

다용도 차량의 선형 모델을 이용한 직진 안정성 및 주파수 응답해석

김 병 기*, 임 원 식*

Stability and Frequency Response Analysis of Multipurpose Vehicle Using Linear Vehicle Model

B.K. Kim*, W.S. Kim*

ABSTRACT

The purpose of this study is to predict the stability and frequency response of multipurpose vehicle. The vehicle model has seven degrees of freedom. The motion equations are derived by using Lagrangian equation and linearized. The positions of eigenvalues of model which are dominated by lateral velocity, yaw rate, roll rate of sprung mass are used to predict the stability of motion. The response of sprung mass to steering wheel is simulated in time domain. It is predicted that the roll response of sprung mass would rather be improved by modifying the position of eigenvalues. The responses of sprung mass to steering wheel are also simulated in frequency domain. The magnitude and phase plots of gains are evaluated in driver's steering input frequency range.

Key Words: Stability(직진 안정성), Eigenvalue(고유치), Eigenvector(고유벡터), Transient Response(과도 응답), Frequency Response(주파수 응답)

1. 서 론

시작차 제작 이전의 차량 개발 단계에서 중요한 일 중의 하나는 차량의 성능을 미리 신뢰성 있게 예측하여야 한다는 것이다. 예측되어야 할 성능 중에서 본 연구에서는 차량의 직진 안정성과 조향 휠 입력에 대한 주파수 응답에 대해 고찰한다. 신뢰성이 있는 예측을 위해서는 정확한 모델링이 요구되나 현실적으로는 모델링 방법보다

는 입력 데이터의 오차를 극복하는 노력이 더 요구된다. 선형 차량 모델을 이용한 본격적인 성능 예측은 Segel(1)에 의해 시작된 것으로 사료되며 고유치 민감도 이론(Eigenvalue Sensitivity Theory)을 선형의 동역학적 시스템의 특성 변경에 적용한 Sharp, Brooks(2)의 연구 결과가 본 연구에 참고가 되었다. 일반적으로 다용도 차량(Multipurpose Vehicle)은 스프링 바디(Sprung Mass)의 질량 중심이 높아 직진 안정성과 조

* 기아자동차 중앙기술연구소 연구부

향 휠 입력에 대한 주파수 응답에 불리하다. 따라서 개발 초기에 서스펜션의 기구적인 움직임과 컴플라이언스 (Compliance) 특성, 스프링, 댐퍼의 설계가 이들 응답 특성에 맞도록 되었는지 조사할 필요가 있다. 본 연구에서는 FFD-RICARDO가 제안한 선형 모델을 다용도 차량에 적용하여 이들 특성을 해석적으로 평가한다. 이 해석의 결과는, Segel이 지적한 바와 같이, 선형 모델에 의한 결과가 유효하기 위한 범위인 횡가속도 0.3g 이하에서 신뢰성을 가진다⁽¹⁾.

2. 차량 모델

Fig.1은 차량계의 선형 모델링을 위한 기본 좌표계 및 변수들을 나타내고 있다. 차량계의 운동 자유도는 7개로서 스프링 바디의 횡방향 속도, 요 레이트(yaw rate), 롤각(roll angle), 전륜의 조향각, 전륜의 언스프링 질량의 롤각, 후륜의 언스프링 질량의 요각(yaw angle)과 롤각 등이다.

Fig.1의 각 변수들은 다음과 같이 정의된다.

- PHI = roll angle of sprung mass
- PHI_{af} = roll angle of front unsprung mass
- PHI_{ar} = roll angle of rear unsprung mass
- DEL_{fs} = steer angle of front wheel
- PSIR = yaw angle of rear unsprung mass
- V = lateral velocity of sprung mass
- R = yaw velocity of sprung mass

스프링 질량의 횡방향 속도, 요 레이트, 롤각 축의 교점은 스프링 질량 중심(C.G)을 지나는 수직선과 전륜 및 후륜 축의 언스프링 질량의 롤 중심을 지나는 선의 교점으로 한다.

전륜 축의 조향 축은 전륜의 접지점에서 미케니칼 트레일(mechanical trail) 만큼 오프셋(offset)된 점을 지나는 방향으로 정의한다. 타이어 횡력은 릴렉세이션 길이(relaxation length)를 감안한 동적 모델을 이용하였다. 즉, 타이어 모델은 정상 상태의 횡력이 생기기까지 릴렉세이션 길이/차량 속도의 시간 지연이 있으므로 다음과 같이 모델링하였다.⁽⁴⁾

$$\left(\frac{RL}{U}\right) \cdot \frac{d}{dt}(F_y) + F_y = C_{lat} \cdot \alpha \quad (1)$$

- 여기서
- RL = Relaxation Length
 - U = Vehicle Speed
 - C_{lat} = Tire cornering stiffness
 - F_y = Tire side force
 - α = slip angle

차량계의 운동 방정식은 Fig.1의 7개 운동 자유도의 시스템에 대한 Lagrangian equation을 이용하여 구하였다. Fig.1의 운동 자유도는 7개이나 스프링 바디의 횡 방향 속도와 요 레이트는 변위 차원의 변수를 고려하지 않는다. 따라서 식(1)의 횡력에 대한 1차 미분 방정식을 고려하여 차량계 운동 방정식을 다음과 같은 1차 미분 방정식으로 표현할 수 있다.

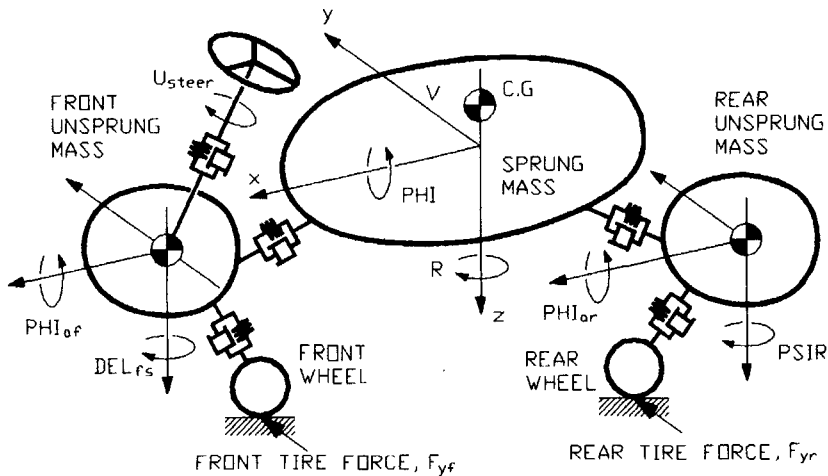


Fig. 1 Modeling of a Vehicle

$$A \cdot \dot{X} + B \cdot X = C \cdot U_{steer} \quad (2)$$

여기서 A, B, C 는 선형화된 행렬 및 벡터를 나타내고 있으며 동적 변수 X, \dot{X} 는 다음과 같이 정의된다.

$$X = \left\{ \frac{d}{dt}(PHI), \frac{d}{dt}(PHI_{af}), \frac{d}{dt}(PHI_{ar}), \frac{d}{dt}(DEL_{fs}), \frac{d}{dt}(PSIR), V, R, PHI, PHI_{af}, PHI_{ar}, DEL_{fs}, PSIR, F_{yf}, F_{yr} \right\} \quad (3)$$

$$\dot{X} = \left\{ \frac{d^2}{dt^2}(PHI), \frac{d^2}{dt^2}(PHI_{af}), \frac{d^2}{dt^2}(PHI_{ar}), \frac{d^2}{dt^2}(DEL_{fs}), \frac{d^2}{dt^2}(PSIR), \frac{d}{dt}(V), \frac{d}{dt}(R), \frac{d}{dt}(PHI), \frac{d}{dt}(PHI_{af}), \frac{d}{dt}(PHI_{ar}), \frac{d}{dt}(DEL_{fs}), \frac{d}{dt}(PSIR), \frac{d}{dt}(F_{yf}), \frac{d}{dt}(F_{yr}) \right\} \quad (4)$$

서스펜션 운동에 대한 입력 데이터는 ADAMS 준 정적(Quasi-Static) 해석을 수행하여 그 결과를 이용하고 타이어 데이터는 실험 데이터 중 슬립각 0-2도, 캠버 0-2도 값을 평균해 사용하였다. 1차 선형의 상태 방정식(State Space Form)인 식(2)의 운동 방정식의 해를 구하기 위하여 본 연구에서는 MATLAB과 Control System Toolbox를 사용하였다. 차량 데이터들은 차량의 상태가 디자인 하중일 때와 GVW(Gross Vehicle Weight)일 때로 나누어 입력되었으며 차량의 거동도 각 각에 대해 수행되었다.

3. 직진 안정성

선형 시스템의 고유치의 궤적이 근 궤적도의 양의 실수부, 즉 우측 면에 있으면 그 고유치에 대한 고유 벡터의 크기가 큰 상태 변수는 입력에 대해 일정하게 유지되는 값을 갖지 못하고 발산하게 된다. 이를 차량의 입장에서 보면 방향성을 가지고 달리는 중에 바람, 도로 상태 등에 의해 외란을 받는 경우 이로 인해 차체 운동이나 주행 방향이 불안정해질 수 있으며, 운전자가 조향 핸들에 입력

을 하는 경우에는 차량이 정상 상태의 운동 방향을 상실하여 운전자의 의도와는 다르게 진행될 수 있다. 임계 속도(critical speed) 이상에서 오버 스티어 차량이 이 영역의 특성을 보여준다.

이와 달리 고유치의 궤적이 근 궤적도의 음의 실수부, 즉 좌측면에 있으면 시스템은 우선 안정하다고 말할 수 있으나, 근의 위치에 따라 바람직하지 못한 응답을 줄 수 있다. 허수 축에 근접한 근은 댐핑비(Damping Ratio)가 작아 그 근에서 상대적으로 큰 고유 벡터를 가지는 상태 변수는 정상 상태에 대해 큰 오버 슈트(Overshoot)를 가지며 진동하게 된다. 고유치의 궤적이 실수 축에서 멀어질수록 이런 오버 슈트 현상은 더 커진다. Fig.2는 상태 변수들 중 횡방향 속도, 요 레이트, 롤 레이트의 고유 벡터의 크기가 다른 자유도의 고유 벡터에 비해 큰 고유치들의 차속에 따른 궤적을 나타내고 있다. Fig.2에서 심볼이 클수록 차속이 큼을 나타내고 있다.

Fig.2의 결과에서 횡방향 속도가 큰 고유치는 고유진동수가 큰 영역과 작은 영역에 있는데, 그 위치는 안정성 면에서 적당한 위치로 판단된다. 요 레이트의 경우 다른 상태 변수보다 고유 벡터가 큰 고유치는 없었으며 다만, 높은 차속에서 횡방향 속도와 연성되어 나타났다. L+Y의 영역은 매우 좋은 위치에 있으므로 요의 응답 특성은 매우 안정적인 것으로 보인다. Fig.3은 15 m/s의 차속에서 조향 휠을 1rad 만큼 회전 시킨 J-turn 상태에서의 차량의 거동을 나타내고 있다. Fig.2에서 롤 속도(roll velocity)의 고유 벡터가 큰 고유치가 허수축에 가까이 있기 때문에, Fig.3의 롤 각의 결과에서 보듯이 응답의 오버 슈트가 다소 크고 정착 시간(Settling Time)이 길었다. 이러한 결과를 바탕으로, 본 연구 대상 차량의 여러 가지 성능들을 비교할 때 롤 특성이 약간 열세인 것으로 판단된다.

4. 주파수 응답

조향 휠의 입력에 대한 주파수 응답을 나타낸다. 차량의 등급에 따라 조향 휠의 입력 주파수는 달라진다. 예를 들면, 경주용 자동차의 경우 2-3Hz 까지 조향될 수 있는 반면에 최고급 승용차의 경우에는 일반 승용차의 경우보다 최대 입력 주파수가 떨어진다. 다용도 차량은 최대 조향 주파수인 1Hz 정도까지의 주파수 응답성이 중요하다. Fig.4는 횡방향 가속도, 요 레이트, 롤 각, 전륜 조향각의 주파수 응답을 나타내고 있다. 결과에서 횡방향 가속도와

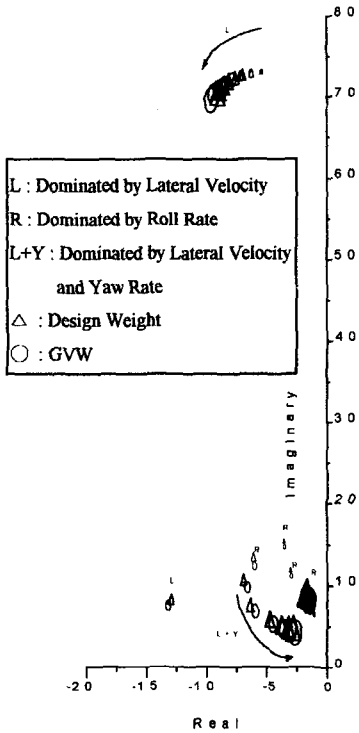


Fig. 2 Root Locus

롤의 응답은 차속에 따라 그 계인이 증가하고 계인이 평평한 형태로 0.8Hz 부근까지 이어지므로 매우 좋은 특성을 보인다고 할 수 있다. 요 레이트 계인은 차속이 높아지면서 0.8Hz 부근에서 최대치를 보인다. 이는 고속에서 높은 주파수 입력에 요 응답이 크다는 것으로 평평한 횡방향 가속도와 롤 응답을 위해 불가피한 응답이라고 판단된다.

5. 결 론

7 자유도의 차량 선형 모델을 이용하여, 스프링 바디의 자유도를 나타내는 상태 변수의 근 궤적과 조향 휠 입력에 대한 과도 응답 및 주파수 응답을 구하였다. 스프링 바디의 직진 안정성은 고유치의 위치와 과도 응답 결과로 볼 때 롤 응답의 개선을 통하여 향상될 수 있고, 주파수 응답은 차속별로 선형이고 상용 영역인 약 1Hz 이하의 주파수 대역까지 평탄한 특성을 보이므로 양호한 것으로 예측된다.

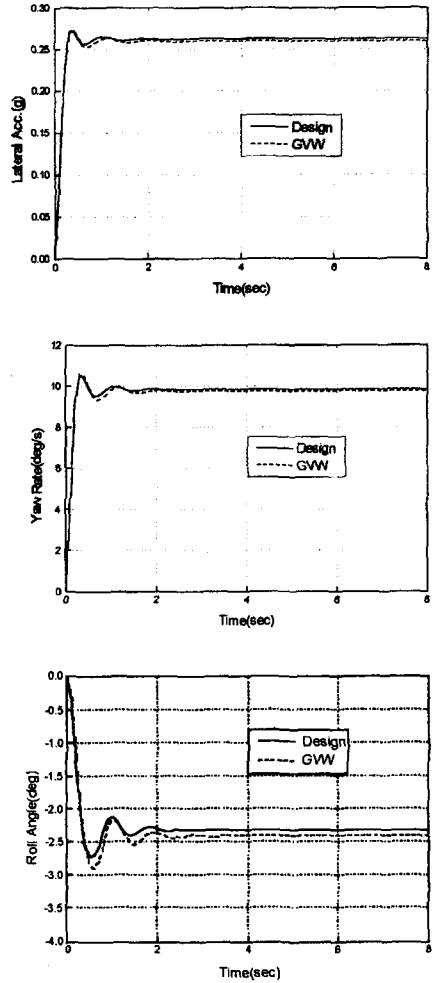


Fig. 3 Transient response of J-Turn (15m/s, 1rad)

참 고 문 헌

1. L. Segel. "THEORETICAL PREDICTION AND EXPERIMENTAL SUBSTANTIATION OF THE RESPONSE OF THE AUTOMOBILE TO STEERING CONTROL", Report of Institute of Mechanical Engineers, No.7, London, 1956.
2. R.S. Sharp, P.C. Brooks, "APPLICATION OF EIGENVALUE SENSITIVITY THEORY TO THE IMPROVEMENT OF THE DESIGN OF A LINEAR DYNAMIC SYSTEM", Jour-

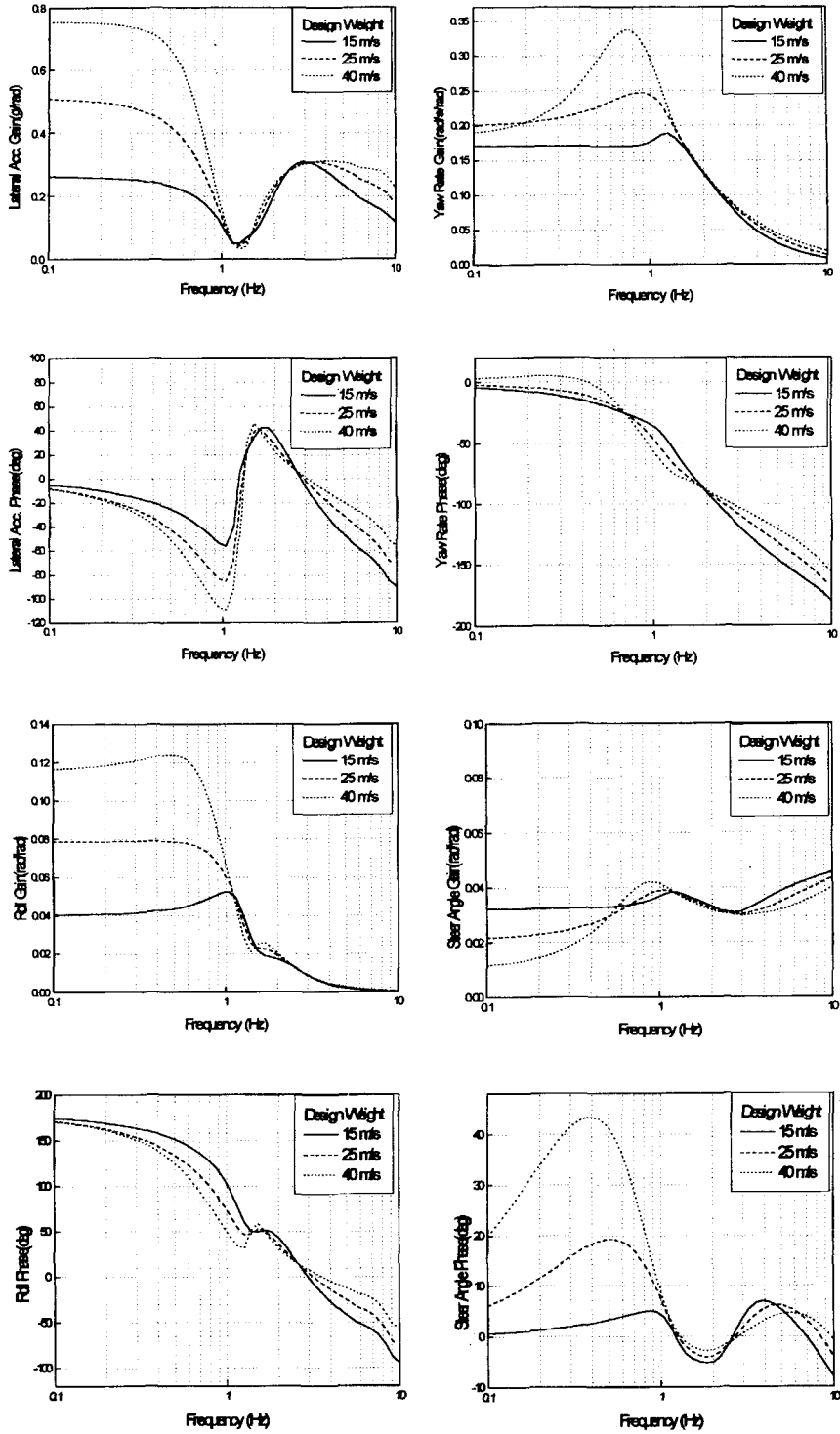


Fig. 4 Frequency response

- nal of Sound and Vibration, 114(1), 19-32, 1987.
3. "Vehicle Dynamic Analysis", FFD-RICARDO REPORT NO 96062, 1996.
 4. J.S. Loeb외, "Lateral Stiffness, Cornering Stiffness and Relaxation Length of the Pneumatic Tire", SAE 900129
 5. MATLAB Reference Guide, The Math Works, Inc., Natick Mass.
 6. Control System Toolbox User's Guide, The Math Works, Inc., Natick Mass.
 7. ADAMS User's Guide, Mechanical Dynamics Inc., Ann Arbor MI.