

차체판넬 스템핑공정의 단면해석과 3차원 형상합성

정 동 원* , 양 동 열**

The Sectional Analysis of Auto-body Panel Stamping Process and Three-Dimensional Shape Composition

Dong-Won Jung*, Dong-Yol Yang**

ABSTRACT

A sectional analysis of auto-body panel stamping is carried out by using the rigid-plastic FEM based on the membrane theory. The auto-body panel material is assumed to possess normal anisotropy and to obey Hill's new yield criterion and its associated flow rule. A method of contact treatment is proposed in which the skew boundary condition for arbitrarily shaped tools is successively used during iteration. Deformation of each section of trunk-lid panel is simulated and composed to get the three-dimensional shape by using CAD technique. It was shown that the composition of the two-dimensional section analysis gives almost the same results as the full three-dimensional analysis.

Key Words: Sectional Analysis(단면해석), Rigid-Plastic FEM(강소성 유한요소법), Three-dimensional Shape Composition(3차원 형상합성), auto-body panel(차체판넬)

1. 서 론

자동차 산업에서 자동차의 각종 박판성형이 차지하는 비중은 매우 크며 자동차의 외관, 강성, 안전성 등에 큰 영향을 미치고 있다. 우수한 박판성형품을 생산하기 위해서는 성형상의 특성을 적절히 고려한 공정설계와 이에 따르는 금형설계가 필수적이다. 박판금속의 가공은 재료의 물질특성, 금형의 기하학적인 형상, 금형과 재료간의 마찰, 가공방법 등의 여러가지 공정변수에 의해 복합적인 영향을 받는다. 박판성형 공정의 수치적 해석방법으로는

평행방정식을 이용한 기하학적인 방법과 유한요소해석 방법이 널리 사용되고 있다. 평행방정식을 이용한 방법으로는 A. Takahashi⁽¹⁾ 등이 Toyota 방식이라고 하는 기하학적인 방법을 개발하였으며, 이것을 CAD 시스템과 연결하여 실제 금형설계에 적용한 바 있다. 강소성 유한요소법⁽²⁾은 소성변형에 비해 탄성변형이 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정하는 것으로 매 단계마다 재료의 항복을 검증하는 탄소성 유한요소법에 비하여 보다 큰 계산단계(step size)를 사용할 수 있어 계산 시간을 줄일 수 있는 잇점이 있다. 박판성형 공정의 평면변형 해석을 박막이론

* 제주대학교 기계공학과
 ** 한국과학기술원 기계공학과

을 사용한 강소성 유한요소법 (Rigid-Plastic Finite Element Method)⁽³⁾으로 수행하였고 박판 재료는 수직 이방성 (Normal Anisotropy)이고 Hill의 신이방성 이론⁽⁴⁾을 따른다고 가정하였다. 기하학적 비선형은 질점좌표계 (Convected Coordinate System)를 사용하여 고려되었고 국부 질점좌표계 (Natural Convected Coordinate System)를 도입하여 수치계산의 효율을 개선하였다⁽³⁾. CAD 데이터와의 접목을 위하여 Ferguson의 3차원 매개변수 곡선⁽⁵⁾을 도입하여 보다 일반적인 금형에 적용할 수 있도록 하였다. 현 단계에서는 전면적인 3차원 해석보다는 보다 간단하고 경제적인 2차원 해석을 활용하는 것이 실제적으로 금형설계와 공정설계에 도움을 줄 수 있는 방안이다⁽⁶⁾. 실제 박판성형시 성형성이 문제가 되는 상당부분이 2차원 변형으로 근사될 수 있으므로 실제적인 성형문제에도 유용한 데이터를 제공할 수 있다.

본 연구의 목적은 실제 자동차 금형설계과정에서 활용할 수 있도록 2차원 강소성 유한요소법을 이용하여 차체 판넬의 제반특성을 고려하여 변형상태를 경제적이고 효과적으로 시뮬레이션하는 방법을 소개하고 CAD적 방법을 이용하여 단면해석을 3차원적으로 합성하여 전면적 3차원해석과 같은 효과를 보도록 하는 것이다.

2. 이론 연구

2.1 평면 변형도 강소성 유한요소법

박판성형을 효과적으로 해석하기 위해서는 기하학적, 재료적 비선형성을 고려한 해석이 필수적이다. 위와 같은 점을 고려하여 양동열과 김용진⁽⁷⁾은 Hill의 2차 항복 이론을 이용하고 주 질점좌표계 (principal convected coordinate system)와 한 단계동안의 변형경로에 대한 가정을 사용하여 수직이방성 (normal anisotropy)의 가정하에서 박막요소를 사용하여 3차원 박판성형에 대한 강소성 유한요소법을 수식화 하였다. 정완진 등⁽³⁾은 Hill의 신이방성이론⁽⁴⁾을 따르는 재료에 대하여 강소성유한요소법을 유도하였다. 본 연구에서는 정완진등⁽³⁾에 의해 개발된 유한요소법을 평면변형도 문제인 경우에 대하여 적용하였다⁽⁶⁾. 강소성 유한요소법의 변분식은 다음과 같이 나타낸다.

$$\int_{A^0} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\epsilon}) t^0 dA^0 - \int_{S^0} t \cdot \delta u dS^0 = 0 \quad (1)$$

이때 식(1)에서 τ 동안의 유효변형도 증분은 주질점좌표계와 변형경로에 대한 가정으로부터 다음과 같이 불변량 (invariant)의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\Delta \bar{\epsilon} = \frac{[2(1+r)]^{1/m}}{4} \left[\frac{1}{(1+2r)^{1/(m-1)}} + 1 \right]^{(m-1)/m} \phi^{1/2} \quad (2)$$

식(2)에서 ϕ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \phi &= (\ln^r g_1 / g_1)^2 \approx 4(\bar{E}_1^2 - 2\bar{E}_1^3 + \frac{11}{3}\bar{E}_1^4 - \frac{8}{3}\bar{E}_1^5 + \frac{16}{9}\bar{E}_1^6) \\ &\approx 4(\bar{E}_1^2 - 2\bar{E}_1^3 + \frac{11}{3}\bar{E}_1^4) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 \bar{E}_1 는 다음과 같이 주어진다.

$$\bar{E}_1 = E_1^0 g^1 \quad (4)$$

식 (1)-(4)를 이용하고 유한요소 수식화 과정을 적용하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻는다.

$$Q(\tilde{U}) = P(\tilde{U}) + F \quad (5)$$

여기서 $P(\tilde{U})$ 는 압력에 의한 절점력을 나타내고 F 는 그 외의 힘에 의한 절점력을 나타내며 식 (1)의 첫째항에 해당하는 $Q(\tilde{U})$ 는 다음과 같다.

$$Q(\tilde{U}) = \sum_c \int_{A^0(c)} \bar{\sigma}^0 g^1 \frac{\partial(\Delta \bar{\epsilon}) \partial \phi}{\partial \phi \partial E_1} K_1 t^0 dA^0 \quad (6)$$

식 (5)는 비선형 방정식이므로 식 (7)과 같이 선형화하여 뉴턴-랩슨 (Newton-Raphson) 방법으로 해를 구한다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \tilde{U}^T} [Q(\tilde{U}) - P(\tilde{U})] \Big|_{\tilde{U}=\tilde{U}_{(i-1)}} \cdot \Delta \tilde{U}_{(i)} \\ = F - Q(\tilde{U}_{(i-1)}) + P(\tilde{U}_{(i-1)}) \end{aligned} \quad (7)$$

본 연구에서 사용하는 강소성 재료의 특성방정식은 해중의 경우 그 부분에서의 응력을 알 수 없어 해가 발산하게 된다. 이러한 어려움을 수치적으로 해결하기 위하여 Osakada등⁽⁸⁾이 사용한 방법을 채용하여 변형률 증분을 다음과 같이 수정하여 사용하였다.

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{d\bar{\epsilon}^2 + d\bar{\epsilon}_0^2} \quad (8)$$

이 때 구성방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_0}{\sqrt{d\bar{\epsilon}^2 + d\bar{\epsilon}_0^2}} d\bar{\epsilon} \quad (9)$$

2.2 경사면 경계조건을 이용한 접촉처리방법

각막요소를 사용한 유한요소법에서 접촉문제를 고려할 때 요소내에서 수직응력을 구할 수 없으므로 절점단위로 접촉을 고려하는 것이 편리하다. Fig.1 와 같이 두 물체가 접촉할 때 $t^0 + \tau$ 에서 두 물체 사이의 수직간극을 ϕ , 수직응력을 σ_n 이라 하면 접촉조건을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

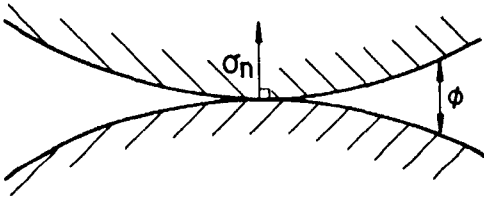


Fig.1 Contact condition between two bodies

$$\sigma_n \cdot \phi = 0 \quad (10.a)$$

$$\phi \geq 0 \quad (10.b)$$

$$\sigma_n \leq 0 \quad (10.c)$$

본 연구에서는 경사좌표계를 사용하여 2차원형상의 금형에 의한 박판성형해석시 접촉조건을 만족시켰다. 임의의 곡면형상이 2차원상에 표현된 곡선은 다음과 같이 매개변수형태로 나타낼 수 있다.

$$r(u) = X^s(u)e_x + Y^s(u)e_y \quad (11)$$

Fig.2 에서 접촉면상의 접촉점 P에 가장 가까운 점 Q 는 P와 Q사이의 거리를 최소화 함으로써 얻어진다.

$$|\overrightarrow{QP}|^2 = (X(P) - X^s(u))^2 + (Y(P) - Y^s(u))^2 \quad (12)$$

Fig.2 과 같이 금형표면위의 점 Q에서의 금형바깥 방향의 수직벡터의 방향을 $e_{\bar{y}}$, 절점 P의 편치에 대한 상대변위 U_r 이 $e_{\bar{y}}$ 에 수직인 성분벡터의 방향을 $e_{\bar{x}}$ 로 한다. $e_{\bar{x}}$ 와 $e_{\bar{y}}$ 는 다음과 같다.

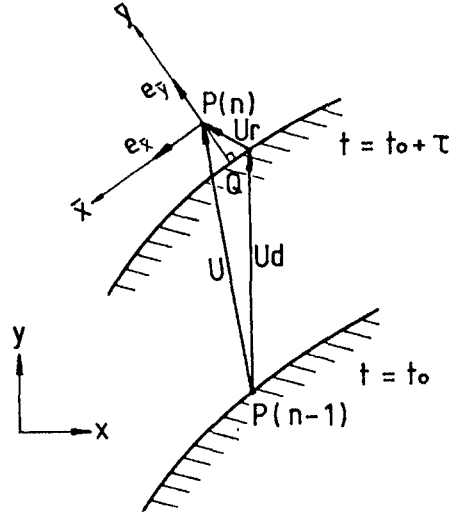


Fig.2 Treatment of skew boundary condition

$$e_{\bar{x}} = \frac{U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}})e_{\bar{y}}}{|U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}})e_{\bar{y}}|} \quad (13)$$

$$e_{\bar{y}} = \frac{n(Q)}{|n(Q)|}$$

여기서 U_r 은 절점의 금형에 대한 상대변위를 나타낸다. 이때 변환행렬 T 는 다음과 같다.

$$\Delta U = T\Delta\bar{U} \quad (14)$$

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\bar{X}, X) & \cos(\bar{Y}, X) \\ \cos(\bar{X}, Y) & \cos(\bar{Y}, Y) \end{bmatrix} \quad (15)$$

식 (15)의 변환행렬을 이용하여 접촉절점에 대하여 유한요소 방정식을 원래의 직교좌표계 (X, Y)로 부터 경사좌표계 (\bar{X}, \bar{Y})로 변환한다.

$$\bar{K}\Delta U = \bar{R} \quad (16)$$

여기서, $\bar{K} = T^T K T$, $\bar{R} = T^T R$ 이다.

Fig.2에서의 $Y(Q)$ 를 식 (16)에 $\Delta U_{\bar{y}}(P)$ 로 하여 제한조건을 부여한다. 매번의 반복계산에서 변환행렬은 새로 구해지며, $e_{\bar{y}}$ 는 금형에 수직인 방향을 계속 유지한다. 따라서 반복계산이 진행됨에 따라, 해가 수렴한다면 금형과 박판의 간극은 급격히 줄어들게 된다. 이때 반복계산 중에 금형내부로 파고 드는 절점은 접촉상태로 상태를 변

경하여 같은 과정을 밟는다. Coulomb 마찰조건을 만족시키기 위해 마찰력을 경사좌표계에서 절점력으로 다음과 같이 표시하였다.

$$(F_s)_i = -\frac{2}{\pi} \mu (F_{\bar{y}})_i \tan^{-1}(k|U_{\bar{x}}|) \quad (17)$$

$$U_{\bar{x}} = U_r - (U_r \cdot e_{\bar{y}}) e_{\bar{y}} \quad (18)$$

여기서 k 는 큰 상수이다. 식 (17)에 의해 생기는 강성행렬에 기여하는 항들은 좌표변환후에 계산되었다. 접촉조건중에서 식 (10.c)를 만족하기 위해서는 접촉절점과 금형사이에 작용하는 절점력이 압축력이어야 한다. 따라서 접촉중인 절점의 바깥방향의 수직력이 음이면 (접촉 → 비접촉) 상태전환을 하여 반복계산 한다. 이때 절점력은 근사적으로 다음과 같이 구해진다.

$$P_{\bar{y}} = \sum_{j=1}^n (\Delta U_r K_{\bar{y}j}) - R_{\bar{y}} \quad (19)$$

만일 $P_{\bar{y}}$ 가 음이면 (접촉 → 비접촉) 절점의 접촉상태를 변경하고 변위벡터를 수정하지 않고 다시 계산한다. 이때 강성행렬 K는 마찰력에 의한 부분만 제외하고는 다시 계산할 필요가 없다.

2.3 초기 변위장 생성 수식화

강소성 유한요소법에서는 수렴성이 초기 변위장에 크게 의존한다(9). 본 연구에서 사용한 비선형 탄성 초기 변위장 생성 수식화는 다음과 같다. 평면 변형도하에서 내부에너지(W)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} W &= \int_{A^o} \sigma_1 \varepsilon_1 t^o dA^o = \int_{A^o} \frac{E}{(1-\nu^2)} \varepsilon_1^2 t^o dA^o \\ &= \sum_e \int_{A^{(e)}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \varepsilon_1^2 t^o dA^o \end{aligned}$$

여기서, $\varepsilon_1 = \ln({}^t L / {}^o L) = \frac{1}{2} \ln({}^t g_1 / {}^o g_1)$ (20)

식(20)에 변분을 취한후 비선형 방정식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \delta W &= \delta \tilde{U}^T Q(\tilde{U}) \\ Q(\tilde{U}) &= \sum_e \int_{A^{(e)}} \frac{2E}{(1-\nu^2)} (\varepsilon_o + \varepsilon_1) \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial {}^t g_1} \frac{\partial {}^t g_1}{\partial \tilde{U}} t^o dA^o \end{aligned} \quad (21)$$

위의 비선형 방정식을 뉴턴-랩슨(Newton-Raphson) 방법으로 방정식의 해를 구한다. 본 수식화에서는 수렴성을 위하여 ε_1 대신에 $\varepsilon_1 + \varepsilon_o$ 로 대치하였다. 여기서 ε_o 는 충분히 작은 상수이다. 본 연구에서는 다음과 같이 두 단계로 나누어서 초기 변위장을 생성하였다. 첫 단계에서는 접촉 조건을 무시하고 가장 먼저 박판과 접촉하는 절점에 수직 방향의 변위를 조금 준 후 변위장을 생성한다. 두번째 단계에서는 첫 단계에서 얻어진 변위장을 원하는 변위 만큼 증폭 시키고 접촉조건을 고려한후 실제적인 초기 변위장을 생성한다.

2.4 일반적인 금형형상에의 적용

금형의 형상을 해석적인 몇 개의 곡선함수로 분할하여 박판성형 문제를 해석하는 경우에는 여러가지 장점이 있으나 이러한 방법은 금형의 형상이 바뀔 때 마다 이에 따른 프로그램을 새로 작성해야 하는 불편이 따른다. 실제 금형 형상은 CAD 프로그램에서 매개변수 곡선요소들로 나타내질 수 있다. 이러한 CAD 프로그램으로부터 생성되는 일반적인 곡선 표현방법을 사용하여 금형의 형상을 나타내면 일반적인 금형형상에 대해 접촉문제를 해결할 수 있다.

제 3 장 해석결과 및 3차원형상합성

유도된 수식화를 이용하여 중요한 외관 차체판넬중의 하나인 트렁크-리드의 각단면들을 단면 해석하고 그 결과를 3차원적으로 합성하였다. 트렁크-리드는 자동차의 외형을 결정짓는 중요한 판넬로 성형하기가 어렵고 특히 굴곡과 스프링-백이 없어야 하는 난해한 제품으로 평면변형으로 근사화 할수 있어 단면해석이 가능하다. 트렁크-리드의 대칭선으로 부터 100 mm 간격으로 단면해석하여 700 mm 단면까지 성형해석하여 그 최종 형상들을 내삽법(Interpolation)을 이용하여 3차원 형상으로 합성하였다. 해석에 사용된 재료와 공정변수들은 다음과 같다.

- 응력-변형률 곡선 : $\bar{\sigma} = 51.915(\bar{\varepsilon})^{0.247}$
- 수직 이방성 계수(Lankford value) : R = 1.6
- Hill의 신이방성 항복식 계수 : m = 2.0
- 재료의 초기두께 : t = 0.8 mm
- Coulomb 마찰계수 : $\mu = 0.2$
- 비드에 의한 제한력 : RF = 15 kgf/mm (양쪽)

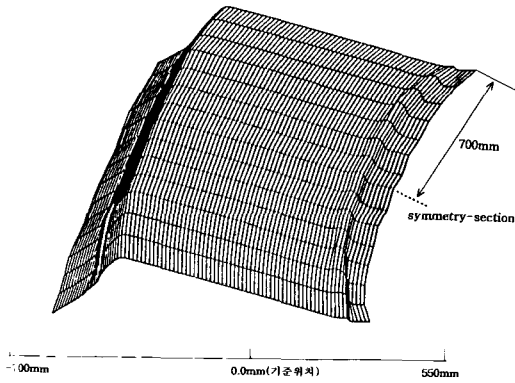


Fig. 3 Deformation of each section of trunk-lid panel is simulated and composed to get the three-dimensional shape by using CAD technique

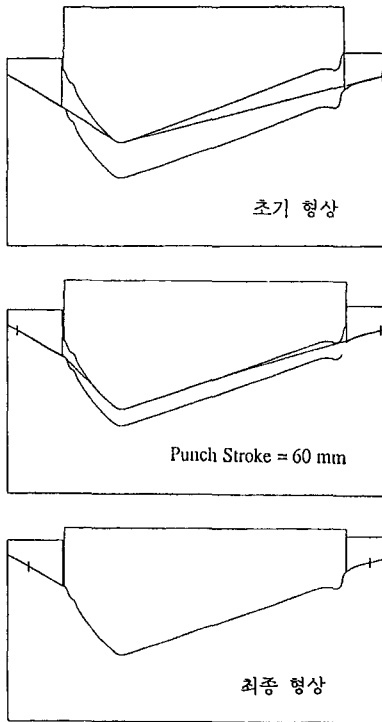


Fig. 4 The step-wise deformed pattern of 100mm-section

해석에 사용된 유한요소 격자를 각 단면에서 225개의 선형요소로 분할 하였다. 매 계산 단계에서의 최대 유효 변형률은 0.025 이내로 제한되도록 계산 단계의 크기를 조정하였다. 초기 변위는 본 연구에서 언급한 초기 변위 값 생성 프로그램으로 구하여 본 프로그램의 초기 변위로 사용하였다. 양측의 끝 절점에 단위 폭당 15 kgf/mm의

제한력(restraining force)을 가하여 그 절점의 내부 절점력의 반경 방향성분이 제한력보다 적을때는 우측 끝 절점을 고정시키고, 제한력보다 커지면 그 절점이 안으로 빨려 들어 오도록하여 드로잉 공정을 해석하였다. 평면변형 드로잉의 경우 축대칭 문제와 달리 기하학적인 구속조건이 없어서 재료의 강체 운동이 발생하여 강소성 유한요소법에서 해의 수렴성이 급격히 악화되어 식 (9)에서 $\bar{\epsilon}_0$ 의 값을 크게 하여야 해가 수렴하므로 변형률이 실제보다는 약간 커진다. Fig.3에서는 해석되어진 각 단면들의 최종형상을 내삽법으로 합성하여 3차원적으로 나타내었다. Fig.4에 대칭선으로 부터 거리 100mm 단면의 변형형상을 단계별로 나타내었다. Fig.5 부터 Fig.11 까지 각각 단면의 변형률 분포를 나타내었다. Table.1에 각 단면들의 최종형상일때의 Left draw-in량과 Right draw-in량을 표시하였다.

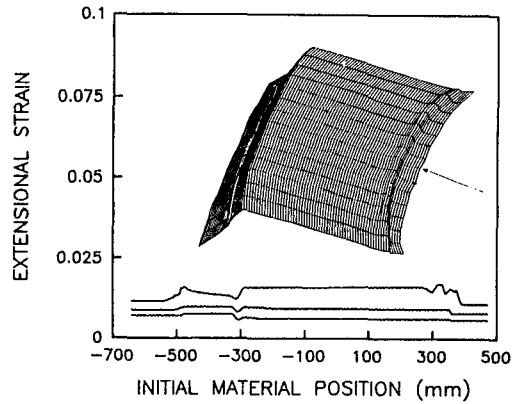


Fig. 5 Strain distribution at symmetry-section (punch stroke=20mm, 60mm, 92mm)

Table.1 The draw-in value of each section at final configuration

대칭축으로부터 거리(mm)	Left Draw-in (mm)	Right Draw-in (mm)
0	72.943	41.429
100	72.22	43.731
200	70.866	43.288
300	67.35	46.387
400	61.319	45.61
500	58.33	41.525
600	51.035	33.439
700	33.133	3.854

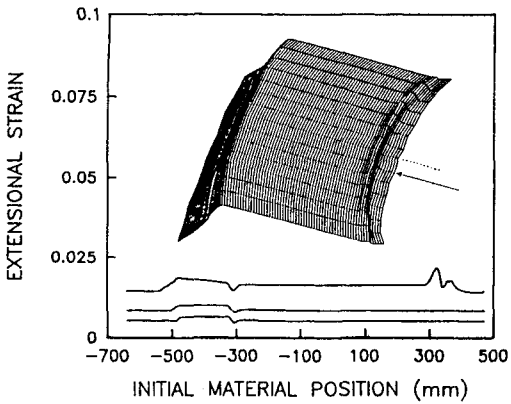


Fig. 6 Strain distribution at 100mm-section
(punch stroke=20mm, 60mm, 110mm)

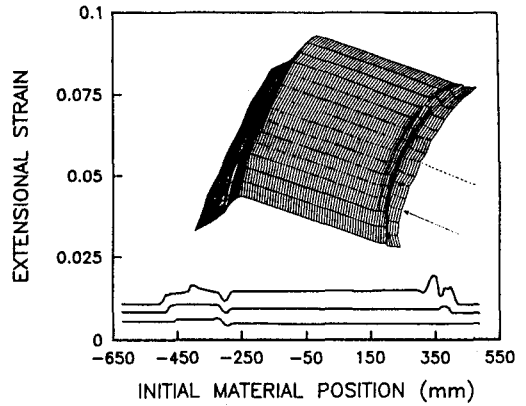


Fig. 9 Strain distribution at 400mm-section
(punch stroke=20mm, 60mm, 88mm)

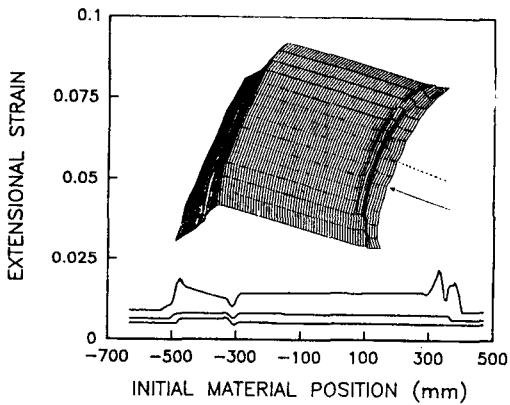


Fig. 7 Strain distribution at 200mm-section
(punch stroke=21.4mm, 62.06mm, 107mm)

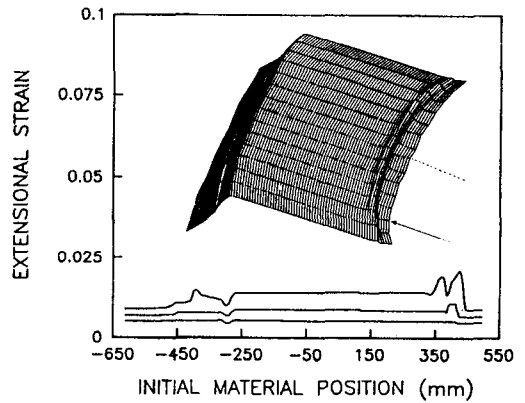


Fig. 10 Strain distribution at 500mm-section
(punch stroke=20mm, 60mm, 90mm)

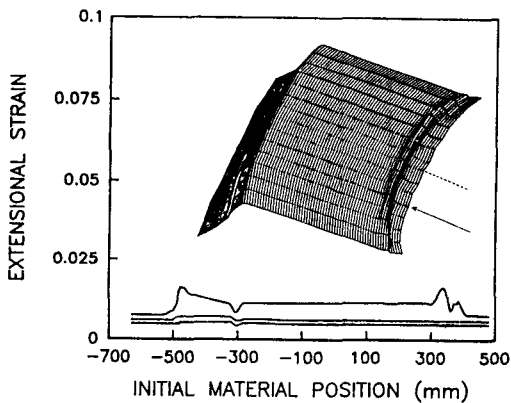


Fig. 8 Strain distribution at 300mm-section
(punch stroke=20mm, 60mm, 102mm)

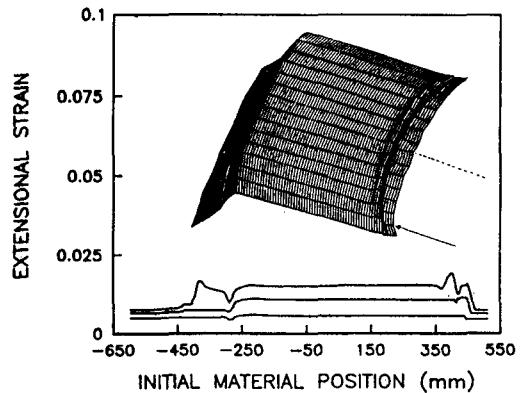


Fig. 11 Strain distribution at 600mm-section
(punch stroke=20mm, 60mm, 80mm)

4. 결 론

멤브레인 요소에 기초한 강소성 유한요소법을 이용하여 자동차산업에 중요한 차체판넬인 트렁크-리드를 단면해석하였다. 전면적 3차원 해석이 여전히 쉽지않아 고도의 기술자가 필요하고 계산시간도 과다하게 소요되어 대용량의 컴퓨터가 요구되므로 현장에서 3차원 해석기술을 이용하기가 어렵다. 따라서 본 연구에서는 평면변형 상태로 가정할 수 있는 판넬들이 산업현장에 많으므로 해석하기가 쉽고 계산시간이 별로 걸리지 않아 PC로도 가능한 단면해석을 행하고 내삽법을 이용하여 단면해석 결과들을 3차원적으로 합성하여 어렵고 많은 해석시간이 소요되는 3차원 해석을 행한 것과 같은 효과를 가져왔다.

참 고 문 헌

1. A. Takahashi, I. Okamoto, T. Hiramatsu and N. Yamada, "Evaluation methods of press forming severity in CAD applications", Computer Modeling of Sheet Metal Forming Process. Theory, Verification and Application, Edited by N.M. Wang and S.C. Tang, pp.37-50, 1985.
2. S. Kobayashi and J.H. Kim, "Deformation analysis of axi-symmetric sheet metal forming process by rigid-plastic finite element method", Mechanics of Sheet Metal Forming (Edited by D.P. Koistinen and N.M. Wang), Plenum Press, New York, pp.341-366, 1978.
3. W.J. Chung, Y.J. Kim and D.Y. Yang, "Rigid-plastic finite element analysis of hydrostatic bulging of elliptic diaphragms using Hill's new yield criterion", Int. J. Mech. Sci., Vol.31, pp.193-207, 1989.
4. R. Hill, "Theoretical plasticity of textured aggregates", Math. Proc. Camb. Phil. Soc., Vol.85, pp.179-191, 1979.
5. 최병규, "NC 절삭 가공과 CAM 시스템", 청문각, 1989.
6. 양동열, 정완진, 송인섭, 전기찬, 유동진, 이정우, "강소성 유한요소법을 이용한 자동차 판넬 성형공정의 평면 변형해석", 대한기계학회 논문집 제15권 제1호, pp.169-178, 1991.
7. Y.J. Kim and D.Y. Yang, "A rigid-plastic finite element formulation considering the effect of geometric change and its application to hydrostatic bulging", Int. J. Mech. Sci., Vol.27, pp.453-463, 1985.
8. K. Osakada, J. Nakano and K. Mori, "Finite element method for rigid-plastic analysis of metal forming formulation for finite deformation", Int. J. Mech. Sci., Vol.24, pp.459-468, 1982.
9. D.Y. Yang, Y.J. Chung and H.B. Shim, "Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes with initial guess generation", Int. J. Mech. Sci., Vol.32, No.8, pp.687-708, 1990.