄성지반내에 단계적 분할 굴착이 실시될 경우, 임의 굴착단계에서 발생한 증분변위만을 이용하여 초기지압을 역산하는 방법을 제시하여 이러한 문제점을 어느 정도 해결하였다. 그러나 Akutagawa 등의 연구에서는 단계적 굴착을 수치 해석적으로 구현하는 방법에 대해서는 명확하게 제시하고 있지 않다. 이 연구에서는 Ghaboussi & Pecknold(1984)가 제안한 구조물의 단계적인 형상변화를 고려한 유한요소해석 이론을 적용하여 임의의 굴착단계에서 얻어진 증분변위가 굴착전 암반의 초기응력과 선형관계에 있음을 보임으로써 Akutagawa 등(1991)의 연구결과와 일치하는 초기응력-증분변위를 관계를 도출하였다. 이 결과를 바탕으로 총변위가 아닌 증분변위만을 이용하여 암반의 초기응력 혹은 탄성계수를 역산할 수 있는 2차원 탄성 역해석 프로그램을 작성하였으며, 간단한 예제를 통하여 구성된 프로그램의 정확성을 검증하였다.

2. 이 론

2.1 유한요소법에 의한 암반굴착의 표현

그림1(a)의 점선내 부분이 굴착이 된다고 가정할 때 굴착예정 경계에서 굴착될 영역 E가 굴착되지 않는 영역 R에 작용시키는 표면력은 그림1(b)에 나타낸 것과 같다. 따라서 E영역을 제거하고 굴착면에 그림1(b)에 표시한 것과 같

은 표면력을 작용시키면 R영역의 거동은 E영역을 제거하기 전과 수치적으로 등가인 것이 된다. 그림1(c)는 E영역을 굴착한 후 그림1(b)의 굴착면에 작용하고 있는 표면력과 크기는 같고 방향이 반대인 가상의 표면력이 작용하고 있는 상태를 나타낸다. 굴착면에 보강재가 존재하지 않는 상태를 가정할 때 굴착면에서 표면력은 0이 되어야 하므로 수치해석적 관점에

서 굴착은 그림1(c)의 해석결과와 그림1(b)의 결과를 중첩시키는 것에 의해 수행할 수 있다. 유한요소법에서 모든 힘은 절점을 통해서 요소로 전달되므로 터널굴착을 모델링하는 경우 그림1(c)와 같이 새로 형성되는 굴착 경계면에서의 가상의 표면력을 등가인 절점력을 계산하는 과정이 필요함을 알 수 있다.

유한요소법을 이용한 구조해석에서 임의의

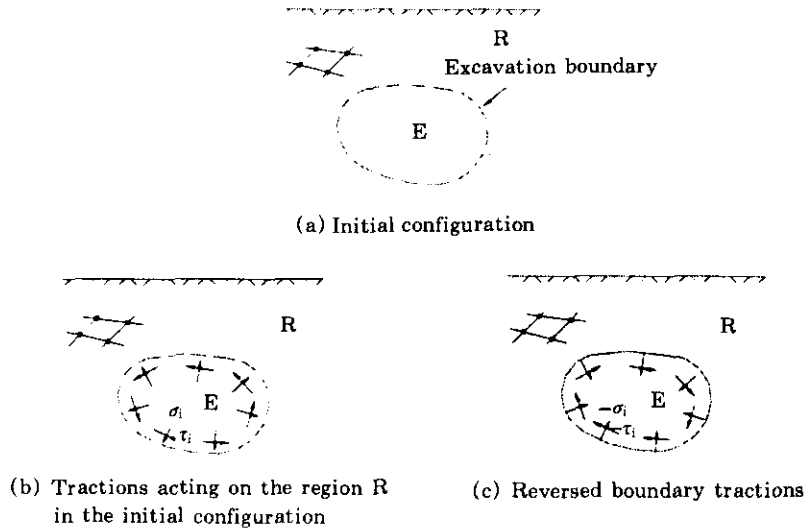


그림 1. 굴착해석의 원리

요소내에 응력 σ 가 작용하고 있을 때 이와 정역학적으로 등가인 절점내력 I 는 가상일의 원리를 적용함으로써 다음과 같이 계산된다 (Zienkiewicz, 1977).

$$I = \int B^T \sigma dv \quad (1)$$

여기서 B 는 변형률-변위 관계 행렬이며, B^T 는 행렬 B 의 전치행렬이다. 식(1)에 의한 등가 절점력은 요소내부의 가우스 적분점에서의 응력을 이용하여 수치적분에 의해 계산된다.

대단면 지하구조물의 굴착은 터널의 안정성과 굴착작업의 편의성을 위해 부분단면 굴착이 이루어지고 있으며 이와 같은 과정을 수치적

로 모델링하기 위해서는 앞서 기술한 수치적 굴착원리가 연속적으로 적용될 수 있는 방법의 개발이 필요하다. Ghaboussi & Pecknold (1984)는 비선형 해석에서 일반적으로 사용되는 형태의 증분 평형방정식을 이용하여 기하학적 형상 변화를 연속적으로 해석에 반영할 수 있는 방법을 제안하였다. 그들이 제안한 방법에서 n 번째 굴착단계에서 발생된 증분변위 벡터 ΔU_n 은 다음과 같은 증분 평형방정식을 이용하여 계산된다.

$$K_n \Delta U_n = F_n - I_{n-1} \quad (2)$$

여기서

$$K_n = \sum_i \int (B^i)^T D B^i dv_i \quad (3)$$

$$I_{n-1} = \sum_i \int (B^i)^T \sigma_{n-1}^i d dv_i \quad (4)$$

식(2)에서 F_n 은 n단계 해석시 모델의 절점에서 작용하는 전체외력 벡터이다. 식(3)에서 K_n 은 n단계 굴착 후에도 남아있는 각 요소들의 강성행렬을 조립하여 구성한 전체 강성행렬(global stiffness matrix)이고, D 는 지반의 탄성계수 및 포아송비에 의해 결정되는 응력-변형률 관계 행렬이다. 식(4)의 I_{n-1} 은 n단계 해석에서 남아있는 각 요소들에 대해 (n-1)단계에서 계산된 응력 σ_{n-1} 을 식(1)에 적용하여 절점내력을 계산한 후 조립된 전체 절점내력 벡터이다. 수식 표기를 간단히 하기 위해 식(3)과 식(4)에서 행렬과 벡터의 조립을 의미하는 \sum 기호 및 각 요소번호를 의미하는 상첨자 i 는 이후의 설명에서 생략하기로 한다.

초기지압을 받고 있는 암반에 굴착되는 터널의 안정성 해석은 초기응력을 고려한 해석의 일종으로 간주할 수 있다. 각 굴착단계에서 터널굴착 후 인위적인 보강에 의해 외력을 가하지 않는다면 식(2)는 다음과 같이 변형될 수 있다.

$$K_n \Delta U_n = -I_{n-1} \quad (5)$$

2.2 증분변위를 이용한 역해석 원리

전 해석영역에 일정한 초기응력 $\sigma_0 = \{\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \tau_{xy}\}^T$ 가 작용하고 있는 암반에 그림2와 같이 굴착영역이 n 개로 구분되어 있고 ①의 영역부터 차례로 n 단계 굴착이 이루어지는 과정을 유한요소법에 의해 모델링한다고 가정하기로 한다. 굴착이 시작되기 전 해석모델이 평형상태에 있다고 가정하면 요소망의 각 절점에서 절점내력의 합은 그 절점에 작용하고 있는 외

력과 같아야 하며, 만약 외력이 작용하고 있지 않다면 내력의 합은 0이 되어야 한다.

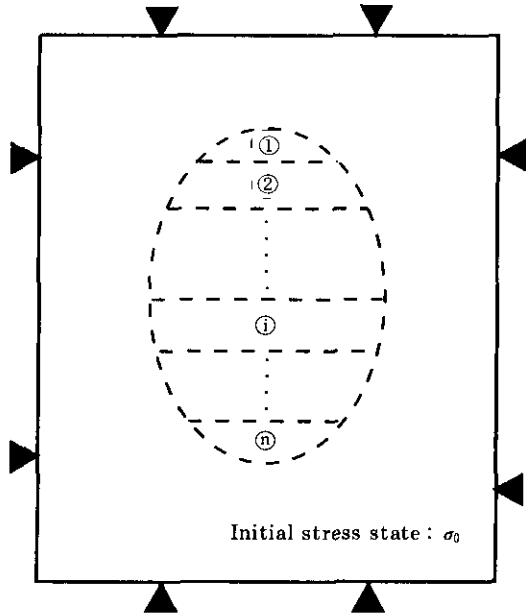


그림 2. 순차적 굴착해석 모델

평형상태에 있는 요소망에서 첫단계 굴착에 의해 ①의 영역이 굴착될 때 요소망의 절점에서 발생하는 증분변위 벡터 ΔU_1 은 식(5)를 적용한 다음과 같은 증분 평형방정식으로부터 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_1 \Delta U_1 &= -I_0 \\ &= -\int B^T \sigma_0 dv_1 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 K_1 은 1단계 굴착후에도 남아있는 요소들의 강성행렬만으로 조립된 전체 강성행렬이다. 식(6)의 우변은 초기응력 σ_0 를 1단계 굴착 후에도 남아있는 요소들에 대해 수치적분하여 얻어진 절점내력 벡터와 크기는 같고 부호가 반대인 가상의 굴착력으로서 그림 1(c)에 나타낸 표면력에 대응되는 절점력으로 이해할 수 있다. 이 가상의 굴착력은 새로 형성된 굴착

면에 위치한 절점에서만 0이 아닌 값을 갖게 된다. 즉, 새로운 굴착 이전의 평형상태가 요소의 제거로 인하여 깨어지면서 새로 형성된 굴착면에 위치한 절점에서만 불평형력이 나타나게 된다. 증분변위 벡터 ΔU_1 을 이용하여 증분변형률($\Delta U \varepsilon_1$)과 증분응력($\Delta \sigma_1$)은 다음과 같이 계산된다.

$$\Delta \varepsilon_1 = B \Delta U_1, \quad \Delta \sigma_1 = D \Delta \varepsilon_1 = DB \Delta U_1 \quad (7)$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 + \Delta \sigma_1 \quad (8)$$

두 번째 단계로 영역②의 굴착이 이루어질 때 영역② 요소들의 절점에서 발생하는 증분변위 벡터 ΔU_2 는 식(6)에서와 같은 방법으로 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_2 \Delta U_2 &= -I_2 \\ &= -\int B^T \sigma_1 dv_2 \end{aligned} \quad (9)$$

식(9)의 K_2 는 두 번째 단계 굴착 후에도 남아있는 요소들에 대응되는 전체 강성행렬이고 우변도 남아있는 요소들에 대해서만 수치적분을 수행하게 된다. 식(9)의 우변은 첫 번째 굴착단계에서 발생된 변위, 변형률 및 응력의 관계를 나타내는 식(7)과 식(8)을 이용하여 다음 식과 같이 변형될 수 있다.

$$\begin{aligned} K_2 \Delta U_2 &= -\int B^T (\sigma_0 + \Delta \sigma_1) dv_2 \\ &= -\int B^T \sigma_0 dv_2 - \int B^T DB dv_2 \Delta U_1 \quad (10) \\ &= -\int B^T \sigma_0 dv_2 - K_2 \Delta U_1 \end{aligned}$$

나머지 굴착단계에 대해서도 이와 유사한 과정을 반복하면 ⑥번째 굴착에 의해 발생된 증분변위 벡터 ΔU_n 은 이전의 굴착단계에서 발생한 증분변위 벡터들과 다음의 관계가 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} K_n \Delta U_n &= -\int B^T \sigma_0 dv_n - K_n \Delta U_1 \\ &\dots - K_n \Delta U_1 \end{aligned} \quad (11)$$

$$K_n \left(\sum_{i=1}^n \Delta U_i \right) = -\int B^T \sigma_0 dv_n \quad (12)$$

한편 그림 2의 n개 굴착영역이 순차적 굴착 방법이 아닌 동시굴착에 의해 굴착된다고 가정하고 이때 발생한 변위 벡터를 U_n 이라 하면 U_n 은 식(5)의 원리에 의해 다음식을 이용하여 계산될 수 있다.

$$K_n U_n = -\int B^T \sigma_0 dv_n \quad (13)$$

식(12)과 식(13)의 우변이 동일하므로 좌변도 역시 동일해야 함을 알 수 있다. 즉, n개의 영역을 동시에 굴착할 때 발생한 변위(U_n)는 n개의 영역이 순차적으로 굴착되면서 발생한 증분변위들의 합과 같음을 알 수 있다.

$$U_n = \sum_{i=1}^n \Delta U_i \quad (14)$$

이 결과로부터 탄성암반내에 터널을 굴착할 경우 최종굴착 변위는 굴착단계가 많고 적음에 관계없이 일정함을 알 수 있다.

식(14)의 결과를 이용하면 순차적 굴착시 n 단계에서 발생하는 증분변위 ΔU_n 은 n개의 굴착영역을 동시에 굴착할 때 발생한 변위 U_n 과 1부터(n-1)영역까지를 동시에 굴착할 때 발생한 변위 U_{n-1} 의 차와 같다고 할 수 있다. 따라서 (13)식을 이용하여 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta U_n &= U_n - U_{n-1} \\ &= -K_n^{-1} \int B^T \sigma_0 dv_n + K_n^{-1} \\ &\quad \int B^T \sigma_0 dv_{n-1} \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)에서 K_n^{-1} 과 K_{n-1}^{-1} 은 각각 전체 강성행렬 K_n 과 K_{n-1} 의 역행렬을 나타낸다. 굴착전 암반에 작용하고 있는 초기응력의 크기가 해석영역내 모든 지점에서 일정하다고 가정한다면 식

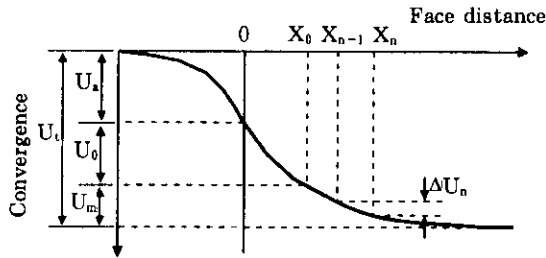
(15)에서 ΔU_n 과 초기응력 σ_0 는 다음과 같이 선형관계에 있음을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta U_n &= \{-K_n^{-1} \int B^T dv_n \\ &\quad + K_{n-1}^{-1} \int B^T dv_{n-1}\} \sigma_0 \\ &= C_n \sigma_0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$C_n = \{-K_n^{-1} \int B^T dv_n + K_{n-1}^{-1} \int B^T dv_{n-1}\} \quad (17)$$

따라서 n단계 굴착시 발생한 증분변위와 영향행렬 C_n 을 알면 식(16)에 의하여 굴착전 압반 내에 존재하던 초기응력의 크기가 계산될 수 있음을 알 수 있다. 식(16)의 C_n 은 좌변의 증분변위 벡터 ΔU_n 의 성분 수 만큼의 행과 3개의 열을 갖는 행렬이며, 이 행렬의 각 성분은 지반의 탄성계수, 포아송비 및 모델의 기하학적 형상에 의존하게 된다.



U_a : Convergence occurred before face arrival
 U_0 : Convergence occurred before device installation
 U_m : Measured convergence
 U_i : Total convergence

그림 3. 터널 내공변위의 전형적 형태

그림 3을 이용하여 식(16)의 의미를 더욱 구체적으로 설명할 수 있다. 터널 굴착시 탄성 압반 내에서 발생하는 변위형태는 일반적으로 그림3과 같은 형상을 보인다. 막장이 계측지점을 통과하여 충분히 멀어졌을 때의 변위를 총변위(U_i)라 할 때 총변위는 막장이 도달하기 이전

에 발생한 변위 U_m 막장이 도달한 후부터 계측기 설치이전에 발생한 변위 U_0 그리고 계측된 변위 U_m 의 합으로 표시될 수 있다. Sakurai & Takeuchi(1983)의 방법과 같은 역순법을 적용하여 역해석을 수행할 경우 계측변위 U_m 으로부터 총변위를 추정하는 작업이 선행되어야 하며, 지금까지 계측변위 U_m 을 이용하여 막장거리 및 시간의 함수인 비선형 회귀식에 의해 U_n , U_0 를 추정하려는 많은 연구들이 수행되고 있다⁸⁾⁹⁾. 예를 들어 Panet & Guenot(1982)는 탄성지반에 굴착된 원형터널의 경우 U_n 는 총변위의 약 27% 정도 임을 보였다. 그러나 지금까지 제안되고 있는 대부분의 변위추정식들도 U_0 만을 고려하고 있는 실정이고, 다양한 압반 및 시공조건을 모두 고려할 수 있는 총변위 추정식은 아직까지 제안되지 못하고 있다. 이러한 상황에서 볼 때 식(16)에 의한 역해석 원리의 총변위 추정과정을 필요로 하지 않으며 임의의 굴착단계에서 계측된 변위증분(ΔU_n)만을 이용하기 때문에 Sakurai & Takeuchi(1983)가 제안한 기존의 방법에 비하여 훨씬 진보된 방법이라 할 수 있다.

현장의 계측지점과 절점이 일치하도록 유한요소망을 구성할 경우 증분변위 벡터는 계측이 이루어진 성분 벡터(ΔU_n^m)와 이루어지지 않은 성분 벡터로 분리할 수 있으므로 식(16)은 계측이 이루어진 성분 벡터를 이용하여 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\Delta U_n^m = C_n^m \cdot \sigma_0 \quad (18)$$

여기서

$$C_n^m = \begin{bmatrix} c_n^{11} & c_n^{12} & c_n^{13} \\ c_n^{21} & c_n^{22} & c_n^{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ c_n^{k1} & c_n^{k2} & c_n^{k3} \end{bmatrix} \quad (19)$$

식(19)에서 k는 벡터 ΔU_n^m 의 성분 수 즉, 계

측이 이루어진 변위성분 수와 같다. 영향행렬 C_n^m 의 각 성분은 이론적으로 식(17)을 이용하여 계산할 수 있지만 실제 역해석 프로그램 작성 과정에서는 다음의 방법에 의해 손쉽게 계산할 수 있다.

영향행렬 C_n^m 첫 번째 열은 $(\sigma_{x0}, \sigma_{y0}, \sigma_{xy0}) = (1, 0, 0)$ 인 가상의 초기응력을 가정하고 다단계적 굴착해석을 하였을 때 n 번째 굴착단계에서 계측지점에 발생한 증분변위들이며, 두 번째 및 세 번째 열의 성분들은 가상의 초기응력을 각각 $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$ 으로 가정하고 단계적 해석을 수행하여 n 번째 굴착시 계측지점에서 발생된 증분변위들이다.

따라서 탄성거동을 가정한 2차원 해석의 경우 탄성계수와 포아송비를 알고 있는 지반의 임의 굴착단계에서 발생한 증분변위 성분을 최소한 3개까지 정확하게 계측한다면 이론적으로 정확하게 초기응력을 역산할 수 있음을 알 수 있다.

역해석의 입력자료가 되는 계측된 증분변위는 임의 절점에서의 x 또는 y 방향 증분변위, 그리고 임의 축선에 해당하는 두절점 사이의 길이 변화일 수도 있다. 만약 두 절점사이의 길이 변화, 즉 축선의 길이변화가 계측되었다면 적당한 변위변환 과정을 거쳐 식(18)과 같은 형태의 다음 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} (\Delta U_n^m)' &= T_n \Delta U_n^m = T_n C_n^m \cdot \sigma_0 \\ &= (C_n^m)' \cdot \sigma_0 \end{aligned} \quad (20)$$

여기서, T_n 은 증분변위 변환 행렬이며, $(C_n^m)' = T_n C_n^m$ 이다.

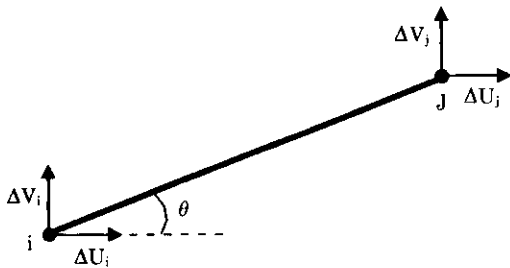


그림 4. 축선 양단에서의 증분변위

예를 들어 그림 4와 같이 임의 굴착단계에서 두 절점 i, j 사이의 길이 증분(Δl)은 절점의 수직 및 수평 증분변위와 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Delta l = (\Delta u_i - \Delta u_j) \cos \theta + (\Delta v_i - \Delta v_j) \sin \theta \quad (21)$$

식(21)에서는 초기 계측선 설치각 θ 가 굴착이 진행되는 동안 변화하지 않는다는 것을 가정하였다. 실제계측에서 얻어지는 변위계측 자료들은 두 기준점 사이의 길이 변화를 나타내는 것으로 θ 가 변화하게 되며 이를 고려할 경우, 길이증분과 초기응력의 선형관계는 성립되지 않는다. 그러나 실제 현장에서 θ 의 변화는 아주 작다고 가정할 수 있으며 이 경우 식(21)을 적용하여 영향행렬을 계산하고, 역해석의 입력자료가 되는 길이증분은 실제 현장의 해당 축선에서 얻어진 값을 그대로 사용하여도 해석 결과에 큰 차이를 나타내지 않을 것으로 예측할 수 있다. 이러한 경우에 대한 한가지 예를 4절에 제시하였다.

계측된 증분변위의 개수가 3개 이상일 경우는 식(20)에 최소자승법을 이용한 최적화 방법을 적용하여 다음과 같이 초기 응력을 계산할 수 있다.

$$\sigma_0 = [(C_n^m)^T (C_n^m)']^{-1} \cdot (C_n^m)^T \cdot (\Delta U_n^m)' \quad (22)$$

암반의 탄성계수를 알지 못하는 경우, 식(20)의 영향행렬을 계산하는 과정에서 탄성계수(E)를 1로 하면 (22)식에서 계산되는 초기응력은 정규화 초기응력 ($\sigma_{x0}/E, \sigma_{y0}/E, \tau_{xy0}/E$)이 되며 한 단계 굴착만을 고려할 경우에는 Sakurai & Takeuchi(1983)가 제안한 역순법에 의한 역해석 이론과 일치하는 결과를 얻는다. 역해석 결과가 정규화 초기응력으로 얻어지면 탄성계수나 초기응력 성분 중 하나를 추정하여야 나머지가 결정된다.

3. 프로그램의 구성

2절에서 설명한 이론을 바탕으로 증분변위를 이용한 초기응력의 역산이 가능한 탄성 2차원 역해석 프로그램을 개발하였다. 식(20)의 영향행렬을 계산하기 위해서 초기응력을 고려할 수 있고, 순차적인 굴착해석이 가능하도록 프로그램을 작성하였다. 순차적 굴착해석을 유한요소법으로 구현하기 위하여 Ghaboussi & Pecknold(1984)가 발표한 이론 즉, 식(2)를 적용하여 프로그램을 작성하였다. 작성한 프로그램의 순차적 굴착원리는 유한요소법에서 이용되는 일반적인 비선형 해석 원리와 동일하지만 해석이 수행되는 동안 요소의 제거에 의해 전체 강성행렬 및 하중 벡터의 변화가 생긴다는 데 차이가 있다. 또한 개발된 프로그램에서는 전체 요소망을 필요한 수만큼의 요소군으로 분할하여 순차적 굴착시 순접게 강성행렬과 하중 벡터를 변화시킬 수 있도록 하였다.

그림 5는 구성된 역해석 프로그램의 흐름도를 보여준다. 가장 바깥 루프의 변수 iloop는 3가지 가상 초기응력 (1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)에 대응되는 1, 2, 3의 값을 가지며, 안쪽의 변수 i는 1부터 굴착단계수까지의 값을 갖는다. iloop=1 일 때 식(20) 영향행렬의 첫 열이 계산되고 iloop=2, iloop=3 일 때 각각 두 번째 및 세 번째 열이 계산된다.

그림 5에 나타낸 프로그램 모듈 중 중요한 몇 개의 개략적인 설명은 다음과 같다.

INIT : 세 가지 가상 초기응력(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1)에 대응되는 $-I_0$ 를 계산한다.

ZERO : 총변위, 총응력, 반력 등의 변수를 0으로 초기화시킨다.

INCREM : 굴착력 $-f B^T \sigma_{i-1} dv_i$ 를 계산하고, 현 단계의 전체 하중벡터를 계산한다.

STIFF : 각 요소의 강성행렬을 계산하여 저장한다.

ASMBLE : 현 굴착단계에 남아있는 요소들의 강성행렬을 조립하여 전체 강성행렬 K_i 를 구성한다.

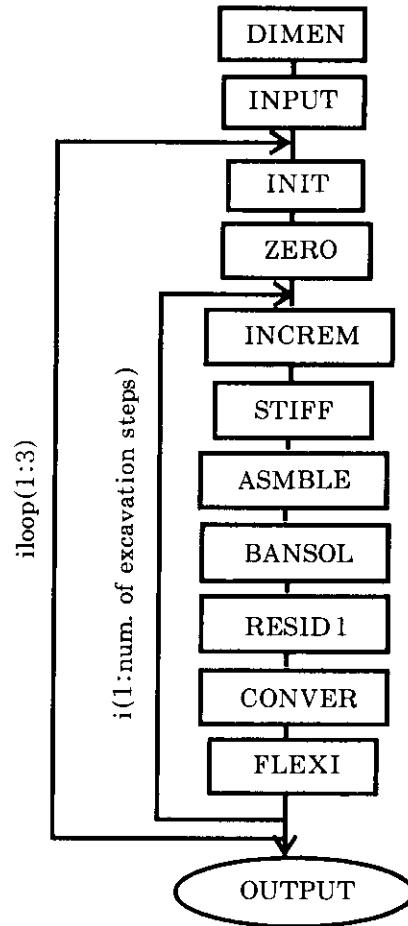


그림 5. 역해석 프로그램의 흐름도

BANSOL : Band solver에 의해 ΔU_i 를 구하고, $U_i = U_{i-1} + \Delta U_i$ 총변위 계산.

RESID1 : $\sigma_i = \sigma_{i-1} + \Delta \sigma_i$

CONVER : 절점내력이 절점외력과 일치하는 지 여부를 확인

FLEXI : 영향행렬 C_i^e 를 구성한다. iloop = 3이고 i가 최종굴착단계에 도달하였으면 구성된 영향행렬과 입력된 계측변위를 이용하여 초기응력이 계산된다.

4. 프로그램의 검증을 위한 예제

4.1 예제 1

그림 6과 같은 가로 5m, 세로 7m의 간단한 유한요소망을 이용하여 구성된 역해석 프로그램의 신뢰성을 검증하였다. 모델은 총 35개의 8절점요소로 구성되며 모델의 경계부에서는 수평 및 수직변위 모두 구속하였다.

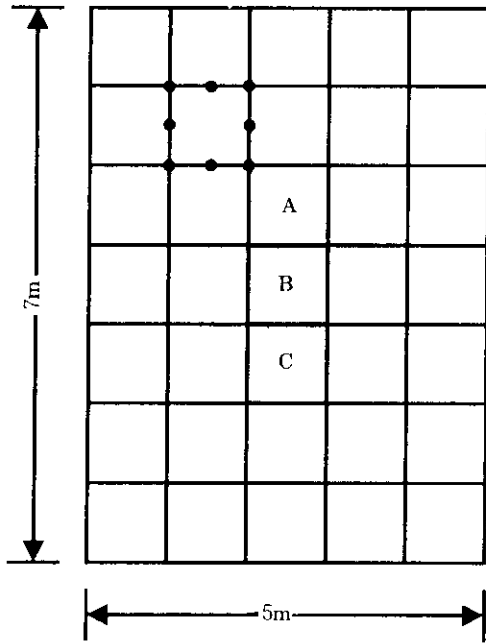


그림 6. 프로그램의 검증을 위한 유한요소망

해석에 이용된 입력자료로 탄성계수(E)는 3000MPa, 포아송비(ν)는 0.25를 가정하였으며 굴착이 이루어지기 전 모델에는 다음과 같은 초기응력이 균일하게 작용하고 있는 것으로 가정하였다.

$$\sigma_{x0} = -10\text{MPa}, \sigma_{y0} = -5\text{MPa}, \tau_{xy0} = 2\text{MPa}$$

먼저 순해석법을 적용하여 그림 6의 A, B, C 요소가 차례로 굴착되는 3단계 굴착해석을 실

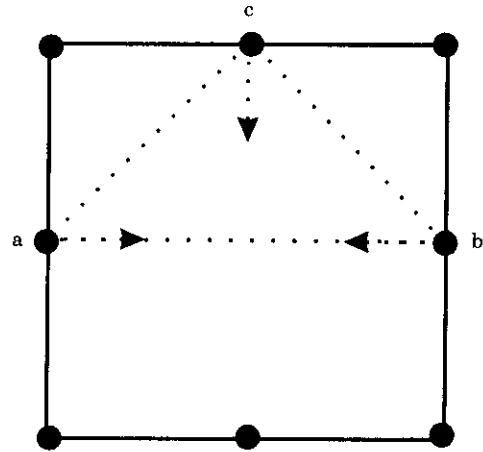


그림 7. 프로그램 검증에서 가정한 변위 계속지점

시하였다. A요소의 굴착과 동시에 그림 7에 표시한 것과 같이 A요소 지점의 절점 a, b, c에서 변위 계속이 시작된다고 가정하였다. 해석결과 얻어진 각 굴착단계에서의 증분변위는 표 1과 같다. 각 절점에서 굴착이 완료된 후 총변위는 3단계의 증분변위 합과 같다. 실제 현장에서는 여러 제약조건으로 인하여 터널내 계속에 의해 첫 굴착단계에서 발생한 증분변위를 계속한다는 것이 곤란한 경우가 많지만 이 예제에서는 비교를 목적으로 첫 단계 굴착에서 발생한 증분변위도 역해석에 이용하였다.

표 1. 각 굴착단계에서 얻어진 증분변위

굴착단계	절점	$\Delta u(\text{m})$	$\Delta v(\text{m})$
1	a	0.278657E-2	-0.716051E-3
	b	-0.280746E-2	0.841315E-3
	c	0.759988E-3	-0.975565E-3
2	a	0.151745E-2	-0.535311E-3
	b	-0.841787E-3	0.512196E-3
	c	0.169306E-3	0.114675E-3
3	a	0.196914E-3	-0.651364E-4
	b	-0.936512E-4	0.197914E-3
	c	0.475691E-4	-0.253108E-4

$\Delta u(\text{m})$: 수평성분, $\Delta v(\text{m})$: 수직성분

$$\begin{pmatrix} 0.278657\text{E-}2 \\ -0.280746\text{E-}2 \\ -0.975565\text{E-}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.308072\text{E-}3 & 0.567408\text{E-}4 & -0.522084\text{E-}5 \\ 0.308072\text{E-}3 & -0.567408\text{E-}4 & -0.522084\text{E-}5 \\ -0.533160\text{E-}4 & 0.301745\text{E-}3 & 0.000000\text{E+}0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} 0.151745\text{E-}2 \\ -0.841787\text{E-}3 \\ 0.114675\text{E-}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.105664\text{E-}3 & -0.245951\text{E-}4 & 0.168916\text{E-}3 \\ 0.105664\text{E-}3 & 0.245951\text{E-}4 & 0.168916\text{E-}3 \\ -0.153413\text{E-}4 & 0.774766\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (24)$$

$$\begin{pmatrix} 0.196914\text{E-}3 \\ -0.936512\text{E-}4 \\ -0.253108\text{E-}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.129645\text{E-}4 & -0.312755\text{E-}5 & 0.258158\text{E-}4 \\ 0.129645\text{E-}4 & 0.312755\text{E-}5 & 0.258158\text{E-}4 \\ -0.119546\text{E-}5 & 0.745309\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{pmatrix} -0.559403\text{E-}2 \\ -0.161651\text{E-}2 \\ -0.380729\text{E-}2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.616144\text{E-}3 & -0.113482\text{E-}3 & 0.000000\text{E+}0 \\ 0.178143\text{E-}3 & 0.186094\text{E-}3 & 0.547694\text{E-}3 \\ 0.178143\text{E-}3 & 0.186094\text{E-}3 & -0.547694\text{E-}3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{pmatrix} -0.235924\text{E-}2 \\ -0.493672\text{E-}3 \\ -0.996041\text{E-}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.211329\text{E-}3 & 0.491902\text{E-}4 & 0.000000\text{E+}0 \\ 0.895241\text{E-}4 & -0.300767\text{E-}4 & 0.125591\text{E-}3 \\ 0.895241\text{E-}4 & -0.300767\text{E-}4 & -0.125591\text{E-}3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{pmatrix} -0.290565\text{E-}3 \\ -0.774418\text{E-}4 \\ -0.257702\text{E-}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.259290\text{E-}4 & 0.625510\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & 0.450648\text{E-}4 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & -0.450648\text{E-}4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{pmatrix} -0.290565\text{E-}3 \\ -0.774418\text{E-}4 \\ -0.257702\text{E-}3 \\ -0.253108\text{E-}4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.259290\text{E-}4 & 0.625510\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & 0.450648\text{E-}4 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & -0.450648\text{E-}4 \\ -0.119546\text{E-}5 & 0.745309\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{pmatrix} -0.289833\text{E-}3 \\ -0.769182\text{E-}4 \\ -0.257833\text{E-}3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.259290\text{E-}4 & 0.625510\text{E-}5 & 0.000000\text{E+}0 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & 0.450648\text{E-}4 \\ 0.184801\text{E-}4 & -0.344584\text{E-}5 & -0.450648\text{E-}4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{x0} \\ \sigma_{y0} \\ \tau_{xy0} \end{pmatrix} \quad (30)$$

다음단계로 표 1에 제시된 증분변위를 이용한 역해석을 실시하였다. 아래의 역해석 검증 과정에서는 모델재료의 탄성계수 및 포아송비가 순해석에 이용된 것과 동일한 값을 사용하여 역해석의 출력자료가 초기응력이 되도록 하였다. 먼저 각 단계에서 발생한 절점 a 및 절점 b에서의 수평 증분변위 그리고 절점 c의 수직 증분변위를 이용한 역해석을 실시하였다. 1, 2, 3단계 굴착에 의한 증분변위를 이용할 경우 역해석으로 얻어진 식(18)의 영향행렬 및 입력 증분변위의 관계식은 각각 (23), (24), (25)으

로 표시된다.

식(23), (24), (25)에서 모두 입력된 초기응력 $\sigma_{x0} = -10\text{MPa}$, $\sigma_{y0} = -5\text{MPa}$, $\tau_{xy0} = 2\text{MPa}$ 를 정확히 얻을 수 있다.

축선의 길이변화를 입력자료로 하였을 때에 대한 검증을 위해 축선 a-b, 축선 a-c, 축선 b-c의 길이 변화를 이용한 역해석을 실시하였다. 이 경우, 축선의 초기 설치각도는 3단계 굴착이 일어나는 동안 변화하지 않는다고 가정하였고, 역해석의 입력자료가 되는 축선길이 변화도 이러한 가정하에 절점변위의 증분으로 부터 계산

하였다. 굴착단계 1, 2, 3에서 세 축선의 길이 변화와 영향행렬의 관계는 각각 다음과 같다.

식(26), (27), (28)에도 정확한 초기응력 값인 $\sigma_{x0} = -10\text{MPa}$, $\sigma_{y0} = -5\text{MPa}$, $\tau_{xy0} = 2\text{MPa}$ 을 얻을 수 있다.

축선의 길이변화와 절점변위 증분을 동시에 이용한 경우에 대한 검증으로 세 번째 굴착단계에서 축선 a-b, 축선 a-c, 축선 b-c의 길이 변화 및 절점 c에서의 수직 증분변위를 이용한 역해석을 실시하였다. 이 경우에 대한 증분변위와 영향행렬의 관계식은 다음 식(29)와 같으며, 이 경우 입력변위의 수가 4이고 미지의 초기응력의 개수가 3이므로 식(22)과 같이 최소자승법을 이용한 최적화과정을 거치면 역시 정확한 초기응력 값인 $\sigma_{x0} = -10\text{MPa}$, $\sigma_{y0} = -5\text{MPa}$, $\tau_{xy0} = 2\text{MPa}$ 을 얻을 수 있다.

마지막으로 축선을 이루는 두 절점사이의 길이 변화를 입력자료로 사용할 경우에 대한 검증을 실시하였다. 실제로 현장에서 내공변위계 등에 의해 측정되는 변위증분은 두 기준점 사이의 거리 변화이며 이러한 두 기준점 사이의 거리 변화는 식(26), (27), (28)에서와 같이 축선의 초기 설치각도가 변화되지 않는다는 가정하에 계산한 증분변위와 차이가 있을 수 있다. 이 검증에서는 세 번째 굴착단계에서 발생하는 축선 a-b, a-c, b-c의 실제 길이 변화를 역해석의 입력자료로 이용하였고, 이 때에 필요한 영향행렬은 축선의 초기 설치각도가 변화하지 않는다는 가정하에 계산되도록 하였다. 이 경우에 대한 관계식은 다음과 같다.

따라서 식(30)은 식(28)과 입력변위 자료를 나타내는 좌변만 차이가 있을 뿐이다. 식(30)에 의한 결과는 $\sigma_{x0} = -9.9817\text{MPa}$, $\sigma_{y0} = -4.9588\text{MPa}$, $\tau_{xy0} = 2.0073\text{MPa}$ 으로 정확한 값과 아주 근사한 결과를 보여준다. 따라서 축선의 각도가 굴착이 진행되는 동안에 변화하지 않는다는 가정하에 현장 내공변위 변화 자료를 직접 이용하여도 역해석 결과에 큰 영향을 미치는 않을 것으로 판단된다.

위 검증에서는 어느 굴착단계에서라도 3개 이상의 변위증분이 정확하게 측정된다면 정확하게 초기응력을 추정할 수 있음을 보았으며, 이는 이 연구에서 개발한 역해석 프로그램의 신뢰성을 입증한다고 할 수 있다.

4.2 예제 2

예제 1에서는 탄성계수 및 포아송비를 알고 있는 지반내에 굴착된 터널의 임의 굴착단계에서 증분변위를 정확하게 측정하면 이 연구에서 개발한 프로그램을 이용하여 정확한 초기응력의 역산이 가능함을 보였다. 그러나 현장의 터널변위 측정자료는 측정장비의 정밀도, 작업원의 숙련도 등에 따라 차이가 있기는 하지만 어느 정도 측정오차를 포함하고 있다고 할 수 있다. 이 예제에서는 측정오차가 역해석의 결과에 미치는 영향을 검토하기 위하여 그림 8과 같은 유한요소망을 이용하여 역해석을 실시하였다.

요소망을 구성하는 총 절점수와 요소수는 각각 466개, 138개이며, 하나의 요소는 8개의 절점으로 구성되며 모델의 경계부에서는 수평 및 수직변위를 모두 구속하였다. 터널은 2단계 굴착이 이루어진다고 가정하였다. 그림 8은 상단 굴착후의 모습이며, 짙은 색으로 표시한 부분이 2번째 단계에서 굴착될 하단 영역이다. 굴착 완료 후 터널의 폭은 7.7m, 높이는 8.85m이다. 해석에 이용된 지반의 탄성계수, 포아송비, 굴착 전 초기응력은 예제 1과 동일한 값을 사용하였다. 먼저 순해석을 수행하고, 여기서 얻은 변위를 이용한 역해석을 실시하여 지반의 초기응력을 계산하였다.

이 예제에서는 하단 굴착시 상단부분에서 내공변위, 천단침하 및 지중변위가 측정되는 상황을 가정하였다. 그림 8의 a, b, c 지점에 측정핀을 설치하고 3개의 축선 a-b, b-c, a-c에서 하단굴착시 발생한 내공변위의 증분을 측정하며, c 지점에서 천단침하의 증분이 측정된다. 그리고 a, b, c 각 지점에서 벽면에 수직인 방

향으로 길이 1.5m의 지중변위계가 설치되어 하단굴착시의 증분변위를 계측하는 것으로 가정하였다.

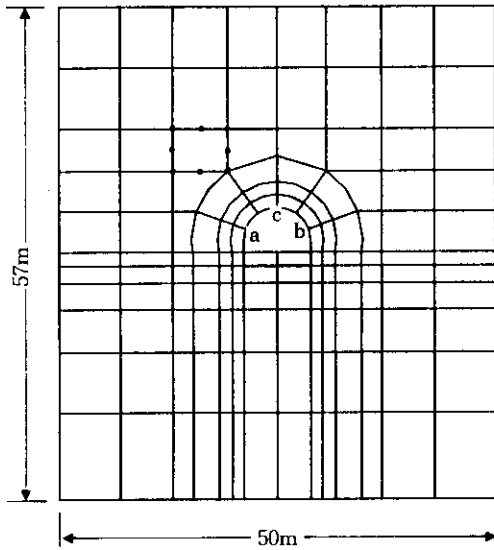


그림 8. 예제 2에서 이용된 요소망

예제에서는 5가지 경우에 대한 역해석을 실시하였다. 먼저, 4가지 경우에 대한 해석 즉, 1) 내공변위, 2) 내공변위와 천단침하, 3) 내공변위와 지중변위, 4) 지중변위, 내공변위 및 천단침하 증분을 입력자료로 하여 역해석을 실시하였다. 증분변위 계측시 0.1mm의 계측오차가

표 2. 변위계측 오차를 가정한 역해석 결과

경우	입력 증분변위 종류	역해석 결과 (단위 : MPa)
1	내공변위	$\sigma_{x0} = -9.868, \sigma_{y0} = -5.916, \tau_{xy0} = 2.086$
2	내공변위+천단침하	$\sigma_{x0} = -9.879, \sigma_{y0} = -5.641, \tau_{xy0} = 2.086$
3	내공변위+지중변위	$\sigma_{x0} = -9.888, \sigma_{y0} = -5.126, \tau_{xy0} = 1.995$
4	내공변위+지중변위+천단침하	$\sigma_{x0} = -9.876, \sigma_{y0} = -5.407, \tau_{xy0} = 1.995$
5	내공변위+천단침하(정확한 값)	$\sigma_{x0} = -9.899, \sigma_{y0} = -5.141, \tau_{xy0} = 2.086$

수반된다고 가정하여 역해석의 입력자료로 이용한 내공변위, 천단침하, 지중변위 증분을 모두 0.1mm 만큼 적게 입력하여 역해석을 실시하였다. 마지막 다섯 번째 경우는 경우 2와 같이 내공변위와 천단침하를 이용하였으나 정확한 천단침하 값을 입력하였다.

각 경우에 대한 역해석 결과는 표 2와 같다. 정확한 초기응력 성분이 각각 $\sigma_{x0} = -10\text{MPa}, \sigma_{y0} = -5\text{MPa}, \tau_{xy0} = 2\text{MPa}$ 것을 고려할 때 3의 경우와 5의 경우는 정해와 아주 근사한 값을 보여준다. 반면에 내공변위만을 이용한 역해석 결과인 1의 경우가 가장 나쁜 결과를 나타내었다. 또한 이 예제의 결과에서는 3개의 초기응력 성분 중 연직방향 수직응력(normal stress)인 σ_{y0} 가 계측변위 오차에 가장 큰 영향을 받고 있음을 알 수 있다. σ_{y0} 가 계측오차에 민감하게 영향을 받는 이유는 터널의 기하학적 형상과 축압비의 특징으로 설명할 수 있다. 이 예제에서는 터널의 폭에 비하여 높이가 크고, 축압비가 2이므로 터널 벽면 부근의 수평변위가 수직변위에 비하여 크게 나타남을 예상할 수 있으며, 예제처럼 계측변위에 일률적으로 0.1mm의 오차가 생겼다고 가정하면 총 증분변위에 대한 오차 비율이 수평변위의 경우에 비하여 크게 되어 σ_{y0} 에 대한 역해석 오차가 커지게 된다. 4와 5의 경우에 대한 결과가 이러한 사실을 더욱 확실하게 설명해준다. 4의 경우는 3의 경우에 천단침하를 추가하여 입력한 결과이다. 그러나 천단침하의 오차로 인하여 오히려 σ_{y0} 의 역해석 결과가 나빠짐을 알 수 있다. 5의 경우는 1의 경우와 달리 천단침하 증분을 정확한 값으로 입력하였으며, 그 결과는 1의 경우에 비하여 정해와 아주 근사한 결과를 보여준다.

실제 현장 계측값에 어느 정도의 오차가 있다는 전제하에 위의 결과로부터 다음의 사실을 알 수 있다. 증분변위량이 다른 지점에 비하여 상대적으로 적게 발생하는 지점의 계측값을 사용할 경우 역해석 결과가 나빠질 가능성 크다는 것을 알 수 있다. 그러나 현장의 초기지압을

모르는 상태에서 어느 지점의 변위가 초기지압의 역산에 민감한지를 예측한다는 것은 어려운 일이므로 예제에서 경우 3 처럼 내공변위 및 터널 상부 및 좌우 벽면의 지중변위 증분을 동시에 입력하여야 역해석의 신뢰도가 높아진다는 것을 알 수 있다. 또한 가능한 한 큰 증분변위가 예상되는 시점을 택하여 예측된 증분변위를 이용하여야 역해석 결과의 신뢰도가 커진다는 것도 예상할 수 있다.

5. 결 론

이 연구에서는 단계적인 기하학적 형상변화를 고려할 수 있는 유한요소 원리에 기초하여 다단계 터널 굴착시 임의 굴착단계에서 얻어진 증분변위로부터 초기응력을 추정하는 역해석 원리를 제시하였고, 이를 바탕으로 탄성암반에 적용할 수 있는 2차원 역해석 프로그램을 작성하였다. 여러 가지 입력변위 형태를 이용하여 작성한 프로그램의 정확성을 검증하였다. 특정 탄성계수 및 포아송비를 가정한 검증결과 입력자료가 되는 증분변위가 정확하게만 예측된다면 이로부터 정확하게 암반의 초기응력이 추정될 수 있음을 보였다. 입력변위 오차에 대한 민감도 분석을 실시 결과, 현장측정 자료에 어느 정도 오차가 있다고 가정할 때 축압비 및 터널의 형상에 따라 각 입력 증분변위의 오차가 역해석 결과에 미치는 영향이 달라진다는 것을 알 수 있었다.

이 연구에서 개발한 역해석 프로그램은 한 단계 굴착만을 고려하고 탄성계수를 단위값으로 할 경우, Sakurai & Takeuchi(1983)가 제안한 역순법에 의한 역해석 원리와 동일하다. 한 단계 굴착만을 고려하는 경우 굴착에 의한 총변위를 알아야 정확한 역해석 결과를 얻을 수 있으나, 현장에서 예측된 변위로부터 굴착에 의한 총변위를 추정하는 작업은 매우 어렵다. 그러나 이 연구에서 개발한 역해석 프로그램은 임의 굴착단계에서 증분변위가 정확하게 예측된다면 암반의 초기응력 혹은 암반의 평균

탄성계수를 계산할 수 있기 때문에 현장 적용성이 뛰어나다고 판단되며, 앞으로 많은 현장 활용이 기대된다.

참 고 문 헌

1. Akutagawa, S., Meek, J.L. and Brown, E.T. (1991), "The back analysis of in-situ stresses in a multiple stage excavation problem", Proc. 7th Int. Confer. on Computer Methods and Advances in Geomech, Cairns, pp.937-942.
2. Barlow, J.P. and Kaiser, P.K. (1987), "Interpretation of tunnel convergence measurements", 6th ISRM Congress, Montreal, pp. 787-792.
3. Cividini, A., Jurina, L. and Gioda, G. (1981), "Some aspect of 'characterization' problem in geomechanics", Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 18, pp. 487-503.
4. Feng, Z. L. and Lewis, R. W. (1987), "Optimal estimation of in-situ ground stresses from displacement measurements", Int. J. Numer. & Anal. Methods in Geomech., Vol. 11, pp. 679-686.
5. Ghaboussi, J. and Pecknold, D. A. (1984), "Incremental finite element analysis of geometrically altered structures", Int. J. for Num. Meth. in Eng., Vol. 20, pp.2051-2064.
6. Gioda, G. and Maier, G. (1980), "Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel tests", Int. J. Numer. Mech. Eng., Vol. 15, pp. 1823-1843.
7. Lee, C. I., Lee, Y.K. and Kim, C.H. (1996), "Back analysis of displacements measured during excavation of underground storage caverns", J. of Korean Geotech. Society, Vol. 12, pp. 83-97.
8. Otsuka, M. and Kondoh, T. (1981), "On the displacement forecasting methods and their application to tunneling by NATM", Proc. Int. Symp. on Weak Rock, Tokyo, pp.945-950.

9. Panet, M. and Guenot, A. (1982), "Analysis of convergence behind the face of a tunnel", Tunneling 82, IMM, Brighton, pp.197-204.
10. Sakurai, S. and Takeuchi, K. (1983), "Back analysis of measured displacements of tunnels", Rock Mech. & Rock Eng., Vol. 16/3, pp.173-180.
11. Zienkiewicz, O. C. (1977), The finite element method, MacGraw-Hill Book Company(UK) Limited, pp. 25-28.

(접수일자 1996. 10. 29)