

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(ME96-E-14)에 의하여 연구되었음

내부에 세레이션홈이 존재하는 원통형 제품의 단조에 관한 연구

최재찬*, 조해용**, 최종웅***, 민규식****

A Study on the Forging of Cylindrical Parts with Internal Serrations

Jae Chan Choi*, Hae Yong Cho**, Jongung Choi*** and Gyu Sik Min****

ABSTRACT

In this paper, forging of internal triangular and involute serrations are analyzed by upper bound method. Kinematically admissible velocity fields for half pitch of the serration were proposed. It was assumed that the shape of free flow surface during forging is a straight line perpendicular to plane of symmetry. Using the suggested velocity fields, forging loads and relative pressures were calculated by numerical method. Experiments were carried out with commercial Al 2024 aluminium alloy. As a result, the calculated solutions are good agreement with experimental results, so it is useful to predict the loads for forging of internal serrations.

Key Words: Upper Bound Method(상계법), Kinematically Admissible Velocity Field(동적 허용속도장), Involute Serration(인벌류우트 세레이션), Triangular Serration(삼각형 세레이션), Toothed Mandrel(치형을 갖는 맨드릴)

기호 설명

- r, θ, z : 원주좌표계
- U_r, U_θ, U_z : 각 방향의 속도성분
- N : 세레이션의 잇수
- r_f : 치저원 반경 [mm]
- r_n : 최외각 반경 [mm]
- t : 순간의 빌렛높이 [mm]
- u : 편치의 하강 속도 [mm/s]
- α : 1/2 피치 각 [rad]

1. 서론

금속의 전연성을 이용하여 부품을 제작하는 소성가공은 재료손실의 감소와 가공시간의 단축 및 가공중 발생하는 재료유동에 의한 기계적 성질향상 등과 같은 이점으로 인하여 최근 많은 분야에서 부품의 생산에 이용되고 있으며, 가공에 소요되는 하중을 해석하는 방법에 관한 연구도 활발히 이루어지고 있다. 소성가공으로써 부품을 제작할 경우 필요한 하중을 예측하는 방법에는 슬래브법, 상계법, 유한요소법, UBET 등과 같이 해석적 방법과 수치

* 부산대학교 기계설계공학과, NSDM for ERC, 정회원
 ** 충북대학교 정밀기계공학과, NSDM for ERC, 정회원
 *** 부산대학교 대학원 기계설계공학과, 학생회원
 **** 아산전문대학 자동차과, 정회원

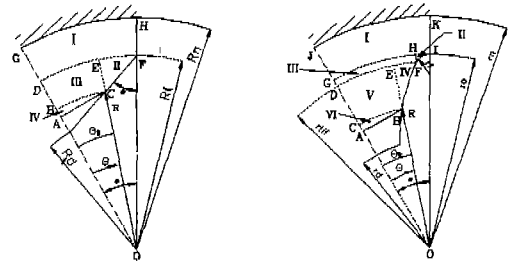
적 방법 등이 있다. 이러한 해석법을 사용하여 여러 연구자들이 산업전반에 걸쳐 널리 사용되는 기어형상 부품의 단조에 대하여 많은 연구를 하였다. 중실소재를 사용하여 사다리꼴 또는 각형 스플라인과 같은 직선치형을 갖는 외치차단조를 해석한 Juneja⁽¹⁾, Dean⁽²⁾, Ohga⁽³⁻⁴⁾ 등이 있고, Kiuchi⁽⁵⁾는 UBET를 이용하여 내면에 핀 형상이 있는 부품의 압출을 해석하였다. 또한, Cho⁽⁶⁻⁹⁾ 등은 중실 및 증공소재를 사용한 스피어 기어와 자동차용 펌프에 사용되는 원호기어 및 여러 가지 기어류 부품의 단조를 상계 해석하였으며 단조 최적조건을 제시하였다. Imai⁽¹⁰⁾ 등은 내측에 나선형상을 갖는 부품의 압출을 해석하였다. 한편, 내부에 치형을 갖는 내접기어의 단조에 대해서는 Kondo 등⁽¹¹⁾이 내접 헬리컬 기어의 단조시 가공압력에 따른 충진율을 이용하여 분류단조법과 간편법을 실험으로써 비교하였으며 분류단조법이 가공압력을 낮출 수 있는 급형의 구조임을 제시하였다. 이상에서와 같이 소재가 공정의 진행에 따라 내측으로 유동하여 급형의 공간을 채우는 해석은 압출에 관한 것이 대부분이며 단조에 관해서는 이론해석이 없는 실험만이 보고되어 있다.

본 연구에서는 세레이션 형상을 갖는 맨드릴을 사용하여 내부에 세레이션홈이 존재하는 원통형 제품을 단조할 경우에 상계법을 적용할 수 있는 동적 가용속도장을 제시하고 제시된 속도장으로써 상계해를 구한다. 제시한 해의 신뢰성을 검토하기 위하여 이론해석의 하중과 실험의 하중을 비교하고자 한다. 또한, 실험의 소재 유동모양으로써 이론해석에서 가정한 자유면 형상의 타당성을 확인하고자 한다.

2. 이론해석

원통형 다이와 펀치 및 삼각형 또는 인벌류우트 세레이션의 치형을 갖는 맨드릴을 사용하여 소재가 치의 중심부로 유동하는 단조를 해석하기 위해 각각의 변형영역으로 분할된 치형의 1/2 피치를 Fig. 1에 나타내었다. 단조 공정중 다이의 공극을 채우는 소재의 자유면 형상은 해석의 편의를 위해 대칭면에 수직한 직선으로 가정하였다.

본 연구에서 해석대상으로 하는 소재는 가공중 Von Mises의 항복조건을 따르고 비압축성 등방성이며 강소성이라 가정한다. 또한, 해석시 소재의 내경과 단조하고자 하는 맨드릴의 치끝원의 직경을 일치하게 하여 펀치의 하강과 동시에 치형 공간으로 소재가 유동한다고 생각한다. 단조가 진행되는 동안 축방향의 속도성분(U_z)은 전 변형영역에서 다음과 같이 가정한다.



(a) triangular serration (b) involute serration
Fig. 1 Schematic drawings of divided zone for forging of serration

$$U_z = -\frac{u}{t}z \quad (1)$$

여기서, Z 는 축방향의 좌표이다.

2. 1 삼각형 세레이션에 대한 동적 가용속도장

Fig. 1(a)와 같이 분할된 각 변형영역에 대한 경계조건과 체적일정조건을 만족하는 속도장을 참고문헌[10]에서 제시된 방법에 따라 유도하면 다음과 같다.

1) I 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \alpha, r_i \leq r \leq r_n$)

Fig. 1에서와 같이 최외각 경계인 r_n 과 치끝원 r_i 사이의 영역으로서 축대칭 변형영역이라 가정한다. 이 영역은 반경방향 속도성분에 대한 경계조건을 갖는다. 즉, $r = r_n$ 에서 소재가 급형과 접촉하므로 반경방향 속도성분이 "0"이어야 한다. 이상과 같은 가정과 체적일정 조건 및 경계조건에 의해 다음과 같은 속도성분을 구할 수 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t}(r - \frac{r_n^2}{r}), U_\theta = 0$$

2) II 변형영역 속도장 ($\theta_s \leq \theta \leq \alpha, R \leq r \leq r_i$)

단조중 소재가 공구면 CF에 접하는 영역으로서 공구면에 대한 법선방향의 속도성분이 "0"이 되어야 한다는 구속조건을 포함하고 있다. 이러한 구속조건을 사용하여 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t}\left(r - \frac{r_n^2}{r}\right), U_\theta = \frac{u}{2t}\left(r - \frac{r_n^2}{r}\right)\frac{a}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

여기서, $a = r_i \cdot \sin \phi$ 이며 ϕ 는 치형면과 대칭면이 이루는 각이다. 또한, θ_s 는 반경이 R 일때의 각도이다.

3) III 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_s, R \leq r \leq r_i$)

치저부 대칭면과 접하는 영역으로서 원주방향의 속도성분이 원주좌표 θ 의 선형함수라 가정한다. 체적일정조건을 이용하면 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{u}{2\theta_s t} \left[a \sqrt{\frac{r^2 - a^2}{r^2}} + \frac{r_n^2}{r} \sin^{-1} \left(\frac{a}{r} \right) \right] + \frac{C_{III}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_s} \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \cdot \frac{a}{\sqrt{r^2 - a^2}}$$

여기서, C_{III} 는 경계조건으로부터 구해지는 적분상수이다.

4) IV 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_s$, $R \cos \theta_s \leq r \leq R$) 이 영역은 단조성 소재의 자유면 형상을 나타내는 영역이다. 자유면의 형상을 치저부 대칭면에 수직한 직선으로 가정하고 원주방향의 속도성분을 원주좌표 θ 에 선형함수라 가정하면 다음과 같은 속도성분을 구할 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} - a' + \frac{C_{IV}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_s} \frac{u}{2t} \left(R - \frac{r_n^2}{R} \right) \cdot \frac{a}{\sqrt{R^2 - a^2}} = a' \theta$$

여기서, $a' = \frac{1}{\theta_s} \frac{u}{2t} \left(R - \frac{r_n^2}{R} \right) \frac{a}{\sqrt{R^2 - a^2}}$, C_{IV} 는 적분상수이다.

2. 2 인벌류우트 세레이션에 대한 동적 가용속도장

Fig. 1(b)와 같이 분할된 각 변형영역에 대한 경계조건과 체적일정조건을 만족하는 속도장을 참고문헌[10]에서 제시된 방법을 사용하여 유도하면 다음과 같다. 삼각형 세레이션과 달리 치끝에 원호부분이 존재하므로 변형영역의 수가 많다.

1) I 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \alpha$, $r_0 \leq r \leq r_n$)

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), U_\theta = 0$$

2) II 변형영역 속도장 ($\theta_s \leq \theta \leq \alpha$, $r_{if} \leq r \leq r_0$)

단조성 소재가 공구면 FI에 접하는 영역으로서 공구면에 대한 법선방향의 속도성분이 "0"이 되어야 한다는 구속조건을 포함하고 있다. 이러한 구속조건을 사용하여 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right), U_\theta = \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \cot \phi$$

여기서, $\cot \phi = \frac{r^2 - D_r}{\sqrt{r^2 A - D_r^2}}$, $A = 2D_r + 4r_f^2$,

$D_r = r_o^2 - 2r_o r_f$, $\theta_s = \angle DOF$ 이며, ϕ 는 필렛에서 반경방향의 속도성분과 원주방향의 속도성분이 이루는 각이다.

3) III 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_s$, $r_{if} \leq r \leq r_o$)

원주방향의 속도성분이 원주좌표 θ 에 따라 선형적으로 변화한다고 가정하여 체적일정조건을 이용하면 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{u}{2tr} \frac{1}{\theta_s} [K] + \frac{C_{III}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_s} \frac{u}{2t} \left(r - \frac{r_n^2}{r} \right) \cdot \cot \phi$$

여기서, $K = \left(\frac{2D_r^2}{3A^2} + \frac{r^2}{3A} \right) \cdot Q - \frac{D_r}{A}$.

$$Q + r_n^2 \cdot \left[\tan^{-1} \left(\frac{D_r Q}{D_r^2 - r^2 A} \right) - \frac{Q}{A} \right]$$

$$Q = \sqrt{r^2 A - D_r^2}$$

$$C_{III} = \frac{u}{2t} \left(\frac{1}{\theta_s} [K_{r_0}] - r_n^2 \right), K_{r_0} = K |_{r=r_0}$$

4) IV 변형영역 속도장 ($\theta_R \leq \theta \leq \theta_s$, $R \leq r \leq r_{if}$)

이 영역은 인벌류우트 치형에 해당하는 영역으로서 공구면의 법선방향에 대한 속도성분이 존재하지 않는다. 따라서 다음과 같은 속도 성분을 구할 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV}}{r^2}$$

$$U_\theta = \left(\frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV}}{r^2} \right) \cdot (\theta - \theta_1 + \phi_r)$$

여기서, $C_{IV} = \frac{u r_{if}^3}{2t} - \frac{ur_{if}}{2t} \frac{1}{\theta_s} [K_{if}] + C_{III} \cdot r_{if}$

$$K_{if} = K|_{r=r_{if}}, \phi_r = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{r^2 - r_b^2}}{r_b} \right)$$

$\theta_R = \angle AOB$ 이다.

5) V 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_R, R \leq r \leq r_{if}$)

원주방향의 속도성분이 원주좌표 θ 에 따라 선형적으로 변화한다고 가정하여 체적일정조건을 이용하면 다음과 같은 속도성분을 얻을 수 있다.

$$U_r = \frac{ur}{2t} - \frac{\theta_R - \theta_1}{\theta_R} \left(\frac{ur}{6t} - \frac{C_{IV}}{r^2} \right) - \frac{1}{\theta_R} \frac{u}{3t} \left(\frac{r}{2} \tan^{-1} \left(\frac{C_R}{r_b} \right) - \frac{r_b}{2r} C_R \right) - \frac{C_{IV}}{\theta_R} \left(\frac{C_R}{3t} - \frac{1}{r^2} \tan^{-1} \frac{C_R}{r_b} \right) + \frac{C_V}{r^2}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_R} \left(\frac{ur}{3t} + \frac{C_{IV}}{r^2} \right) \cdot (\theta_R - \theta_1 + \phi_r)$$

여기서, $C_R = \sqrt{r^2 - r_b^2}$

6) VI 변형영역 속도장 ($0 \leq \theta \leq \theta_R, R \cos \theta_R \leq r \leq R$)

$$U_r = \frac{ur}{2t} - a + \frac{C_{VI}}{r}$$

$$U_\theta = \frac{\theta}{\theta_R} \left(\frac{uR}{3t} + \frac{C_{IV}}{R^2} \right) \cdot (\theta_R - \theta_1 + \phi_r)$$

여기서, $a = \frac{1}{\theta_R} \left(\frac{uR}{3t} + \frac{C_{IV}}{R^2} \right) \cdot (\theta_R - \theta_1 + \phi_r)$

이상에서 제시한 두가지 속도장은 경계조건과 체적일정조건을 만족하는 동적 가용속도장이다.

3. 결과 및 고찰

중공소재와 원통형 금형 및 외주면에 세레이션형상이 있는 맨드릴을 사용하여 내부에 삼각형 또는 인벌류우트 세레이션형을 갖는 부품의 단조를 해석할 경우 상계법을 적용할 수 있는 동적 가용속도장을 제시하였다. 본 연구에서 실험 및 해석대상으로 한 소재는 시판 Al 2024로서

420℃로 가열하여 5시간 유지한 후 10℃/hr로 260℃까지 냉각하는 풀림 처리를 한 것이며 Fig. 2의 압축시험을 수행한 후 다음 식과 같은 유동응력을 계산하였다. 또한, 실험에 사용한 금형은 Kondo⁽¹¹⁾ 등이 단조압력을 줄일 수 있는 구조라고 제안한 분류단조법의 제1공정에 해당하는 것으로 그 개략도를 Fig. 3에 나타내었다.

$$\bar{\sigma} = 379.23\bar{\epsilon}^{0.1952} \quad (3)$$

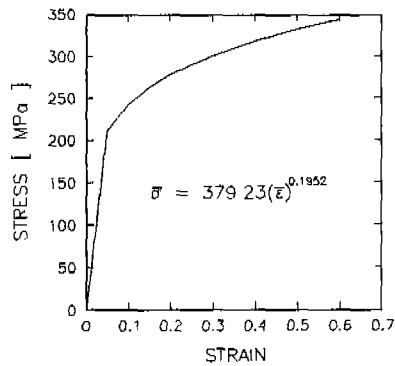


Fig. 2 Stress - strain curve of Al 2024 by compression test

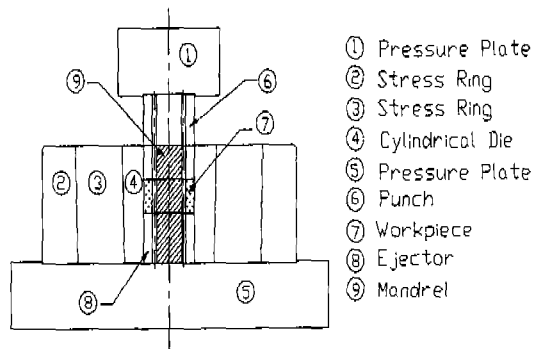
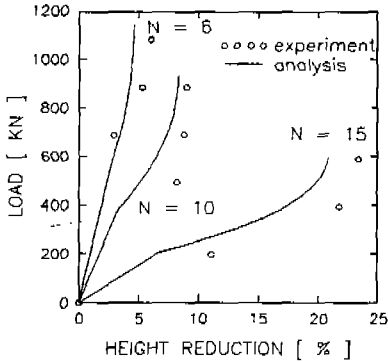


Fig. 3 Schematic drawing of die set for forging of internal serration

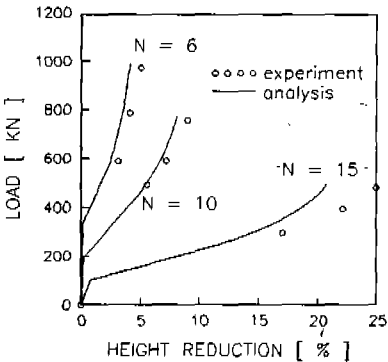
Table 1은 잇수가 각각 6, 10, 15개인 삼각형 및 인벌류우트 세레이션을 단조할 경우 최종상태에서 실험과 이론해석의 하중을 나타낸 것이며, Fig. 4는 동일한 잇수에 대하여 실험과 이론해석의 하중을 압하율에 따라 나타낸 것이다. 그림과 같이 단조 최종상태에서 제시된 속도장으로부터 구한 이론해석의 하중이 실험의 하중과 잘 일치하므로 상계해로서 타당하며 실제 단조시 장비의 능력을 결정하는데 유용한 해를 제공할 수 있다고 생각된다.

Table 1 Forging loads of analyses and experiments at the final step (units : KN)

Items	Triangular serration			Involute serration		
	6	10	15	6	10	15
Experiments	1079.1	882.9	588.6	971.2	755.4	490.7
Analyses	1142.2	929.9	596.5	993.9	771.8	498.5



(a) triangular serration



(b) involute serration

Fig. 4 Comparisons of forging loads between analyses and experiments

Fig. 5와 Fig. 6은 잇수가 6, 10, 15개인 경우 압하율에 따른 삼각형 세레이션과 인벌류우트 세레이션의 단조 하중과 상대압력을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 Cho⁽⁶⁾ 등이 외치차의 단조에서 제시한 것과는 달리 잇수가 증가할수록 삼각형 및 인벌류우트 세레이션의 하중과 상대압력이 감소하는 것을 볼 수 있다. 잇수가 적은 경우는 많은 경우보다 1개의 치형에 대한 변형영역이 상대적으로 크므로 하중과 상대압력이 크게 나타난다고 생각된다. 따라서, 내부에 세레이션과 같은 치형면 존재하는 부

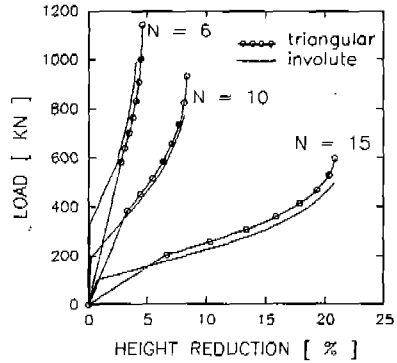


Fig. 5 Comparisons of forging loads between triangular and involute serration

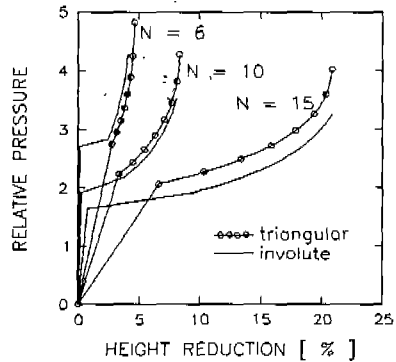


Fig. 6 Comparisons of relative pressures between triangular and involute serration

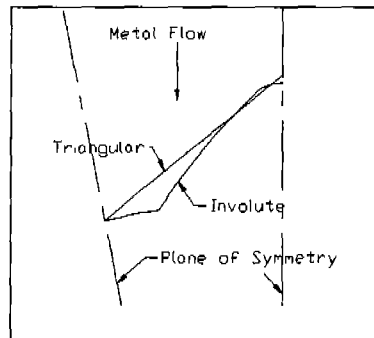
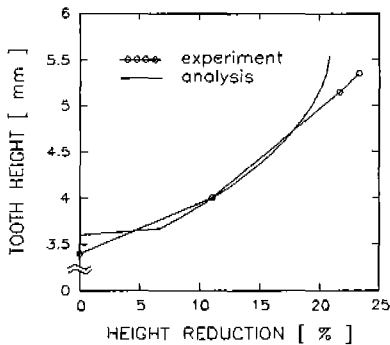


Fig. 7 Tooth profiles of involute and triangular serration

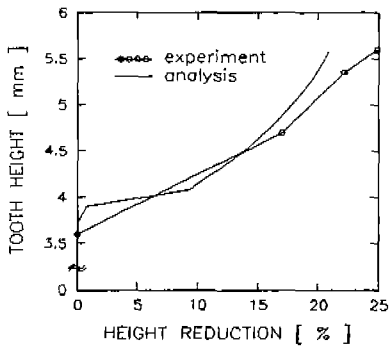
품을 단조할 경우 잇수가 많은 것이 유리하다는 것을 알 수 있다. 또한, 동일한 잇수에 대하여 인벌류우트 세레이션보다 삼각형 세레이션의 상대압력과 하중이 큰 것은 Fig. 7에서 보듯이 삼각형 세레이션의 치형면 기울기가

인벌류우트 세레이션의 치형면 기울기 보다 커서 치형을 채우기가 더 어려우며, 삼각형의 면적이 인벌류우트 보다 상대적으로 좁기 때문이라 생각된다.

Fig. 8은 잇수가 15개인 경우 삼각형 세레이션과 인벌류우트 세레이션의 단조시 실험과 이론해석의 치높이를 압하율에 따라 나타낸 것이다. 여기서, 치높이는 치형부에서 소재의 외경과 내경의 차이로 나타내었다. 단조시 작업에서 이론해석과 실험의 치높이가 다른 것은 실험에서는 소재를 금형에 쉽게 넣기 위해서 외경을 금형의 내경보다 약간 작게 가공하였기 때문이다. 단조가 진행됨에 따라 치높이는 증가하며 인벌류우트 세레이션의 경우 이론해석에서 구한 치높이와 비교하여 볼 때 최종상태에서 거의 완전한 금형의 충진이 이루어짐을 볼 수 있다. 그러나, 삼각형의 경우 인벌류우트 세레이션보다 높은 하중에서도 약간의 미충진 영역이 존재한다. 따라서, 단조로써 내부에 세레이션홈이 존재하는 부품을 제작할 경우 인벌류우트 형상이 하중, 상대압력 및 금형의 충진면에서 유리함을 알 수 있다.

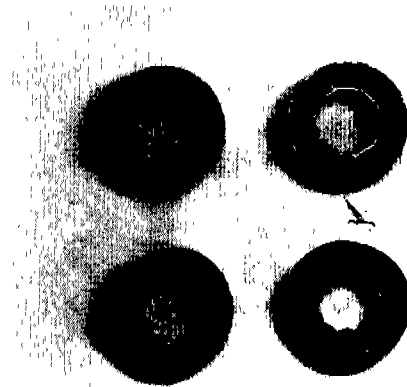


(a) triangular serration

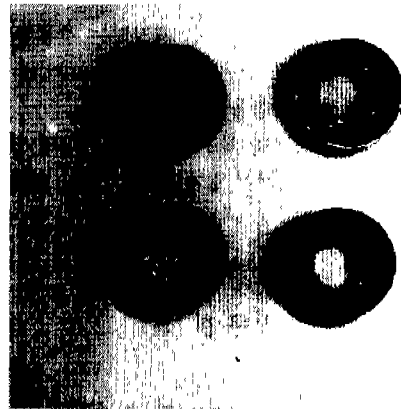


(b) involute serration

Fig. 8 Variations of tooth height during forging operation



(a) triangular serration



(b) involute serration

Fig. 9 Photographs of forged serrations for each height reduction

Fig. 9는 삼각형 및 인벌류우트 세레이션의 압하율에 따른 충진과정을 나타낸 것이다. 그림에서와 같이 단조가 진행됨에 따라 금형의 공간을 채우는 자유면 형상이 대칭면에 수직인 직선에 가까움을 볼 수 있다. 단조 최종상태에서 소재와 접촉하는 펀치 및 이젝터 사이의 마찰계수의 차이로 인한 충진량의 차이를 볼 수 있는데 이것은 Kondo⁽¹¹⁾등이 사용한 것과 같은 후속가공공정(제2공정)으로써 제거할 수 있다고 생각된다. 또한, Fig. 8에서와 같이 삼각형 세레이션의 경우 최종상태에서 미충진 영역을 볼 수 있다. 따라서, 내치 세레이션을 단조로 제작할 경우 소재의 자유면 형상을 치저원 대칭면에 수직인 직선으로 가정하는 것이 실제와 유사함을 알 수 있었다.

4. 결 론

본 연구에서는 내부에 세레이션홈이 존재하는 부품을 단조할 경우 상계법을 적용할 수 있는 동적 가용속도장을 유도하여 수치해석과 실험을 비교한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 내측유동에 적용 가능한 동적 가용속도장을 제시하고 상계해석을 수행하여 실험과 비교함으로써 제시한 상계해가 실제 단조공정의 하중 예측에 적용 가능함을 알 수 있었다.
2. 내부에 세레이션과 같은 치형이 존재하는 부품을 단조할 경우 잇수가 많은 것이 하중과 상대압력면에서 유리함을 알 수 있었다.
3. 단조로써 내치형상의 세레이션을 제작하는 경우 인벌류우트 세레이션을 단조 하는 것이 하중, 상대압력 및 치형의 충전면에서 유리함을 알 수 있었다.
4. 단조진행중 금형의 공간을 채우는 소재의 자유면 형상을 직선으로 가정하는 것이 실제와 큰 차이가 없음을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

1. O. P. Grover and B. L. Juneja, "Analysis of Closed-Die Forging of Gear-Like Elements", *Advanced Tech. of Plasticity*, Vol. II, pp.888 ~ 893, 1984.
2. N. A. Abdul and T. A. Dean, "An Analysis of the Forging of Spur Gear Forms", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, Vol. 26, No. 2, pp. 113 ~ 123, 1986.
3. K. Ohga, K. Kondo and T. Jitsunari, "Research on precision Die Forging Utilizing Divided Flow", *Bulletin of the JSME*, Vol. 28, No. 244, pp. 2451~2459, 1985.
4. K. Kondo, T. Jitsunari and K. Ohga, "Investigation on Cold Die Forging of a Gear Utilizing Divided Flow", *Bulletin of JSME*, Vol. 28, No. 244, pp. 2442~2450, 1985.
5. M. Kiuchi, "Complex Simulation System of Forging Based on UBET", *Annals of the CIRP*, Vol. 35/1, pp. 147 ~150, 1986.
6. 조해용, 최재찬, 최종용, 민규식, "중공소재의 내경 변화에 따른 스퍼어기어 단조에 관한 연구", *한국소성가공학회지*, 제 4 권, 제 3 호, pp. 257 ~ 266, 1995.
7. 조해용, 최종용, 민규식, "중공 및 중실소재를 이용한 스플라인 단조에 관한 연구", *한국정밀공학회지*, 제 13 권, 제 1 호, pp. 108 ~ 115, 1996.
8. 조해용, 민규식, 최종용, "트로코이드 기어의 단조 해석", *한국정밀공학회지*, 제 13 권, 제 9 호, pp. 77 ~ 83, 1996.
9. 민규식, 최종용, 조해용, 이현철, "기어류 부품의 단조에 관한 상계해석", *한국정밀공학회지*, 제 14 권, 제 2 호, pp. 102 ~ 112, 1997.
10. M. Kiuchi, T. Muramatsu and T. Imai, "Analysis on Non-Axisymmetric Complex Forging", *J. of the JSTP*, Vol. 30, No. 342, pp. 997 ~ 1003, 1989.
11. 近藤一義, 櫻井武史, "分流方式による内歯ヘリカルギヤの精密冷間型鍛造(第3報)", *塑性加工春季講演會*, pp. 15 ~ 16, 1995.