

# Filtered-x LMS 알고리즘을 이용한 유연한 외팔보의 능동진동제어

박수홍\*, 홍진석\*, 김흥섭\*, 오재응\*\*

## Active Vibration Control of a Flexible Cantilever Beam Using Filtered-x LMS Algorithm

Soo Hong Park\*, Jin-Seok Hong\*, Heung Seob Kim\*, Jae-Eung Oh\*\*

### ABSTRACT

This paper presents the active control of a flexible cantilever beam vibration. The cantilever beam was excited by a steady-state harmonic and white noise point force and the control was performed by one piezo ceramic actuator bonded to the surface of the beam. An adaptive controller based on *filtered-x* LMS algorithm was used and the controller was defined by minimizing the square of the response of error sensor. In the experiment, gap sensor was used as an error sensor while the sinusoidal or white noise was applied as a disturbance. In the case of sinusoidal input, more than 20 dB of vibration reduction was achieved over all range of the natural frequencies and it takes 5 seconds to control the vibration at first natural frequency and 1 second at other natural frequencies. In the case of white noise input, 7 dB of vibration reduction was achieved at the first natural frequency and good control performance was achieved in the considered whole frequency range. Results indicate that the vibration of a flexible cantilever beam could be controlled effectively when the piezo ceramic actuator was used with *filtered-x* LMS algorithm.

**Key Words** : Active control(능동제어), Flexible cantilever beam(유연한 외팔보), Piezoelectric actuator(압전 작동기), daptive controller(적응 제어기), Error sensor (오차 센서)

### 1. 서론

구조물에 대한 저주파의 진동은 운송수단, 가전제품, 군용장비, 항공장비와 같은 많은 종류의 경량 유연 구조물에 있어서 지속적인 문제점으로 부각되어 왔다. 특히 거대 우주 구조물에 적용되는 경량의 대형 구조물들은 매

우 큰 부피와 구조적인 경감쇠 등으로 기계적으로 매우 유연하기 때문에 외력에 대한 구조 응답의 진폭이 커지며, 일단 진동이 시작되면 낮은 주파수의 진동이 장시간 지속되므로 성능과 정숙성에 좋지 않은 영향을 미친다. 이런 바람직하지 않는 진동을 제어하기 위하여 많은 연구가 진행되고 있는데 구조물에 감쇠를 증가시키고 질량이

\* 한양 대학교 정밀기계공학과 대학원  
 \*\* 한양 대학교 공과대학 자동차공학과

나 강성을 부가하는 기존의 수동적 방법은 제어 효율이나 가격 면에서 단점을 갖게 되므로 이에 대한 능동진동제어(Active Vibration Control)방법이 최근 활발히 연구되고 있다.<sup>(1)</sup> 또한 능동 진동 제어를 효과적으로 수행하기 위해서는 적절한 가진 시스템이 선정되어야 하는데 기존의 점 가진 시스템의 형태는 높은 감쇠율을 가지고 있으나 지지부에 대한 반작용력을 받는 등의 결점을 가지고 있다. 이러한 이유로 최근 압전세라믹이라 불리는 PZT(lead zirconate titanate)와 폴리머 계통의 압전 필름인 PVDF(polyvinylidene fluoride)와 같은 압전재료들이 분포 특성, 가격, 효율, 부피 등의 측면에서 기존의 가진 시스템에 비하여 중요한 장점을 가지고 있어 더욱 현실적인 가진기로서 연구되고 있다.<sup>(2)</sup> 또한 구조물에 부착되어 압전재료의 수축, 팽창 운동에 의해 발생된 에너지를 제어력으로 사용하여 진동 혹은 자세 제어에 활용하고 있다.<sup>(3)</sup>

한편, 최근에 능동 제어로 구조물의 비선형성에 주목한 뉴럴이나 퍼지등의 알고리즘을 이용한 지능형 제어나 고속의 신호 처리 보드를 사용하고 최소 평균 자승(LMS) 알고리즘을 이용한 제어가 연구되고 있다.<sup>(4)(5)(6)</sup> 본 논문에서의 최소 평균 자승 알고리즘을 이용한 능동 제어는 외란 입력에 의해 생성된 출력을 없애기 위하여 부차적인 제어력을 추가하는 방식이다.<sup>(7)</sup> Gibbs와 Fuller가 PZT를 이용하고 최소 평균 자승(LMS)알고리즘을 사용하여 정현파 외란 입력이 가해질 때의 유연한 빔의 진동 파워 흐름의 능동 제어를 실험적으로 연구하였다.<sup>(8)</sup> 또한 Burris와 Fuller는 feedforward 제어된 탄성계의 동적 특성에 대해 연구하였다. 양단 단순 지지된 보에 대해 능동 진동제어 전·후의 보의 동적 특성을 수치적인 모의실험으로 파악하여 계의 고유치, 고유함수가 제어력과 오차센서위치의 함수임을 밝혔다. 동일 조건의 실험을 수행하여 모의 실험의 타당성을 검증하였으며 제어 알고리즘은 *filtered-x* LMS알고리즘을 이용하였다.<sup>(9)</sup> 한편, Varadan 등은 가진기와 센서로 PZT 센서, 작동기와 PVDF 센서, 작동기를 각각 조합하여 유연한 트러스 구조물의 굽힘과 비틀림의 능동제어에 대해 연구하였다. 제어 알고리즘은 선형 속도피드백(linear velocity feedback)을 사용하였고, 제어 결과는 PZT 센서, 작동기의 조합이 PVDF 조합보다 더 나은 결과를 나타냄을 보였다.<sup>(10)</sup> GU 등은 압전 작동기와 PVDF 모달센서를 이용한 평판 진동의 능동제어 실험을 수행하였다. 단순 지지된 평판에 2개의 압전 작동기와 성형된 PVDF 모달센서가 부착되었다. 실험에서

는 다입력/다출력 *filtered-x* LMS 알고리즘에 기반을 둔 2채널 적응제어기가 사용되었다. 비교를 위해 오차 센서로 가속도계를 사용하여 비교 실험을 행한 결과 가속도계 같은 점-센서 보다 PVDF 모달 센서가 구조 모드를 제어할 때 보다 우위에 있음을 보였다.<sup>(10)</sup> 국내에서도 최근에 유연한 구조물의 능동 제어에 대한 연구가 진행 중인데 적응 제어 알고리즘을 이용한 실시간 제어에 대한 연구는 기타의 능동 진동 제어 연구 사례에 비해 적은 편이다.

본 연구에서는 실험적으로 유연한 구조물의 진동 제어로 분포제어기인 PZT를 사용하고 *filtered-x* LMS 알고리즘과 고속의 신호처리보드를 이용하여 정현파 및 백색 잡음 외란 입력을 받는 유연한 외팔보의 진동을 실시간으로 제어할 수 있는 적응 제어 시스템을 구성하였다. 실험은 외팔보의 자유단 끝에 수직하게 외력 가진기를 설치하여 가진하고 고정단에서 일정 거리에 PZT 작동기를 설치하고 PZT 작동기와 고정단 사이에 진동 변위 측정점을 설정하고 여기에 갭센서(gap sensor)를 오차센서로 설치한 후 이 위치에서의 진동을 저감시키는 것을 목적으로 하였다. 이 실험을 위해 먼저 외팔보계(보와 PZT 작동기가 부착된 계)의 전달 함수와 고유진동수를 실험적으로 구하였다. 구해진 고유진동수에 해당하는 정현파와 백색 잡음으로 가진한 후, 진동 변위 측정 점에서 진동을 측정하고 *filtered-x* LMS 알고리즘과 고속 신호처리 프로세서(TMS320c30)를 사용한 제어기를 이용하여 진동 변위 측정점에서의 진동을 감소시키는 실험을 수행하였다.

## 2. 능동 진동 제어 이론

본 연구에서의 외팔보계(외팔보에 PZT 작동기가 부착된 계)는 외팔보의 자유단에 진동 변위 입력원이 있고 다음에 제어를 위한 PZT 작동기가 있으며 진동 변위의 측정을 위한 오차 센서가 그다음에 위치하는 기준입력→제어기→오차측정의 순으로 배치된 계이다. 이런 계의 오차 센서에서 계측된 신호는 진동원으로 인한,  $p_k$ , 그리고 이차 가진원으로 인한,  $y_k$ , 두 부분으로 구성된다. 이 신호들은 크기에서 동일하고 위상에서 반대이면 오차 센서에서의 진동은 없어지게 될 것이다.

$$e_k = p_k + y_k \quad (1)$$

여기서,  $e_k$ :  $k$ 번째 오차 신호

$p_k$ :  $k$ 번째 진동원으로 인한 신호

$s_k$ :  $k$ 번째 이차 가진원 신호

$k$ 번째에 오차 센서에서 계측된 이차 진동 신호는  $k$ 번째에 제어기에서 보내진 신호는 아니다. 오히려, 제어 신호는 액추에이터의 특성 전달함수  $A$ 에 의해 수정되어지고, 액추에이터와 오차 센서사이의 한정된 거리로 인해  $n$  샘플이 지연되어 진다. 또한, 전체 오차 신호는 오차 센서 전달함수  $M$ 에 의해 수정되어 진다. 그러므로 계에 의해 받는 실제적인 오차 신호는 다음과 같다.

$$e_k = (p_k + W_{k-n}^T X_{k-n} A) M \quad (2)$$

여기서,  $W_{k-n}$  :  $k-n$ 번째 가중 계수 벡터  
 $X_{k-n}$  :  $k-n$ 번째 기준 입력 신호 벡터  
 $A$  : 액추에이터 전달함수  
 $M$  : 오차 센서 전달함수

만약 신호가 정현파이다면 오차 센서와 제어 액추에이터의 전달 함수는 단순한 이득과 위상 이동으로 생각할 수 있다. 일반적인 광대역 진동의 경우, 그것들은 유한 임펄스 응답 필터로 생각할 수 있다. 식(2)을 단순화하기 위해서  $k$  번째의 필터링된 진동원 신호  $G_k$  그리고 필터링된 참조 신호  $F_k$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$G_k = p_k M, \quad F_k = X_{k-n} A M \quad (3)$$

순간 오차 신호에 근거한 경사 예측치는 다음과 같다.

$$\hat{\nabla}_k = \frac{\partial e_k^2}{\partial W_k} = 2e_k F_k \quad (4)$$

여기서,  $\hat{\nabla}_k$  : 경사 예측치  
 따라서 수정된 LMS 알고리즘은 다음과 같다.

$$W_{k+1} = W_k - 2\mu e_k F_k \quad (5)$$

여기서,  $\mu$  는 수렴계수로 최적한 값은 다음으로 구할 수 있다.

$$\mu = \frac{1}{\lambda_{\max}} \text{ or } \mu = \frac{1}{tr[R]} \quad (6)$$

여기서,  $\lambda_{\max}$  : 입력 자기 상관 행렬의 고유치 중 최대값  
 $R = E[X^T X]$  : 입력 자기 상관 행렬  
 $tr[R]$  :  $R$  의 대각요소의 합

식(5)에서 알고리즘의 가능한 수행의 블록선도는 Fig.1에서 보여 준다. 참조 신호,  $X_k$ 는 적응 알고리즘에서 사용되기 전에 액추에이터와 오차 센서 특성 함수의 예측치에서 포함된  $n$  샘플의 예측치에 의해 지연된다. 그러므로 계산은 필터링된 참조 신호의 예측치에 근거한다.

$$\hat{F}_k = \hat{X}_{k-n} \hat{A} \hat{M} \quad (7)$$

여기서,  $\hat{F}_k$  :  $k$ 번째 필터링된 참조 신호  
 $\hat{X}_{k-n}$  :  $k-n$  번째 기준 입력 벡터  
 $\hat{A}$  : 예측된 액추에이터 전달함수  
 $\hat{M}$  : 예측된 에러 센서 전달함수

그러므로 알고리즘의 실제적인 수행은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} W_{k+1} &= W_k - 2\mu e_k \hat{F}_k = W_k - 2\mu \hat{F}_k (G_k + W_{k-n}^T F_k) \\ &= W_k - 2\mu (\hat{F}_k G_k + \hat{F}_k F_k^T W_{k-n}) \end{aligned} \quad (8)$$

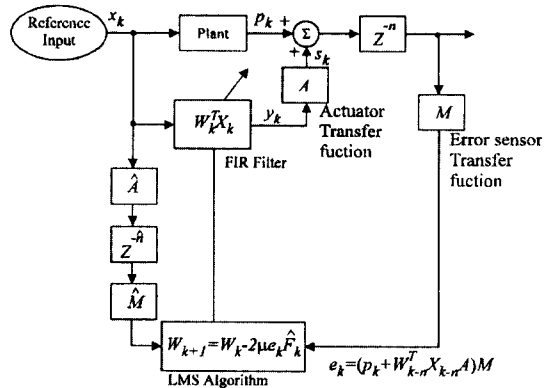


Fig. 1 Block diagram of the practical implementation of active vibration control

### 3. 능동 진동 제어 실험

#### 3.1 실험 장치 구성

본 연구의 실험 장치 구성도는 Fig.2와 같다. 실험에 사용된 외팔보의 제원을 Table 1에 나타냈다. 외력은 B&K 4810 웨이커를 이용하여 보의 끝단에 수직하게 점가진을 하였다. 외팔보에 제어력을 가하기 위해 미국 PKI 사의 PZT-5 피에조 세라믹 재료가 사용되었으며,

제원을 Table 1에 나타냈다. PZT 작동기의 부착 위치와 에러 측정 위치를 Fig.2에 나타냈다. PZT 작동기와 오차 센서 위치는 제어기의 인과성(causality) 때문에 입력 신호에서 거리를 두고 제어기를 배치했다. 즉, 기준 입력 신호가 제어기까지 전파되는 시간보다 DSP에서 제어 알고리즘을 수행한 후 제어 신호를 내보내는 시간이 더 짧아야 하며, 이러한 이유로 *filtered-x* LMS알고리즘의 경우 일반적으로 가진기-작동기-에러 센서의 순서로 배치하게 된다. 가진 신호는 각각 신호 발생기(function generator), B&K 1405 잡음 발생기(noise generator)로 발생시켰다. 가진 신호와 에러 센서 신호에 300Hz 저주파 통과 필터(lowpass filter)를 걸었다. 제어 신호는 PZT 증폭기(PZT amplifier)에 의해 증폭되었으며 오차 센서 신호는 갭센서(gap sensor)를 이용하여 비접촉으로 측정되었다. HP 54503A 오실로스코프는 센서 신호의 모니터링을 위해 사용되었으며, FFT 분석기(SA390)는 센서 신호의 주파수 분석을 위해 사용되었으며, A/D 변환기(NANOTECH Lab-V)는 센서 신호로 들어오는 시계열 데이터를 저장하기 위해 사용되었다. 제어는 TMS320c30 DSP Board가 장착된 486 IBM PC를 이용하여 수행하였다. Fig. 1의 외팔보 계의 모델링에 사용된 FIR(finite impulse response) 계수는 150차 이고 샘플링 주파수는 1 kHz인 상태에서 적절한 모델링을 수행할수 있었다. 제어 알고리즘은 어셈블리 언어로 작성했고 다운로드 프로그램은 C 언어로 작성됐다.

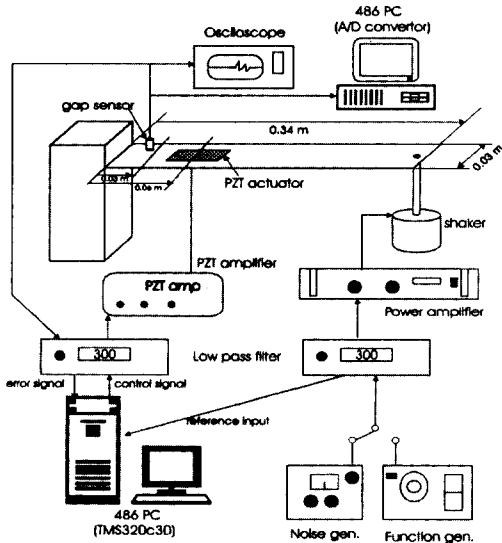


Fig. 2 Experimental apparatus for active vibration control

Table 1 Dimensions of the cantilever beam and PZT (단위 : m)

Dimensions	Aluminium beam	PZT
Length	0.34	0.05
Width	0.03	0.012
Thickness	0.0007	0.0005

### 3.2 실험 방법

실험은 우선 제어력을 가하지 않은 상태에서 외팔보 계에 백색 잡음을 외력 가진기에 가하여 전달 함수와 고유 진동수를 구하였다. 알아낸 각각의 고유 진동수에 해당하는 정현파로 가진하고 에러 측정 위치에서의 제어 전·후의 변위를 측정했다. 또한 백색 잡음으로 가진하여 역시 에러 측정 위치에서 변위를 측정하여 제어 전·후의 변화를 관찰하였다.

### 4. 제어 실험의 결과 및 고찰

알루미늄 보의 끝단에 부착한 가진기로 백색 잡음 신호를 가하고 오차신호 측정 위치에서 갭센서를 이용해 변위를 측정하여 구한 계의 전달함수를 Fig. 3에 나타내었다. Table 2에 측정된 5차까지의 알루미늄 보의 고유 진동수를 나타냈다.

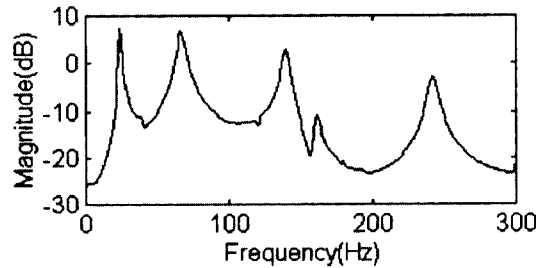


Fig. 3 Transfer function between shaker and gap sensor

Table 2 Natural frequencies of aluminium beam (Experimental results)

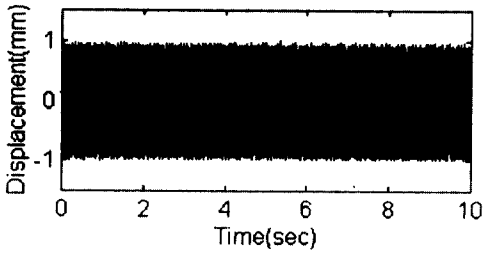
Mode(n)	$f_n$ (Hz)
1	24
2	66
3	140

4.1 정현파 가진 제어 결과

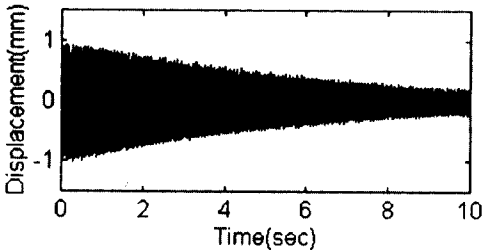
Fig. 4는 알루미늄 보의 고유 진동수 중 1차에 해당하는 24 Hz 정현파 가진을 했을 경우 제어 전과 제어 후의 에러 센서 신호의 시계열 데이터 측정 결과이다. Fig. 4의 (a) 와 (b)를 비교해 보면 최종적으로 에러신호가 일정한 값으로 안정되는 시간이 10초가 됨을 알 수 있다.

Fig. 5는 24 Hz 정현파 가진을 했을 경우 제어 전과 제어 후의 에러 센서 신호의 주파수 분석 결과이다. 정현파 가진시 가진 주파수에서 20 dB 이상의 진동저감이 이루어 졌음을 알 수 있다.

Fig. 6은 알루미늄 보의 고유 진동수 중 3차에 해당하는 140 Hz 정현파 가진을 했을 경우 제어 전과 제어 후의 에러 센서 신호의 시계열 데이터 측정 결과이다. Fig. 6의 (a) 와 (b)를 비교해 보면 마찬가지로 에러신호가 일정한 값으로 안정되는 시간이 2.5초가 됨을 알 수 있다. Fig. 7은 140 Hz 정현파 가진을 했을 경우 제어 전과 제어 후의 에러 센서 신호의 주파수 분석 결과이다. 140 Hz 정현파 가진시 가진 주파수에서 50 dB 이상의 진동저감이 이루어 졌음을 알 수 있다.

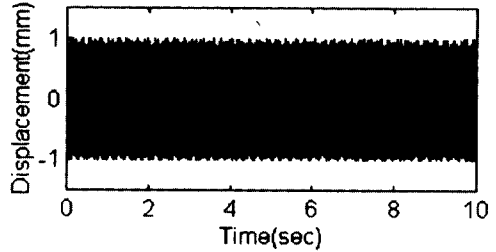


(a) without AVC

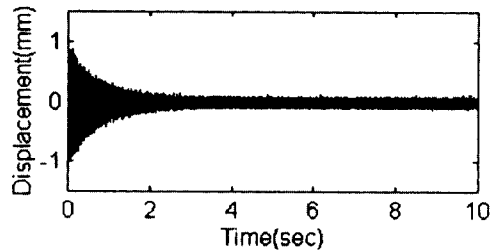


(b) with AVC

Fig. 4 Time response of error sensor for sinusoidal 24 Hz excitation

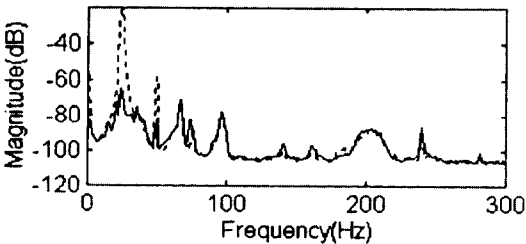


(a) without AVC



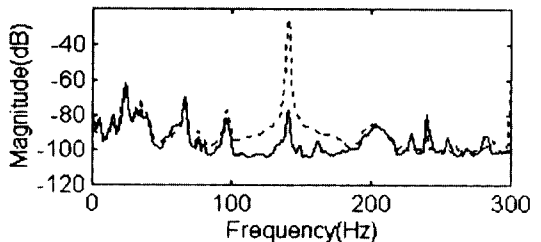
(b) with AVC

Fig. 6 Time response of error sensor for sinusoidal 140 Hz excitation



( - - : without AVC — : with AVC )

Fig. 5 Control results for sinusoidal 24 Hz excitation



( - - : without AVC — : with AVC )

Fig. 7 Control results for sinusoidal 140 Hz excitation

#### 4.2 백색 잡음 가진 제어 결과

Fig. 8은 알루미늄 보를 300 Hz 미만의 백색 잡음으로 가진 했을 때 제어 전후의 에러 센서 신호의 시계열 데이터 측정 결과 이다. Fig. 8의 (a)와 (b)를 비교해 볼 때 정현파 24 Hz 가진의 경우와 마찬가지로 10초 정도에 에러 신호가 안정됨을 알 수 있다.

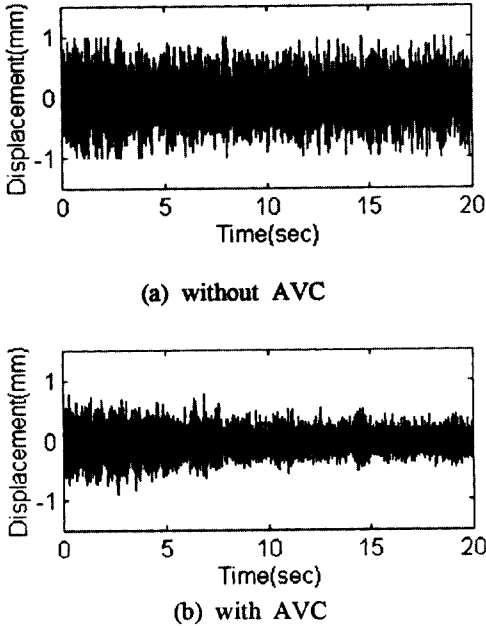


Fig. 8 Time response of error sensor for lowpass filtered random noise excitation

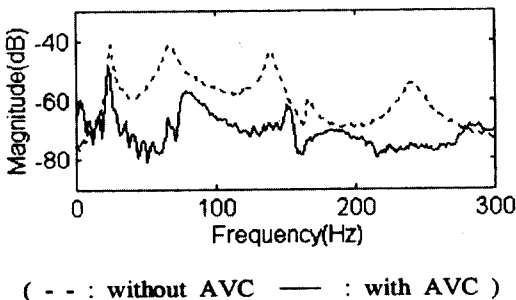


Fig.9 Control results of lowpass filtered random noise excitation

Fig. 9는 알루미늄 보를 300 Hz 미만의 백색 잡음으로 가진 했을 때 제어 전후의 에러 센서 신호의 주파수 분석 결과 이다. Fig. 9를 보면 1차 고유 진동수에서는

7dB, 다른 공진 주파수에서는 15dB 이상 저감되었으며 각 고유 진동수 뿐만 아니라 전 주파수 대역에서 고르게 저감이 이루어짐을 알 수 있다.

#### 5. 결론

이상과 같이 정현파 및 백색 잡음의 외란 입력을 받는 유연한 보에 피에조 세라믹과 *filtered-x* LMS 알고리즘을 이용하여 실시간 능동 진동 제어를 수행한 결과 다음의 결론을 얻을 수 있었다.

첫째, 정현파 가진의 제어 결과로 모든 가진 공진 주파수에서 20dB 이상의 저감이 가능하였고, 1차 공진 주파수는 10초, 다른 공진 주파수에서는 2초 이내에 제어됨을 알 수 있었다.

둘째, 백색 잡음 가진에서는 1차 고유 주파수에서는 7dB, 다른 공진 주파수에서는 15dB 이상의 진동 저감을 할 수 있었으며, 전 주파수 영역에서 저감됨을 알 수 있었다.

셋째, PZT 작동기와 *filtered-x* LMS 알고리즘으로 구성된 적응 제어 시스템을 이용하여 유연 구조물의 저주파 진동을 효과적으로 저감 할 수 있었다.

향후, PVDF를 센서로 부착한 시스템이나 다중 센서/다중 가진기를 이용한 평판의 능동 진동 제어에 대한 연구가 기대된다.

#### 참고 문헌

1. A. Bas and S. Poh, "Performance of an active control system with piezoelectric actuators", *Journal of Sound & Vibration*, No.2, pp.327~343, 1988.
2. Warren P. Mason, "Piezoelectricity, its history and applications", *J. Acoust. Soc. Am*, Vol.70(6), 1981.
3. S. Y. Hong, "Active vibration control of adaptive flexible structures using piezoelectric smart sensors and actuators", Ph.D. Thesis of the Pennsylvania State University, USA, 1993.
4. 신 준, "자기조정 학습계수 알고리즘을 이용한 소음 진동의 능동제어", 한양대학교 박사학위 논문, 1994.

5. 김홍섭, "자동차 실내 엔진 소음의 능동제어에 관한 연구", 한양대학교 석사학위 논문, 1992.
6. J. S. Vipperman , R. A. Burdisso and C. R. Fuller , "Active control of broadband structural vibration using the LMS adaptive algorithm", Journal of Sound and Vibration , Vol.166(2) , pp.283-299 , 1993.
7. Bernard Widrow and Samuel D. Stearns, Adaptive signal processing, Prentice-Hall, 1985.
8. Gary P. Gibbs and Chris R. Fuller, "Experiments on active control of vibrational power flow using piezoceramic actuators and sensors" , AIAA, Paper 90-1132, pp. 2331-2339, 1990.
9. R. A. Burdisso and C. R. Fuller, "Theory of feedforward controlled system eigenproperties", Journal of Sound and Vibration, Vol.153(3) , pp.437-451 , 1992.
10. V.V. Varadan , V.K. Varadan , X.Q. Bao , J.-H. Jeng and C.-C. Sung , "Active control of bending and torsional modes in truss structures", Journal of Sound and Vibration , Vol.167(2) , pp.263-275 , 1993.
11. Y. Gu , R. L. Clark and C. R. Fuller and A. Zander , "Experiments on Active Control of Plate Vibration Using piezoelectric Actuators and polyvinylidene Fluoride(PVDF) Modal Sensors" , Journal of Vibration and Acoustics , Vol.116 , pp.303-308 , 1994.